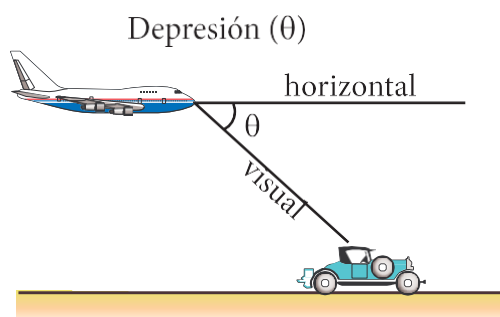
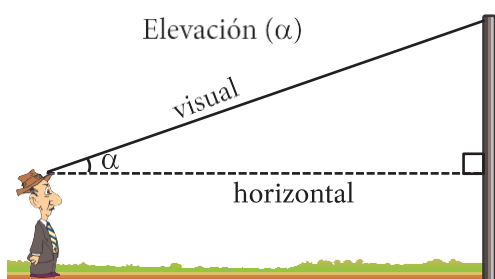


# ÁNGULOS VERTICALES – 5to de secundaria.



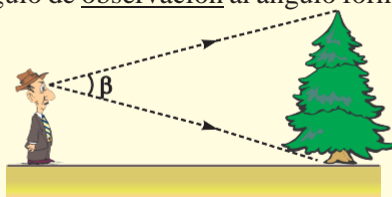
## DEFINICIÓN:

Son aquellos ángulos formados en el plano vertical con dos líneas llamadas visual (línea de mira) y horizontal. Si la visual se encuentra sobre la horizontal el ángulo recibe el nombre de “elevación”, de lo contrario recibe el nombre de “depresión”



### Advertencia pre

Se conoce como ángulo de observación al ángulo formado por dos visuales.



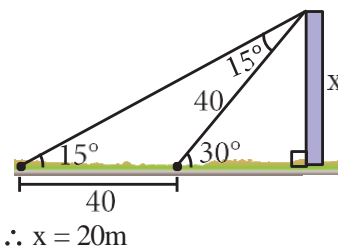
## Ejercicios propuestos:

1. Desde la parte superior de un acantilado de 48m se observa una lancha con un ángulo de depresión de  $37^\circ$ . ¿A qué distancia del pie del acantilado se encuentra la lancha?
2. Una persona de estatura “b” metros; observa la parte alta de un árbol con un ángulo de elevación “ $\theta$ ”. Halla la altura

- del árbol si la visual para la visión efectuada mide “a” metros.
3. Un niño de 1 m de estatura observa los ojos de una señorita de estatura  $\sqrt{3}$  con un ángulo de elevación  $\alpha$ . Calcula la distancia que los separa, sabiendo que:  
$$\text{Cot} \alpha = \sqrt{3} + 1$$
4. Una persona observa lo alto de un edificio con un ángulo de

elevación de  $30^\circ$ , luego de alejarse 40 m observa nuevamente con un ángulo de elevación de  $15^\circ$ . Halla la altura del edificio

**Resolución:**



$$\therefore x = 20\text{m}$$

5. Una persona observa lo alto de un árbol con un ángulo de elevación de  $15^\circ$ , luego de acercarse 12m observa nuevamente con un ángulo de elevación  $30^\circ$ . Halla la altura del árbol.

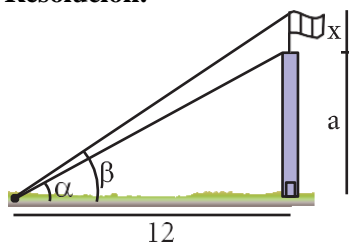
6. Desde un punto en el suelo se observa la parte superior de una estatua con un ángulo de elevación de  $60^\circ$  y a la parte superior de su pedestal con un ángulo de elevación de  $30^\circ$ . Si la altura del pedestal es de 2 m. Halla la altura de la estatua.

7. Desde un punto ubicado en la parte superior de un faro a 20m sobre el nivel del mar, se observa a dos barcos que se encuentran colineales con ángulos de depresión  $\alpha$  y  $\beta$ . Si:  $\text{Cot}\alpha - \text{Cot}\beta = 10$ , halla la distancia entre dichos barcos.

8. En la parte superior de un edificio se encuentra una bandera; a 12 m de distancia del edificio se observa la parte inferior y superior del asta de la bandera con ángulos de elevación  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente. Halla la altura del asta si:

$$\text{Tan}\alpha = 1,5 \text{ y } \text{Cot}\beta = 0,6$$

**Resolución:**



Dato:  $\text{Tan}\alpha = 1,5$

$$\frac{a}{12} = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow a = 18$$

Dato:  $\text{Cot}\beta = 0,6$

$$\frac{2}{x+a} = \frac{6}{10}$$

$$20 = x + a$$

$$20 = x + 18$$

$$x = 2$$

9. Es la parte superior de un edificio, se encuentra una antena, a 15 m de distancia del edificio se observa la parte inferior y superior de la antena con ángulo de elevación  $\alpha$  y  $\theta$  respectivamente: halla la longitud de la antena si:

$$\text{Tan}\alpha = 2 \text{ y } \text{Tan}\theta = \frac{2}{3}$$

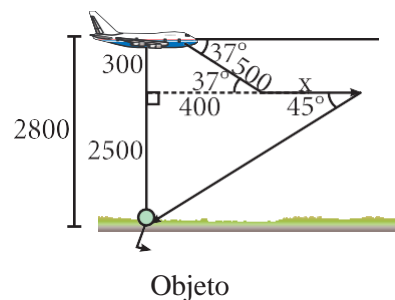
10. Desde la azotea de dos edificios de 20 y 12 metros de altura, se observa un punto en el suelo entre ambos edificios con ángulos de depresión de  $53^\circ$  y  $37^\circ$ , respectivamente. Calcula la distancia entre ambos edificios.

11. A 20 de una torre, se observa su parte más alta con un ángulo de elevación  $\alpha$  y si nos alejamos 10 m el ángulo de elevación es el complemento de  $\alpha$ . Halla  $\text{Tan}\alpha$ .

12. Un avión que inicialmente se encuentra a 2800 m de altura

sobre un objeto, empieza a descender con un ángulo de  $37^\circ$  por debajo de la línea horizontal 500 m en total, luego avanza en forma horizontal una distancia "x" y en ese preciso instante el piloto observa el objeto con un ángulo de depresión de  $45^\circ$ . Halla "x".

**Resolución:**



Del gráfico:  $400 + x = 2500$

$$x = 2100\text{m}$$

13. Un avión que inicialmente se encuentra a 2700m de altura sobre un objeto, empieza a descender con un ángulo de depresión de  $45^\circ$ , 600 m, luego avanza en forma horizontal "x" y en ese instante el piloto observa el objeto con un ángulo de depresión de  $37^\circ$ , halla "x".

14. Desde un punto en el suelo se observa lo alto de un edificio con un ángulo de elevación  $\alpha$ , si avanzamos el triple de la longitud de dicho edificio, el nuevo ángulo de elevación sería el complemento de  $\alpha$ . Obtener el valor de:

$$K = \text{Tan}^2\alpha + \text{Cot}^2\alpha$$

## Ejercicios pre-uni y concursos nacionales:

1. Un avión que vuela horizontalmente, observa dos puntos en tierra A y B con ángulos de depresión  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente. Cuando está sobre A es visto desde B con un ángulo de elevación  $\theta$ ; Si  $\tan\alpha = 3$  y  $\tan\beta = 2$ , calcular  $\tan\theta$ .
2. Un poste de alumbrado está pintado en tres partes iguales. Un observador se sitúa a una distancia igual a la longitud del poste. Si la tangente del ángulo con el cual es observado el pintado de la parte central (desprecie la estatura del observador) es  $\frac{3}{n}$ . Halla  $n$ .
3. Hilda observó un cóndor en el Cañón del Colca, el cual estaba volando en línea recta. Al inicio Hilda observó que el cóndor estaba a 500 metros de altura y después de 10 segundos estaba a 480 metros de altura. ¿Después de cuántos segundos, desde que Hilda empezó a observar al cóndor, éste estaba a 420 metros de altura?
4. En el segmento que une las posiciones de Rosa y Sandra se encuentra la base de una torre (las posiciones y la base están representadas por puntos), Rosa ve lo alto de la torre con un ángulo de elevación  $\alpha$  y Sandra ve lo alto con un ángulo de elevación  $\beta$ . Si la distancia que separa a Rosa y Sandra es 120 metros y  $\cot\alpha + \cot\beta = 3$ , halla la altura, en metros, de la torre.
5. Ana y Beto van desde el punto P hasta el punto Q de dos maneras distintas. Ana camina 6 pasos hacia el oeste y cinco pasos hacia el norte. Beto camina 1 paso hacia el norte, 2 pasos hacia el oeste, 3 pasos hacia el sur, 4 pasos hacia el este, 5 pasos hacia el norte, y así sucesivamente, hasta llegar al punto Q. ¿Cuántos pasos dio Beto en total?