

FACTORIZACIÓN – 4to de secundaria.



DEFINICIÓN:

Es un proceso de transformaciones sucesivas, en el que un polinomio se expresa como una multiplicación indicada de sus factores primos, dentro de un campo numérico.

$$x^2 - 8x + 12 = (x - 6)(x - 2)$$

Factorización

Polinomio primo

Polinomio que no acepta transformación o multiplicación indicada de dos o más polinomios no constantes, pertenecientes a dicho campo numérico.

CRITERIO DE FACTORIZACIÓN

1. Criterio del factor común o agrupación de términos

Es el factor que más se repite en todos los términos de una expresión. Para factorizar se extrae el factor común, pero elevado a su menor potencia. **Ejemplo:**

$$\begin{aligned} P(a; b) &= a^2 + ab + ac + bc \\ &= a(a + b) + c(a + b) \\ &= (a + c)(a + b) \end{aligned}$$

2. Criterio de las identidades.

En estos casos, se debe tener en cuenta los diversos casos vistos en productos notables.

Ejemplo:

Factoriza:

$$\begin{aligned} x^2 - \overline{xz} + y^2 - \overline{yz} + \underline{2xy} \\ 2x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz \\ = (x + y)^2 - z(x + y) \\ = (x + y)(x + y - z) \end{aligned}$$

3. Criterio del aspa simple

Se utiliza en polinomios que adoptan la forma:

$$ax^{2n} + bx^ny^m + cy^{2m}; abc \neq 0$$

Ejemplo:

Factoriza:

$$\begin{array}{c} 5x^2 + 16x + 3 \\ \begin{array}{l} 5x \quad \nearrow \quad 1 = x \\ x \quad \searrow \quad 3 = \frac{15x}{16x} \end{array} \end{array} \downarrow (+)$$

Finalmente: $(5x + 1)(x + 3)$

4. Criterio del aspa doble

Se utiliza para factorizar polinomios que tienen la forma:

$$Ax^{2n} + Bx^ny^m + Cy^{2m} + Dx^n + Ey^m + F$$

Ejemplo:

Factoriza:

$$\begin{array}{c} 3x^2 + 10xy + 7y^2 + 7x + 15y + 2 \\ \begin{array}{l} 3x \quad \nearrow \quad 7y \quad \nearrow \quad 1 \\ x \quad \searrow \quad y \quad \searrow \quad 2 \end{array} \end{array}$$

Finalmente: $(3x + 7y + 1)(x + y + 2)$

Se utiliza para factorizar polinomios que adoptan la forma.

$$Ax^{4n} + Bx^{3n} + Cx^{2n} + Dx^n + F$$

Ejemplo:

$$x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 11x + 6$$

$$= \frac{5x^2}{4x^2}$$

$$x^2 \quad 4x \quad 3 = 3x^2$$

$$x^2 \quad x \quad 2 = \frac{2x^2}{5x^2}$$

se tiene:

$(x^2 + 4x + 3)(x^2 + x + 2)$, pero aún se puede seguir factorizando, por aspa simple el factor $(x^2 + 4x + 3)$.

$$(x + 3)(x + 1)(x^2 + x + 2)$$

IMPORTANTE

En el tema de factorización todo proceso operativo estará dado generalmente en los racionales (Q)



TRABAJANDO EN CLASE

- Factoriza el polinomio e indica un factor primo.

$$P(x, y, z) = a(x - y) + b(x - y) + c(x - y) + d(x - y) + z(x - y)$$

Indica un factor primo.

- Factoriza el siguiente polinomio e indica un factor primo.

$$P(a; b; x; y) = ax + bx + ay + by - az - bz$$

- Factoriza: $P(x; y) = x^2 - y^2 + x + y$

- Factoriza: $P(x) = 81x^4 - 1$

Resolución aplicando diferencia de

cuadrados: $P(x) = (9x^2 + 1)(9x^2 - 1)$

$$P(x) = (9x^2 + 1)(3x + 1)(3x - 1)$$

- Factoriza:

$$P(x) = x^8 - 1$$

- Factoriza el siguiente polinomio e indica la cantidad de factores primos.

$$P(a; b) = 4a^2b - 12ab^2$$

- Factoriza el polinomio e indica la cantidad de factores primos.

$$P(a; b; c) = a^2(a + b) + b^2(a + b) - c^2(a + b)$$

- Factoriza el polinomio e indica la suma de sus factores primos.

$$P(x) = 6x^2 + 13x - 5$$

Resolución:

$$P(x) = 6x^2 + 13x - 5$$

$$\begin{array}{cc} 3x & 1 \\ 2x & 5 \end{array}$$

$$P(x) = (3x - 1)(2x + 5)$$

∴ Suma de factores primos:

$$3x - 1 + 2x + 5 = 5x + 4$$

- Factoriza el polinomio e indica la suma de factores primos.

$$P(x) = 8x - 20 + x^2$$

- Factoriza el polinomio e indica la cantidad de factores primos.

$$P(m; y) = 34my^2 + 119m^2y - 68m^3$$

- Factoriza el polinomio e indica un factor primo.

$$P(x; y) = 12x^2 + 20xy + 18x + 3y^2 - 5y - 12$$

- Factoriza el polinomio e indica un factor primo.

$$P(x; y) = 12x^2 + 20xy + 18x + 3y^2 - 5y - 12$$

Resolución:

$$P(x; y) = 12x^2 + 20xy + 3y^2 + 18x - 5y - 12$$

$$P(x; y) = 12x^2 + 20xy + 3y^2 + 18x - 5y - 12$$

$$\begin{array}{ccc} 6x & y & 3 \\ 2x & 3y & 4 \end{array}$$

$$P(x; y) = (6x + y - 3)(2x + 3y + 4)$$

- Factoriza el polinomio e indica un factor primo.

$$p(x; y) = 6x^2 + 5xy - 6y^2 - 5x - 14y - 4$$

- Factoriza el polinomio e indica la cantidad de factores primos

$$P(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$$

Ejercicios pre-uni y concursos nacionales:

1. Factorizar: $P(x) = x^5 + 2x^2 - x + 1$. ¿Cuánto es la suma de los coeficientes de los factores primos?
2. En el siguiente polinomio: $H(x) = ax^4 + cx^3 - bx^2 - cx + 2$. Se tiene que $x - 1$ y $2x^2 - 3x - 2$ son dos de sus factores primos, calcular el otro factor.
3. ¿Para qué valor de n el trinomio:

$$P(x, y) = nx^6 + 8x^3y + 25y^2?$$

4. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(x - 1)^2$ y $(x + 1)^2$ se obtienen los restos $1 + 2x$ y $1 - 2x$, respectivamente. Sea $R(x)$ el resto que se obtiene al dividir $P(x)$ entre $(x^2 - 1)^2$. Calcule el valor de $R(12)$.
5. Si $P(x)$ es un polinomio de tercer grado tal que $P(-2) = -23$; $P(-1) = -5$; $P(0) = 7$, Halla la suma de los coeficientes de $P(x)$.