

# NI-KOP – úkol 2

Ondřej Kvapil

## Kombinatorická optimalizace: problém batohu

### Zadání

- Na sadách instancí (NK, ZKC, ZKW) experimentálně vyhodnoťte závislost výpočetního času a u všech heuristických algoritmů také relativní chyby (průměrné i maximální) na velikosti instance následujících algoritmů pro
  - konstruktivní verzi problému batohu:
  - Metoda větví a hranic.
  - Metoda dynamického programování (dekompozice podle kapacity nebo podle cen),
  - Jednoduchá greedy heuristika
  - Modifikace této heuristiky (redux), která uvažuje také řešení se sólo nejdražší věcí
  - FPTAS algoritmem, tj. s použitím modifikovaného dynamického programování s dekompozicí podle ceny (při použití dekompozice podle kapacity není algoritmus FPTAS)
- Experiment má odpovědět na tyto otázky:
  - Odpovídají obě závislosti (kvality a času) předpokladům?
  - Je některá heuristická metoda systematicky lepší (tzv. dominance) v některém kritériu?
  - Jak se liší obtížnost jednotlivých sad z hlediska jednotlivých metod?
  - Jaká je závislost maximální chyby ( $\varepsilon$ ) a času FPTAS algoritmu na zvolené přesnosti? Odpovídá předpokladům?

### Pokyny

Algoritmy naprogramujte, využijte části programů z minulé úlohy.

Metodu větví a hranic použijte tak, aby omezujícím faktorem byla hodnota optimalizačního kritéria. Tj. použijte ořezávání shora (překročení kapacity batohu) i zdola (stávající řešení nemůže být lepší než nejlepší dosud nalezené).

Pozor! Pokud implementujete FPTAS pomocí zanedbávání bitů, musíte pro daný počet zanedbaných bitů vypočítat max. chybu ( $\varepsilon$ ). V experimentálních výsledcích by počet zanedbaných bitů neměl figurovat, neb neříká nic konkrétního o přesnosti. Pozor, tato max. chyba je jiná pro každou instanci, nezávisí pouze na velikosti instance, ale také na max. ceně.

Pozor! V některých instancích se objevují věci, které svojí hmotností překračují kapacitu batohu. Samozřejmě se jedná o platné instance. Nicméně tyto věci komplikují přepočty cen u FPTAS. Zvažte sami, jak se s tím vypořádat. Řešení je snadné.

Pozn.: u této úlohy je opravdu lepší měřit skutečný CPU čas, namísto počtu konfigurací, jak tomu bylo u předchozího úkolu. Srovnávají se zde principiálně velice odlišné algoritmy, najít jiný relevantní způsob měření složitosti by bylo obtížné (ne-li nemožné).

## Zpráva bude obsahovat

- ☐ Popis implementovaných metod.
- ☐ Srovnání výpočetních časů metody větví a hranic, dynamického programování a heuristiky cena/váha (stačí jedna). Grafy vítány.
  - Tj. závislosti výpočetních časů na velikosti instance
- ☐ Porovnání relativních chyb (průměrných a maximálních) obou heuristik.
  - Tj. závislosti rel. chyby na velikosti instance
- ☐ U FPTAS algoritmu pozorujte (naměřte, zdokumentujte) závislost chyby a výpočetního času algoritmu na zvolené přesnosti zobrazení (pro několik různých přesností), srovnání maximální naměřené chyby s teoreticky předpokládanou.
  - Tj. zvolte několik požadovaných přesností ( $\varepsilon$ ), v závislosti na  $\varepsilon$  měřte čas běhu a reálnou (maximální, případně i průměrnou) chybu algoritmu
- ☐ Zhodnocení naměřených výsledků.

## Bonusový bod

Na bonusový bod musí práce obsahovat přínos navíc. Takové přínosy jsou například:

- Srovnání různých dekompozic v dynamickém programování (podle váhy, podle kapacity)
- detailní experimentální analýza FPTAS algoritmu,
- atd.

## Řešení

Úkoly předmětu NI-KOP jsem se rozhodl implementovat v jazyce Rust za pomoci nástrojů na *literate programming* – přístup k psaní zdrojového kódu, který upřednostňuje lidsky čitelný popis před seznamem příkazů pro počítač. Tento dokument obsahuje veškerý zdrojový kód nutný k reprodukci mé práce. Výsledek je dostupný online jako statická webová stránka a ke stažení v PDF.

## Instrukce k sestavení programu

Program využívá standardních nástrojů jazyka Rust. O sestavení stačí požádat `cargo`.

```
cd solver
cargo build --release --color always
```

## Benchmarking

Pro provedení měření výkonu programu jsem využil nástroje Hyperfine.

```
uname -a
./cpufetch --logo-short --color ibm
mkdir -p docs/measurements/
cd solver
hyperfine --export-json ../docs/bench.json \
  --parameter-list n 4,10,15 \
  --parameter-list set NK,ZKC,ZKW \
  --parameter-list alg bb,dp,greedy,redux \
  --min-runs 4 \
  --style color \
  'cargo run --release -- {alg} \
    < ds/{set}{n}_inst.dat \
    > ../docs/measurements/{alg}-{set}{n}.txt' 2>&1 \
  | fold -w 120 -s
```

Měření ze spuštění Hyperfine jsou uložena v souboru `docs/bench.json`, který následně zpracujeme do tabulky níže.

```
echo "alg.,sada,\$n\$,průměr,\$pm \sigma\$,minimum,medián,maximum" > docs/bench.csv
jq -r \
  '[] | .[] | [.parameters.alg, .parameters.set, .parameters.n
    , ([.mean, .stddev, .min, .median, .max]
      | map("**" + (100000 * . + 0.5
        | floor
        | . / 100
        | tostring
        | if test("\\.") then sub("\\."; "**.") else . + "**" end
        ) + " ms"
      )
    ] | flatten | @csv' \
  docs/bench.json \
>> docs/bench.csv
echo ""
```

Table 1: Měření výkonu pro různé kombinace velikosti instancí problému ( $n$ ) a zvoleného algoritmu.

alg.	sada	$n$	průměr	$\pm\sigma$	minimum	medián	maximum
bb	NK	4	<b>168.6</b> ms	<b>20.52</b> ms	<b>141.3</b> ms	<b>166.02</b> ms	<b>211.76</b> ms
bb	NK	10	<b>168.73</b> ms	<b>25.07</b> ms	<b>131.06</b> ms	<b>163.01</b> ms	<b>228.34</b> ms
bb	NK	15	<b>202.17</b> ms	<b>34.27</b> ms	<b>169.48</b> ms	<b>187.93</b> ms	<b>285.78</b> ms
bb	ZKC	4	<b>168.91</b> ms	<b>22.82</b> ms	<b>130.83</b> ms	<b>175.6</b> ms	<b>201.87</b> ms
bb	ZKC	10	<b>178.01</b> ms	<b>28.64</b> ms	<b>141.34</b> ms	<b>181.28</b> ms	<b>260.01</b> ms
bb	ZKC	15	<b>389.08</b> ms	<b>46.98</b> ms	<b>348.44</b> ms	<b>377.67</b> ms	<b>486.57</b> ms
bb	ZKW	4	<b>175.81</b> ms	<b>41.53</b> ms	<b>130.66</b> ms	<b>160.97</b> ms	<b>242.92</b> ms
bb	ZKW	10	<b>163.02</b> ms	<b>27.62</b> ms	<b>129.4</b> ms	<b>166.17</b> ms	<b>212.43</b> ms
bb	ZKW	15	<b>166.26</b> ms	<b>34.15</b> ms	<b>126.33</b> ms	<b>163.6</b> ms	<b>235.01</b> ms
dp	NK	4	<b>171.11</b> ms	<b>23.77</b> ms	<b>138.48</b> ms	<b>162.23</b> ms	<b>224.49</b> ms
dp	NK	10	<b>248.02</b> ms	<b>44.06</b> ms	<b>194.87</b> ms	<b>243.24</b> ms	<b>325.2</b> ms
dp	NK	15	<b>389.21</b> ms	<b>53.44</b> ms	<b>328.41</b> ms	<b>389.63</b> ms	<b>484.8</b> ms
dp	ZKC	4	<b>174.02</b> ms	<b>30.94</b> ms	<b>139.92</b> ms	<b>170.07</b> ms	<b>239.77</b> ms
dp	ZKC	10	<b>259.97</b> ms	<b>39.88</b> ms	<b>219.28</b> ms	<b>252.52</b> ms	<b>328.4</b> ms
dp	ZKC	15	<b>449.03</b> ms	<b>39.17</b> ms	<b>380.77</b> ms	<b>442.85</b> ms	<b>501.52</b> ms
dp	ZKW	4	<b>181.46</b> ms	<b>24.25</b> ms	<b>141.44</b> ms	<b>185.98</b> ms	<b>228.2</b> ms
dp	ZKW	10	<b>169.3</b> ms	<b>23.98</b> ms	<b>135.01</b> ms	<b>162.28</b> ms	<b>212.17</b> ms
dp	ZKW	15	<b>188.2</b> ms	<b>32.47</b> ms	<b>145.04</b> ms	<b>179.23</b> ms	<b>251.58</b> ms
greedy	NK	4	<b>170.03</b> ms	<b>27.71</b> ms	<b>133.45</b> ms	<b>166.28</b> ms	<b>235</b> ms
greedy	NK	10	<b>155.72</b> ms	<b>25.91</b> ms	<b>129.69</b> ms	<b>147.79</b> ms	<b>211.34</b> ms
greedy	NK	15	<b>166.65</b> ms	<b>24.58</b> ms	<b>130.09</b> ms	<b>165.31</b> ms	<b>219.54</b> ms
greedy	ZKC	4	<b>163.1</b> ms	<b>29.96</b> ms	<b>129.22</b> ms	<b>165.25</b> ms	<b>243.57</b> ms
greedy	ZKC	10	<b>177.42</b> ms	<b>21.59</b> ms	<b>138.04</b> ms	<b>182.01</b> ms	<b>210.17</b> ms
greedy	ZKC	15	<b>174.87</b> ms	<b>23.33</b> ms	<b>130.61</b> ms	<b>173.39</b> ms	<b>207.96</b> ms
greedy	ZKW	4	<b>162.93</b> ms	<b>27.87</b> ms	<b>130.8</b> ms	<b>159.51</b> ms	<b>219.56</b> ms
greedy	ZKW	10	<b>158.3</b> ms	<b>21.98</b> ms	<b>126.01</b> ms	<b>155.08</b> ms	<b>200.67</b> ms
greedy	ZKW	15	<b>161.14</b> ms	<b>30.04</b> ms	<b>128.68</b> ms	<b>159.7</b> ms	<b>218.74</b> ms
redux	NK	4	<b>170.83</b> ms	<b>30.92</b> ms	<b>129.06</b> ms	<b>168.92</b> ms	<b>213.26</b> ms

alg.	sada	$n$	průměr	$\pm\sigma$	minimum	medián	maximum
redux	NK	10	<b>162.25</b> ms	<b>40.69</b> ms	<b>132.51</b> ms	<b>140.87</b> ms	<b>255.29</b> ms
redux	NK	15	<b>159.47</b> ms	<b>20.62</b> ms	<b>131.86</b> ms	<b>158.15</b> ms	<b>214.79</b> ms
redux	ZKC	4	<b>162.76</b> ms	<b>26.57</b> ms	<b>132.76</b> ms	<b>150.9</b> ms	<b>221.93</b> ms
redux	ZKC	10	<b>166.57</b> ms	<b>25</b> ms	<b>130.31</b> ms	<b>160.28</b> ms	<b>214.75</b> ms
redux	ZKC	15	<b>159.33</b> ms	<b>25.44</b> ms	<b>128.41</b> ms	<b>151.73</b> ms	<b>231.42</b> ms
redux	ZKW	4	<b>166.25</b> ms	<b>25.58</b> ms	<b>134.27</b> ms	<b>164.48</b> ms	<b>212.73</b> ms
redux	ZKW	10	<b>175.03</b> ms	<b>35.82</b> ms	<b>128.42</b> ms	<b>162.42</b> ms	<b>241.15</b> ms
redux	ZKW	15	<b>180.46</b> ms	<b>23.31</b> ms	<b>136.74</b> ms	<b>187.54</b> ms	<b>207.46</b> ms

## Srovnání algoritmů

```
<<preprocessing>>
```

```
<<performance-chart>>
```

```
<<histogram>>
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from pandas.core.tools.numeric import to_numeric

bench = pd.read_csv("docs/bench.csv", dtype = "string")
bench.rename({
    "alg.": "alg",
    "$n$": "n",
    "sada": "set",
    "průměr": "avg",
    "$\pm \sigma$": "sigma",
    "medián": "median",
    "minimum": "min",
    "maximum": "max",
},
    inplace = True,
    errors = "raise",
    axis = 1,
)

numeric_columns = ["n", "avg", "sigma", "min", "median", "max"]
bench[numeric_columns] = bench[numeric_columns].apply(lambda c:
    c.apply(lambda x:
        to_numeric(x.replace("**", "").replace(" ms", ""))
    )
)

# Create a figure and a set of subplots.
fig, ax = plt.subplots(figsize = (11, 6))
labels = {
    "bf": "Hrubá síla"
    , "bb": "Branch & bound"
    , "dp": "Dynamické programování"
}
```

```

# Group the dataframe by alg and create a line for each group.
for name, group in bench.groupby(["alg", "set"]):
    (x, y, sigma) = (group["n"], group["avg"], group["sigma"])
    ax.plot(x, y, label = labels[name[0]] + " na sadě " + name[1])
    ax.fill_between(x, y + sigma, y - sigma, alpha = 0.3)

# Axis metadata: ticks, scaling, margins, and the legend
plt.xticks(bench["n"])
ax.set_yscale("log", base = 10)
ax.margins(0.05, 0.1)
ax.legend(loc="upper left")

# Reverse the legend
handles, labels = plt.gca().get_legend_handles_labels()
order = range(len(labels) - 1, -1, -1)
plt.legend([handles[idx] for idx in order], [labels[idx] for idx in order])

plt.savefig("docs/assets/graph.svg")

```

Závislost doby běhu na počtu předmětů. Částečně průhledná oblast značí směrodatnou odchylku ( $\sigma$ ).

```
import os
```

```

# Load the data
data = []

for filename in os.listdir('docs/measurements'):
    if filename.endswith(".txt"):
        alg = filename[:-4]
        with open('docs/measurements/' + filename) as f:
            for line in f:
                data.append({'alg': alg, 'n': int(line)})

df = pd.DataFrame(data)

# Plot the histograms

for alg in df.alg.unique():
    plt.figure()
    plt.xlabel('Počet konfigurací')
    plt.ylabel('Četnost výskytu')
    plt.hist(df[df.alg == alg].n, color = 'tab:blue' if alg[-3] == 'N' else 'orange', bins = 20)
    plt.xlim(xmin = 0)
    plt.savefig('docs/assets/histogram-' + alg + '.svg')
    plt.close()

```

Sada NR: Hrubá síla pro  $n = 15$

Sada NR: Metoda větví a hranic pro  $n = 15$

Sada ZR: Hrubá síla pro  $n = 15$

Sada ZR: Metoda větví a hranic pro  $n = 15$

## Analýza

**Vyhovují nejhorší případy očekávané závislosti?** Ano. Jak ukazují měření, s rostoucím počtem předmětů v batohu počet konfigurací i skutečný CPU čas velmi rychle roste. Pro  $n < 15$  můžeme pozorovat jisté fluktuace doby běhu, pro větší instance už ale není pochyb.

**Závisí střední hodnota výpočetní závislosti na sadě instancí?** Pro hrubou sílu není znát velký rozdíl, ale rozdíly metody větví a hranic jsou mezi sadami dobře vidět z histogramů v předchozí podsekcí. Metoda větví a hranic si k rychlému ukončení dopomáhá součtem cen dosud nepřidaných předmětů – strom rekurzivních volání se zařízne, pokud nepřidané předměty nemohou dosáhnout ceny nejlepšího známého řešení. Aby tato podmínka výpočet urychlila, měly by se lehké, cenné předměty nacházet především na začátku seznamu. Zdá se, že sada ZR obsahuje méně takto vhodných instancí. Algoritmus bych chtěl do budoucna vylepšit předzpracováním v podobě seřazení seznamu předmětů.

## Implementace

Program začíná definicí datové struktury reprezentující instanci problému batohu.

```
#[derive(Debug, PartialEq, Eq, Clone)]
struct Instance {
    id: i32, m: u32, items: Vec<(u32, u32)>
}
```

Následující úryvek poskytuje ptačí pohled na strukturu souboru. Použité knihovny jsou importovány na začátku, následuje již zmíněná definice instance problému, dále funkce `main()`, parser, definice struktury řešení a její podpůrné funkce, samotné algoritmy řešiče a v neposlední řadě sada automatických testů.

```
<<imports>>

<<algorithm-map>>

fn main() -> Result<()> {
    let algorithms = get_algorithms();

    let alg = {
        <<select-algorithm>>
    }?;

    loop {
        match parse_line(&mut stdin().lock())?.as_ref().map(alg) {
            Some(Solution { visited, .. }) => println!("{}", visited),
            None => return Ok(())
        }
    }
}

<<problem-instance-definition>>

#[derive(Debug, PartialEq, Eq, Clone)]
struct OptimalSolution {
    id: i32, cost: u32, items: Config
}

<<solution-definition>>
```

```
<<parser>>
```

```
impl Instance {
  <<solver-dp>>

  fn fptas(&self, eps: f64) -> Solution {
    let Instance {m: _, items, ..} = self;
    let _items = items.iter().map(|(w, c)| (w, (*c as f64 / eps).floor()));

    // fully polynomial time approximation scheme for knapsack
    todo!()
  }

  <<solver-greedy>>

  <<solver-greedy-redux>>

  <<solver-bb>>

  <<solver-bf>>
}
```

```
<<tests>>
```

Řešení v podobě datové struktury `Solution` má kromě reference na instanci problému především bit array udávající množinu předmětů v pomyslném batohu. Zároveň nese informaci o počtu navštívených konfigurací při jeho výpočtu.

```
type Config = BitArr!(for 64);
#[derive(PartialEq, Eq, Clone, Copy, Debug)]
struct Solution<'a> { weight: u32, cost: u32, cfg: Config, visited: u64, inst: &'a Instance }
```

```
<<solution-helpers>>
```

Protože se strukturami typu `Solution` se v algoritmech pracuje hojně, implementoval jsem pro ně koncept řazení a pomocné metody k počítání navštívených konfigurací a přidávání předmětů do batohu.

```
impl <'a> PartialOrd for Solution<'a> {
  fn partial_cmp(&self, other: &Self) -> Option<cmp::Ordering> {
    use cmp::Ordering;
    let Solution {weight, cost, ..} = self;
    Some(match cost.cmp(&other.cost) {
      Ordering::Equal => weight.cmp(&other.weight).reverse(),
      other => other,
    })
  }
}

impl <'a> Ord for Solution<'a> {
  fn cmp(&self, other: &Self) -> cmp::Ordering {
    self.partial_cmp(other).unwrap()
  }
}
```

```

impl <'a> Solution<'a> {
  fn with(mut self, i: usize) -> Solution<'a> {
    let (w, c) = self.inst.items[i];
    if !self.cfg[i] {
      self.cfg.set(i, true);
      self.weight += w;
      self.cost += c;
    }
    self
  }

  fn set_visited(self, v: u64) -> Solution<'a> {
    Solution { visited: v, ..self }
  }

  fn incr_visited(self) -> Solution<'a> {
    self.set_visited(self.visited + 1)
  }

  fn default(inst: &'a Instance) -> Solution<'a> {
    Solution { weight: 0, cost: 0, cfg: Config::default(), visited: 0, inst }
  }
}

```

## Algoritmy

Aby bylo k jednotlivým implementacím jednoduché přistupovat, všechny implementované algoritmy jsou uloženy pod svými názvy v BTreeMapě. Tu používáme při vybírání algoritmu pomocí argumentu předaného na příkazové řádce, v testovacím kódu na testy všech implementací atp.

```

fn get_algorithms() -> BTreeMap<&'static str, fn(&Instance) -> Solution> {
  let cast = |x: fn(&Instance) -> Solution| x;
  // the BTreeMap works as a trie, maintaining alphabetic order
  BTreeMap::from([
    ("bf", cast(Instance::brute_force)),
    ("bb", cast(Instance::branch_and_bound)),
    ("dp", cast(Instance::dynamic_programming)),
    // ("fptas", cast(|inst| inst.fptas(0.5))),
    ("greedy", cast(Instance::greedy)),
    ("redux", cast(Instance::greedy_redux)),
  ])
}

```

**Hladový přístup** Implementace hladové strategie využívá knihovny `permutation`. Problém ve skutečnosti řešíme na isomorfní instanci, která má předměty uspořádané. Jediné, co se změní, je pořadí, ve kterém předměty navštěvujeme. Proto stačí aplikovat řadicí permutaci předmětů na posloupnost indexů, které procházíme. Přesně to dělá výraz `(0..items.len()).map(ord)`.

```

fn greedy(&self) -> Solution {
  use ::permutation::*;
  let Instance {m, items, ..} = self;
  fn ratio((w, c): (u32, u32)) -> f64 { c as f64 / w as f64 }
}

```



```

let permutation = sort_by(
    &(items)[..],
    |a, b|
        ratio(*a)
        .partial_cmp(&ratio(*b))
        .unwrap()
        .reverse() // max value first
);
let ord = { #[inline] |i| permutation.apply_idx(i) };

let mut sol = Solution::default(self);
for i in (0..items.len()).map(ord) {
    let (w, _c) = items[i];
    if sol.weight + w <= *m {
        sol = sol.with(i);
    } else { break }
}

sol
}

```

**Hladový přístup – redux** Redux verze hladové strategie je více méně deklarativní. Výsledek redux algoritmu je maximum z hladového řešení a řešení sestávajícího pouze z nejdražšího předmětu. K indexu nejdražšího předmětu dojdeme tak, že sepneme posloupnosti indexů a předmětů, vyřadíme prvky, jejichž váha přesahuje kapacitu batohu a vybereme maximální prvek podle ceny.

```

fn greedy_redux(&self) -> Solution {
    let greedy = self.greedy();
    (0_usize..)
        .zip(self.items.iter())
        .filter(|(_, (w, _))| *w <= self.m)
        .max_by_key(|(_, (_, c))| c)
        .map(|(highest_price_index, _)|
            max(greedy, Solution::default(self).with(highest_price_index))
        ).unwrap_or(greedy)
}

```

## Hrubá síla

```

fn brute_force(&self) -> Solution {
    fn go<'a>(items: &'a [(u32, u32)], current: Solution<'a>, i: usize, m: u32) -> Solution<'a> {
        if i >= items.len() { return current }

        let (w, _c) = items[i];
        let next = |current, m| go(items, current, i + 1, m);
        let include = || {
            let current = current.with(i).incr_visited();
            next(current, m - w)
        };
        let exclude = || next(current.incr_visited(), m);

        if w <= m {

```

```

        let x = include();
        let y = exclude();
        max(x, y).set_visited(x.visited + y.visited)
    }
    else { exclude() }
}

let empty = Solution { weight: 0, cost: 0, visited: 0, cfg: Default::default(), inst: self };
go(&self.items, empty, 0, self.m)
}

```

## Branch & bound

```

fn branch_and_bound(&self) -> Solution {
    struct State<'a>(&'a Vec<(u32, u32)>, Vec<u32>);
    let prices: Vec<u32> = {
        self.items.iter().rev()
        .scan(0, |sum, (_w, c)| {
            *sum += c;
            Some(*sum)
        })
        .collect::<Vec<_>>().into_iter().rev().collect()
    };

    fn go<'a>(state: &'a State, current: Solution<'a>, best: Solution<'a>, i: usize, m: u32) -> Solution {
        let State(items, prices) = state;
        if i >= items.len() || current.cost + prices[i] <= best.cost {
            return current
        }

        let (w, _c) = items[i];
        let next = |current, best, m| go(state, current, best, i + 1, m);
        let include = || {
            let current = current.with(i);
            let count = max(current.visited, best.visited);
            next(current.incr_visited(), max(current, best).set_visited(count + 1), m - w)
        };
        let exclude = |best: Solution<'a>| next(current.incr_visited(), best.incr_visited(), m);

        if w <= m {
            let x = include();
            let y = exclude(x);
            Solution { visited: x.visited + y.visited, ..max(x, y) }
        }
        else { exclude(best) }
    }

    // FIXME borrowck issues
    let state = State(&self.items, prices);
    let empty = Solution::default(self);
    Solution { inst: self, ..go(&state, empty, empty, 0, self.m) }
}

```

**Dynamiccké programování** Kromě dvou zkoumaných algoritmů jsem implementoval ještě třetí, který je ovšem založen na dynamicckém programování. Jeho časová složitost je  $\Theta(nM)$ , kde  $M$  je kapacita batohu. Vzhledem k parametrům vstupních dat v tomto úkolu zvládá i ZR40 vstupy extrémně rychle (všech 500 instancí pod 300 ms), s velkými hodnotami  $M$  by si ovšem neporadil. V tuto chvíli nelze použít, protože počítá jen (konstruktivní) cenu, nikoliv celé řešení v podobě objektu struktury `Solution` jako je tomu u ostatních dvou.

```
fn _dynamic_programming_naive(&self) -> u32 {
    let (m, items) = (self.m, &self.items);
    let mut next = vec![0; m as usize + 1];
    let mut last = vec![];

    for i in 1..=items.len() {
        let (weight, cost) = items[i - 1];
        last.clone_from(&next);

        for cap in 0..=m as usize {
            next[cap] = if (cap as u32) < weight {
                last[cap]
            } else {
                let rem_weight = max(0, cap as isize - weight as isize) as usize;
                max(last[cap], last[rem_weight] + cost)
            };
        }

        *next.last().unwrap() //>= b
    }

    fn dynamic_programming(&self) -> Solution {
        let Instance {m, items, ..} = self;
        let mut next = vec![Solution::default(self); *m as usize + 1];
        let mut last = vec![];

        for i in 1..=items.len() {
            let (weight, _cost) = items[i - 1];
            last.clone_from(&next);

            for cap in 0 ..= *m as usize {
                let s = if (cap as u32) < weight {
                    last[cap]
                } else {
                    let rem_weight = max(0, cap as isize - weight as isize) as usize;
                    max(last[cap], last[rem_weight].with(i - 1))
                };
                next[cap] = s;
            }

            *next.last().unwrap() //>= b
        }
    }
}
```

## Závěr

Tento úvodní problém byl příležitostí připravit si technické zázemí pro nadcházející úkoly. Implementace, které odevzdávám, se značně spoléhají na bezpečí typového systému jazyka Rust. Čas ukáže, jestli to usnadní jejich další rozšiřování a obohacování. Zadání jsem se pokusil splnit v celém rozsahu, ale neměl jsem už čas implementovat ořezávání s pomocí fragmentální varianty problému batohu v metodě větví a hranic.

## Appendix

Dodatek obsahuje nezajímavé části implementace, jako je import symbolů z knihoven.

```
use std::{collections::BTreeMap, io::{stdin, BufRead}, str::FromStr, cmp, cmp::max};
use anyhow::{Context, Result, anyhow};
use bitvec::prelude::BitArr;
```

```
#[cfg(test)]
#[macro_use(quickcheck)]
extern crate quickcheck_macros;
```

Zpracování vstupu zajišťuje jednoduchý parser pracující řádek po řádku. Pro testy je tu parser formátu souborů s optimálními řešeními.

<<boilerplate>>

```
fn parse_line<T>(stream: &mut T) -> Result<Option<Instance>> where T: BufRead {
    let mut input = String::new();
    if stream.read_line(&mut input)? == 0 {
        return Ok(None)
    }

    let mut numbers = input.split_whitespace();
    let id = numbers.parse_next()?;
    let n = numbers.parse_next()?;
    let m = numbers.parse_next()?;

    let mut items: Vec<(u32, u32)> = Vec::with_capacity(n);
    for _ in 0..n {
        let w = numbers.parse_next()?;
        let c = numbers.parse_next()?;
        items.push((w, c));
    }

    Ok(Some(Instance {id, m, items}))
}

#[cfg(test)]
fn parse_solution_line<T>(mut stream: T) -> Result<Option<OptimalSolution>> where T: BufRead {
    let mut input = String::new();
    if stream.read_line(&mut input)? == 0 {
        return Ok(None)
    }

    let mut numbers = input.split_whitespace();
```

```

let id = numbers.parse_next()?;
let n = numbers.parse_next()?;
let cost = numbers.parse_next()?;

let mut items = Config::default();
for i in 0..n {
    let a: u8 = numbers.parse_next()?;
    items.set(i, a == 1);
}

Ok(Some(OptimalSolution {id, cost, items}))
}

```

Výběr algoritmu je řízen argumentem předaným na příkazové řádce. Příslušnou funkci vrátíme jako hodnotu tohoto bloku:

```

let args: Vec<String> = std::env::args().collect();
if args.len() == 2 {
    let alg = &args[1][..];
    if let Some(f) = algorithms.get(alg) {
        Ok(f)
    } else {
        Err( anyhow!("\"{}\" is not a known algorithm", alg))
    }
} else {
    println!(
        "Usage: {} <algorithm>\n\twhere <algorithm> is one of {}",
        args[0],
        algorithms.keys().map(ToString::to_string).collect::<Vec<_>>().join(", ")
    );
    Err( anyhow!("Expected 1 argument, got {}", args.len() - 1))
}

```

Trait Boilerplate definuje funkci parse\_next pro zkrácení zápisu zpracování vstupu.

```

trait Boilerplate {
    fn parse_next<T: FromStr>(&mut self) -> Result<T>
        where <T as FromStr>::Err: std::error::Error + Send + Sync + 'static;
}

impl Boilerplate for std::str::SplitWhitespace<'_> {
    fn parse_next<T: FromStr>(&mut self) -> Result<T>
        where <T as FromStr>::Err: std::error::Error + Send + Sync + 'static {
        let str = self.next().ok_or_else(|| anyhow!("unexpected end of input"))?;
        str.parse::<T>()
            .with_context(|| format!("cannot parse {}", str))
    }
}

```

## Automatické testy

Implementaci doplňují automatické testy k ověření správnosti, včetně property-based testu s knihovnou quickcheck.

```

#[cfg(test)]
mod tests {
    use super::*;
    use quickcheck::{Arbitrary, Gen};
    use std::{fs::{read_dir, File}, io::BufReader, collections::HashMap};

    impl Arbitrary for Instance {
        fn arbitrary(g: &mut Gen) -> Instance {
            Instance {
                id: i32::arbitrary(g),
                m: u32::arbitrary(g).min(10_000),
                items: Vec::arbitrary(g)
                    .into_iter()
                    .take(10)
                    .map(|(w, c): (u32, u32)| (w.min(10_000), c.min(10_000)))
                    .collect(),
            }
        }

        fn shrink(&self) -> Box<dyn Iterator<Item = Self>> {
            let data = self.clone();
            let chain: Vec<Instance> = quickcheck::empty_shrinker()
                .chain(self.id.shrink().map(|id| Instance {id, ..(&data).clone()}))
                .chain(self.m.shrink().map(|m| Instance {m, ..(&data).clone()}))
                .chain(self.items.shrink().map(|items| Instance {items, ..data}))
                .collect();
            Box::new(chain.into_iter())
        }
    }

    impl <'a> Solution<'a> {
        fn assert_valid(&self, i: &Instance) {
            let Instance { m, items, .. } = i;
            let Solution { weight: w, cost: c, cfg, .. } = self;

            let (weight, cost) = items
                .into_iter()
                .zip(cfg)
                .map(|((w, c), b)| {
                    if *b { (*w, *c) } else { (0, 0) }
                })
                .reduce(|(a0, b0), (a1, b1)| (a0 + a1, b0 + b1))
                .unwrap_or_default();

            // println!("{}", weight, *m);
            assert!(weight <= *m);

            // println!("{}", cost, *c);
            assert_eq!(cost, *c);

            // println!("{}", weight, *w);
            assert_eq!(weight, *w);
        }
    }
}

```

```

    }
}

#[test]
fn stupid() {
    // let i = Instance { id: 0, m: 1, b: 0, items: vec![(1, 0), (1, 0)] };
    // i.branch_and_bound2().assert_valid(&i);
    let i = Instance { id: 0, m: 1, items: vec![(1, 1), (1, 2), (0, 1)] };
    let bb = i.branch_and_bound();
    assert_eq!(bb.cost, i.dynamic_programming().cost);
    assert_eq!(bb.cost, i.greedy_redux().cost);
    assert_eq!(bb.cost, i.brute_force().cost);
    assert_eq!(bb.cost, i.greedy().cost);
}

fn load_solutions() -> Result<HashMap<u32, i32>, OptimalSolution>> {
    let mut solutions = HashMap::new();

    let files = read_dir("../data/constructive/")?
        .filter(|res| res.as_ref().ok().filter(|f| {
            let name = f.file_name().into_string().unwrap();
            f.file_type().unwrap().is_file() &&
            name.starts_with("NK") &&
            name.ends_with("_sol.dat")
        }).is_some());

    for file in files {
        let file = file?;
        let n = file.file_name().into_string().unwrap()[2..].split('_').nth(0).unwrap().parse()?;
        let mut stream = BufReader::new(File::open(file.path())?);
        while let Some(opt) = parse_solution_line(&mut stream)? {
            solutions.insert((n, opt.id), opt);
        }
    }

    Ok(solutions)
}

#[test]
fn proper() -> Result<()> {
    type Solver = for<'a> fn(&'a Instance) -> Solution<'a>;
    let algs = get_algorithms();
    let algs: Vec<&Solver> = algs.values().collect();
    let opts = load_solutions()?;
    println!("loaded {} optimal solutions", opts.len());

    let solve: for<'a> fn(&Vec<_>, &'a _) -> Vec<Solution<'a>> =
        |algs, inst|
        algs.iter().map(|alg: &&Solver| alg(inst)).collect();
    // find files in the 'ds' directory
    let files = read_dir("../ds/")?
        .filter(|res| res.as_ref().ok().filter(|f| {

```

```

        let file_name = f.file_name();
        let file_name = file_name.to_str().unwrap();
        // keep only regular files
        f.file_type().unwrap().is_file() &&
        // ... whose names start with NK
        file_name.starts_with("NR") &&
        // ... and continue with an integer between 0 and 15
        file_name[2..]
            .split('_').nth(0).unwrap().parse::<u32>().ok()
            .filter(|n| (0..12).contains(n)).is_some()).is_some());
    for file in files {
        let file = file?;
        println!("Testing {}", file.file_name().to_str().unwrap());
        // open the file
        let mut r = BufReader::new(File::open(file.path())?);
        // solve each instance with all algorithms
        while let Some(slans) = parse_line(&mut r)?.as_ref().map(|x| solve(&algs, x)) {
            // verify correctness
            slans.iter().for_each(|s| {
                s.assert_valid(&s.inst);
                let key = (s.inst.items.len() as u32, -s.inst.id);
                assert!(s.cost <= opts[&key].cost);
            });
        }
    }
    Ok(())
}

#[test]
fn small_bb_is_correct() {
    let a = Instance {
        id: -10,
        m: 165,
        items: vec![(86, 744)
                    , (214, 1373)
                    , (236, 1571)
                    , (239, 2388)
                    ],
    };
    a.branch_and_bound().assert_valid(&a);
}

#[test]
fn bb_is_correct() -> Result<()> {
    use std::fs::File;
    use std::io::BufReader;
    let inst = parse_line(
        &mut BufReader::new(File::open("ds/NK15_inst.dat")?)
    )?.unwrap();
    println!("testing {:?}", inst);
    inst.branch_and_bound().assert_valid(&inst);
    Ok(())
}

```



```

}

#[quickcheck]
fn qc_bb_is_really_correct(inst: Instance) {
    assert_eq!(inst.branch_and_bound().cost, inst.brute_force().cost);
}

#[quickcheck]
fn qc_dp_matches_bb(inst: Instance) {
    assert!(inst.branch_and_bound().cost <= inst.dynamic_programming().cost);
}
}

```