

PROMEDIOS – 3ro de secundaria.



DEFINICIÓN:

Es aquella cantidad que representa a un conjunto de cantidades, es un valor de tendencia central, pues está comprendida entre la mínima y la máxima cantidad promediada.

Sean las cantidades:

$a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$

Sea P el promedio

$$a_1 \leq P \leq a_n$$

Ejemplo:

Si un alumno tuviera en un mismo curso la nota: 12; 14; 16 y 18, el promedio no podrá ser 10 ni 20.

$$12 < P < 18$$

Promedios importantes

Promedio aritmético

Sean: $a_1; a_2; \dots + a_n$

$$P.A. = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

$$P.A. = \frac{\text{Suma de las cantidades}}{\text{Número de cantidades}}$$

Ejemplo:

Calcula el promedio aritmético de: 1; 3; 5; 7; 10

$$P.A. = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + 10}{5}$$

$$P.A. = \frac{26}{5} = 5,2$$

$$\therefore P.A. = 5,2$$

Promedio geométrico

Sean: $a_1; a_2; \dots a_n$

$$P.G. = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

$$P.G. = \sqrt[n^{\circ} \text{cantidades}]{\text{Producto de cantidades}}$$

Ejemplo:

Calcula el promedio geométrico de 1; 2; 4; 6

$$P.G. = \sqrt[4]{1 \times 2 \times 4 \times 6}$$

$$P.G. = \sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{2^4 \times 3}$$

$$P.G. = 2\sqrt[4]{3}$$

Promedio armónico:

Sean: $a_1; a_2; a_3; \dots a_n$

$$P.H. = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

$$PH = \frac{\text{Número de Cantidades}}{\text{Suma de las inversas de las cantidades.}}$$

Ejemplo:

Calcula el promedio armónico de 4; 6; 8

$$P.H. = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}}$$

$$P.H. = \frac{3}{\frac{6}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24}} = \frac{72}{13}$$

$$P.H. = \frac{72}{13}$$

NOTA:

Si a todas las cantidades promediados se les afecta matemáticamente (sumando, restando, multiplicando, dividiendo) por una misma cantidad, entonces el promedio quedará afectado del mismo modo.

Promedio ponderado

Sean las cantidades:

$$a_1; a_2; a_3; \dots a_n$$

y los pesos

$$P_1; P_2; P_3; \dots P_n$$

$$PP = \frac{a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}$$

Ejemplo:

Sean 14 ; 13 ; 16 y 20 y sus

Pesos 3 ; 4 ; 2 ; 1

$$\Rightarrow PP = \frac{14 \times 3 + 13 \times 4 + 16 \times 2 + 20 \times 1}{3 + 4 + 2 + 1}$$

$$PP = \frac{146}{10} = 14,6$$

Ejercicios propuestos:

1. Calcula la media aritmética de 20; 30; 60 y 10.

2. Calcula la media geométrica de 2; 12 y 9.

3. Calcula la media armónica de 2; 3 y 6.

4. El promedio de 5 números es 200; si se considera un sexto número, el promedio aumenta en 50. Determina el sexto número.

5. El promedio de 30 números es 50. Si agregamos 10 números, cuyo promedio es 30. ¿Cuál es el promedio final?

6. La media aritmética de un conjunto de 40 números es 28. Si dos números, digamos 35 y 45 se quitan, la media aritmética del conjunto restante de números es:

7. El promedio de 4 números es 300; si aumentamos un quinto número, el promedio aumenta en 60. Determina el quinto número.

8. El promedio aritmético de 5 números es 140, si se agregan 5 números, la media aritmética queda aumentada en 60. ¿Cuál es la media aritmética de los 5 nuevos números?

9. El promedio de 50 números es 14; si extraemos 20 números, el promedio de los números que quedan es 12. Determina el promedio de los números que se extrajeron.

10. El peso promedio de 5 señoras es 50 kg. Si ninguna pesa menos de 45 kg, ¿cuál es el máximo peso que puede tener una de ellas?

Resolución:

Sean los pesos: $P_1; P_2; P_3; P_4; P_5$

$$\rightarrow P.A. = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{5} = 50$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 50 \cdot 5$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 250$$

, los pesos no son menores que 45 kg; entonces el peso mínimo serás 45 kg.

$$\rightarrow \underbrace{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}_{\text{mínimo}} + \underbrace{P_5}_{\text{máximo}} = 250$$

$$45 + 45 + 45 + 45 + P_5 = 250$$

$$180 + P_5 = 250$$

$$P_5 = 70$$

$$\therefore P_5 = 70$$

11. La nota promedio de 6 alumnos es 16. Si ninguna nota es menor de 12, ¿cuál es la máxima nota que puede tener uno de ellos?

12. Si el P.G. de tres números pares diferentes es 6, ¿cuál es el promedio aritmético de dichos números?

13. La edad promedio de 4 hermanos es 15 años. Si ninguno de ellos tiene más de 12 años.

¿Cuál es la mínima edad que puede tener uno de ellos?

14. De 40 alumnos de un aula, se sabe que el promedio de las

notas es 13,5. Los 6 primeros obtuvieron un promedio de 18; otros 10 alumnos un promedio de 8 y de los demás, ninguno superó 15 de nota. Determina la nota mínima posible que pudo tener un alumno de este último grupo.

Resolución

Sean las notas:

$$x_1; x_2; \dots; x_{40}$$

$$P.A. = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{40}}{40} = 13,5$$

$$x_1; x_2; \dots; x_{40} = 540$$

Ahora, veamos los grupos:

$$\underbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_6}_{18 \times 6} + \underbrace{x_7 + \dots + x_{16}}_{10 \times 8} + x_{17} + \dots + x_{40} = 540$$

$$\rightarrow 108 + 80 + x_{17} + \dots + x_{40} = 540$$

$$x_{17} + \dots + x_{40} = 352$$

La nota máxima.

$$\underbrace{x_A + x_8 + \dots + x_{39}}_{15 \times 23} + x_{40} = 352$$

$$345 + x_{40} = 352$$

$$x_{40} = 7$$

\therefore La nota mínima de un alumno es 7.

- 15.** De 30 alumnos de un aula, se sabe que el promedio de notas fue 14,5. Los 5 primeros alumnos obtuvieron un promedio

de 17, otros 12 alumnos obtuvieron un promedio de 14 y

de los demás, ninguno superó 15 de nota. Determina la nota mínima que pudo tener un alumno de este último grupo.

- 16.** La media aritmética de “n” números es 50; si se suprimen todos los 18 que son un total de “x”, la MA aumenta en “x” unidades. Determina “n” si este número es a “x” como 11 es a 3.

Ejercicios pre-uni y concursos nacionales:

1. En un taller de música todos los participantes tienen entre 7 a 10 años, inclusive, y el promedio de las edades es 8 años. Si hay exactamente 5 estudiantes de 9 años y exactamente 6 estudiantes de 10 años, determine cuántos estudiantes tienen 7 años.
2. Un muchacho tiene las siguientes notas en sus cuatro primeros exámenes: 73; 70; 58 y 68; para obtener un promedio de 67. ¿Cuál debe ser su quinta nota?
3. En una reunión la suma de las edades de los presentes es 1160 y la edad promedio es 23,2. Las edades promedio de los hombres y mujeres es 25 y 20 respectivamente. ¿Cuántas mujeres hay en dicha reunión?
4. En un colegio todos los estudiantes tienen entre 11 a 15 años, inclusive, y el promedio de sus edades es igual a 13. Todos los participantes se encontraban formando en el patio y al retirarse todos los estudiantes de 11 años, el promedio de las edades de los estudiantes restantes subió a 14, seguidamente se retiraron los estudiantes que tenían 15 años y el promedio volvió a ser 13. Finalmente, se retiraron los 40 estudiantes que quedaron. Encuentre la cantidad de estudiantes que hay en el colegio.
5. Si la media cuadrática de: x ; 6; $(3x-2)$ es $\frac{2\sqrt{42}}{3}$, Hallar x .