

प्रकार-1

1. यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 62$, तो $x^6 + \frac{1}{x^6}$ का मान क्या है?

- (a) 144 (b) 288
(c) 396 (d) 488

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(d)

व्याख्या— $x^4 + \frac{1}{x^4} = 62$

दोनों तरफ 2 जोड़ने पर

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 62 + 2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 64$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (8)^2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 8$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 = (8)^3$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} + 3 \times 8 = 512$$

$$[\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$$

$$\therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = 512 - 24 \Rightarrow 488$$

Trick—

नोट (i) यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = a$

$$\text{तब } x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{a+2}$$

(ii) यदि $x + \frac{1}{x} = a$ तब

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$$

प्रश्नानुसार

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 62$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{62+2} = 8$$

$$\therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = (8)^3 - 3 \times 8$$

$$= 512 - 24$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} = 488$$

2. यदि $x + \left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{13}$ हो, तो $x^5 - \left(\frac{1}{x^5}\right)$ का मान क्या है?

- (a) 169 (b) $169\sqrt{3}$
(c) 393 (d) 507

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या— यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 13$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \quad \dots(i)$$

समी. (i) के दोनों पक्षों में 2 घटाने पर

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 11 - 2$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$x - \frac{1}{x} = 3 \quad \dots(ii)$$

समी. (i) तथा (ii) से, (गुणा करने पर)

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3 \times 11$$

$$x^3 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} = 33$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 33 + \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 33 + 3 \Rightarrow 36 \dots (ii) \text{ [समी. (ii) से मान रखने पर]}$$

समी. (i) तथा समी. (ii) से,

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 11 \times 36$$

$$x^5 + x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^5} = 396$$

$$x^5 - \frac{1}{x^5} = 396 - \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ = 396 - 3 \Rightarrow 393$$

Trick—

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 4} \\ = \sqrt{13 - 4}$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore x^5 - \frac{1}{x^5} = \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ = [(3)^3 + 3 \times 3] [(\sqrt{13})^2 - 2] - 3 \\ = 36 \times 11 - 3 \\ = 396 - 3 \\ = 393$$

नोट (i) यदि $x + \frac{1}{x} = a$

$$\text{तब } x - \frac{1}{x} = \sqrt{a^2 - 4}$$

(ii) यदि $x - \frac{1}{x} = a$

$$\text{तब } x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a$$

(iii) यदि $x + \frac{1}{x} = a$ तब $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$

$$\text{व्याख्या— दिया है } x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{31}{9} \therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \\ = \frac{31}{9} + 2 \Rightarrow \frac{49}{9}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left\{ \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right) \right\} \\ = \left(\frac{7}{3}\right) \left\{ \left(\frac{31}{9} - 1\right) \right\} = \frac{7}{3} \times \frac{22}{9} \\ = \frac{154}{27}$$

$$\therefore \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = \frac{154}{27}$$

Trick—

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{31}{9}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{31}{9} + 2} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(\frac{7}{3}\right)^3 - 3 \times \frac{7}{3} \\ = \frac{343}{27} - 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{154}{27}$$

नोट : (i) यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = a$

$$\text{तब } x + \frac{1}{x} = \sqrt{a + 2}$$

(ii) यदि $x + \frac{1}{x} = a$

$$\text{तब } x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$$

3. यदि $x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{31}{9}$ तथा $x > 0$, तो $x^3 + \left(\frac{1}{x^3}\right)$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{70}{9}$

(b) $\frac{154}{27}$

(c) $\frac{349}{27}$

(d) $\frac{349}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

4. यदि $2x + \left(\frac{9}{x}\right) = 9$, तो $x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)$ का न्यूनतम मान क्या होगा?

(a) $\frac{95}{36}$

(b) $\frac{97}{36}$

(c) $\frac{86}{25}$

(d) $\frac{623}{27}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $2x + \frac{9}{x} = 9$

$$2x = 9 - \frac{9}{x}$$

$$2x = 9 \left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

$$2x = 9 \left(\frac{x-1}{x}\right)$$

$$2x^2 = 9x - 9$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 3x + 9 = 0$$

$$2x(x-3) - 3(x-3) = 0$$

$$(2x-3)(x-3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, 3$$

∴ न्यूनतम मान ज्ञात करना है।

∴ x का न्यूनतम मान रखने पर

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \frac{9}{4} + \frac{4}{9} = \frac{81+16}{36} \Rightarrow \frac{97}{36} \end{aligned}$$

Trick—

Putting Method :

$$2x + \frac{9}{x} = 9$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ रखने पर}$$

$$2 \times \frac{3}{2} + \frac{9}{\frac{3}{2}} = 9$$

$$3 + 6 = 9$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{4}{9}$$

$$= \frac{81+16}{36}$$

$$= \frac{97}{36}$$

नोट : $x=3$ रखने पर भी समीकरण संतुष्ट हो रहा है लेकिन $x=3$ नहीं ले सकते क्योंकि x का एक मान $3/2$ भी संतुष्ट कर रहा है जो कि 3 से छोटा है। अतः $x=3/2$ लिया गया है।

5. यदि $x^2 + x = 19$, तो $(x+5)^2 + \left[\frac{1}{(x+5)^2}\right]$ का मान क्या होगा?

- (a) 77 (b) 79
(c) 81 (d) 83

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $x^2 + x = 19$ (i)

$$\therefore (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$= x^2 + x + 9x + 25$$

$$= 19 + 9x + 25 \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= 9x + 44 = 9x + 45 - 45 + 44$$

$$(x+5)^2 = 9(x+5) - 1 \Rightarrow (x+5)^2 + 1 = 9(x+5)$$

$$(x+5) + \frac{1}{(x+5)} = 9$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left[(x+5) + \frac{1}{(x+5)}\right]^2 = (9)^2$$

$$(x+5)^2 + \frac{1}{(x+5)^2} + 2 = 81$$

$$(x+5)^2 + \frac{1}{(x+5)^2} = 79$$

Trick—

$$\begin{aligned} (x+5) + \frac{1}{(x+5)} &= \frac{(x+5)^2 + 1}{(x+5)} \\ &= \frac{x^2 + 10x + 25 + 1}{(x+5)} \\ &= \frac{x^2 + x + 9x + 25 + 1}{(x+5)} \\ &= \frac{19 + 9x + 25 + 1}{(x+5)} \\ &= \frac{9x + 45}{(x+5)} \\ &= \frac{9(x+5)}{(x+5)} \end{aligned}$$

$$(x+5) + \frac{1}{(x+5)} = 9$$

$$\begin{aligned} \therefore (x+5)^2 + \frac{1}{(x+5)^2} &= 9^2 - 2 \\ &= 81 - 2 \\ &= 79 \end{aligned}$$

6. यदि $x - 3 + \left[\frac{1}{(x-3)}\right] = 4$, तो $(x-3)^3 + \left[\frac{1}{(x-3)^3}\right]$ का मान क्या होगा?

- (a) 14 (b) 18
(c) 52 (d) 76

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(x-3) + \frac{1}{(x-3)} = 4$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x-3)^3 + \frac{1}{(x-3)^3} + 3 \times 4 = (4)^3$$

$$(x-3)^3 + \frac{1}{(x-3)^3} = 64 - 12 \Rightarrow 52$$

Trick-

$$(x-3) + \frac{1}{(x-3)} = 4$$

$$\therefore (x-3)^3 + \frac{1}{(x-3)^3} = (4)^3 - 3 \times 4 \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{array} \right]$$

$$= 64 - 12$$

$$= 52$$

7. यदि $x + (1/x) = 3\sqrt{2}$ है, तो $x^5 + (1/x^5)$ का मान क्या होगा?

- (a) $178\sqrt{3}$ (b) $789\sqrt{2}$
(c) $1581\sqrt{2}$ (d) $717\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{2}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 18$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 \quad \dots\dots(i)$$

तथा $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{2}$ का घन करने पर

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times x \times \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x}) = 54\sqrt{2}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(x + \frac{1}{x}) = 54\sqrt{2}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(3\sqrt{2}) = 54\sqrt{2} \quad (\because x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{2})$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 45\sqrt{2} \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) का गुणा करने पर

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 16 \times 45\sqrt{2}$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 720\sqrt{2}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 720\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \Rightarrow 717\sqrt{2}$$

Trick-

$$x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{2}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (3\sqrt{2})^3 - 3 \times 3\sqrt{2} \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{array} \right]$$

$$= 54\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$$

$$= 45\sqrt{2}$$

तथा $x^2 + \frac{1}{x^2} = (3\sqrt{2})^2 - 2 \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \end{array} \right]$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$\therefore (x^5 + \frac{1}{x^5}) = (x^3 + \frac{1}{x^3})(x^2 + \frac{1}{x^2}) - (x + \frac{1}{x})$$

$$= 45\sqrt{2} \times 16 - 3\sqrt{2}$$

$$= 720\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 717\sqrt{2}$$

8. यदि $2a - (2/a) + 4 = 0$ है, तो $a^3 - (1/a^3) + 14$ का मान क्या होगा?

- (a) -14 (b) -12
(c) 0 (d) 14

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि $2a - \left(\frac{2}{a}\right) + 4 = 0$, तो $a^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 + 14 = ?$

$$2a - \frac{2}{a} + 4 = 0$$

$$2 \left(a - \frac{1}{a}\right) = -4$$

$$a - \frac{1}{a} = -2$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$a^3 - \frac{1}{a^3} - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = -8$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times (-2) = -8 \quad (\because a - \frac{1}{a} = -2)$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = -8 - 6$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = -14$$

$$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} + 14 = 0$$

Trick-

$$2a - \frac{2}{a} + 4 = 0$$

$$2 \left(a - \frac{1}{a}\right) = -4$$

$$a - \frac{1}{a} = -2$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 - \frac{1}{a^3} &= (-2)^3 + 3(-2) \quad \left[\begin{array}{l} \because a - \frac{1}{a} = x \\ a^3 - \frac{1}{a^3} = x^3 + 3x \end{array} \right] \\ &= -8 - 6 \\ &= -14 \\ \therefore a^3 - \frac{1}{a^3} + 14 &= -14 + 14 = 0 \end{aligned}$$

9. यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ हो, तो x^6 का मान क्या है?

- (a) 6 (b) 0
(c) 1 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$, तो $x^6 = ?$

$$\begin{aligned} \therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 2 + 2 \quad [\because x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ दिया है}] \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 4 \\ x + \frac{1}{x} &= 2 \\ x^2 + 1 &= 2x \\ x^2 + 1 - 2x &= 0 \\ (x-1)^2 &= 0 \\ x &= 1 \\ \therefore x^6 &= (1)^6 \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

Trick— दिया है $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ (i)

समी. (i) में $x = 1$ रखने पर—

$$(1)^2 + \frac{1}{(1)^2} = 2 \Rightarrow 1 + \frac{1}{1} = 2 \Rightarrow 2 = 2$$

अतः $x = 1$ समी. (i) को संतुष्ट करता है।

$$\therefore x^6 = (1)^6 \Rightarrow 1$$

10. यदि $x + \left(\frac{1}{x}\right) = 5$ है तो $x^6 + \left(\frac{1}{x^6}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) 623 (b) 627
(c) 12098 (d) 12102

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x + \left(\frac{1}{x}\right) = 5$ (i)

समी (i) का घन करने पर $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(5) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 15 \Rightarrow 110 \text{(ii)}$$

समी (ii) का वर्ग करने पर

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 = (110)^2$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} + 2(x^3)\left(\frac{1}{x^3}\right) = 12100$$

$$\therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = 12098$$

Trick—

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= (5)^3 - 3 \times 5 \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{array} \right] \\ &= 125 - 15 \end{aligned}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

$$\begin{aligned} \therefore x^6 + \frac{1}{x^6} &= (110)^2 - 2 \quad \left[\begin{array}{l} x^3 = \times (\text{माना}) \\ \times + \frac{1}{\times} = a \\ x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \text{ (जहाँ } x^2 = (x^3)^2 = x^6 \end{array} \right] \\ x^6 + \frac{1}{x^6} &= 12098 \end{aligned}$$

11. यदि $x > 0$ के लिए $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4}$ हो, तो $x^4 + \frac{1}{x^4}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) $\frac{17}{16}$
(c) $\frac{15}{16}$ (d) $\frac{51}{16}$

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4}$

दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2(x^2)\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{49}{16}$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = \frac{49}{16} - 2 \Rightarrow \frac{17}{16}$$

Trick—

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4}$$

माना $x^2 = X$

$$\text{तब } X + \frac{1}{X} = \frac{7}{4}$$

$$X^2 + \frac{1}{X^2} = \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 2 \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \end{array} \right]$$

$$= \frac{49}{16} - 2$$

$$X^2 + \frac{1}{X^2} = \frac{17}{16}$$

$$\text{या } x^4 + \frac{1}{x^4} = \frac{17}{16} \quad [\because X = x^2 \therefore X^2 = x^4]$$

12. यदि $x^2 + x = 5$ तो, $(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3}$ का मान है—

- (a) 130 (b) 120
(c) 110 (d) 140

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x^2 + x = 5$

$$\therefore x^2 + x - 5 = 0$$

$$\therefore x^2 + x - 5 - 1 = -1$$

$$x^2 + x - 6 = -1$$

$$x^2 + 3x - 2x - 6 = -1$$

$$x(x+3) - 2(x+3) = -1$$

$$(x+3)(x-2) = -1$$

$$\therefore \frac{1}{(x+3)} = -(x-2) \dots\dots(i)$$

प्रश्न से

$$\therefore (x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} = \left[(x+3) + \frac{1}{(x+3)} \right]^3$$

$$- 3(x+3) \times \frac{1}{(x+3)} \left[(x+3) + \frac{1}{(x+3)} \right]$$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)]$$

$$= [(x+3) - (x-2)]^3 - 3[(x+3) - (x-2)]$$

$$= (x+3 - x+2)^3 - 3(x+3 - x+2)$$

$$= 5^3 - 3 \times 5$$

$$= 125 - 15 \Rightarrow 110$$

Trick—

$$(x+3) + \frac{1}{(x+3)} = \frac{(x+3)^2 + 1}{(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 9 + 1}{(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + x + 5x + 10}{(x+3)}$$

$$= \frac{5 + 5x + 10}{(x+3)} \quad (\because x^2 + x = 5)$$

$$= \frac{5x + 15}{(x+3)}$$

$$(x+3) + \frac{1}{(x+3)} = \frac{5(x+3)}{(x+3)} = 5$$

$$\therefore (x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} = (5)^3 - 3 \times 5 \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{array} \right]$$

$$= 125 - 15$$

$$= 110$$

13. यदि $x > 0$ के लिए $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4}$ हो, तो $x + \frac{1}{x}$ का मान क्या है?

- (a) 2 (b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$
(c) $\sqrt{5}$ (d) $\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या—} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \quad (\text{सूत्र})$$

$$= \frac{7}{4} + 2 \quad (\because x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4} \text{ दिया है})$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{\sqrt{15}}{2} \quad \{\because x > 0\}$$

Trick—

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{7}{4} + 2} \quad \left[\begin{array}{l} \because x^2 + \frac{1}{x^2} = a \\ \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{a + 2} \end{array} \right]$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

14. यदि $x^2 - x\sqrt{68} + 1 = 0$ हो, तो $x - \frac{1}{x}$ का मान क्या है?

- (a) $\sqrt{66}$ (b) 8
(c) $\sqrt{62}$ (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $x^2 - x\sqrt{68} + 1 = 0$

$$\therefore x^2 + 1 = x\sqrt{68}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{68}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{68}$$

(दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{68})^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 68$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 66$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 66 - 2 \quad (\text{दोनों पक्षों में 2 घटाने पर})$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (8)^2$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = 8$$

Trick—

$$x^2 - x\sqrt{68} + 1 = 0$$

$$x^2 + 1 = x\sqrt{68}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{68}$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{(\sqrt{68})^2 - 4} \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{a^2 - 4} \end{array} \right]$$

$$x - \frac{1}{x} = 8$$

15. जब $\left[x + \left(\frac{1}{x}\right)\right] = 5$ है, तो $\left[x - \left(\frac{1}{x}\right)\right]$ का मान क्या है?

- (a) 11 (b) $\pm\sqrt{22}$
(c) 21 (d) $\pm\sqrt{21}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (5)^2 - 4 = 25 - 4 \Rightarrow 21$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \pm\sqrt{21}$$

Trick—

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5^2 - 4} \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{a^2 - 4} \end{array} \right]$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\text{या } x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{21}$$

16. यदि $x + \frac{1}{9x} = 4$ हो, तो $9x^2 + \frac{1}{9x^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) 140 (b) 142
(c) 144 (d) 146

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore x + \frac{1}{9x} = 4$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{81x^2} + 2x \cdot \frac{1}{9x} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{81x^2} = 16 - \frac{2}{9}$$

$$\therefore 9x^2 + \frac{9}{81x^2} = 144 - 2$$

$$\text{या } 9x^2 + \frac{1}{9x^2} = 142$$

Trick—

$$x + \frac{1}{9x} = 4$$

$$\text{या } 3x + \frac{3}{9x} = 4 \times 3$$

$$3x + \frac{1}{3x} = 12$$

$$\therefore 9x^2 + \frac{1}{9x^2} = (12)^2 - 2 \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \end{array} \right]$$

$$= 144 - 2$$

$$= 142$$

17. यदि $x - \left(\frac{1}{x}\right) = 3$, तो $\frac{(2x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 3x + 2)}{(3x^4 + 3)}$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{5}{3}$

$$= \frac{35+9}{33}$$

$$= \frac{44}{33}$$

$$= \frac{4}{3}$$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x - \frac{1}{x} = 3$ (i)

समी. (i) का वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2 \Rightarrow 11 \text{(ii)}$$

$$\frac{2x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 3x + 2}{3x^4 + 3}$$

$$= \frac{x^2 \left(2x^2 + 3x + 13 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right)}{3x^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{\left[2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 3 \left(x - \frac{1}{x} \right) + 13 \right]}{3 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{2 \times 11 + 3 \times 3 + 13}{3(11)} \quad [\text{समी. (i) तथा (ii) से}]$$

$$= \frac{22 + 9 + 13}{33} = \frac{44}{33} \Rightarrow \frac{4}{3}$$

Trick—

$$x - \frac{1}{x} = 3 \quad (\text{दिया है})$$

$$\frac{2x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 3x + 2}{3x^4 + 3}$$

$$= \frac{x^2 \left[2x^2 + 3x + 13 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right]}{3x^2 \left[x^2 + \frac{1}{x^2} \right]}$$

$$= \frac{\left(2x^2 + \frac{2}{x^2} \right) + \left(3x - \frac{3}{x} \right) + 13}{3 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 3 \left(x - \frac{1}{x} \right) + 13}{3 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{2 \times 11 + 3 \times 3 + 13}{3 \times 11}$$

18. यदि $pq (p + q) = 1$ हो, तो $\frac{1}{p^3 q^3} - p^3 - q^3$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $pq (p + q) = 1$

$$(p + q) = \frac{1}{pq}$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(p + q)^3 = \left(\frac{1}{pq} \right)^3$$

$$p^3 + q^3 + 3pq (p + q) = \frac{1}{p^3 q^3}$$

$$p^3 + q^3 + 3pq \times \frac{1}{pq} = \frac{1}{p^3 q^3}$$

$$\frac{1}{p^3 q^3} - p^3 - q^3 = 3$$

19. यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ है, तो $\frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 7x + 1}$ का मान है-

- (a) $1/2$ (b) 1
(c) 2 (d) $3/7$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010, 2011, 2012, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x} = 1$

$$\therefore x^2 + 1 = x \text{ (i)}$$

$$\therefore \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 7x + 1} = \frac{x^2 + 1 + 3x}{x^2 + 1 + 7x}$$

$$= \frac{x + 3x}{x + 7x} \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$= \frac{4x}{8x} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

Trick-

$$x + \frac{1}{x} = 1 \quad (\text{दिया है})$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 7x + 1} \\ &= \frac{x(x + 3 + \frac{1}{x})}{x(x + 7 + \frac{1}{x})} \\ &= \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3}{\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7} \\ &= \frac{1 + 3}{1 + 7} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

20. यदि $x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$ हो, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान कितना होगा?

- (a) $2\frac{1}{9}$ (b) $2\frac{4}{9}$ (c) $3\frac{1}{9}$ (d) $3\frac{4}{9}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 26 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$ या $3x - 2 = \frac{3}{x}$

$$3x - \frac{3}{x} = 2 \quad \text{या} \quad 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$$

वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{9}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{4}{9}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 + \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{22}{9} \Rightarrow 2\frac{4}{9}$$

Trick-

$$x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$$

$$3x - 2 = \frac{3}{x}$$

$$3x - \frac{3}{x} = 2$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore x + \frac{1}{x} &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4} & \left[\begin{array}{l} \because x - \frac{1}{x} = a \\ x + \frac{1}{x} = \sqrt{a^2 + 4} \end{array} \right] \\ &= \sqrt{\frac{4}{9} + 4} \end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{40}{9}}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(\sqrt{\frac{40}{9}}\right)^2 - 2 & \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{a^2 + 4} \end{array} \right] \\ &= \frac{40}{9} - 2 \\ &= \frac{22}{9} \Rightarrow 2\frac{4}{9} \end{aligned}$$

21. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$, तो $\left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right)$ का मान है-

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2012, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x} = 2$ (i)

या $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x}$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$2^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (\because x + \frac{1}{x} = 2)$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \quad \text{.....(ii)}$$

पुनः $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - x \cdot \frac{1}{x}\right)$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 2(2 - 1)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$$

अब समी. (i) व (ii) का आपस में गुणा करने पर-

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 2 \times 2$$

$$x^5 + \frac{x^3}{x^2} + \frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^5} = 4$$

$$\left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = 4 - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4 - 2 \Rightarrow 2$$

Trick-

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$x = 1$ रखने पर

$$1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$2 = 2$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = (1)^5 + \frac{1}{(1)^5} = 2$$

नोट : यदि $x + \frac{1}{x} = 2$

$$\text{तो } x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \text{ (हमेशा)}$$

जहाँ n - सम/विषम

22. यदि $C + \frac{1}{C} = \sqrt{3}$ है, तो $C^3 + \frac{1}{C^3}$ का मान किसके बराबर है?

- (a) 0 (b) $3\sqrt{3}$
(c) $1/\sqrt{3}$ (d) $6\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10,11 सितंबर, 2016 (III-परी)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. E.C.I. (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर-(a)

$$\text{व्याख्या- } \therefore C + \frac{1}{C} = \sqrt{3}$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(C + \frac{1}{C}\right)^3 = 3\sqrt{3} \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore \left(C + \frac{1}{C}\right)^3 = C^3 + \frac{1}{C^3} + 3 \times C \times \frac{1}{C} \times \left(C + \frac{1}{C}\right)$$

$$\therefore C^3 + \frac{1}{C^3} = \left(C + \frac{1}{C}\right)^3 - 3\left(C + \frac{1}{C}\right)$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow 0$$

Trick-

$$C + \frac{1}{C} = \sqrt{3}$$

$$\therefore C^3 + \frac{1}{C^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} \quad [\because \text{यदि } x + \frac{1}{x} = a$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \quad \text{तब } x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a]$$

$$= 0$$

23. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ है, तो $x^{12} - \frac{1}{x^{12}}$ का मान है-

- (a) 0 (b) 2
(c) 1 (d) -4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर-(a)

$$\text{व्याख्या- } \therefore x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore (x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore (x - 1) = 0 \text{ या } x = 1$$

प्रश्नानुसार

$$x^{12} - \frac{1}{x^{12}} = (1)^{12} - \frac{1}{(1)^{12}}$$

$$= 1 - 1 \Rightarrow 0$$

Trick-

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$x = 1$ रखने पर

$$1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$2 = 2$$

$$x^{12} - \frac{1}{x^{12}} = (1)^{12} - \frac{1}{(1)^{12}}$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

नोट : यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ तब $x = 1$ (हमेशा)

यदि $x - \frac{1}{x} = -2$ तब $x = -1$ (हमेशा)

24. यदि $p = 3 + \frac{1}{p}$, है, तो $\frac{5p}{p^2 + p - 1}$ का मान है-

- (a) 1 (b) $3\frac{1}{2}$
(c) $2\frac{1}{3}$ (d) $1\frac{1}{4}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर-(d)

व्याख्या— $\therefore p = 3 + \frac{1}{p}$

$\therefore p - \frac{1}{p} = 3$

$p^2 - 1 = 3p$ (i)

\therefore प्रश्न से

$$\begin{aligned}\frac{5p}{p^2 + p - 1} &= \frac{5p}{(p^2 - 1) + p} \text{ (समी. (i) से)} \\ &= \frac{5p}{3p + p} \\ &= \frac{5p}{4p} \\ &= \frac{5}{4} \Rightarrow 1\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Trick—

$P = 3 + \frac{1}{P}$

$P - \frac{1}{P} = 3$

प्रश्न से—

$$\begin{aligned}\frac{5P}{P^2 + P - 1} &= \frac{5P}{P(P + 1 - \frac{1}{P})} \\ &= \frac{5}{\left(P - \frac{1}{P}\right)} + 1 \\ &= \frac{5}{3 + 1} \Rightarrow \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}\end{aligned}$$

25. यदि $4a - \frac{4}{a} + 3 = 0$ है, तो $a^3 - \frac{1}{a^3} + 3$ का मान है—

(a) $\frac{21}{64}$

(b) $\frac{7}{16}$

(c) $\frac{3}{16}$

(d) $\frac{21}{16}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $4a - \frac{4}{a} + 3 = 0$

$4a - \frac{4}{a} = -3$

$4\left(a - \frac{1}{a}\right) = -3$

$a - \frac{1}{a} = -\frac{3}{4}$ (i)

समी. (i) का घन करने पर

$\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right)^3$

$a^3 - \frac{1}{a^3} - 3.a \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = -\frac{27}{64}$

$a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{27}{64}$

$a^3 - \frac{1}{a^3} + \frac{9}{4} = -\frac{27}{64}$ (समी. (i) से)

$a^3 - \frac{1}{a^3} = -\frac{27}{64} - \frac{9}{4}$

दोनों तरफ 3 जोड़ने पर

$a^3 - \frac{1}{a^3} + 3 = 3 - \frac{27}{64} - \frac{144}{64}$

$= \frac{192 - 27 - 144}{64} \Rightarrow \frac{21}{64}$

Trick—

$4a - \frac{4}{a} + 3 = 0$

$4\left(a - \frac{1}{a}\right) = -3$

$\left(a - \frac{1}{a}\right) = -\frac{3}{4}$

$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(-\frac{3}{4}\right)^3 + 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

$a^3 - \frac{1}{a^3} = -\frac{27}{64} - \frac{9}{4}$

$= -\frac{27 - 144}{64}$

$= -\frac{171}{64}$

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} + 3 = -\frac{171}{64} + 3$

$= -\frac{171}{64} + 3$

$= \frac{-171 + 192}{64}$

$= \frac{21}{64}$

26. यदि $2x + \frac{2}{x} = 3$ हो, तो $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ का मान बताएं।

(a) $\frac{2}{7}$

(b) $\frac{7}{8}$

(c) $\frac{7}{2}$

(d) $\frac{8}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाठ)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है— $2x + \frac{2}{x} = 3$

या $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

या $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{27}{8}$

या $x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{27}{8} - 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)$

या $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{27}{8} - \frac{3 \times 3}{2} + 2$ [समी. (i) से]

$$= \frac{27}{8} - \frac{9}{2} + 2$$

$$= \frac{27 - 36 + 16}{8} = \frac{43 - 36}{8} \Rightarrow \frac{7}{8}$$

Trick—

$$2x + \frac{2}{x} = 3$$

या $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{27}{8} - \frac{9}{2}$$

$$= \frac{27 - 36}{8}$$

$$= \frac{-9}{8}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{-9}{8} + 2$$

$$= \frac{-9 + 16}{8} = \frac{7}{8}$$

27. यदि $C + \frac{1}{C} = 3$ हो, तो $(C-3)^7 + \frac{1}{C^7}$ का मान क्या है?

(a) 2

(b) 0

(c) 3

(d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $C + \frac{1}{C} = 3$

या $(C-3) = \frac{1}{C}$

$$\begin{aligned} \therefore (C-3)^7 + \frac{1}{C^7} &= \left(\frac{1}{C}\right)^7 + \frac{1}{C^7} \\ &= \left(-\frac{1}{C}\right)^7 + \frac{1}{C^7} \\ &= -\frac{1}{C^7} + \frac{1}{C^7} \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

28. यदि $\left(\frac{1}{a}\right)(a^2+1) = 3$ हो, तो $\frac{a^6+1}{a^3}$ का मान ज्ञात कीजिए?

(a) 9

(b) 18

(c) 27

(d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$\frac{1}{a}(a^2+1) = 3$$

या $a + \frac{1}{a} = 3$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

या $3^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot 3$

या $27 - 9 = a^3 + \frac{1}{a^3}$

या $\frac{a^6+1}{a^3} = 18$

Trick—

$$\frac{1}{a}(a^2+1) = 3$$

या $a + \frac{1}{a} = 3$

$$\therefore \frac{a^6+1}{a^3} = a^3 + \frac{1}{a^3} = (3)^3 - 3 \times 3 \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = a \\ \text{तब } x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{array} \right]$$

$$= 27 - 9$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$$

या $\frac{a^6+1}{a^3} = 18$

29. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ हो, तो $x^{99} + \frac{1}{x^{99}} - 2$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) -2 (b) 0
(c) 2 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है— $x + \frac{1}{x} = 2$

$$\text{या } x^2 + 1 = 2x$$

$$\text{या } x^2 + 1 - 2x = 0$$

$$\text{या } (x-1)^2 = 0$$

$$\text{या } x = 1$$

$$\therefore x^{99} + \frac{1}{x^{99}} - 2 = (1)^{99} + \frac{1}{(1)^{99}} - 2$$

$$= 1 + \frac{1}{1} - 2$$

$$= 2 - 2 \Rightarrow 0$$

Trick—

$$\text{यदि } x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{तब } x = 1$$

$$\therefore x^{99} + \frac{1}{x^{99}} - 2 = (1)^{99} + \frac{1}{(1)^{99}} - 2$$

$$= 2 - 2$$

$$= 0$$

30. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$, तो $x^{24} + x^{18}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) -2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \quad \dots (i)$$

घन करने पर

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \left(x + \frac{1}{x} \right) = 3\sqrt{3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \quad \dots (समी. (i) से)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 0 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \text{प्रश्न से } x^{24} + x^{18} = x^{21} \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)$$

$$= x^{21} \times 0 \quad (समी. (ii) से)$$

$$= 0$$

Trick—

$$\text{यदि } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \text{ तब } x^6 = -1$$

$$\therefore x^{24} + x^{18} = (x^6)^4 + (x^6)^3$$

$$= (-1)^4 + (-1)^3$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

31. यदि $(x-2)(x-p) = x^2 - ax + 6$ हो, तो $(a-p)$ का मान बताइए?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \therefore (x-2)(x-p) = x^2 - ax + 6$$

$$\therefore x^2 - px - 2x + 2p = x^2 - ax + 6$$

$$-(p+2)x + 2p = -ax + 6$$

दोनों पक्षों में x के गुणांक तथा अचर पद की तुलना करने पर

$$p + 2 = a \quad \dots (i)$$

$$2p = 6 \quad \dots (ii)$$

$$\text{या } p = 3$$

समी. (i) में p का मान रखने पर

$$3 + 2 = a$$

$$\text{या } a = 5$$

$$\therefore (a-p) = 5 - 3 \Rightarrow 2$$

32. यदि $5a + \frac{1}{3a} = 5$ हो, तो $9a^2 + \frac{1}{25a^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{34}{5}$ (b) $\frac{39}{5}$
(c) $\frac{42}{5}$ (d) $\frac{52}{5}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2006, 2010, 2012

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \therefore 5a + \frac{1}{3a} = 5$$

$$5 \left(a + \frac{1}{3 \times 5a} \right) = 5$$

$$\frac{5}{3} \left(3a + \frac{1}{5a} \right) = 5$$

$$\therefore 3a + \frac{1}{5a} = 3$$

वर्ग करने पर—

$$\left(3a + \frac{1}{5a}\right)^2 = 3^2$$

$$9a^2 + \frac{1}{25a^2} + 2 \times 3a \times \frac{1}{5a} = 9$$

$$9a^2 + \frac{1}{25a^2} + \frac{6}{5} = 9$$

$$9a^2 + \frac{1}{25a^2} = 9 - \frac{6}{5}$$

$$= \frac{45-6}{5} \Rightarrow \frac{39}{5}$$

Trick—

$$5a + \frac{1}{3a} = 5$$

$$\text{या } \frac{5}{3} \left[3a + \frac{1}{5a} \right] = 5$$

$$\text{या } 3a + \frac{1}{5a} = 3$$

$$\therefore 9a^2 + \frac{1}{25a^2} = (3)^2 - 2 \times \frac{3}{5}$$

$$= 9 - \frac{6}{5}$$

$$= \frac{39}{5}$$

नोट : यदि $mx + \frac{1}{nx} = a$

$$\text{तब } (mx)^2 + \frac{1}{(nx)^2} = a^2 - 2 \left(\frac{m}{n} \right)$$

33. यदि $x + 5 + \frac{1}{x+1} = 6$ हो, तो $(x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3}$ का मान बताएं?

- (a) 2 (b) 0
(c) -2 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाठ)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore x + 5 + \frac{1}{x+1} = 6$

या $(x+1) + \frac{1}{(x+1)} = 2$ (i) (दोनों तरफ से 4 घटाने पर)
समी. (i) के दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3} + 3(x+1) \left(\frac{1}{(x+1)} \right) = (2)^3$$

$$\text{या } (x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3} + 3 \times 2 = 8 \quad [\text{समी. (i) से}]$$

$$\text{या } (x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3} = 8 - 6 \Rightarrow 2$$

Trick—

$$x + 5 + \frac{1}{x+1} = 6$$

$$\text{या } x + 1 + \frac{1}{x+1} + 4 = 6$$

$$(x+1) + \frac{1}{(x+1)} = 2$$

$$\therefore (x+1)^3 + \frac{1}{(x+1)^3} = 2 \quad \left[\begin{array}{l} \because x + \frac{1}{x} = 2 \\ \therefore x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \text{ (हमेशा)} \end{array} \right]$$

34. यदि $x > 1$ है और $x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{12}$, तो $x^4 - \frac{1}{x^4}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{58975}{20736}$ (b) $\frac{59825}{20736}$
(c) $\frac{57985}{20736}$ (d) $\frac{57895}{20736}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{12}$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{25}{12} \quad \text{..... (i)}$$

वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \frac{625}{144}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{625}{144} - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{337}{144} \quad \text{.....(ii)}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{337}{144} - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = \frac{49}{144}$$

$$\text{या } x - \frac{1}{x} = \frac{7}{12} \quad \text{.....(iii)}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} x^4 - \frac{1}{x^4} &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \left(x - \frac{1}{x} \right) \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \frac{7}{12} \times \frac{25}{12} \times \frac{337}{144} \\ &= \frac{175 \times 337}{144 \times 144} \Rightarrow \frac{58975}{20736} \end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned} \text{यदि } x + \frac{1}{x} &= 2 \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{25}{12} \\ \text{तब } x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(\frac{25}{12}\right)^2 - 2 = \frac{625}{144} - 2 = \frac{337}{144} \\ \text{पुनः यदि } x + \frac{1}{x} &= \frac{25}{12} \\ \text{तब } x - \frac{1}{x} &= \sqrt{\left(\frac{25}{12}\right)^2 - 4} = \sqrt{\frac{625 - 576}{144}} = \sqrt{\frac{49}{144}} = \frac{7}{12} \\ \therefore x^4 - \frac{1}{x^4} &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= \frac{337}{144} \times \frac{25}{12} \times \frac{7}{12} \\ &= \frac{58975}{20736} \end{aligned}$$

35. यदि $a = 2 + \sqrt{3}$, तो $\frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3}$ का मान क्या होगा?
- (a) 45 (b) 42
(c) 56 (d) 65

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2014
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014, 2015
उत्तर—(c)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} \therefore \frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3} &= a^3 + a + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^3} \\ &= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \quad \dots(i) \end{aligned}$$

पुनः प्रश्न से

$$\begin{aligned} a &= 2 + \sqrt{3} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} \\ &= 2 - \sqrt{3} \\ \therefore a + \frac{1}{a} &= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} \\ &= 4 \quad \dots(ii) \end{aligned}$$

समी. (ii) का घन करने पर

$$\begin{aligned} a^3 + \frac{1}{a^3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right) &= 4^3 \\ a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times 4 &= 64 \\ \therefore a^3 + \frac{1}{a^3} &= 64 - 12 \\ &= 52 \quad \dots(iii) \end{aligned}$$

\therefore समी. (i) में समी. (ii) और समी. (iii) का मान रखने पर

$$\begin{aligned} \frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3} &= 52 + 4 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Trick-

नोट : यदि $a = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ जहां $(x - y = 1)$

$$\begin{aligned} \text{तब (i) } a + \frac{1}{a} &= 2 \times \sqrt{x} \\ \text{(ii) } a - \frac{1}{a} &= 2 \times \sqrt{y} \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार,

$$a = 2 + \sqrt{3} = \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 2 \times 2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{पुनः } \frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3} &= a^3 + \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a^3} \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{यदि } a + \frac{1}{a} = 4 \\ a^3 + \frac{1}{a^3} = 4^3 - 3 \times 4 \end{array} \right] \\ &= 4 + (4)^3 - 3 \times 4 \\ &= 4 + 64 - 12 \\ &= 56 \end{aligned}$$

36. यदि $2x - \frac{2}{x} = 1$ ($x \neq 0$) हो, तो $x^3 - \frac{1}{x^3}$ का मान क्या है?
- (a) $\frac{13}{4}$ (b) $\frac{13}{8}$
(c) $\frac{17}{4}$ (d) $\frac{17}{8}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पाठ्य)
उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— दिया है } 2x - \frac{2}{x} = 1$$

$$\text{या } x - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\text{या } x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\text{या } x^3 - \frac{1}{x^3} = \frac{1}{8} + 3 \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1 + 12}{8} \Rightarrow \frac{13}{8}$$

Trick-

$$2x - \frac{2}{x} = 1$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{8} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{13}{8}\end{aligned}$$

37. यदि $x - \frac{1}{x} = 2$, तो निम्नलिखित का मान क्या होगा?

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$$

- (a) 2 (b) 14
(c) 11 (d) 15

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x - \frac{1}{x} = 2$ (i)

घन करने पर

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 2^3$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 8$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times 2 = 8$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 8 + 6 \Rightarrow 14$$

Trick-

$$x - \frac{1}{x} = 2$$

$$\begin{aligned}x^3 - \frac{1}{x^3} &= (2)^3 + 3 \times 2 \\ &= 8 + 6 \\ &= 14\end{aligned}$$

38. यदि $a + \frac{1}{a} = 2$, तो $a^5 + \frac{1}{a^5}$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 3 (d) 2

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है— $a + \frac{1}{a} = 2$

या $a^2 + 1 - 2a = 0$

या $(a - 1)^2 = 0$

या $a = 1$

$$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5}$$

$$a^5 + \frac{1}{a^5} = 1 + \frac{1}{1}$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

Trick-

यदि $a + \frac{1}{a} = 2$ तब

$$a^n + \frac{1}{a^n} = 2 \text{ (हमेशा)}$$

$$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 2$$

39. यदि $x + (1/x) = 2$, तो $x^7 + (1/x^5)$ का मान क्या होगा?

- (a) 2^{12} (b) 2
(c) 2^5 (d) 2^7

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$x^2 + 1 = 2x$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$(x - 1) = 0 \text{ या } x = 1$$

\therefore प्रश्न से

$$x^7 + \frac{1}{x^5} = (1)^7 + \frac{1}{(1)^5}$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

Trick-

यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ तब

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \text{ (हमेशा)}$$

$$\therefore x^7 + \frac{1}{x^5} = (1)^7 + \frac{1}{(1)^5} = 2$$

40. यदि $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ हो, तो $a^{18} + a^{12} + a^6 + 1$ का मान ज्ञात कीजिए?
- (a) 3 (b) 1
(c) 0 (d) 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$
 $\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$
 दोनों पक्षों का घन करने पर
 $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = 3\sqrt{3}$
 या $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$
 या $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0 \dots\dots (i)$
 प्रश्नानुसार
 $a^{18} + a^{12} + a^6 + 1$
 $= a^{15} \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) + a^3 \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$
 $= a^{15} \times 0 + a^3 \times 0$
 $= 0$

Trick—

नोट : यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ तब $x^6 = -1$

प्रश्नानुसार

$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ तब $a^6 = -1$
 $\therefore a^{18} + a^{12} + a^6 + 1 = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$
 $= 0$

41. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$ हो, तो $\frac{3x}{(x^2 - 1)}$ का मान क्या होगा?

- (a) $3\sqrt{13}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{3}$
(c) 1 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 13$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \dots\dots (i)$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 11 - 2 \Rightarrow 9$

या $\left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{9} \Rightarrow 3$

$\therefore \frac{3x}{x^2 - 1} = \frac{3x}{x(x - \frac{1}{x})}$

$= \frac{3}{3}$

$= 1$

$\therefore \frac{3x}{x^2 - 1} = 1$

Trick—

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{a^2 - 4}$ (सूत्र)

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{13 - 4} = \sqrt{9} \Rightarrow 3$

$\frac{3x}{x^2 - 1}$ में x से भाग देने पर

$\frac{3}{x - \frac{1}{x}} = \frac{3}{3} \Rightarrow 1$

42. यदि $a + \frac{1}{a} = -1$ है, तो $(1 - a + a^2)(1 + a - a^2)$ का मान है—

- (a) 4 (b) -4
(c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $a + \frac{1}{a} = -1$

$\frac{a^2 + 1}{a} = -1$

$a^2 + a = -1$

$4a^2 + 4a = -4$ (4 से गुणा करने पर)

या $-4a^2 - 4a = 4 \dots\dots (i)$

या $4a^2 = -4a - 4$
 $= 4(-a - 1)$
 $a^2 = -a - 1 \dots\dots(ii)$

अब प्रश्न से
 $1 - a + a^2 = 1 - a - a - 1$ [समी. (ii) से]
 $= -2a \dots(ii)$

पुनः प्रश्न से
 $1 + a - a^2 = 1 + a - (-a - 1)$ [पुनः समी. (ii) से]
 $= 1 + a + a + 1$
 $= 2a + 2 \dots(iv)$

समी. (iii) तथा (iv) को गुणा करने पर
 $\therefore (1 - a + a^2)(1 + a - a^2) = -2a \times (2a + 2)$
 $= -4a^2 - 4a$
 $= 4$ [समी. (i) से $-4a^2 - 4a$ का मान रखने पर]

Trick—

$a + \frac{1}{a} = -1$
 $a^2 + 1 = -a$
 $a^2 + a + 1 = 0$
 $(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$
 $a^3 - 1^3 = 0$
 $a^3 = 1 \dots\dots(i)$
पुनः $a^2 + a + 1 = 0$
 $a^2 + 1 = -a \dots\dots(ii)$
तथा $a + 1 = -a^2 \dots\dots(iii)$
प्रश्न से—
 $(1 - a + a^2)(1 + a - a^2)$
 $= (-a - a)(-a^2 - a^2)$
 $= -2a \times -2a^2$
 $= +4a^3$
 $= 4 \times 1$ [$\because a^3 = 1$]

43. यदि $\frac{a}{q-r} = \frac{b}{r-p} = \frac{c}{p-q}$, तो $pa + qb + rc$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 1
 (c) 2 (d) -1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि $\frac{a}{q-r} = \frac{b}{r-p} = \frac{c}{p-q} = k$
 $\therefore a = k(q - r), b = k(r - p), c = k(p - q)$
 $\therefore pa + qb + rc = k(q - r)p + k(r - p)q + k(p - q)r$
 $= pkq - krp + kqr - pqk + kpr - kqr$
 $= 0$

44. यदि $x + \frac{1}{x-2} = 5$, तो $(x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2}$ का मान क्या है?
 (a) 11 (b) 7
 (c) 9 (d) 23

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014
 S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2013
 उत्तर—(b)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x-2} = 5$
 $(x-2) + \frac{1}{(x-2)} = 5 - 2$
 $(x-2) + \frac{1}{(x-2)} = 3$
 वर्ग करने पर
 $(x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2} + 2 = 9$
 $(x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2} = 9 - 2$
 $= 7$

Trick—

$x + \frac{1}{(x-2)} = 5$
 $(x-2) + \frac{1}{(x-2)} = 5 - 2 = 3$
 $\therefore (x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2} = (3)^2 - 2 = 7$

45. यदि शून्येतर के लिए $x, x^2 - 4x - 1 = 0$, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान क्या होगा?
 (a) 10 (b) 4 (c) 12 (d) 18
 S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
 उत्तर—(d)

व्याख्या— $x^2 - 4x - 1 = 0$
 $x^2 - 1 = 4x$
 $x(x - \frac{1}{x}) = 4x$
 $x - \frac{1}{x} = 4 \dots\dots(i)$
 समी. (i) का वर्ग करने पर
 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 16$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 + 2 \Rightarrow 18$

Trick—

$x^2 - 4x - 1 = 0$
 $x^2 - 1 = 4x$
 $x - \frac{1}{x} = 4$
 $\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = 4^2 + 2 = 18$

46. यदि $x^2 - 4x + 1 = 0$, तो $\left(\frac{x^6 + 1}{x^3}\right)$ का मान बताइए।

- (a) 48 (b) 52
(c) 55 (d) 58

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है- $x^2 - 4x + 1 = 0$

$$\text{या } x^2 + 1 = 4x$$

$$\text{या } x + \frac{1}{x} = 4 \quad \dots\dots(i)$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{या } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 \quad (\text{समी. (i) से}) \end{aligned}$$

$$\text{या } x^3 + \frac{1}{x^3} = 64 - 12 \Rightarrow 52$$

Trick—

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 + 1 = 4x$$

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{x^6 + 1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = 4^3 - 3 \times 4 = 52$$

47. यदि $x + y + z = 0$, तो $\frac{x^2}{3z} + \frac{y^3}{3xz} + \frac{z^2}{3x}$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) xz
(c) y (d) $3y$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि $a + b + c = 0$ हो, तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3z} + \frac{y^3}{3xz} + \frac{z^2}{3x} = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{3xz}$$

$$= \frac{3xyz}{3xz}$$

$$= y$$

48. यदि $3x + \left(\frac{1}{5x}\right) = 7$, तो $\frac{5x}{(15x^2 + 15x + 1)}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{1}{10}$
(c) $\frac{2}{5}$ (d) 10

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } 3x + \left(\frac{1}{5x}\right) = 7 \quad \dots\dots(i)$$

$$\frac{5x}{15x^2 + 15x + 1} = \frac{5x}{5x \left(3x + 3 + \frac{1}{5x}\right)}$$

$$= \frac{1}{3 + 7} \Rightarrow \frac{1}{10}$$

[समी. (i) का मान रखने पर]

49. यदि $x + \left[\frac{1}{(4x)}\right] = \frac{5}{2}$, तो $\frac{(64x^6 + 1)}{8x^3}$ का मान क्या होगा?

- (a) 110 (b) 115
(c) 125 (d) 140

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } \left(x + \frac{1}{4x}\right) = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{4x}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

(\because दोनों पक्षों का घन करने पर)

$$\therefore x^3 + \left(\frac{1}{4x}\right)^3 + 3 \times x \times \frac{1}{4x} \left(x + \frac{1}{4x}\right) = \frac{125}{8}$$

$$x^3 + \left(\frac{1}{4x}\right)^3 + \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{125}{8}$$

$$x^3 + \left(\frac{1}{4x}\right)^3 = \frac{125}{8} - \frac{15}{8}$$

$$x^3 + \frac{1}{64x^3} = \frac{110}{8} \quad \dots\dots(i)$$

$$\text{अब, } \frac{64x^6 + 1}{8x^3} = 8x^3 + \frac{1}{8x^3} = 8 \left(x^3 + \frac{1}{64x^3}\right)$$

समी. (i) से मान रखने पर

$$\frac{64x^6 + 1}{8x^3} = 8 \times \left(\frac{110}{8}\right) \Rightarrow 110$$

Trick-

$$\begin{aligned}
 x + \frac{1}{(4x)} &= \frac{5}{2} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{64x^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} \\
 &= \frac{125}{8} - \frac{15}{8} = \frac{110}{8} \\
 \text{अब } \frac{64x^6 + 1}{8x^3} &= \frac{8x^3 \left[8x^3 + \frac{1}{8x^3} \right]}{8x^3} \\
 &= 8x^3 + \frac{1}{8x^3} \\
 &= 8 \left[x^3 + \frac{1}{64x^3} \right] \\
 &= 8 \times \frac{110}{8} \\
 &= 110
 \end{aligned}$$

50. यदि $x(2x + 3) = 90$ तथा $7y^{-\frac{1}{2}} + 2y^{-\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{2}}$ (x तथा y धनात्मक संख्या है), तो $x^2 + y^2$ का मान क्या होगा?
- (a) 45 (b) 109
(c) 117 (d) 126

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तर (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या- $\therefore x(2x + 3) = 90$

$$2x^2 + 3x = 90$$

$$2x^2 + 3x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow x(2x + 15) - 6(2x + 15) = 0$$

$$(x - 6)(2x + 15) = 0$$

$$\therefore x = 6, -\frac{15}{2}$$

$$\therefore 7y^{-\frac{1}{2}} + 2y^{-\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{7}{y^{\frac{1}{2}}} + \frac{2}{y^{\frac{1}{2}}} = y^{\frac{1}{2}}$$

$$9 = y^{\frac{1}{2}} \times y^{\frac{1}{2}}$$

$$y = 9$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x^2 + y^2 &= (6)^2 + (9)^2 \quad \{\because x \text{ तथा } y \text{ धनात्मक संख्याएं हैं।}\} \\
 &= 36 + 81 \\
 &= 117
 \end{aligned}$$

51. यदि $\frac{a}{3} = 1 - \frac{3}{a}$ हो तो a^5 का मान क्या है?

- (a) -81 (b) 148
(c) -243 (d) 227

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या- माना $\frac{a}{3} = x$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = -\omega_1 - \omega^2$$

$$\frac{a}{3} = -\omega_1 - \omega^2$$

$$\therefore a = -3\omega - 3\omega^2$$

$$\therefore a = -3\omega \quad \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } a = -3\omega^2 \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) का आपस में गुणा करने पर-

$$a^2 = 9\omega^3 = 9 \quad \{\because \omega^3 = 1\} \quad \dots\dots(iii)$$

समी. (i) का घन करने पर

$$a^3 = (-3\omega)^3 = (-3)^3 \cdot \omega^3$$

$$\therefore a^3 = (-3)^3 \quad \dots\dots(iv)$$

समी. (iii) \times समी. (iv)

$$\therefore a^5 = -27 \times 9 \Rightarrow -243$$

52. यदि $x^3 + 6x^2 + 12x = 19$ हो, तो x^3 का मान क्या है?

- (a) 8 (b) 27
(c) -1 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(d)

व्याख्या- $x^3 + 6x^2 + 12x = 19$

$$x^3 + 6x^2 + 12x - 19 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + 7x + 19) = 0$$

$$\therefore x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\{\because x^2 + 7x + 19 \neq 0 \Rightarrow D < 0\}$$

$$\Rightarrow x^3 = 1^3 \Rightarrow x^3 = 1$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Trick-

$$x^3 + 6x^2 + 12x = 19$$

माना $x = 1$

$$\text{तब } (1)^3 + 6 \times (1)^2 + 12 \times 1 = 19$$

$$19 = 19$$

$$\therefore x = 1 \text{ समी. को संतुष्ट करता है।}$$

$$\therefore x^3 = (1)^3 = 1$$

53. यदि $x^2 + 16 = -4x$ हो, तो $x^3 - 64$ का मान क्या है?

- (a) 128 (b) 0
(c) 64 (d) 256

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- $x^2 + 16 = -4x$

$$x^2 + 4x + 16 = 0 \quad \dots\dots(i)$$

$$x^3 - 64 = (x^3 - 4^3)$$

$$= (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$$

$$\{\text{सूत्र } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)\}$$

$$= (x - 4) \times 0 \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= 0$$

54. यदि $a = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$, तो $a^2 - ax$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0
(c) 2 (d) -1

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $a = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$

$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}$ से अंश और हर में गुणा करने पर

$$a = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2})^2}{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x-2})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+2})^2 + (\sqrt{x-2})^2 + 2\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}}{(x+2) - (x-2)}$$

$$= \frac{x+2 + x-2 + 2\sqrt{(x+2)(x-2)}}{x+2 - x+2}$$

$$= \frac{2x + 2\sqrt{x^2 - 4}}{4}$$

$$a = \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2}$$

∴ प्रश्न से

$$a^2 - ax = a(a - x)$$

$$= \frac{(x + \sqrt{x^2 - 4})}{2} \left(\frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2} - x \right)$$

$$= \frac{(x + \sqrt{x^2 - 4})}{2} \times \frac{(x + \sqrt{x^2 - 4} - 2x)}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2 - 4} + x}{2} \times \frac{(\sqrt{x^2 - 4} - x)}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x^2 - 4})^2 - x^2}{4}$$

$$= \frac{x^2 - 4 - x^2}{4}$$

$$= \frac{-4}{4} \Rightarrow -1$$

Trick—

$$a = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$$

$$\frac{a+1}{a-1} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$$

[योगान्तरानुपात नियम से]

$$\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} = \frac{(x+2)}{(x-2)}$$

$$\frac{(a+1)^2 + (a-1)^2}{(a+1)^2 - (a-1)^2} = \frac{x}{2} \quad [\text{योगान्तरानुपात नियम से}]$$

$$\frac{2(a^2 + 1)}{4a} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{a^2 + 1}{a} = x$$

$$a^2 + 1 = ax$$

$$a^2 - ax = -1$$

55. यदि $x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$ है, तो $(x+1)$ किसके तुल्य है?

- (a) $(\sqrt{2} + 1)$ (b) $(\sqrt{2} - 1)$
(c) $\sqrt{2}$ (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

$$x = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

[$(\sqrt{2} - 1)$ से अंश और हर में गुणा करने पर]

$$x = \frac{\sqrt{2} - 1}{(2 - 1)} \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$x = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x + 1 = \sqrt{2} - 1 + 1 \Rightarrow \sqrt{2}$$

56. यदि $x^2 + 1/x^2 = 2$ हो, तो $x - 1/x$ का मान बताइए?

- (a) -2 (b) 0
(c) 1 (d) -1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016(III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 2 - 2$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

Trick-

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

माना $x = 1$ तब

$$(1)^2 + \frac{1}{(1)^2} = 2$$

$$2 = 2$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1 - \frac{1}{1} = 0$$

57. यदि $p = 9, q = \sqrt{17}$ हो, तो $(p^2 - q^2)^{-1/3}$ का मान किसके बराबर होगा?

- (a) 4 (b) $1/4$
(c) 3 (d) $1/3$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- $p = 9, q = \sqrt{17}$

$$\begin{aligned} \therefore (p^2 - q^2)^{-1/3} &= \frac{1}{(p^2 - q^2)^{1/3}} \\ &= \frac{1}{(81 - 17)^{1/3}} = \frac{1}{64^{1/3}} \\ &= \frac{1}{4^{3 \times \frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{4} \end{aligned}$$

58. यदि $\frac{x}{a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}$ हो, तो $x - x^2$ का मान कितना होगा?

- (a) $-a$ (b) $\frac{1}{a}$
(c) $-\frac{1}{a}$ (d) a

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर-(d)

व्याख्या- $\therefore \frac{x}{a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}$

या $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} - \frac{x}{a}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1-x}{a}$$

$$\therefore \frac{a}{x} = 1 - x \dots (i)$$

अब $x - x^2 = x(1 - x)$

$$= x \times \frac{a}{x} \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= a$$

59. यदि $x = 11$, तो $x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 10
(c) 15 (d) 20

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर-(b)

व्याख्या- $x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1$

$$= x^5 - 11x^4 - x^4 + 11x^3 + x^3 - 11x^2 - x^2 + 11x + x - 1$$

$$= x^4(x - 11) - x^3(x - 11) + x^2(x - 11) - x(x - 11) + x - 1$$

$x = 11$ रखने पर

$$= x^4(11 - 11) - x^3(11 - 11) + x^2(11 - 11) - x(11 - 11)$$

$$+ (11 - 1)$$

$$= 0 + 10 \Rightarrow 10$$

60. यदि $x + \frac{1}{x} = -2$ हो, तो $1 + x^3 + x^6$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) -1

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- दिया है- $x + \frac{1}{x} = -2$

$$x^2 + 1 = -2x$$

$$x^2 + 1 + 2x = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$\therefore 1 + x^3 + x^6 = 1 + (-1)^3 + (-1)^6 \text{ [x का मान रखा गया]}$$

$$= 1 - 1 + 1 \Rightarrow 1$$

Trick-

यदि $x + \frac{1}{x} = -2$

तब $x = -1$

$$\therefore 1 + x^3 + x^6 = 1 + (-1)^3 + (-1)^6 = 1$$

61. यदि $x = 1/(\sqrt{2} + 1)$ हो, तो $x^2 + 2x - 1$ का मान क्या होगा?

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) 4
(c) 0 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016(III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016(I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या— दिया है- $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$
(हर का परिमेयीकरण करने पर)

या $(x+1) = \sqrt{2}$
दोनों पक्षों का वर्ग करने पर
 $x^2 + 1 + 2x = 2$
या $x^2 + 2x - 1 = 0$

62. यदि $a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1$ हो, तो $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$ का मान बताएं?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore a = \sqrt{2} + 1$

$$\text{या } a+1 = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{a+1} = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$$

$$\text{तथा } b+1 = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{b+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} &= \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})} \\ &= \frac{2\sqrt{2}+2}{2+2\sqrt{2}} \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

63. यदि $x+y=2a$ है, तो $\frac{a}{x-a} + \frac{a}{y-a}$ का मान है-

- (a) -1 (b) 2 (c) 1 (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore x+y=2a$

$$\therefore a = \frac{x+y}{2}$$

\therefore प्रश्न से

$$\begin{aligned} \frac{a}{x-a} + \frac{a}{y-a} &= \frac{\frac{x+y}{2}}{x-\left(\frac{x+y}{2}\right)} + \frac{\frac{x+y}{2}}{y-\left(\frac{x+y}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{(x+y)}{2}}{\frac{(2x-x-y)}{2}} + \frac{\frac{(x+y)}{2}}{\frac{(2y-x-y)}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x+y)}{(x-y)} + \frac{(x+y)}{(y-x)} \\ &= \frac{(x+y)}{(x-y)} + \frac{(x+y)}{-(x-y)} \\ &= \frac{(x+y)}{(x-y)} - \frac{(x+y)}{(x-y)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Trick— दिया है $x+y=2a$ (i)

$y=0$ समी. (i) में रखने पर-

$$\begin{aligned} x &= 2a \\ \therefore \frac{a}{x-a} + \frac{a}{y-a} \\ &= \frac{a}{2a-a} + \frac{a}{0-a} \\ &= \frac{a}{a} - \frac{a}{a} = 1 - 1 \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

64. यदि $a=xb$ तथा $b=ay$ हो, तो $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ कितना होगा?

- (a) b (b) 2ab
(c) 1 (d) a

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $a=xb$ तथा $b=ay$

$$x = \frac{a}{b}, \text{ तथा } y = \frac{b}{a}$$

दोनों तरफ 1 जोड़ने पर

$$x+1 = \frac{a}{b} + 1 \text{ तथा } y+1 = \frac{b}{a} + 1$$

$$x+1 = \frac{a+b}{b} \text{ तथा } y+1 = \frac{b+a}{a}$$

$$\therefore \frac{1}{x+1} = \frac{1}{\frac{a+b}{b}} \text{ तथा } \frac{1}{y+1} = \frac{1}{\frac{b+a}{a}}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{b}{a+b} \text{ तथा } \frac{1}{y+1} = \frac{a}{a+b}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} &= \frac{b}{a+b} + \frac{a}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

Trick—

$$a=xb, b=ay$$

माना $a=1, b=2$

$$\text{तब } x = \frac{1}{x}, y = 2$$

$$\begin{aligned}\text{अब } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} &= \frac{1}{\frac{1}{2}+1} + \frac{1}{2+1} \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{3} \\ &= 1\end{aligned}$$

65. यदि $p^3 - q^3 = (p - q) \{(p + q)^2 - xpq\}$ हो, तो x का मान क्या है?

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) -2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } p^3 - q^3 &= (p - q) \{(p + q)^2 - xpq\} \\ \text{या } (p - q) (p^2 + q^2 + pq) &= (p - q) \{(p + q)^2 - xpq\} \\ \text{या } p^2 + q^2 + pq &= p^2 + q^2 + 2pq - xpq \\ \text{या } xpq &= 2pq - pq \\ \text{या } x &= \frac{pq}{pq} \Rightarrow 1\end{aligned}$$

66. यदि $x = 3/2$ हो, तो $27x^3 - 54x^2 + 36x - 11$ का मान क्या होगा?

- (a) $11\frac{3}{8}$ (b) $11\frac{5}{8}$
(c) $12\frac{3}{8}$ (d) $12\frac{5}{8}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \therefore x &= 3/2 \\ \therefore 27x^3 - 54x^2 + 36x - 11 &= 27 \times \frac{27}{8} - 54 \times \frac{9}{4} + 36 \times \frac{3}{2} - 11 \\ &= 27 \times \frac{27}{8} - \frac{27 \times 9}{2} + 54 - 11 \\ &= \frac{27 \times 27}{8} - 27 \times \frac{9}{2} + 43 \\ &= \frac{27 \times 27 - 27 \times 9 \times 4 + 43 \times 8}{8} \\ &= \frac{729 - 972 + 344}{8} = \frac{1073 - 972}{8} \\ &= \frac{101}{8} \\ &= 12\frac{5}{8}\end{aligned}$$

67. यदि $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ तथा $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ हो, तो $8xy(x^2 + y^2)$ का मान कितना होगा?

- (a) $16\sqrt{6}$ (b) 32
(c) $48\sqrt{2}$ (d) 80

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \therefore x &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ तथा } y = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \therefore x^2 &= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{6} \\ &= 5 + 2\sqrt{6} \dots\dots\dots(i)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore y^2 &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 + 2 - 2\sqrt{6} \\ &= 5 - 2\sqrt{6} \dots\dots\dots(ii)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{तथा } xy &= (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \\ &= 3 - 2 \Rightarrow 1 \dots\dots\dots(iii) \\ \therefore \text{प्रश्नानुसार } 8xy(x^2 + y^2) &= 8 \times 1 [5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6}] \\ &= 8 \times 10 \Rightarrow 80\end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ y &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{1}{x} \\ \therefore x + \frac{1}{x} &= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{3} \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= (2\sqrt{3})^2 - 2 = 10 \dots\dots(i) \\ xy &= x \times \frac{1}{x} = 1 \quad [\because y = \frac{1}{x}] \dots\dots(ii) \\ \therefore 8xy(x^2 + y^2) &= 8 \times 1 \times 10 = 80 \text{ [समी. (i) तथा (ii) से]}\end{aligned}$$

68. यदि $x = 12$ और $y = 4$, तो $(x + y)^{\frac{x}{y}}$ का मान क्या है?

- (a) 48 (b) 1792
(c) 4096 (d) 570

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— दिया है— } x &= 12 \text{ और } y = 4 \\ \therefore (x + y)^{\frac{x}{y}} &= (12 + 4)^{\frac{12}{4}} = 16^3 \\ &= 16 \times 16 \times 16 \Rightarrow 4096\end{aligned}$$

69. यदि $x+y=3\sqrt{8}$, $x-y=\sqrt{2}$, तो $8xy(x^2+y^2)$ का मान क्या होगा?

- (a) 5760 (b) 5440
(c) 5360 (d) 5180

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x+y=3\sqrt{8}$ (i)

$x-y=\sqrt{2}$ (ii)

समी. (i) व (ii) के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$(x^2+y^2)+2xy=72$ (iii)

$(x^2+y^2)-2xy=2$ (iv)

समी. (iii) व (iv) जोड़ने पर

$2(x^2+y^2)=74$

$(x^2+y^2)=37$

(x^2+y^2) का मान समी. (iii) में रखने पर

$2xy=72-37 \Rightarrow 35$

$8xy(x^2+y^2)=4 \times 2xy(x^2+y^2)$
 $=4 \times 35 \times 37 \Rightarrow 5180$

70. यदि $999x+888y=1332$ और $888x+999y=555$, तो x^2-y^2 किसके बराबर है?

- (a) 9 (b) 5
(c) 7 (d) 8

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $999x+888y=1332$

$111(9x+8y)=1332$

$9x+8y=12$ (i)

तथा $888x+999y=555$

$111(8x+9y)=555$

$8x+9y=5$ (ii)

समी. (i) को 8 तथा समी. (ii) को 9 से गुणा करके घटाने पर

$72x+64y=96$

$72x+81y=45$

$\begin{array}{r} - \\ - \\ - \\ \hline -17y = +51 \\ y = -3 \end{array}$

$\therefore 8x+9 \times (-3)=5$
 $8x=5+27$

$=32$

$\therefore x=4$

$\therefore x^2-y^2=(4)^2-(-3)^2$
 $=16-9 \Rightarrow 7$

Trick—

$999x+888y=1332$ (i)

$888x+999y=555$ (ii)

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$1887x+1887y=1887$

$x+y=1$ (iii)

समी. (i) व (ii) को घटाने पर

$111x-111y=777$

$x-y=7$ (iv)

अब $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ [समी. (iii) तथा (iv) से]
 $=1 \times 7$

$x^2-y^2=7$

71. यदि $x=\sqrt[3]{x^2+11}-2$ हो, तो x^3+5x^2+12x का मान बताएं।

- (a) 0 (b) 3 (c) 7 (d) 11

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore x=\sqrt[3]{x^2+11}-2$

या $(x+2)=\sqrt[3]{x^2+11}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

या $(x+2)^3=(x^2+11)$

$\therefore x^3+8+3 \cdot x \cdot 2(x+2)=x^2+11$

या $x^3+8+6x^2+12x=x^2+11$

या $x^3+5x^2+12x=11-8$

या $x^3+5x^2+12x=3$

72. यदि $4x=18y$ हो, तो $\left(\frac{x}{y}-1\right)$ का मान कितना होगा?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{7}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $4x=18y$

$\frac{x}{y}=\frac{18}{4}$

$\therefore \frac{x}{y}-1=\frac{18}{4}-1$

$=\frac{18-4}{4} \Rightarrow \frac{7}{2}$

73. यदि $x = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$ और $y = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तो $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$

का मान है-

- (a) $\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{3}$
(c) $16\sqrt{3}$ (d) $2\sqrt{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(b)

व्याख्या— $x = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$ और $y = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\therefore (x+y) = 2\sqrt{3} \dots(i) \text{ तथा } xy = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

(समी. (i) का) घन करने पर

$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = (2\sqrt{3})^3$$

$$x^3 + y^3 + 3 \times \frac{8}{3} \times 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 + 16\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + y^3 = 24\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$$

$$= 8\sqrt{3}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{8\sqrt{3}}{\frac{8}{3}} \Rightarrow 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

74. यदि $x = a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}$, $y = a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}$ है, तो $(x^4 - x^2y^2 - 1) + (y^4 - x^2y^2 + 1)$ का मान है-

- (a) 13 (b) 16
(c) 12 (d) 14

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(b)

व्याख्या— $x = a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}$, $y = a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}$

वर्ग करने पर

$$x^2 = a + \frac{1}{a} + 2, \quad y^2 = a + \frac{1}{a} - 2$$

$$\begin{aligned} \therefore (x^4 - x^2y^2 - 1) + (y^4 - x^2y^2 + 1) \\ &= x^4 - x^2y^2 - 1 + y^4 - x^2y^2 + 1 \\ &= x^4 + y^4 - 2x^2y^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= \left(a + \frac{1}{a} + 2 - a - \frac{1}{a} + 2 \right)^2 \\ &= (4)^2 \Rightarrow 16 \end{aligned}$$

75. यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ हो, तो $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ का मान बताएं।

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $x = 2 + \sqrt{3}$

$$\text{या } (x-2) = \sqrt{3}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + 4 - 4x = 3$$

$$\text{या } x^2 + 1 = 4x \dots\dots(i)$$

$$\therefore \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{4x - x}{4x + x}$$

$$= \frac{3x}{5x} \Rightarrow \frac{3}{5}$$

Trick—

$$\text{दिया है } x = 2 + \sqrt{3}$$

$$x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

मान रखने पर

$$= \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \Rightarrow \frac{7 + 4\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} + 1}{7 + 4\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{6 + 3\sqrt{3}}{10 + 5\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{3(2 + \sqrt{3})}{5(2 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{3}{5}$$

76. यदि $x = \sqrt{2} + 1$ हो, तो $x^4 - \frac{1}{x^4}$ का मान कितना होगा?

- (a) $8\sqrt{2}$ (b) $18\sqrt{2}$
(c) $6\sqrt{2}$ (d) $24\sqrt{2}$

S.S.C. EC.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $x = \sqrt{2} + 1$

$$x^2 = 2 + 1 + 2\sqrt{2}$$

$$= 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{या } x^4 = 9 + 8 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$= 17 + 12\sqrt{2}$$

इसी प्रकार

$$\frac{1}{x^4} = \frac{1}{17+12\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{x^4} = 17-12\sqrt{2}$$

$$\therefore x^4 - \frac{1}{x^4} = 17+12\sqrt{2} - (17-12\sqrt{2})$$

$$= 17+12\sqrt{2} - 17 + 12\sqrt{2}$$

$$= 24\sqrt{2}$$

77. यदि $a = 23$ तथा $b = -29$ हो, तो $25a^2 + 40ab + 16b^2$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) 2

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है- $a = 23$ एवं $b = -29$

$$\text{तब } 25a^2 + 40ab + 16b^2 = (5a + 4b)^2$$

$$= [5 \times 23 + 4 \times (-29)]^2 = (115 - 116)^2$$

$$= (-1)^2 \Rightarrow 1$$

78. यदि $x^2 = y + z$, $y^2 = z + x$ और $z^2 = x + y$, तो

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} \text{ का मान है-}$$

- (a) 2 (b) 0
(c) -1 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $x^2 = y + z$, $y^2 = z + x$ और $z^2 = x + y$

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} = \frac{x}{x+x^2} + \frac{y}{y+y^2} + \frac{z}{z+z^2}$$

$$= \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{y+z+x} + \frac{z}{z+x+y}$$

$$= \frac{x+y+z}{x+y+z} \Rightarrow 1$$

Trick—

$$x^2 = y + z, y^2 = z + x, z^2 = x + y$$

$$\text{माना } x = y = z = 2$$

$$\text{तब } x^2 = y + z \Rightarrow (2)^2 = 2 + 2$$

$$4 = 4$$

$$\therefore \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$= 1$$

79. यदि $a^x = b$, $b^y = c$, $c^z = a$ हो, तो xyz किसके बराबर होगा?
(a) 0 (b) 1

- (c) abc (d) $\frac{1}{abc}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a^x = b$ (i)

$b^y = c$ या $b = (c)^{1/y}$ (ii)

$c^z = a$ या $c = (a)^{1/z}$ (iii)

समी. (ii) से b का मान समी. (i) में रखने पर-

$a^x = c^{1/y}$ (iv)

समी. (iii) से c का मान समी. (iv) में रखने पर-

$$a^x = \left((a)^{1/z} \right)^{1/y}$$

$$a^x = a^{\frac{1}{zy}}$$

घातों की तुलना करने पर-

$$x = \frac{1}{zy}$$

$$\therefore xyz = 1$$

80. यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$, ($a \neq b$) हो, तो $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$ का मान क्या होगा?

- (a) a (b) b
(c) $2ab$ (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\text{या } 4ab = x(a+b) \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{अब } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$$

$$= \frac{(x+2a)(x-2b) + (x+2b)(x-2a)}{(x-2a)(x-2b)}$$

$$= \frac{x^2 - 2bx + 2ax - 4ab + x^2 - 2ax + 2bx - 4ab}{x^2 - 2bx - 2ax + 4ab}$$

$$= \frac{2x^2 - 8ab}{x^2 - 2x(a+b) + 4ab}$$

(समीकरण (i) से $8ab$ तथा $4ab$ का मान रखने पर)

$$= \frac{2x^2 - 2[x(a+b)]}{x^2 - 2x(a+b) + x(a+b)}$$

$$= \frac{2[x^2 - x(a+b)]}{[x^2 - x(a+b)]}$$

$$= 2$$

Trick-

नोट : (i) यदि $x = \frac{2ab}{a+b}$ तब $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$

(ii) यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ तब $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$

(iii) यदि $x = \frac{8ab}{a+b}$ तब $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = 2$

81. यदि $x = b + c - 2a, y = c + a - 2b, z = a + b - 2c$ हो, तो $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) $a + b + c$
(c) $a - b + c$ (d) $a + b - c$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर-(a)

व्याख्या— $x = b + c - 2a \dots\dots(i)$

$y = c + a - 2b \dots\dots(ii)$

$z = a + b - 2c \dots\dots(iii)$

$\therefore x + y + z = b + c - 2a + c + a - 2b + a + b - 2c$
 $= 0$

या $x + y = -z \dots\dots(iv)$

अब $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy = x^2 + y^2 + 2xy - z^2$
 $= (x + y)^2 - z^2$
 $= (-z)^2 - z^2$ [समीकरण (iv) से]
 $= z^2 - z^2 \Rightarrow 0$

82. यदि $x = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$ हो, तो $\left(x - \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{42}}\right) \left(x - \frac{1}{x - \frac{2\sqrt{3}}{3}}\right)$ का

मान क्या है?

- (a) $5\frac{\sqrt{3}}{6}$ (b) $2\frac{\sqrt{3}}{3}$
(c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या— $\therefore x = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore x = \frac{3+1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}}$

$\therefore \left(x - \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{42}}\right) \left(x - \frac{1}{x - \frac{2\sqrt{3}}{3}}\right)$

$= \left(x - \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{42}}{\sqrt{42}}\right) \left[x - \frac{1}{x - \frac{2}{\sqrt{3}}}\right]$

$= (x - \sqrt{3}) \left[x - \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}}}\right] \Rightarrow (x - \sqrt{3}) \left[x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

$= \left(\frac{4}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right) \left[\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \Rightarrow \left(\frac{4-3}{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{8-3}{2\sqrt{3}}\right)$

$\therefore \left(x - \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{42}}\right) \left(x - \frac{1}{x - \frac{2\sqrt{3}}{3}}\right)$
 $= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{5}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$

प्रकार-3

83. यदि $x + y = 4$, तो $\frac{2}{x-2} + \frac{2}{y-2}$ का मान क्या है?

- (a) -1 (b) 0
(c) 4 (d) 16

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या— $\therefore x + y = 4$

$\therefore x + y = 2 + 2$

$x - 2 = 2 - y$

$\frac{2}{x-2} + \frac{2}{y-2} = \frac{2}{2-y} - \frac{2}{2-y} \Rightarrow 0$

84. यदि $\left(\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{5}{x}\right) = -2$ है, तो x^3 का मान क्या होगा?

- (a) -125 (b) 5
(c) 1/125 (d) 625

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या— $\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = -2$

$\frac{x^2 + 25}{5x} = -2$

$x^2 + 25 = -10x$

$x^2 + 10x + 25 = 0$

$x^2 + 5x + 5x + 25 = 0$

$x(x+5) + 5(x+5) = 0$

$(x+5)(x+5) = 0$

$x+5 = 0, x = -5$

$\therefore x^3 = (-5)^3 = -125$

Trick—

$$\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = -2$$

माना $\frac{x}{5} = x$

तब $x \times \frac{1}{x} = -2$

$\therefore x = -1$

या $\frac{x}{5} = -1$

$x = -5$

$\therefore x^3 = (-5)^3 = -125$

85. यदि $x = \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)}$ है, तो $\frac{(x^5+x^4+x^2+x)}{x^3}$ का मान क्या

है?

(a) 40

(b) 37.5

(c) 38

(d) $20\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है- $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow x = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1}$

$x = 2 + 1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = 3 - 2\sqrt{2}$

$\frac{x^5+x^4+x^2+x}{x^3} = \frac{x^5+x+x^4+x^2}{x^3}$

$= \frac{x^3 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} \right)}{x^3}$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right)$

$= (6)^2 - 2 + 6 = 36 - 2 + 6 \Rightarrow 40$

$\left[\because x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \right]$

86. यदि $x = 5 - 2\sqrt{6}$ है, तो $\sqrt{x} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ का मान क्या है?

(a) 5

(b) 2

(c) $2\sqrt{3}$

(d) $2\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y^2 = x + \frac{1}{x} + 2$

$y^2 = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} + 2$

$y^2 = 12 \quad \left(\because x = 5 - 2\sqrt{6} \right)$

$\therefore \frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6}$

$\therefore y = 2\sqrt{3}$

87. यदि $x = 3 - 2\sqrt{2}$ है, तो $\sqrt{x} + (1/\sqrt{x})$ का मान _____ है।

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) $2\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 + 2 - 2\sqrt{2}$

$x = (1)^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2} - 1)^2$

$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$ तथा $\frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2} + 1$

$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} + 1 = 2\sqrt{2}$

88. यदि $\left(x - \frac{1}{3} \right)^2 + (y - 4)^2 = 0$ हो, तो $\frac{y+x}{y-x}$ का मान क्या है?

(a) $\frac{11}{13}$

(b) $\frac{13}{11}$

(c) $\frac{16}{9}$

(d) $\frac{9}{16}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— यदि $\left(x - \frac{1}{3} \right)^2 + (y - 4)^2 = 0$

[\because किसी संख्या (धनात्मक या ऋणात्मक) का वर्ग एक धनात्मक संख्या होती है और दो धनात्मक संख्याओं के वर्गों का योग तभी शून्य हो सकता है जब वे अलग-अलग शून्य हों]

$\therefore \left(x - \frac{1}{3} \right)^2 = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

तथा $(y - 4)^2 = 0 \Rightarrow y = 4$

$\therefore \frac{y+x}{y-x} = \frac{4 + \frac{1}{3}}{4 - \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{13}{11}$

89. यदि $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 15)^2 = 0$ हो, तो $x + y + z - 5$ का मान क्या है?

(a) 5

(b) 9

(c) 15

(d) 20

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 15)^2 = 0$

यदि $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = 0$ हो, तो इस प्रकार के व्यंजक को हल हेतु $x - a = 0$ या $x = a$, $y = b$ तथा $z = c$ मान रखकर एक संभावित मान निकाला जा सकता है।

$\therefore x - 2 = 0, x = 2$

$y + 3 = 0, y = -3$

$z - 15 = 0, z = 15$

$\therefore x + y + z - 5 = 2 - 3 + 15 - 5$
 $= -1 + 15 - 5$
 $= 15 - 6 \Rightarrow 9$

90. यदि $\frac{(5x-y)}{(5x+y)} = \frac{3}{7}$, तो $\frac{(4x^2+y^2-4xy)}{(9x^2+16y^2+24xy)}$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) $\frac{3}{7}$
(c) $\frac{18}{49}$ (d) $\frac{1}{6}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{5x-y}{5x+y} = \frac{3}{7}$
 $35x-7y = 15x+3y$
 $20x = 10y$
 $\therefore y = 2x$ (i)
 $\frac{4x^2+y^2-4xy}{9x^2+16y^2+24xy} = \frac{(2x-y)^2}{(3x+4y)^2} = \frac{(2x-2x)^2}{(3x+4y)^2} \Rightarrow 0$
 (समी. (i) से)

91. यदि $\frac{x}{y} = \frac{4}{9}$, तो $\frac{(7x^2-19xy+11y^2)}{y^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{59}{81}$ (b) $\frac{100}{27}$
(c) $\frac{319}{81}$ (d) $\frac{913}{81}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \frac{x}{y} = \frac{4}{9} \Rightarrow x : y = 4 : 9$
 माना $x = 4k$ तथा $y = 9k$
 $\therefore \frac{7x^2-19xy+11y^2}{y^2}$
 $= \frac{7 \times (4k)^2 - 19 \times (4k) \times (9k) + 11(9k)^2}{(9k)^2}$
 $= \frac{7 \times 16 - 19 \times 36 + 11 \times 81}{81} = \frac{112 - 684 + 891}{81}$
 $= \frac{1003 - 684}{81} \Rightarrow \frac{319}{81}$

92. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ ($x \neq 0$) हो, तो $\frac{(x^2-x+1)}{5x}$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x} = 3$

$x^2 + 1 = 3x$ (दोनों पक्षों में x घटाने पर)

$x^2 - x + 1 = 2x$ (i)

$\therefore \frac{x^2 - x + 1}{5x} = \frac{2x}{5x}$ (समी. (i) से)
 $= \frac{2}{5}$

93. यदि $2x + \frac{1}{3x} = 5$ हो, तो $\frac{5x}{6x^2+20x+1}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{6}$
(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{7}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore 2x + \frac{1}{3x} = 5$

या $6x^2 + 1 = 15x$ (i)

$\therefore \frac{5x}{6x^2+20x+1} = \frac{5x}{15x+20x}$ [समी. (i) से]
 $= \frac{5x}{35x} \Rightarrow \frac{1}{7}$

94. यदि $\frac{(a+b)}{\sqrt{ab}} = \frac{2}{1}$ हो, तो $(a-b)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0
(c) -1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a+b = 2\sqrt{ab}$

या $(a+b)^2 = 4ab$

या $a^2 + b^2 + 2ab - 4ab = 0$

या $a^2 + b^2 - 2ab = 0$

या $(a-b)^2 = 0$

या $a-b = 0$

Trick— $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = 2$ (i)

$a=b=1$ समी. (i) में रखने पर-

$\frac{1+1}{\sqrt{1 \times 1}} = \frac{1+1}{1} \Rightarrow 2$

$\therefore a-b = 1-1 \Rightarrow 0$

95. यदि $x^2 - 3x + 1 = 0$ हो, तो $x + \frac{1}{x}$ का मान क्या है?
- (a) 3 (b) 7
(c) 9 (d) 11

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है $x^2 - 3x + 1 = 0$
 $x^2 + 1 = 3x$
 $\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 1}{x}$
 $= \frac{3x}{x} \Rightarrow 3 \quad (\because x^2 + 1 = 3x)$

Trick—

$\therefore x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x$
 x से दोनों पक्षों में भाग देने पर—

$$\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

96. यदि $a^2 + \frac{1}{a^2} = 38$ है, तो $\left(a - \frac{1}{a}\right)$ का मान ज्ञात करें।
- (a) 2 (b) 4
(c) 6 (d) 8

S.S.C. ऑनलाइन (CHSL) 11 मार्च, 2018 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया गया समीकरण

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 38 \quad \dots\dots (i)$$

समी. (i) के दोनों पक्षों में 2 घटाने पर

$$a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 38 - 2$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} - 2.a.\frac{1}{a} = 36$$

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 36$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{36} \Rightarrow \pm 6$$

अतः अभीष्ट उत्तर विकल्प (c) होगा।

Trick—

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 38$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{38 - 2}$$

$$= \sqrt{36}$$

$$a - \frac{1}{a} = \pm 6$$

$$\left[\begin{array}{l} \because a^2 + \frac{1}{a^2} = x \\ \text{तब } a - \frac{1}{a} = \sqrt{x - 2} \end{array} \right]$$

97. यदि $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$, तो $a^{30} + a^{24} + a^{18} + a^{12} + a^6 + 1$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) -1 (b) 1
(c) 27 (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots (i)$$

समी. (i) का घन करने पर

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = (\sqrt{3})^3$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} + 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 3\sqrt{3}$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 0 \quad \dots\dots\dots (ii)$$

प्रश्न से

$$a^{30} + a^{24} + a^{18} + a^{12} + a^6 + 1$$

$$= a^{27}\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) + a^{15}\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) + a^3\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$$

$$= a^{27} \times 0 + a^{15} \times 0 + a^3 \times 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{समी. (ii) से } a^3 + \frac{1}{a^3} = 0 \text{ रखने पर} \\ = 0 + 0 + 0 \Rightarrow 0 \end{array} \right]$$

Trick—

यदि $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ या $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ तब

$$a^6 + 1 = 0 \text{ या } a^6 = -1$$

$$\therefore a^{30} + a^{24} + a^{18} + a^{12} + a^6 + 1 = (-1)^5 + (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 - 1 + 1 = 0$$

98. यदि $a + b = 5$ और $a - b = 3$ हो, तो $(a^2 + b^2)$ का मान बताइए?

- (a) 17 (b) 18
(c) 19 (d) 20

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore a + b = 5 \quad \dots\dots\dots (i)$

तथा $a - b = 3 \quad \dots\dots\dots (ii)$

समी. (i) में (ii) को जोड़ने पर

$$2a = 8$$

या $a = 4$
समी. (i) में a का मान रखने पर
 $4 + b = 5$
या $b = 1$
 $\therefore a^2 + b^2 = 4^2 + 1^2$
 $= 16 + 1 \Rightarrow 17$

Trick—

$\therefore a + b = 5$ (i) एवं $a - b = 3$ (ii)
 $\therefore (a^2 + b^2) = \frac{1}{2} [(a+b)^2 + (a-b)^2]$ (सूत्र)
 $= \frac{1}{2} [(5)^2 + (3)^2]$
 $= \frac{1}{2} [25 + 9]$
 $= \frac{1}{2} \times 34$
 $\therefore a^2 + b^2 = 17$

99. यदि $(x-4)(x^2+4x+16)=x^3-P$ हो, तब P किसके बराबर है?

- (a) 27 (b) 8
(c) 64 (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$(x-4)(x^2+4x+16)=x^3-P$$

$$\text{या } x^3+4x^2+16x-4x^2-16x-64=x^3-P$$

$$\text{या } P = 64$$

Trick—

$$(x-4)(x^2+4x+16)=x^3-P$$

$$(x)^3-(4)^3=x^3-P \quad [\because (a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3]$$

$$x^3-64=x^3-P$$

$$P = 64$$

100. यदि $x+y=\sqrt{3}$ और $x-y=\sqrt{2}$ हो, तो $8xy(x^2+y^2)$ का मान बताइए?

- (a) 6 (b) $\sqrt{6}$
(c) 5 (d) $\sqrt{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x+y=\sqrt{3}$ (i)

$$x-y=\sqrt{2}$$
 (ii)

समी. (i) तथा समी. (ii) को जोड़ने पर

$$x = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{2}$$

इसी प्रकार समी. (i) में से (ii) को घटाने पर

$$y = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2}$$

$$\therefore 8xy(x^2+y^2) = 8 \cdot \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{2} \cdot \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{2} \times \left[\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{4} + \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{4} \right]$$

$$= \frac{2}{4} (3-2) [3+2+2\sqrt{6}+3+2-2\sqrt{6}]$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \Rightarrow 5$$

Trick—

$$\therefore x+y=\sqrt{3}$$
 (i) एवं $x-y=\sqrt{2}$ (ii)

$$\therefore 2(x^2+y^2) = (x+y)^2 + (x-y)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = 3+2=5$$
 (iii)

$$\text{एवं } 4xy = (x+y)^2 - (x-y)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3-2=1$$
 (iv)

समी. (iii) एवं समी. (iv) का गुणा करने पर

$$8xy(x^2+y^2) = 5 \times 1 \Rightarrow 5$$

101. यदि $(a+b-6)^2+a^2+b^2+1+2b=2ab+2a$ हो, तो a का मान क्या है?

- (a) 7 (b) 6
(c) 3.5 (d) 2.5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$$(a+b-6)^2+a^2+b^2+1+2b=2ab+2a$$

$$(a+b-6)^2+(a^2+b^2-2ab)+1+2b-2a=0$$

$$(a+b-6)^2+(a-b)^2+1-2(a-b)=0$$

$$(a+b-6)^2+[(a-b)-1]^2=0$$
 (i)

समी. (i) के शून्य होने के लिए आवश्यक है कि जिन राशियों का वर्ग हुआ है वे अलग-अलग शून्य हों अर्थात्

$$a+b-6=0$$

$$\text{या } a+b=6$$
 (ii)

$$\text{तथा } a-b-1=0$$

$$a-b=1$$
 (iii)

समी. (2) और (3) को जोड़ने पर

$$2a=7$$

$$a=3.5$$

102. यदि $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 34$, तो x का मान है—

(विदित है कि $x < 0$)

- (a) -1 (b) -2
(c) -3 (d) -4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} &= 34 \\ \therefore \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^2 + (x - \sqrt{x^2 - 1})^2}{(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1})} &= 34 \\ \therefore \frac{x^2 + (x^2 - 1) + 2x\sqrt{x^2 - 1} + x^2 + x^2 - 1 - 2x\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - (\sqrt{x^2 - 1})^2} &= 34 \\ \therefore \frac{x^2 + x^2 - 1 + x^2 + x^2 - 1}{x^2 - x^2 + 1} &= 34 \\ \therefore 2(2x^2 - 1) &= 34 \\ 2x^2 - 1 &= 17 \\ 2x^2 &= 18 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \\ \therefore x < 0 \\ \therefore x &= -3 \end{aligned}$$

Trick—

$$\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 34$$

नोट : इस प्रकार के प्रश्नों को विकल्प की सहायता से हल करने में आसानी होती है।

विकल्प (c) से $x = -3$ रखने पर

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{9 - 1}}{-3 - \sqrt{8}} + \frac{-3 - \sqrt{8}}{-3 + \sqrt{8}} \\ = \frac{-3 - \sqrt{8}}{-3 - \sqrt{8}} + \frac{-3 - \sqrt{8}}{-3 + \sqrt{8}} \\ = \frac{-3 + \sqrt{8}}{-(3 + \sqrt{8})} + \frac{(3 + \sqrt{8})}{(3 - \sqrt{8})} \\ = \frac{3 - \sqrt{8}}{3 + \sqrt{8}} + \frac{3 + \sqrt{8}}{3 - \sqrt{8}} \\ = \frac{(3 - \sqrt{8})^2 + (3 + \sqrt{8})^2}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2} \\ = 2 [3^2 + (\sqrt{8})^2] \\ = 2 \times 17 \\ = 34 \end{aligned}$$

अतः विकल्प (c) सही उत्तर होगा।

103. यदि x परिमेय संख्या है और $\frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$, तो x के मूल के अंश गणक और हर का योग क्या होगा?
- (a) 3 (b) 4
(c) 5 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या—} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$$

$$\frac{[(x+1) - (x-1)][(x+1)^2 + (x-1)^2 + (x+1)(x-1)]}{[(x+1) - (x-1)][x+1+x-1]} = 2$$

$$\begin{aligned} [\because a^3 - b^3 = (a^2 + b^2 + ab)(a - b) \text{ तथा } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\ \frac{2[(x+1)^2 + (x-1)^2 + x^2 - 1]}{2 \times 2x} = 2 \\ \frac{x^2 + 1 + 2x + x^2 + 1 - 2x + x^2 - 1}{2x} = 2 \end{aligned}$$

$$3x^2 + 1 = 4x$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 - 3x - x + 1 = 0$$

$$3x(x-1) - 1(x-1) = 0$$

$$(3x-1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ या } \frac{1}{3}$$

अतः x के अंश तथा हर का योग $= 1 + 3 \Rightarrow 4$

$\left(\because x = \frac{1}{3} = 2 \right)$ जो कि विकल्प में नहीं है।

अतः विकल्प (b) सही उत्तर है।

104. यदि $\frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = 2$ हो, तो x का मान बताएं?

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{8}{5}$ (d) $\frac{1}{5}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} \therefore \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = 2$$

$$\text{या } \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} = 2\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x}$$

$$\text{या } \sqrt{2+x} = 3\sqrt{2-x}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2+x = 9(2-x)$$

$$\text{या } 2+x = 18 - 9x$$

$$\text{या } 10x = 16$$

$$\text{या } x = \frac{16}{10} \Rightarrow \frac{8}{5}$$

Trick—

योगान्तरानुपात नियम से

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{\sqrt{2+x}}{\sqrt{2-x}} = \frac{3}{1}$$

वर्ग करने पर $\frac{2+x}{2-x} = \frac{9}{1}$ पुनः योगान्तरानुपात नियम

$$\frac{2}{x} = \frac{10}{8}$$

$$x = \frac{8}{5}$$

105. यदि $\left(n^r - tn + \frac{1}{4}\right)$ एक पूर्ण वर्ग हो, तो t के मान क्या होंगे?

- (a) ± 2 (b) 1, 2
(c) 2, 3 (d) ± 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\left(n^r - tn + \frac{1}{4}\right)$ एक पूर्ण वर्ग है।

अतः $x^2 + 2xy + y^2$ से तुलना करने पर

$$x = n, y = \frac{1}{2}$$

$$2xy = 2 \times n \times \frac{1}{2} = n$$

$$\text{अतः } t = \pm 1$$

106. यदि $\frac{4x}{3} + 2P = 12$ हो, तो $x = 6$ की स्थिति में P का मान कितना होगा?

- (a) 6 (b) 4
(c) 2 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{4x}{3} + 2P = 12$ (i)

समी. (i) में $x = 6$ रखने पर

$$\frac{4 \times 6}{3} + 2P = 12$$

$$8 + 2P = 12$$

$$2P = 12 - 8 \Rightarrow 4$$

$$\therefore P = 2$$

107. यदि $x^3 + 2x^2 - 5x + k, x + 1$ से विभाजित होता है, तो k का मान क्या है?

- (a) -6 (b) -1
(c) 0 (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + k$

$$\therefore x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\therefore f(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5 \times (-1) + k = 0$$

$$-1 + 2 + 5 + k = 0 \Rightarrow k = -6$$

अतः $k = -6$ होगा।

108. यदि $4x^2 - 12x + k$ पूर्ण वर्ग हो, तो k का मान बताइए?

- (a) 2 (b) 9
(c) 12 (d) 10

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— यदि $4x^2 - 12x + k$ पूर्ण वर्ग है, तो

$$b^2 = 4ac$$

$$12^2 = 4 \times 4 \times k$$

$$\frac{144}{16} = k$$

$$k = 9$$

Trick—

$$4x^2 - 12x + k$$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + k \dots (i)$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \dots (ii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) की तुलना करने पर—

$$a = 2x, -2ab = -2 \times 2x \times 3 \text{ और } k = b^2$$

$$\therefore -2 \times 2x \times b = -2 \times 2x \times 3$$

$$\text{या } b = 3$$

$$\therefore k = b^2 = 3^2 \Rightarrow 9$$

109. यदि $-2, 2x^2 - x + k = 0$ का मूल है, तो k का मान क्या होगा?

- (a) 6 (b) -6
(c) 10 (d) -10

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $2x^2 - x + k = 0$

यहां (-2) समी. का एक मूल है। अतः $x = -2$ रखने पर

$$2(-2)^2 - (-2) + k = 0$$

$$2 \times 4 + 2 + k = 0$$

$$8 + 2 + k = 0$$

$$10 + k = 0$$

$$\therefore k = -10$$

110. यदि $\{1/2(a-b)\}^2 + ab = p(a+b)^2$ हो, तो p का मान क्या है?

- (a) 4 (b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$\left\{\frac{1}{2}(a-b)\right\}^2 + ab = p(a+b)^2$$

$$\text{या } \frac{1}{4}(a-b)^2 + ab = p(a+b)^2$$

$$\text{या } a^2 + b^2 - 2ab + 4ab = 4p(a+b)^2$$

$$\text{या } (a^2 + b^2 + 2ab) = 4p(a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$\text{या } p = \frac{1}{4}$$

111. यदि $x^2 + 3Qx - 2Q$ का गुणक $(x-2)$ है, तो Q का मान है—

- (a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x^2 + 3Qx - 2Q$ का गुणक $(x-2)$ है

$$\therefore x-2=0$$

$$\therefore x=2$$

x का मान दिए गए समी. में रखने पर

$$x^2 + 3Qx - 2Q = 0$$

$$(2)^2 + 3Q \times 2 - 2Q = 0$$

$$4 + 6Q - 2Q = 0$$

$$4Q = -4$$

$$Q = -1$$

112. यदि $xy(x+y) = m$ हो, तो $x^3 + y^3 + 3m$ का मान बताइए?

(a) $\frac{m^3}{xy}$

(b) $\frac{m^3}{(x+y)^3}$

(c) $\frac{m^3}{x^3y^3}$

(d) mx^3y^3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $xy(x+y) = m$

या $(x+y) = \frac{m}{xy} \dots(i)$

$$\therefore (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$\therefore \frac{m^3}{x^3y^3} = x^3 + y^3 + 3m \quad (\text{समी. (i) से})$$

113. यदि $x + \frac{1}{x} \neq 0$, और $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$ हो, तो $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ का मान बताइए।

(a) 9

(b) 12

(c) 15

(d) 16

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

लेकिन $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$ दिया है।

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

या $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)$

या $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

या $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = 9$

Trick—

नोट : यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ तब $x^6 + 1 = 0$ या $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$

प्रश्नानुसार

दिया है- $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = (\sqrt{3})^4 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 9$$

114. यदि $a^3 + \frac{1}{a^3} = 2$ हो, तो $\frac{a^2+1}{a}$ का मान कितना है? (जहां a

एक घनात्मक संख्या है)

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 2$

या $(a^3)^2 + 1 = 2a^3$

या $(a^3)^2 + 1 - 2a^3 = 0$

या $(a^3 - 1)^2 = 0$

या $a^3 = 1 \Rightarrow a = 1$

$$\therefore \frac{a^2+1}{a} = \frac{1^2+1}{1} = \frac{2}{1} \Rightarrow 2$$

Trick—

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 2$$

माना $a = 1$ तब

$$(a)^3 + \frac{1}{(1)^3} = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 = 2$$

$$\therefore \frac{a^2+1}{a} = \frac{1^2+1}{1} = 2$$

115. यदि $\frac{x^{24}+1}{x^{12}} = 7$ है, तो $\frac{x^{72}+1}{x^{36}}$ का मान है-

(a) 343

(b) 432

(c) 433

(d) 322

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{x^{24}+1}{x^{12}} = 7$

$$\therefore \frac{x^{24}}{x^{12}} + \frac{1}{x^{12}} = 7$$

$$x^{12} + \frac{1}{x^{12}} = 7 \dots\dots\dots (i)$$

समी. (i) का घन करने पर

$$\left(x^{12} + \frac{1}{x^{12}}\right)^3 = 343$$

$$(x^{12})^3 + \left(\frac{1}{x^{12}}\right)^3 + 3 \cdot x^{12} \cdot \frac{1}{x^{12}} \left(x^{12} + \frac{1}{x^{12}}\right) = 343$$

$$x^{36} + \frac{1}{x^{36}} + 3 \times 7 = 343$$

(समी. (i) से $x^{12} + \frac{1}{x^{12}}$ का मान रखने पर)

$$x^{36} + \frac{1}{x^{36}} = 343 - 21$$

$$\therefore \frac{x^{72} + 1}{x^{36}} = 322$$

Trick—

$$\frac{x^{24} + 1}{x^{12}} = 7$$

$$\text{या } x^{12} + \frac{1}{x^{12}} = 7$$

$$\therefore x^{36} + \frac{1}{x^{36}} = (7)^3 - 3 \times 7 = 343 - 21 = 322$$

$$\therefore \frac{x^{72} + 1}{x^{36}} = 322$$

116. यदि $(5x-1)(px+1)$ और $3p(3x-1)$ बराबर हैं जबकि $x=1$, तो p का मान है—

- (a) 2 (b) -1
(c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार $x=1$

$$(5x-1)(px+1) = 3p(3x-1)$$

$$(5 \times 1 - 1)(p \times 1 + 1) = 3p(3 \times 1 - 1)$$

$$4(p+1) = 3p(3-1)$$

$$4p+4 = 6p$$

$$2p = 4$$

$$p = 2$$

117. यदि $ax+by=3$, $bx-ay=4$ और $x^2+y^2=1$, तो a^2+b^2 का मान है—

- (a) 17 (b) 16
(c) 9 (d) 25

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $ax+by=3$

वर्ग करने पर—

$$a^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy = 9 \dots\dots\dots (i)$$

तथा $bx-ay=4$

पुनः वर्ग करने पर—

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2abxy = 16 \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$a^2x^2 + b^2y^2 + b^2x^2 + a^2y^2 = 16 + 9$$

$$a^2x^2 + b^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 = 25$$

$$a^2x^2 + a^2y^2 + b^2y^2 + b^2x^2 = 25$$

$$a^2(x^2+y^2) + b^2(x^2+y^2) = 25$$

प्रश्नानुसार

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\therefore a^2 \times 1 + b^2 \times 1 = 25$$

$$a^2 + b^2 = 25$$

Trick—

नोट : यदि $ax+by=c$

$$bx-ay=d$$

$$\text{तब } (a^2+b^2)(x^2+y^2) = c^2+d^2$$

प्रश्नानुसार

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) = c^2+d^2 \text{ से}$$

$$(a^2+b^2) \times 1 = (3)^2 + (4)^2$$

$$a^2+b^2 = 25$$

118. यदि $2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$ और $2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$ हो,

तो $x^3 + y^3$ का मान क्या होगा?

- (a) a (b) b (c) a^3 (d) b^3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } 2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$$

$$\text{तथा } 2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$$

$$\text{माना } \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}} = A$$

$$\therefore 2x = a + A$$

$$\therefore x = \frac{a+A}{2} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } 2y = a - A$$

$$\therefore y = \frac{a-A}{2} \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x+y)(x^2+y^2-xy)$$

समी. (i) और समी. (ii) से मान रखने पर

$$x^3 + y^3 = \left(\frac{a+A}{2} + \frac{a-A}{2}\right) \left[\left(\frac{a+A}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-A}{2}\right)^2 - \frac{(a+A)(a-A)}{2}\right]$$

$$\begin{aligned}
&= a \left[\frac{1}{4} \{ (a+A)^2 + (a-A)^2 \} - \frac{(a+A)(a-A)}{4} \right] \\
&= \frac{a}{4} [a^2 + A^2 + 2aA + a^2 + A^2 - 2aA - a^2 + A^2] \\
&= \frac{a}{4} [2(A^2 + a^2) - a^2 + A^2] \\
&= \frac{a}{4} [a^2 + 3A^2] \\
&= \frac{a}{4} \left[a^2 + 3 \times \frac{4b^3 - a^3}{3a} \right] \\
&= \frac{1}{4} [a^3 + 4b^3 - a^3] \\
&= \frac{4b^3}{4} \Rightarrow b^3
\end{aligned}$$

119. यदि $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$ हो, तो $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ कितना होगा?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $-\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{2}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012
उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore (a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$
 $\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2 + b^2) = a^6 + b^6 + 2a^3b^3$
 $\therefore 3a^2b^2(a^2 + b^2) = 2a^3b^3$
 $\therefore (a^2 + b^2) = \frac{2a^3b^3}{3a^2b^2}$
 $\therefore (a^2 + b^2) = \frac{2}{3}(ab)$
 $\therefore \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$

120. यदि $a + b = 17$ और $a - b = 9$ हो, तो $(4a^2 + 4b^2)$ का मान बताइए?

- (a) 710 (b) 720
(c) 730 (d) 740

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार
 $a + b = 17$ (i)
 $a - b = 9$ (ii)
समी. (i) में (ii) जोड़ने पर
 $2a = 26$ या $a = 13$

a का मान समी. (i) में रखने पर

$$13 + b = 17$$

$$\text{या } b = 17 - 13 = 4$$

$$\therefore 4a^2 + 4b^2 = 4(a^2 + b^2) = 4[169 + 16]$$

$$\text{या } 4a^2 + 4b^2 = 4 \times 185 \Rightarrow 740$$

Trick—

$$\therefore a + b = 17 \text{ (i) तथा } a - b = 9 \text{ (ii)}$$

$$\therefore 4a^2 + 4b^2 = 2[(a+b)^2 + (a-b)^2] \quad (\text{सूत्र})$$

$$= 2[(17)^2 + (9)^2] [\text{समी. (i) एवं समी. (ii) से}]$$

$$= 2(289 + 81)$$

$$= 2(370) = 740$$

$$\therefore 4a^2 + 4b^2 = 740$$

121. यदि $(x-2)(x-p) = x^2 - ax + 6$ हो, तो $(a-p)$ का मान बताइए?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore (x-2)(x-p) = x^2 - ax + 6$

$$\therefore x^2 - px - 2x + 2p = x^2 - ax + 6$$

$$-(p+2)x + 2p = -ax + 6$$

दोनों पक्षों में x के गुणांक तथा अचर पद की तुलना करने पर

$$p + 2 = a \text{(i)}$$

$$2p = 6 \text{(ii)}$$

$$\text{या } p = 3$$

समी. (i) में p का मान रखने पर

$$3 + 2 = a$$

$$\text{या } a = 5$$

$$\therefore (a-p) = 5 - 3 \Rightarrow 2$$

122. यदि $a - b = 1$ और $a^3 - b^3 = 61$, तो ab का मान क्या होगा?

- (a) -20 (b) 20
(c) 30 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I-पाती)
उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $a - b = 1$

$$\text{तथा } a^3 - b^3 = 61$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\text{या } 1 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\text{या } 1 + 2ab = a^2 + b^2 \text{(i)}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$= (a-b)(1 + 2ab + ab) \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$\text{या } 61 = 1.(1 + 3ab) \quad (\text{दिया है } a^3 - b^3 = 61)$$

$$\text{या } 61 - 1 = 3ab$$

$$\text{या } \frac{60}{3} = ab$$

$$\text{या } ab = 20$$

Trick-

$$\begin{aligned} a - b &= 1 \\ a^3 - b^3 &= 61 \\ \text{माना } a &= 5, b = 4 \\ \text{तब } a - b &= 5 - 4 = 1 \\ a^3 - b^3 &= 5^3 - 4^3 = 125 - 64 = 61 \\ \therefore ab &= 5 \times 4 = 20 \end{aligned}$$

123. यदि $x^3 + y^3 = 72$ और $xy = 6$ है जिसमें $x > y$ है, तो $x - y$ का मान है-

- (a) 4 (b) -2
(c) 2 (d) -4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर-(c)

व्याख्या- $x^3 + y^3 = 72$ (i)

यदि $x = 4$ तथा $y = 2$ समी. (i) में रखें तो

$$\begin{aligned} 4^3 + 2^3 &= 72 \\ 64 + 8 &= 72 \\ 72 &= 72 \end{aligned}$$

तथा $x > y$

$\therefore x = 4, y = 2$ समी. को संतुष्ट करता है।

$$\therefore x - y = 4 - 2 = 2$$

नोट : x एवं y का मान क्रमशः 4 एवं 2 रखने पर का $x^3 + y^3$ मान 72 प्राप्त हो जाता है, परंतु xy का मान 8 हो जाता है, जो कि प्रश्न के दूसरे समीकरण $xy = 6$ को संतुष्ट नहीं करता है। परंतु पुनः x तथा y के मान क्रमशः 4 तथा 2 रखने पर $x > y$ हो जाता है जो कि सही है।

अतः प्रश्न की द्वितीय शर्त को $xy = 8$ या $x + y = 6$ तर्कसंगत होगी।

124. यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 66$, तो $\frac{x^2 - 1 + 2x}{x}$ का मान = ?

- (a) 6, -10 (b) ± 4
(c) ± 8 (d) 10, -6

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर-(d)

व्याख्या- $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 66$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 66 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 64$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm 8$$

$$\therefore x^2 - 1 = 8x$$

$$\text{या } x^2 - 1 = -8x$$

\therefore प्रश्नानुसार

$$x^2 - 1 = 8x \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 1 + 2x}{x} &= \frac{8x + 2x}{x} \\ &= 10 \end{aligned}$$

तथा $x^2 - 1 = -8x$ रखने पर

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 1 + 2x}{x} &= \frac{-8x + 2x}{x} \\ &= -6 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^2 - 1 + 2x}{x} = 10, -6$$

Trick-

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 66$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{66 - 2} = \pm 8$$

$$\text{अब } \frac{x^2 - 1 + 2x}{x} = x - \frac{1}{x} + 2$$

$$\begin{aligned} &= +8 + 2 \quad \left(x - \frac{1}{x} = 8 \text{ लेने पर}\right) \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\text{या } \frac{x^2 - 1 + 2x}{x} = x - \frac{1}{x} + 2$$

$$\begin{aligned} &= -8 + 2 \quad \left(x - \frac{1}{x} = -8 \text{ लेने पर}\right) \\ &= -6 \end{aligned}$$

125. यदि $a - b = 2$ और $ab = 15$ है, तो $a^3 - b^3$ का मान क्या है?

- (a) 151 (b) 112
(c) 108 (d) 98

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20, 22 अगस्त, 2017 (III-पाली)

उत्तर-(d)

व्याख्या- दिया है, $a - b = 2$ (i)

तथा $ab = 15$ (ii)

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \text{ (सूत्र)}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (2)^3 + 3 \times 15 \times 2$$

[समी. (i) एवं (ii) से मान रखने पर]

$$a^3 - b^3 = 8 + 90 \Rightarrow 98$$

Trick-

$$a - b = 2$$

$$ab = 15$$

माना $a = 5, b = 3$

$$\therefore a - b = 5 - 3 = 2 \text{ (संतुष्ट)}$$

$$ab = 5 \times 3 = 15 \text{ (संतुष्ट)}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (5)^3 - (3)^3 = 125 - 27 = 98$$

126. यदि $a + b = 4$ और $ab = 3$ है, तो $a^3 + b^3$ का मान क्या होगा?

- (a) 21 (b) 17
(c) 28 (d) 31

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाली)

उत्तर-(c)

व्याख्या— $\therefore a + b = 4$
दोनों पक्षों का घन करने पर
 $(a + b)^3 = (4)^3$
 $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 64$
 $a^3 + b^3 + 3 \times 3 \times 4 = 64$
 $a^3 + b^3 + 36 = 64$
 $a^3 + b^3 = 64 - 36$
 $\therefore a^3 + b^3 = 28$

Trick—
 \therefore दिया है $a + b = 4$ तथा $ab = 3$
 $\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $= (4)^2 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$
 $\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$
 $= 4 \times (10 - 3) = 4 \times 7 \Rightarrow 28$

127. यदि $x + y = 5$, $x^3 + y^3 = 35$, तो x तथा y का घनात्मक अंतर कितना है ?

- (a) 0 (b) 1
(c) 5 (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x + y = 5$
दोनों पक्षों का घन करने पर
 $(x + y)^3 = (5)^3$
 $x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 125$
 $35 + 3xy \times 5 = 125$
 $35 + 15xy = 125$
 $15xy = 125 - 35 \Rightarrow 90$
 $xy = \frac{90}{15} \Rightarrow 6$
 $[\therefore (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab]$
 $\therefore (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$
 $= (5)^2 - 4 \times 6$
 $= 25 - 24 = 1$
अतः $x - y = 1$

Trick— $x = 3$ तथा $y = 2$ रखने पर,
 $\Rightarrow 3 + 2 = 5$
 $\Rightarrow (3)^3 + (2)^3 = 35$
अतः $\Rightarrow x - y = 3 - 2 \Rightarrow 1$

128. यदि $(x + y)^2 = xy + 1$ तथा $x^3 - y^3 = 1$, तो $x - y$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0
(c) -1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(x + y)^2 = xy + 1$ $[\therefore (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab]$
 $\therefore x^2 + y^2 + 2xy = xy + 1$
 $x^2 + y^2 + xy = 1$ (i)
पुनः $x^3 - y^3 = 1$ $[\therefore a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)]$
 $\therefore (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 1$
 $\therefore (x - y) = 1$ $[\therefore x^2 + y^2 + xy = 1$ (समी. (i) से)]

Trick—
 $(x + y)^2 = xy + 1 \Rightarrow (x + y)^2 - xy = 1$ (i)
तथा $x^3 - y^3 = 1$ (ii)
समी. (i) तथा समी. (ii) से
 $x^3 - y^3 = (x + y)^2 - xy$
 $(x - y)(x^2 + y^2 + xy) = (x^2 + y^2 + xy)$
 $(x - y) = 1$

129. यदि $a^3 + b^3 = 152$ और $a + b = 8$ है, तो ab का मान क्या है ?

- (a) 2 (b) 11
(c) -10 (d) 15

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
दिया गया मान रखने पर,
 $(8)^3 = 152 + 3ab(8)$
 $512 = 152 + 24ab$
 $\therefore ab = \frac{512 - 152}{24} = \frac{360}{24} \Rightarrow 15$

130. यदि $a - b = 3$ और $a^2 + b^2 = 25$, तो ab का मान बताएं ?

- (a) 16 (b) 8
(c) 10 (d) 15

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $a - b = 3$
 $a^2 + b^2 = 25$
 $\therefore (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
 $\therefore 3^2 = 25 - 2ab$
या $2ab = 25 - 9 = 16$
 $ab = \frac{16}{2} \Rightarrow 8$

131. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ हो, तो $\frac{a+c}{b}$ किसके बराबर होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

$\therefore 2(a^2 + b^2 + c^2) = 2(ab + bc + ca)$

$\therefore 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$

$\therefore (a^2 + b^2 - 2ab) + (b^2 + c^2 - 2bc) + (c^2 + a^2 - 2ca) = 0$

$\therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

यदि संख्याओं के वर्गों का योगफल शून्य होता है तो संख्याएँ अलग-अलग शून्य के बराबर होती हैं।

$\therefore (a-b) = 0 \Rightarrow a = b$

$(b-c) = 0 \Rightarrow b = c$

$(c-a) = 0 \Rightarrow c = a$

$\therefore \frac{a+c}{b} = \frac{a+a}{a}$
 $= \frac{2a}{a} \Rightarrow 2$

Trick—

नोट : यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

तब $a = b = c$

$\therefore \frac{a+c}{b} = \frac{a+a}{a} = \frac{2a}{a} = 2$

या $a = b = c = 2$ (माना)

तब $2^2 + 2^2 + 2^2 = 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2$
 $12 = 12$

$\therefore \frac{a+c}{b} = \frac{2+2}{2} = 2$

132. यदि $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-9)^2 = 0$, तो $(x+y-z)$ का मान क्या है ?

- (a) 16 (b) -1
(c) -2 (d) 12

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-9)^2 = 0$

यह तभी संभव है जब $x-5 = 0$, $y-2 = 0$

तथा $z-9 = 0$

अतः $x = 5$, $y = 2$, $z = 9$

$\therefore x + y - z = 5 + 2 - 9$
 $= -2$

133. यदि $(2x-y)^2 + (3y-2z)^2 = 0$ हो, तो $x : y : z$ का अनुपात ज्ञात कीजिए ?

- (a) 1 : 3 : 2 (b) 1 : 2 : 3
(c) 3 : 1 : 2 (d) 3 : 2 : 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore (2x-y)^2 + (3y-2z)^2 = 0$

यह तभी संभव है, जब प्रत्येक पद शून्य हो अर्थात् $2x-y = 0$

और $3y-2z = 0$

या $x = \frac{y}{2}$, तथा $z = \frac{3y}{2}$

$\therefore x : y : z = \frac{y}{2} : y : \frac{3y}{2}$

या $x : y : z = y : 2y : 3y$
 $= 1 : 2 : 3$

134. यदि $\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right) = 5 : 3$ हो, तो x का मान बताइए ?

- (a) ± 1 (b) ± 2
(c) ± 3 (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{x + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}} = \frac{5}{3}$

$\frac{\frac{x^2 + 1}{x}}{\frac{x^2 - 1}{x}} = \frac{5}{3}$

या $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \frac{5}{3}$

या $3x^2 + 3 = 5x^2 - 5$

या $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

या $x = \pm 2$

Trick—

विकल्पों से $x = +2$ रखने पर तथा $x = -2$ रखने पर

$\frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{5}{3} \quad \frac{\left(-2 - \frac{1}{2}\right)}{\left(-2 + \frac{1}{2}\right)} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$

$\frac{5}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{3}$

अर्थात् $x = \pm 2$ पर बायां पक्ष, दायां पक्ष के बराबर हो जाता है।

अतः $x = \pm 2$ उत्तर होगा।

Trick—

$\frac{x + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}} = \frac{5}{3}$

या $\frac{x}{1} = \frac{5+3}{5-3}$ [C-D नियम से]

या $x^2 = \frac{8}{2} = 4$

या $x = \pm 2$

135. यदि $x + y + z = 15$, $xy + yz + zx = 75$ हो, तो $\frac{x + 4y + z}{3z}$

किसके बराबर होगा?

- (a) 1 (b) 0
(c) 2 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. F.C.I परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x + y + z = 15$

वर्ग करने पर

$$(x + y + z)^2 = 15^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 225$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \times 75 = 225$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 225 - 150 \quad (\because xy + yz + zx = 75)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 75$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\frac{1}{2} (2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) = 0$$

$$\frac{1}{2} [(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2] = 0$$

$$\therefore (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$$

$$\therefore (x - y)^2 = 0 = (y - z)^2 = (z - x)^2$$

\therefore संख्याओं के वर्गों का योग शून्य होने पर अलग-अलग संख्याएं शून्य के बराबर होती हैं।

$$\therefore x = y$$

$$y = z$$

$$z = x$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{x + 4y + z}{3z} = \frac{z + 4z + z}{3z}$$

$$= \frac{6z}{3z} \Rightarrow 2$$

136. यदि $a^2 + b^2 + 4c^2 = 2(a + b - 2c) - 3$ और a, b, c वास्तविक हैं, तो $(a^2 + b^2 + c^2)$ का मान है -

- (a) 2 (b) $2\frac{1}{4}$
(c) 3 (d) $3\frac{1}{4}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a^2 + b^2 + 4c^2 = 2(a + b - 2c) - 3$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 = 2a + 2b - 4c - 3$$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 - 2a - 2b + 4c = -1 - 1 - 1$$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 + 1 + 1 + 1 - 2a - 2b + 4c = 0$$

$$(a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (2c + 1)^2 = 0$$

यदि संख्याओं के वर्गों का योग शून्य आता है तो उन संख्याओं के वर्गों का अलग-अलग मान भी शून्य होता है।

$$(a - 1)^2 = 0, (b - 1)^2 = 0, (2c + 1)^2 = 0$$

$$a - 1 = 0, b - 1 = 0, 2c + 1 = 0$$

$$a = 1, b = 1, 2c = -1 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4+4+1}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} \Rightarrow 2\frac{1}{4}$$

Trick—

$$a^2 + b^2 + 4c^2 = 2(a + b - 2c) - 3$$

$$\text{या } a^2 + b^2 + 4c^2 - 2(a + b - 2c) + 3 = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \left[\frac{a \text{ का गुणांक}}{a^2 \text{ का गुणांक}} \right] = -\frac{1}{2} \times \frac{-2}{1} = 1$$

$$b = -\frac{1}{2} \left[\frac{b \text{ का गुणांक}}{b^2 \text{ का गुणांक}} \right] = -\frac{1}{2} \times \frac{-2}{1} = 1$$

$$c = -\frac{1}{2} \left[\frac{c \text{ का गुणांक}}{c^2 \text{ का गुणांक}} \right] = -\frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + 1 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

137. यदि a, b, c वास्तविक हैं और $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a - b - c) - 3$, तो $a + b + c$ का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 3
(c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a - b - c) - 3$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2(a - b - c) + 3 = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 2b + 2c + 3 = 0$$

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 2b + 1) + (c^2 + 2c + 1) = 0$$

$$(a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c + 1)^2 = 0$$

$$a - 1 = 0 \text{ या } a = 1$$

$$b + 1 = 0 \text{ या } b = -1$$

$$c + 1 = 0 \text{ या } c = -1$$

$$a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$$

Trick-

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2(a - b - c) - 3$$

या $a^2 + b^2 + c^2 - 2(a - b - c) + 3 = 0$

$$a = -\frac{1}{2} \left[\frac{-2}{1} \right] = 1$$

$$b = -\frac{1}{2} \left[\frac{+2}{1} \right] = -1$$

$$c = -\frac{1}{2} \left[\frac{+2}{1} \right] = -1$$

$$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$$

138. यदि $\frac{2+a}{a} + \frac{2+b}{b} + \frac{2+c}{c} = 4$, तो $\frac{ab+bc+ca}{abc}$ का मान क्या है?

- (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)
उत्तर-(d)

व्याख्या- $\frac{2+a}{a} + \frac{2+b}{b} + \frac{2+c}{c} = 4$

या $\frac{(2+a)bc + (2+b)ac + (2+c)ab}{abc} = 4$

या $\frac{2(ab+ac+bc) + 3abc}{abc} = 4$

या $\frac{2(ab+bc+ca)}{abc} + \frac{3abc}{abc} = 4$

या $\frac{2(ab+bc+ca)}{abc} = 1$

या $\frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{1}{2}$

Trick-

$$\frac{2+a}{a} + \frac{2+b}{b} + \frac{2+c}{c} = 4$$

$$\frac{2}{a} + 1 + \frac{2}{b} + 1 + \frac{2}{c} + 1 = 4$$

$$\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 4 - 3$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{1}{2}$$

या $\frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{1}{2}$

139. यदि x, y और z ऐसी वास्तविक संख्याएँ हैं कि $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 0$ है, तो $(x+y+z)$ किसके बराबर होगा?

- (a) -12 (b) 8 (c) 8 (d) 12

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)
उत्तर-(d)

व्याख्या- $\therefore (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 0$

में x, y, z वास्तविक संख्या है यह तभी संभव है जब प्रत्येक पद अलग-अलग शून्य हो।

अर्थात् $x-3=0, y-4=0, z-5=0$

अतः $x=3, y=4, z=5$

$\therefore x+y+z=3+4+5 \Rightarrow 12$

140. यदि $a+b+c=11$ तथा $ab+bc+ca=17$ है, तो $a^3+b^3+c^3-3abc$ का मान क्या होगा?

- (a) 121 (b) 168
(c) 300 (d) 770

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)
उत्तर-(d)

व्याख्या-

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$

$$(11)^2 = a^2+b^2+c^2+2(17)$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2 = 121-34 \Rightarrow 87$$

$$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc = 11 \times (87-17) = 11 \times 70 \Rightarrow 770$$

141. यदि $a^2+b^2+c^2=2(a-b-c)-3$ हो, तो $4a-3b+5c$ का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2013

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर-(a)

व्याख्या- $a^2+b^2+c^2=2(a-b-c)-3$

$$a^2+b^2+c^2-2a+2b+2c+3=0$$

$$a^2-2a+1+b^2+2b+1+c^2+2c+1=0$$

$$(a-1)^2+(b+1)^2+(c+1)^2=0$$

यदि संख्याओं के वर्गों का योग शून्य है, तो संख्याएँ अलग-अलग शून्य के बराबर होंगी। अर्थात्

$$(a-1)^2=0 \Rightarrow a-1=0 \Rightarrow a=1$$

$$(b+1)^2=0 \Rightarrow b+1=0 \Rightarrow b=-1$$

$$(c+1)^2=0 \Rightarrow c+1=0 \Rightarrow c=-1$$

$$\therefore 4a-3b+5c = 4 \times 1 - 3 \times (-1) + 5 \times (-1) = 4+3-5 = 7-5 \Rightarrow 2$$

Trick-

$$a^2+b^2+c^2=2(a-b-c)-3$$

या $a^2+b^2+c^2-2(a-b-c)+3=0$

$$a = -\frac{1}{2} \left(\frac{-2}{1} \right) = 1$$

$$b = -\frac{1}{2} \left[\frac{2}{1} \right] = -1$$

$$c = -\frac{1}{2} \left[\frac{2}{1} \right] = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore 4a - 3b + 5c &= 4 \times 1 - 3 \times (-1) + 5 \times (-1) \\ &= 4 + 3 - 5 \\ &= 7 - 5 \\ &= 2 \end{aligned}$$

142. यदि $a + b = 5$ हो, तो $(a-3)^7 + (b-2)^7$ का मान क्या होगा?

- (a) 2^7 (b) 3^7
(c) 1 (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore a + b = 5$

$$\therefore b = 5 - a$$

$$\begin{aligned} \therefore (a-3)^7 + (b-2)^7 &= (a-3)^7 + (5-a-2)^7 \\ &= (a-3)^7 + (3-a)^7 \\ &= (a-3)^7 - (a-3)^7 \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

Trick— $a + b = 5$

$b = 0$ रखने पर-

$$\therefore a = 5$$

$$\begin{aligned} (a-3)^7 + (b-2)^7 &= (5-3)^7 + (0-2)^7 \quad \{a=5, b=0\} \\ &= 2^7 - 2^7 \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

143. यदि $a(2 + \sqrt{3}) = b(2 - \sqrt{3}) = 1$, तो $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1}$

का न्यूनतम मान क्या है?

- (a) 1 (b) 4
(c) 9 (d) -5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } a = \frac{1}{(2+\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{(4-3)} = 2-\sqrt{3}$$

$$b = \frac{1}{(2-\sqrt{3})} = \frac{(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{(4-3)} = 2+\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 &= (2-\sqrt{3})^2 = 4+3-4\sqrt{3} \\ &= 7-4\sqrt{3} \end{aligned}$$

इसी प्रकार

$$b^2 = (2+\sqrt{3})^2 = 7+4\sqrt{3}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} &= \frac{1}{7-4\sqrt{3}+1} + \frac{1}{7+4\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{1}{8-4\sqrt{3}} + \frac{1}{8+4\sqrt{3}} \\ &= \frac{8+4\sqrt{3}+8-4\sqrt{3}}{(8-4\sqrt{3})(8+4\sqrt{3})} \\ &= \frac{16}{(64-48)} = \frac{16}{16} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Trick—

$$a(2 + \sqrt{3}) = b(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$b = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$ab = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore \text{माना } a = 1, b = 1$$

$$\text{तब } ab = 1 \times 1 = 1$$

$$\therefore \frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} = \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

144. यदि $\frac{3}{(x+2)(2x+1)} = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{x+2}$ हो, तो b का मान क्या है?

- (a) 0 (b) -1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \frac{3}{(x+2)(2x+1)} = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{x+2}$$

$$\text{या } a(x+2) + b(2x+1) = 3$$

$$\text{या } (a+2b)x + 2a+b = 3$$

दोनों पक्षों में x के गुणांक तथा अचर पद की तुलना करने पर

$$a + 2b = 0 \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } 2a + b = 3 \dots\dots(ii)$$

समी. (i) में 2 से गुणा कर समी. (ii) में से घटाने पर

$$3b = -3$$

$$b = -1$$

145. यदि $x + \sqrt{5} = 5 + \sqrt{y}$ और x, y धनात्मक पूर्णांक है, तो

$$\frac{\sqrt{x+y}}{x+\sqrt{y}} \text{ का मान क्या है?}$$

- (a) 1 (b) 2
(c) $\sqrt{5}$ (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } \therefore x + \sqrt{5} = 5 + \sqrt{y}$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$$x = 5, \sqrt{5} = \sqrt{y}$$

$$\therefore x = 5, y = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sqrt{x+y}}{x+\sqrt{y}} &= \frac{\sqrt{5+5}}{5+\sqrt{5}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

146. यदि $x + 3y = -3x + y$ हो, तो $\frac{x^2}{2y^2}$ का मान बताएं।

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x + 3y = -3x + y$

या $4x = -2y$

या $\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{4}$$

या $\frac{x^2}{2y^2} = \frac{1}{2 \times 4} \Rightarrow \frac{1}{8}$

147. यदि $\frac{x}{y} = \frac{a+2}{a-2}$ है, तो $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ का मान है—

- (a) $\frac{2a}{a^2 + 2}$ (b) $\frac{4a}{a^2 + 4}$
(c) $\frac{2a}{a^2 + 4}$ (d) $\frac{4a}{a^2 + 2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2010

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{x}{y} = \frac{a+2}{a-2}$

वर्ग करने पर

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{(a+2)^2}{(a-2)^2} \dots\dots\dots (i)$$

समी. (i) में दोनों पक्षों में एक जोड़ने पर

$$\frac{x^2}{y^2} + 1 = \frac{(a+2)^2}{(a-2)^2} + 1$$

$$\frac{x^2 + y^2}{y^2} = \frac{(a+2)^2 + (a-2)^2}{(a-2)^2} \dots\dots\dots (ii)$$

पुनः समी. (i) के दोनों पक्षों में एक घटाने पर

$$\frac{x^2 - y^2}{y^2} = \frac{(a+2)^2 - (a-2)^2}{(a-2)^2} \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (iii) में समी. (ii) से भाग देने पर

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x^2 - y^2}{y^2}}{\frac{x^2 + y^2}{y^2}} &= \frac{\frac{(a+2)^2 - (a-2)^2}{(a-2)^2}}{\frac{(a+2)^2 + (a-2)^2}{(a-2)^2}} \\ &= \frac{(a^2 + 4 + 4a - a^2 - 4 + 4a) \times (a-2)^2}{(a^2 + 4 + 4a + a^2 + 4 - 4a) \times (a-2)^2} \\ \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} &= \frac{8a}{2(a^2 + 4)} \Rightarrow \frac{4a}{a^2 + 4} \end{aligned}$$

Trick— $\frac{x}{y} = \frac{a+2}{a-2}$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{(a+2)^2}{(a-2)^2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} &= \frac{(a+2)^2 - (a-2)^2}{(a+2)^2 + (a-2)^2} \\ &= \frac{4a + 4a}{2(a^2 + 4)} = \frac{8a}{2(a^2 + 4)} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = \frac{4a}{a^2 + 4}$$

148. यदि $2x = 3 + \frac{2}{x}$, तो $\frac{4x}{x^2 - x - 1}$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{8}{5}$ (b) 8
(c) 4 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $2x = 3 + \frac{2}{x}$

$$2x - \frac{2}{x} = 3$$

$$2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$x^2 - 1 = \frac{3}{2}x$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{4x}{x^2 - x - 1} &= \frac{4x}{x^2 - 1 - x} \\ &= \frac{4x}{\frac{3}{2}x - x} \Rightarrow \frac{4x}{\frac{x}{2}} \Rightarrow 8 \end{aligned}$$

149. यदि $x + \frac{4}{x} = 4$ है, तो $x^6 + 1$ मान ज्ञात करें।

- (a) 51 (b) 65
(c) 78 (d) 82

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 14 मार्च, 2018 (I-पाली)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{x} &= 4 \\ x^2 + 4 &= 4x \\ x^2 - 4x + 4 &= 0 \\ (x-2)^2 &= 0 \\ \therefore x-2 &= 0 \\ x &= 2 \dots\dots(i) \\ \therefore x^6 + 1 &= (2)^6 + 1 \\ [समी. (i) से $x=2$ रखने पर] \\ &= 64 + 1 \Rightarrow 65 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{x} &= 4 \\ \text{माना } x=2 \text{ तब } 2 + \frac{4}{2} &= 4 \\ \therefore x^6 + 1 &= (2)^6 + 1 = 65 \end{aligned}$$

150. यदि $x^2 + x - 6 = 0$ तथा $x^2 + 6x + 9 = 0$ हो, तो x बराबर होगा—

- (a) 2 (b) 3
(c) -2 (d) -3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— यदि } x^2 + x - 6 &= 0 \\ x^2 + x &= 6 \dots (1) \\ \text{तथा } x^2 + 6x + 9 &= 0 \\ \text{या } x^2 + 6x &= -9 \dots (2) \\ \text{समीकरण (1) में से (2) को घटाने पर} \\ -5x &= 15 \\ x &= \frac{15}{-5} = -3 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

151. यदि $6x - 5y = 13$, $7x + 2y = 23$ हो, तो $11x + 18y$ किसके बराबर होगा?

- (a) 15 (b) -15
(c) 51 (d) 33

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } 6x - 5y = 13 \dots\dots\dots(i)$$

$$7x + 2y = 23 \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) में 2 से तथा समी. (ii) में 5 से गुणा करके जोड़ने पर—

$$12x - 10y = 26$$

$$35x + 10y = 115$$

$$47x = 141$$

$$\therefore x = 3$$

$\therefore x$ का मान समी. (i) में रखने पर—

$$6 \times 3 - 5y = 13$$

$$18 - 5y = 13$$

$$\therefore 18 - 13 = 5y$$

$$\therefore 5y = 5$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore 11x + 18y = 11 \times 3 + 18 \times 1 = 33 + 18 \Rightarrow 51$$

Trick—

$$\begin{aligned} a^2 + a + 1 &= 0 \\ (a-1)(a^2 + a + 1) &= 0 \times (1-1) \\ a^3 - 1 &= 0 \\ a^3 &= 1 \\ \therefore a^5 + a^4 + 1 &= a^3(a^2 + a) + 1 \\ &= 1(a^2 + a) + 1 (\because a^3 = 1) \\ &= a^2 + a + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

152. यदि $a^2 + a + 1 = 0$, तो a^9 का मान है -

- (a) 1 (b) 0
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$\therefore b = 1 \text{ रखने पर}$$

$$a^3 - 1^3 = (a-1)(a^2 + 1 + a \times 1)$$

$$a^3 - 1^3 = (a-1)(a^2 + a + 1)$$

$$\therefore \text{प्रश्न में } a^2 + a + 1 = 0 \text{ दिया गया है।}$$

$$\therefore a^3 - 1^3 = (a-1) \times 0$$

$$a^3 - 1^3 = 0$$

$$a^3 = 1^3$$

$$\therefore (a^3)^3 = (1^3)^3$$

$$\therefore a^9 = 1$$

153. यदि $a^2 + a + 1 = 0$, तो $a^5 + a^4 + 1$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) $a+1$
(c) 1 (d) a^2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } \therefore a^2 + a + 1 = 0$$

$$\text{या } a^2 + 1 = -a$$

$$\text{वर्ग करने पर}$$

$$(a^2 + 1)^2 = (-a)^2$$

$$a^4 + 1 + 2a^2 = a^2$$

$$a^4 + 1 = a^2 - 2a^2$$

$$a^4 + 1 = -a^2 \dots\dots\dots(i)$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + a^4 + 1 &= a^5 - a^2 \text{ (समी. (i) से)} \\ &= a^2 (a^3 - 1) \\ &= a^2 (a - 1) (a^2 + a + 1) \\ &[\because a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + b^2 + ab)] \\ &= a^2 (a - 1) \times 0 \\ &(\because \text{प्रश्न से } a^2 + a + 1 = 0) \\ &= 0\end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned}a^2 + a + 1 &= 0 \\ (a - 1) (a^2 + a + 1) &= 0 \times (a - 1) \\ a^3 - 1 &= 0 \\ a^3 &= 1 \\ \therefore a^5 + a^4 + 1 &= a^3 (a^2 + a + 1) \\ &= 1 (a^2 + a + 1) \quad (\because a^3 = 1) \\ &= a^2 + a + 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

154. यदि $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = z^{\frac{1}{3}}$ हो, तो $[(x + y + z) + 27xyz]$ बराबर

होगा-

- (a) -1 (b) 1
(c) 0 (d) 27

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर-(c)

व्याख्या- $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = z^{\frac{1}{3}}$ (i)

दोनों पक्षों को घन करने पर

$$(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})^3 = (z^{\frac{1}{3}})^3$$

$$x + y + 3 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}} (x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}) = z$$

$$[(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \text{ से}]$$

$$x + y - z = -3 \cdot x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} z^{\frac{1}{3}} \text{ (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\begin{aligned}\therefore (x + y - z)^3 + 27xyz &= (-3 \cdot x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} z^{\frac{1}{3}})^3 + 27xyz \text{ समीकरण (ii) से} \\ &= -27xyz + 27xyz \\ &= 0\end{aligned}$$

155. यदि $2^{x+4} - 2^{x+2} = 3$ हो, तो 'x' का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 0 (b) 2
(c) -1 (d) -2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(d)

व्याख्या- $2^{x+4} - 2^{x+2} = 3$

या $2^x \times 2^4 - 2^x \times 2^2 = 3$

या $2^x (16 - 4) = 3$ या $12 \times 2^x = 3$

या $2^x = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$

या $x = -2$

Trick-

$$\therefore 2^{x+4} - 2^{x+2} = 3 \text{(i)}$$

समी. (i) में $x = 0$ रखने पर

$$2^{0+4} - 2^{0+2} \neq 3$$

और $x = 2$ रखने पर $2^{2+4} - 2^{2+2} \neq 3$

तथा $x = -1$ रखने पर $2^{-1+4} - 2^{-1+2} \neq 3$

इसी प्रकार $x = -2$ तब

$$2^{-2+4} - 2^{-2+2} = 3$$

या $4 - 2^0 = 3$

या $4 - 1 = 3$

या $3 = 3$

156. यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$, तो-

$$\frac{2a^2 + 3c^2 + 4e^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} = ?$$

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 9

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर-(d)

व्याख्या- $\frac{a}{b} = 3 \therefore a = 3b$

$$\frac{c}{d} = 3 \therefore c = 3d$$

$$\frac{e}{f} = 3 \therefore e = 3f$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2a^2 + 3c^2 + 4e^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} &= \frac{2 \times (3b)^2 + 3 \times (3d)^2 + 4 \times (3f)^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} \\ &= \frac{18b^2 + 27d^2 + 36f^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} \\ &= \frac{9(2b^2 + 3d^2 + 4f^2)}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} = 9\end{aligned}$$

Trick-

नोट : यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = K$ तब $\frac{ma + nc + oe}{mb + nd + of} = K$

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = K$ तब $\frac{ma^2 + nc^2 + oe^2}{mb^2 + nd^2 + of^2} = K^2$

\therefore प्रश्नानुसार,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$$

$$\therefore \frac{2a^2 + 3c^2 + 4e^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2} = 3^2 = 9$$

157. यदि $a + \frac{1}{b} = 1$, $b + \frac{1}{c} = 1$ हो, तो abc का मान बताइए?

- (a) 0 (b) -1
(c) 1 (d) ab

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या— $\therefore a + \frac{1}{b} = 1$

या $a = 1 - \frac{1}{b} = \frac{(b-1)}{b}$ (i)

और $b + \frac{1}{c} = 1$

या $\frac{1}{c} = (1-b)$

या $c = \frac{1}{(1-b)}$ (ii)

$\therefore abc = \frac{(b-1)}{b} \times b \times \frac{1}{(1-b)}$ (समी. (i) और (ii) से)
 $= -\frac{(1-b)}{(1-b)} \Rightarrow -1$

Trick—

$a + \frac{1}{b} = 1, b + \frac{1}{c} = 1$

माना $a = \frac{1}{2}, b = 2$ तथा $c = -1$

$\therefore a + \frac{1}{b} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$b + \frac{1}{c} = 2 + \frac{1}{-1} = 1$

$\therefore abc = \frac{1}{2} \times 2 \times -1 = -1$

158. यदि $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 1$ है, तो x^3 का मान है-

- (a) -27 (b) 1
(c) 0 (d) 27

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 1$

$\therefore \frac{x^2 + 9}{3x} = 1$

$\therefore x^2 + 9 = 3x$

$x^2 + 9 - 3x = 0$ (i)

$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$

माना $a = x, b = 3$

$\therefore x^3 + 3^3 = (x+3)(x^2 + 9 - 3x)$

$x^3 + 27 = (x+3) \times 0$ (समी. (i) में मान रखने पर)
 $= 0$

$x^3 + 27 = 0$

$x^3 = -27$

Trick—

$\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 1$

माना $\frac{x}{3} = x$

तब $x + \frac{1}{x} = 1$

$\therefore x^3 + 1 = 0$ ($\because x + \frac{1}{x} = 1$ तब $x^3 + 1 = 0$)

$\therefore x^3 = -1$

या $\left(\frac{x}{3}\right)^3 = -1$

$x^3 = -27$

159. यदि $(4a - 3)^2 = 0$ हो, तो $64a^3 - 48a^2 + 12a + 13$ का मान बताइए?

- (a) 0 (b) 11
(c) 22 (d) 33

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(4a - 3)^2 = 0$

$4a - 3 = 0$

या $a = \frac{3}{4}$

$\therefore 64a^3 - 48a^2 + 12a + 13$

$= 64 \times \frac{27}{64} - 48 \times \frac{9}{16} + 12 \times \frac{3}{4} + 13$

$= 27 - 27 + 9 + 13$

$= 22$

160. यदि $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$, तो $x - y$ का मान है-

- (a) 4 (b) -4
(c) 0 (d) 8

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समी. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$ के मूल (x, y)

का मान (2, 2) है।

अतः (x, y) का मान समी. में रखने पर -

$2^2 + 2^2 - 4 \times 2 - 4 \times 2 + 8 = 0$

$4 + 4 - 8 - 8 + 8 = 0$

$8 - 8 - 8 + 8 = 0$

$0 = 0$

L.H.S. = R.H.S

अतः $x = 2$ एवं $y = 2$

$\therefore x - y = 2 - 2 \Rightarrow 0$

Trick- $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$

$$x = -\frac{1}{2} \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{-4}{1}\right) = 2$$

$$y = -\frac{1}{2} \frac{y \text{ का गुणांक}}{y^2 \text{ का गुणांक}} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{-4}{1}\right) = 2$$

अतः $(x, y) = (2, 2)$

$\therefore x - y = 2 - 2 = 0$

161. यदि $(\sqrt{3} + 1)^2 = x + \sqrt{3}y = y\sqrt{3}$ हो, तो $x + y$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 2 (b) 4
(c) 6 (d) 8

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है- $(x + \sqrt{3}y) = (\sqrt{3} + 1)^2$

या $x + \sqrt{3}y = (\sqrt{3})^2 + 1^2 + 2\sqrt{3}$
 $= 3 + 1 + 2\sqrt{3}$

या $x + \sqrt{3}y = 4 + 2\sqrt{3}$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$x = 4, y = 2$

$\therefore x + y = 4 + 2 \Rightarrow 6$

162. यदि $5x + 9y = 5$ और $125x^3 + 729y^3 = 120$ है, तो x और y के गुणनफल का मान है-

- (a) 135 (b) $\frac{1}{9}$
(c) $\frac{1}{135}$ (d) 45

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore 5x + 9y = 5$ (i)

तथा $125x^3 + 729y^3 = 120$ (ii)

समी. (i) का घन करने पर

$(5x + 9y)^3 = 5^3$

$125x^3 + 729y^3 + 3.5x.9y(5x + 9y) = 125$

$[\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$

$120 + 135xy \times 5 = 125$

$135xy \times 5 = 125 - 120$

$135xy \times 5 = 5$

$xy = \frac{5}{5 \times 135} \Rightarrow \frac{1}{135}$

163. यदि $p + \frac{1}{p+2} = 1$ हो, तो $(p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} - 3$ का मान

बताइए?

- (a) 12 (b) 16
(c) 18 (d) 15

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016(III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore p + \frac{1}{p+2} = 1$ या $(p+2) + \frac{1}{(p+2)} = 3$ (i)

(दोनों तरफ 2 को जोड़ने पर)

समी. (i) के दोनों पक्षों का घन करने पर

$(p+2)^3 + \left(\frac{1}{(p+2)}\right)^3 + 3.(p+2). \frac{1}{(p+2)} \left((p+2) + \frac{1}{(p+2)}\right) = 27$

या $(p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} + 3.3 = 27$ [समी. (i) से]

या $(p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} = 27 - 9 \Rightarrow 18$

या $(p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} - 3 = 18 - 3 \Rightarrow 15$

Trick—

$P + \frac{1}{P+2} = 1$

$(P+2) + \frac{1}{(P+2)} = 3$

$\therefore (P+2)^3 + \frac{1}{(P+2)^3} = 3^3 - 3 \times 3$
 $= 27 - 9 = 18$

$\therefore (P+2)^3 + \frac{1}{(P+2)^3} - 3 = 18 - 3 = 15$

164. यदि $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$ हो, तो $\frac{2a+3b}{3a-2b}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$ (c) 1 (d) $\frac{12}{7}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = K$

या $a = 3K$ एवं $b = 2K$

a एवं b के मान समी. में रखने पर-

$$\begin{aligned} \frac{2a+3b}{3a-2b} &= \frac{2 \times 3K + 3 \times 2K}{3 \times 3K - 2 \times 2K} \\ &= \frac{6K + 6K}{9K - 4K} \\ &= \frac{12K}{5K} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

165. यदि $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$, $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 17$ हो, तो $\sqrt{xy} = ?$

- (a) $\sqrt{72}$ (b) 72
(c) 32 (d) 24

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 17 \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2\sqrt{x} = 18$$

$$\text{या } \sqrt{x} = 9$$

समी. (i) में \sqrt{x} का मान रखने पर

$$9 - \sqrt{y} = 1$$

$$\text{या } \sqrt{y} = 8$$

$$\therefore \sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \\ = 9 \times 8 \Rightarrow 72$$

Trick—

$$\therefore \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{एवं } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 17 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore \sqrt{xy} = \frac{1}{4} \left[(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \right] \\ = \frac{1}{4} [(17)^2 - (1)^2] \quad [\text{समी. (i) एवं समी. (ii) से}] \\ = \frac{1}{4} [289 - 1] = \frac{1}{4} \times 288 \\ = 72 \\ \therefore \sqrt{xy} = 72$$

166. यदि $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$ है, तो $a - b$ का मान है—

- (a) 2 (b) -1
(c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$$

ल.स.प. लेने पर

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 2$$

$$a^2 + b^2 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 0$$

$$(a - b)^2 = 0$$

$$(a - b) = 0$$

Trick—

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$$

$$\text{माना } a = b = 1$$

$$\text{तब } \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$2 = 2$$

$$\therefore a - b = 1 - 1 = 0$$

167. यदि $\frac{x}{a+b} + 1 = \frac{x}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$, तो x किसके बराबर है?

- (a) $2a - b$ (b) $a + b$
(c) $a - b$ (d) $2a + b$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \therefore \frac{x}{a+b} + 1 = \frac{x}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{x}{(a+b)} - \frac{x}{(a-b)} = \frac{a-b}{a+b} - 1$$

$$\text{या } x \left[\frac{1}{(a+b)} - \frac{1}{(a-b)} \right] = \left[\frac{a-b-(a+b)}{a+b} \right]$$

$$\text{या } x \left[\frac{a-b-a-b}{(a+b)(a-b)} \right] = \left[\frac{(a-b-a-b)}{(a+b)} \right]$$

$$\text{या } \frac{x}{(a-b)} = 1$$

$$\text{या } x = (a-b)$$

168. यदि $\frac{2p}{p^2 - 2p + 1} = \frac{1}{4}$ हो, तो $p + \frac{1}{p}$ का मान बताएं?

- (a) 8 (b) 10
(c) 12 (d) इनमें से कोई

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— दिया है } \frac{2p}{p^2 - 2p + 1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{या } \frac{p^2 - 2p + 1}{2p} = 4$$

$$\text{या } \frac{p}{2} - 1 + \frac{1}{2p} = 4$$

$$\text{या } \frac{p}{2} + \frac{1}{2p} = 5$$

$$\text{या } p + \frac{1}{p} = 10$$

169. यदि $P^3 + 3P^2 + 3P = 7$ है, तो $P^2 + 2P$ का मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) 3
(c) 5 (d) 6

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $P^3 + 3P^2 + 3P = 7$
 $P^3 + 3P^2 + 3P + 1 = 7 + 1$
 $P^3 + 1^3 + 3P(P + 1) = 8$
 $(P + 1)^3 = 2^3$
 $P + 1 = 2$
 $P = 2 - 1 = 1$
 $\therefore P^2 + 2P = (1)^2 + 2 \times 1$
 $= 1 + 2 \Rightarrow 3$

Trick—

$P^3 + 3P^2 + 3P = 7$
माना $P = 1$
तब $1^3 + 3 \times 1^2 + 3 \times 1 = 7$
 $7 = 7$
 $\therefore P^2 + 2P = 1^2 + 2 \times 1 = 3$

170. यदि $x^2 + y^2 + 1 = 2x$, तो $x^3 + y^5$ का मान क्या है ?

- (a) 2 (b) 0
(c) -1 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x^2 + y^2 + 1 = 2x$
 $\therefore x^2 + 1 - 2x + y^2 = 0$
 $\therefore (x - 1)^2 + y^2 = 0$
 $\therefore (x - 1) = 0$ या $x = 1$
तथा $y = 0$
 $\therefore x^3 + y^5 = (1)^3 + 0^5$
 $= 1 + 0 \Rightarrow 1$

171. यदि $a^2 + b^2 = 2$ तथा $c^2 + d^2 = 1$ हो, तो $(ad - bc)^2 + (ac + bd)^2$ का मान क्या होगा ?

- (a) $\frac{4}{9}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है— $a^2 + b^2 = 2$ तथा $c^2 + d^2 = 2$
अतः $(ad - bc)^2 + (ac + bd)^2$
 $= a^2 d^2 + b^2 c^2 - 2adbc + a^2 c^2 + b^2 d^2 + 2acbd$
 $= a^2 d^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2$
 $= a^2 (d^2 + c^2) + b^2 (c^2 + d^2)$
 $= (a^2 + b^2) (c^2 + d^2)$
 $= 2 \times 1 \Rightarrow 2$

Trick—

$a^2 + b^2 = 2$, $c^2 + d^2 = 2$
माना $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 0$
तब $1^2 + 1^2 = 2$ तथा $1^2 + 0 = 1$
 $2 = 2$ $1 = 1$
 $\therefore (ad - bc)^2 + (ac + bd)^2 = (1 \times 0 - 1 \times 1)^2 + (1 \times 1^2 + 1 \times 0)^2$
 $= 1 + 1 = 2$

172. यदि $\frac{3a + 4b}{3c + 4d} = \frac{3a - 4b}{3c - 4d}$ हो, तो-

- (a) $ab = cd$
(b) $ad = bc$
(c) $ac = bd$
(d) $a = b = c \neq d$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016(III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है— $\frac{3a + 4b}{3c + 4d} = \frac{3a - 4b}{3c - 4d}$

या $(3a + 4b)(3c - 4d) = (3c + 4d)(3a - 4b)$

या $9ac - 12ad + 12bc - 16bd = 9ac - 12bc + 12ad - 16bd$

या $24bc = 24ad$

$\therefore ad = bc$

Trick—

$\frac{3a + 4b}{3c + 4d} = \frac{3a - 4b}{3c - 4d}$

या $\frac{3a + 4b}{3a - 4b} = \frac{3c + 4d}{3c - 4d}$

या $\frac{3a}{4b} = \frac{3c}{4d}$ (योगान्तरानुपात नियम से)

या $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

या $ad = bc$

173. $\frac{1}{1 + 2^{a-b}} + \frac{1}{1 + 2^{b-a}}$ है-

- (a) $a - b$ (b) $b - a$
(c) 1 (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{1}{1 + \frac{2^a}{2^b}} + \frac{1}{1 + \frac{2^b}{2^a}}$ ($\because 2^{a-b} = \frac{2^a}{2^b}$ और $2^{b-a} = \frac{2^b}{2^a}$)
 $= \frac{1}{\frac{2^b + 2^a}{2^b}} + \frac{1}{\frac{2^a + 2^b}{2^a}}$
 $= \frac{2^b}{2^b + 2^a} + \frac{2^a}{2^a + 2^b}$
 $= \frac{(2^b + 2^a)}{(2^a + 2^b)} \Rightarrow 1$

174. $\left(\frac{1}{(p-n)(n-q)} + \frac{1}{(n-q)(q-p)} + \frac{1}{(q-p)(p-n)} \right)$ का मान

क्या है?

- (a) 1 (b) 0
(c) $p+q+n$ (d) $2n/p+q$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{1}{(p-n)(n-q)} + \frac{1}{(n-q)(q-p)} + \frac{1}{(q-p)(p-n)}$
 $= \frac{q-p+p-n+n-q}{(p-n)(q-p)(n-q)}$
 $= 0$

175. यदि $\frac{a}{1-2a} + \frac{b}{1-2b} + \frac{c}{1-2c} = \frac{1}{2}$, तो

- $\frac{1}{1-2a} + \frac{1}{1-2b} + \frac{1}{1-2c}$ का मान क्या है?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $\frac{a}{1-2a} + \frac{b}{1-2b} + \frac{c}{1-2c} = \frac{1}{2}$

या $\frac{2a}{1-2a} + \frac{2b}{1-2b} + \frac{2c}{1-2c} = 1$

या $\frac{2a}{1-2a} + 1 + \frac{2b}{1-2b} + 1 + \frac{2c}{1-2c} + 1 = 1 + 3$

या $\frac{2a+1-2a}{1-2a} + \frac{2b+1-2b}{1-2b} + \frac{2c+1-2c}{1-2c} = 4$

या $\frac{1}{1-2a} + \frac{1}{1-2b} + \frac{1}{1-2c} = 4$

Trick— $\frac{a}{1-2a} + \frac{b}{1-2b} + \frac{c}{1-2c} = \frac{1}{2}$

$b=c=0$ रखने पर-

$\frac{a}{1-2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = 1 - 2a \Rightarrow a = 1/4$

$\therefore \frac{1}{1-2a} + \frac{1}{1-2b} + \frac{1}{1-2c} = \frac{1}{1-\frac{2}{4}} + 1 + 1$

$= \frac{4}{2} + 1 + 1 \Rightarrow 4$

176. यदि $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$ हो, तो

$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है- $\frac{a^2}{b+c} = 1$

या $a^2 = b+c$

या $a^2 + a = a + b + c$

या $a(a+1) = a + b + c$

या $\frac{1}{1+a} = \frac{a}{a+b+c}$

इसी प्रकार

$\frac{1}{1+b} = \frac{b}{a+b+c}$

और $\frac{1}{1+c} = \frac{c}{a+b+c}$

$\therefore \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$

$= \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c}$

$= \frac{(a+b+c)}{(a+b+c)} \Rightarrow 1$

Trick—

$\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$

माना $a=b=c=2$

तब $\frac{2^2}{2+2} = \frac{2^2}{2+2} = \frac{2^2}{2+2} = 1$

$\therefore \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2}$
 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
 $= 1$

177. यदि $a^2 = by + cz$, $b^2 = cz + ax$, $c^2 = ax + by$ हो, तो

$\frac{x}{a+x} + \frac{y}{b+y} + \frac{z}{c+z}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) $a+b+c$
(c) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है- $a^2 = by + cz$

या $a^2 + ax = ax + by + cz$

या $a(a+x) = ax + by + cz$

या $\frac{1}{(a+x)} = \frac{a}{ax+by+cz}$

$\therefore \frac{x}{(a+x)} = \frac{ax}{ax+by+cz} \dots\dots(i)$

इसी प्रकार

$\frac{y}{(b+y)} = \frac{by}{ax+by+cz} \dots\dots(ii)$

और $\frac{z}{(c+z)} = \frac{cz}{ax+by+cz} \dots\dots(iii)$

समी. (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} \frac{x}{(a+x)} + \frac{y}{(b+y)} + \frac{z}{(c+z)} \\ = \frac{ax}{ax+by+cz} + \frac{by}{ax+by+cz} + \frac{cz}{ax+by+cz} \\ = \frac{(ax+by+cz)}{(ax+by+cz)} \\ = 1 \end{aligned}$$

178. यदि $\frac{p}{a} + \frac{q}{b} + \frac{r}{c} = 1$ और $\frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} = 0$, यहां p, q, r और

a, b, c शून्येतर हैं, तो $\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2}$ का मान क्या है?

- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{p}{a} + \frac{q}{b} + \frac{r}{c} = 1$

माना $\frac{p}{a} = x, \frac{q}{b} = y, \frac{r}{c} = z$

$\therefore x + y + z = 1 \dots\dots\dots$ समी. (i)

तथा $\frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} = 0$

या $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$

$\frac{xy+yz+zx}{xyz} = 0$

या $xy + yz + zx = 0 \dots\dots(ii)$

पुनः समी. (i) का वर्ग करने पर

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 1$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 1$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \times 0 = 1$ (समी. (ii) से)

$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \dots\dots(iii)$

$\left(\frac{p}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2 + \left(\frac{r}{c}\right)^2 = 1 \left(\because x = \frac{p}{a}, y = \frac{q}{b}, z = \frac{r}{c}\right)$

179. यदि $\frac{a}{q-r} = \frac{b}{r-p} = \frac{c}{p-q}$, तो $pa + qb + rc$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) -1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि $\frac{a}{q-r} = \frac{b}{r-p} = \frac{c}{p-q} = k$

$\therefore a = k(q-r), b = k(r-p), c = k(p-q)$

$\therefore pa + qb + rc = k(q-r)p + k(r-p)q + k(p-q)r$

$= pkq - krp + kqr - pqk + kpr - kqr$

$= 0$

180. यदि $a + \frac{1}{b} = 1$ और $b + \frac{1}{c} = 1$, तो $c + \frac{1}{a}$ किसके बराबर होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a + \frac{1}{b} = 1$

$\therefore \frac{ab+1}{b} = 1$

$ab+1 = b$

$ab = b-1$

$\frac{b}{b-1} = \frac{1}{a} \dots\dots\dots (i)$

तथा $b + \frac{1}{c} = 1$

$\therefore \frac{1}{c} = 1-b$

$\frac{1}{(1-b)} = c \dots\dots\dots(ii)$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$\frac{b}{(b-1)} + \frac{1}{(1-b)} = c + \frac{1}{a}$$

$$\frac{b}{(b-1)} + \frac{1}{-(b-1)} = c + \frac{1}{a}$$

$$\frac{b}{(b-1)} - \frac{1}{(b-1)} = c + \frac{1}{a}$$

$$\frac{(b-1)}{(b-1)} = c + \frac{1}{a}$$

$$\therefore c + \frac{1}{a} = 1$$

Trick—

$$a + \frac{1}{b} = 1, b + \frac{1}{c} = 1$$

$$\text{माना } a = 2, b = \frac{1}{2}, c = -1$$

$$\text{तब } a + \frac{1}{b} = 2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$b + \frac{1}{c} = 2 + \frac{1}{(-1)} = 1$$

$$\therefore c + \frac{1}{a} = -1 + \frac{1}{1/2} = -1 + 2 = 1$$

181. यदि $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ और $a^2 + ab + b^2 = 4$, तो ab का मान है—

- (a) -1 (b) 0
(c) 2 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$\therefore a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{या } 8 = 4(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{या } a^2 - ab + b^2 = 2 \dots \dots (i)$$

$$\text{तथा } a^2 + ab + b^2 = 4 \dots \dots \dots (ii)$$

अतः समी. (i) से (ii) को घटाने पर

$$-2ab = -2$$

$$ab = \frac{-2}{-2} \Rightarrow 1$$

182. यदि $x^2 - 2x + 1 = 0$, तो $x^4 + \frac{1}{x^4}$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है- $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\text{या } (x-1)^2 = 0$$

$$\text{या } x = 1$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = (1)^4 + \frac{1}{(1)^4} = 1 + 1 \Rightarrow 2$$

183. यदि $\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$, तो $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{ab}}$ (b) \sqrt{ab}
(c) $\frac{2}{\sqrt{ab}}$ (d) $\frac{2}{2\sqrt{ab}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right)^2 = 0$$

$$\text{या } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} = 0$$

$$\text{या } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{\sqrt{ab}}$$

184. यदि $3a = 4b = 6c$ और $a + b + c = 27\sqrt{29}$ हो, तो

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ का मान क्या है?}$$

- (a) 87 (b) $3\sqrt{29}$
(c) 82 (d) 83

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore 3a = 4b = 6c$

माना कि $3a = 4b = 6c = k$

$$\therefore a = \frac{k}{3}, b = \frac{k}{4}, c = \frac{k}{6}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{6}$$

$$= k \left[\frac{4 + 3 + 2}{12} \right]$$

$$= \frac{9k}{12} = \frac{3k}{4}$$

$$\text{लेकिन } a + b + c = 27\sqrt{29}$$

$$\therefore \frac{3k}{4} = 27\sqrt{29}$$

$$k = 36\sqrt{29} \dots(i)$$

$$\therefore \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{\frac{k^2}{9} + \frac{k^2}{16} + \frac{k^2}{36}}$$

$$= k\sqrt{\frac{16+9+4}{144}}$$

$$= \frac{k\sqrt{29}}{12}$$

$$\therefore \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 36\sqrt{29} \times \frac{\sqrt{29}}{12} \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= 3 \times 29$$

$$= 87$$

185. यदि $\frac{x}{x^2-2x+1} = \frac{1}{3}$ हो, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान कितना होगा?

- (a) 81 (b) 110
(c) 125 (d) 27

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है- $\frac{x}{x^2-2x+1} = \frac{1}{3}$

$$3x = x^2 - 2x + 1$$

या $x^2 - 2x + 1 = 3x$

$$x^2 + 1 = 3x + 2x$$

$$x^2 + 1 = 5x$$

$$\frac{x^2+1}{x} = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = 5 \dots\dots\dots(i)$$

घन करने पर-

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 5 = 125 \quad \text{(समी. (i) से)}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 15$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

186. यदि $\frac{x+1}{x-1} = \frac{a}{b}$ और $\frac{1-y}{1+y} = \frac{b}{a}$, तो $\frac{x-y}{1+xy}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{a^2-b^2}{2ab}$ (b) $\frac{a^2+b^2}{2ab}$
(c) $\frac{2ab}{a^2-b^2}$ (d) $\frac{a^2-b^2}{ab}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्न से

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore bx + b = ax - a$$

$$ax - bx = a + b$$

$$x(a-b) = (a+b)$$

$$x = \frac{a+b}{a-b}$$

तथा $\frac{1-y}{1+y} = \frac{b}{a}$

$$a - ay = b + by$$

$$a - b = (a+b)y$$

$$y = \frac{(a-b)}{(a+b)}$$

\therefore प्रश्न से

$$\frac{x-y}{1+xy} = \frac{\frac{(a+b)}{(a-b)} - \frac{(a-b)}{(a+b)}}{1 + \frac{(a+b)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)}{(a+b)}}$$

$$= \frac{\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)}}{1 + \frac{1}{1}}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab}{2(a^2 - b^2)}$$

$$= \frac{4ab}{2(a^2 - b^2)} \Rightarrow \frac{2ab}{a^2 - b^2}$$

187. यदि $a^2 - 4a - 1 = 0$, तो $a^2 + \frac{1}{a^2} + 3a - \frac{3}{a}$ का मान है-

- (a) 25 (b) 30
(c) 35 (d) 40

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a^2 - 4a - 1 = 0$

$$a^2 - 1 = 4a$$

$$a - \frac{1}{a} = 4 \dots\dots\dots(i)$$

वर्ग करने पर

$$a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 16$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 18 \dots\dots\dots (ii)$$

∴ प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a^2} + 3a - \frac{3}{a} &= a^2 + \frac{1}{a^2} + 3\left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= 18 + 3 \times 4 \\ &= 18 + 12 \Rightarrow 30 \end{aligned}$$

188. $\frac{(a-b)^2}{(b-c)(c-a)} + \frac{(b-c)^2}{(a-b)(c-a)} + \frac{(a-c)^2}{(a-b)(b-c)}$ का मान, जब $a \neq b \neq c$ हो, कितना होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{(a-b)^2}{(b-c)(c-a)} + \frac{(b-c)^2}{(c-a)(a-b)} + \frac{(a-c)^2}{(a-b)(b-c)}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a-b)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)} + \frac{(b-c)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)} + \frac{(c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ \text{माना } a-b &= x, \quad b-c = y, \quad c-a = z \\ \therefore x+y+z &= a-b+b-c+c-a \\ &= 0 \\ x^3+y^3+z^3-3xyz &= 0 \\ \therefore x^3+y^3+z^3 &= 3xyz \dots\dots\dots (i) \\ \therefore \frac{(a-b)^2}{(b-c)(c-a)} + \frac{(b-c)^2}{(c-a)(a-b)} + \frac{(c-a)^2}{(a-b)(b-c)} &= \frac{x^3+y^3+z^3}{xyz} \\ &= \frac{3xyz}{xyz} \text{ मान रखने पर} \\ &= 3 \end{aligned}$$

189. यदि $a+b+c=6$ और $ab+bc+ca=1$ हो, तो $bc(b+c) + ca(c+a) + ab(a+b) + 3abc$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 33 (b) 66
(c) 55 (d) 23

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(*)

व्याख्या— दिया है $a+b+c=6 \dots\dots(i)$
और $ab+bc+ca=1 \dots\dots(ii)$
 $bc(b+c) + ca(c+a) + ab(a+b) + 3abc$
 $= bc(6-a) + ca(6-b) + ab(6-c) + 3abc$
समी. (i) से

$$\begin{aligned} &= 6bc - abc + 6ca - abc + 6ab - abc + 3abc \\ &= 6(ab+bc+ca) - 3abc + 3abc \\ &= 6 \times 1 \Rightarrow 6 \end{aligned}$$

190. यदि $a(x+y) = b(x-y) = 2ab$ हो, तो $2(x^2+y^2)$ का मान क्या होगा?

- (a) $2(a^2-b^2)$ (b) $2(a^2+b^2)$
(c) $4(a^2-b^2)$ (d) $4(a^2+b^2)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— ∴ $a(x+y) = b(x-y) = 2ab$
∴ $x+y = 2b \dots\dots\dots (i)$
तथा $x-y = 2a \dots\dots\dots (ii)$
समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर
 $2x = 2(a+b)$
 $x = (a+b)$
समी. (i) में x का मान रखने पर
 $a+b+y = 2a$
या $y = a-b$
∴ $2(x^2+y^2) = 2[(a+b)^2 + (a-b)^2]$
 $= 2[a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2ab]$
 $= 4(a^2+b^2)$

Trick—

दिया है—

$$\begin{aligned} a(x+y) &= b(x-y) = 2ab \\ \therefore a(x+y) &= 2ab \text{ या } (x+y) = 2b \dots\dots\dots (i) \\ \text{एवं } b(x-y) &= 2ab \text{ या } (x-y) = 2a \dots\dots\dots (ii) \\ \therefore 2(x^2+y^2) &= (x+y)^2 + (x-y)^2 \text{ (सूत्र)} \\ &= (2b)^2 + (2a)^2 \{ \because \text{ समी. (i) एवं समी. (ii) से} \} \\ &= 4b^2 + 4a^2 \\ \therefore 2(x^2+y^2) &= 4(a^2+b^2) \end{aligned}$$

191. यदि $a^2+b^2+2b+4a+5=0$ हो, तो $\frac{a-b}{a+b}$ का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) -3
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $a^2+b^2+2b+4a+4+1=0$
 $a^2+4+4a+b^2+1+2b=0$
 $(a+2)^2+(b+1)^2=0$

उपरोक्त व्यंजक तभी शून्य होगा जब दोनों पद अलग-अलग शून्य हों।

$$(a+2)^2 = 0 \Rightarrow (a+2) = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$(b+1)^2 = 0 \Rightarrow b+1 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\text{अतः } \frac{a-b}{a+b} = \frac{-2-(-1)}{-2-1} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

192. यदि $x+y+z=0$ हो, तो $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy}$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) $\frac{1}{3}$
(c) 1 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

यदि $x+y+z=0$ तब

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz \quad \dots\dots(i)$$

अब

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz} = \frac{3xyz}{xyz} \Rightarrow 3 \text{ [समी. (i) से]}$$

193. यदि $x+y=7$ हो, तो $x^3 + y^3 + 21xy$ का मान क्या होगा?

- (a) 343 (b) 49
(c) 394 (d) 288

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— यदि } x+y=7, \text{ तो } x^3 + y^3 + 21xy = ?$$

$$x+y=7 \quad \dots\dots(i)$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x+y)^3 = (7)^3$$

$$x^3 + y^3 + 3xy.(x+y) = 343$$

$$x^3 + y^3 + 3xy.7 = 343 \quad [\text{समी. (i) से } x+y=7]$$

$$\therefore x^3 + y^3 + 21xy = 343$$

194. यदि $a+b+c=0$, तो $(a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 + (c+a-b)^2$ का मान बताएं।

- (a) 0 (b) $8abc$
(c) $4(a^2 + b^2 + c^2)$ (d) $4(ab + bc + ca)$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2014

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } a+b+c=0 \quad \dots\dots(i)$$

$$\therefore a+b=-c \quad \dots\dots(ii)$$

$$\text{या } a+c=-b \quad \dots\dots(iii)$$

$$\text{या } b+c=-a \quad \dots\dots(iv)$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} & (a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 + (c+a-b)^2 \\ &= (-c-c)^2 + (-a-a)^2 + (-b-b)^2 \\ &= (-2c)^2 + (-2a)^2 + (-2b)^2 \\ &= 4c^2 + 4a^2 + 4b^2 \\ &= 4(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

195. यदि $a+b=1, b+c=2$ तथा $c+a=3$ हों, तो $(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$ का मान क्या होगा?

- (a) 3.5 (b) 18
(c) 7 (d) 9

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— दिया } a+b=1, b+c=2, c+a=3$$

$$\text{अतः } a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$$

$$= a^2 + ab + b^2 + bc + c^2 + ca$$

$$= a(a+b) + b(b+c) + c(c+a)$$

$$= a \times 1 + b \times 2 + c \times 3$$

$$= a + 2b + 3c$$

$$= a + 2b + c + 2c$$

$$= a + c + 2b + 2c$$

$$= (a+c) + (2b+2c)$$

$$= (a+c) + 2(b+c)$$

$$= 3 + 2 \times 2 \Rightarrow 7$$

196. यदि $x-y = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{4}$ हो, तो xy का मान कितना होगा?

- (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— माना } x-y = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{4} = K$$

$$\therefore x-y=K \quad \dots\dots(i), x+y=7K, \dots\dots(ii) \text{ तथा}$$

$$xy=4K \quad \dots\dots(iii)$$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) से-

$$x=4K \text{ तथा } y=3K$$

समीकरण (iii) में x व y का मान रखने पर

$$4K \times 3K = 4K$$

$$12K^2 = 4K$$

$$K = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore xy = 4 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{3}$$

197. यदि $xy + yz + zx = 0$ है, तो

$$\left(\frac{1}{x^2 - yz} + \frac{1}{y^2 - zx} + \frac{1}{z^2 - xy} \right) (x, y, z \neq 0)$$

किसके बराबर है ?

- (a) 3 (b) 1
(c) $x + y + z$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore xy + yz + zx = 0$ (i)

$\therefore -xy = yz + zx$ (ii)

$\therefore -yz = xy + zx$ (iii)

तथा $-zx = xy + yz$ (iv)

$$\therefore \frac{1}{x^2 - yz} + \frac{1}{y^2 - zx} + \frac{1}{z^2 - xy}$$

$$= \frac{1}{x^2 + xy + zx} + \frac{1}{y^2 + xy + yz} + \frac{1}{z^2 + yz + zx}$$

$$= \frac{1}{x(x + y + z)} + \frac{1}{y(x + y + z)} + \frac{1}{z(x + y + z)}$$

$$= \frac{1}{(x + y + z)} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right]$$

$$= \frac{1}{(x + y + z)} \left[\frac{xz + yz + xy}{xyz} \right] = \frac{1}{x + y + z} \times \frac{0}{xyz} \text{ समी. (i) से}$$

$$= 0$$

198. यदि $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z} = 0$, तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

का मान है—

- (a) 4 (b) 6
(c) 9 (d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z} = 0$

$$4 - \frac{3}{x} + 4 - \frac{3}{y} + 4 - \frac{3}{z} = 0$$

$$- \frac{3}{x} - \frac{3}{y} - \frac{3}{z} = -4 - 4 - 4$$

$$-3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = -12$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{-12}{-3} \Rightarrow 4$$

199. यदि $a + b = 6x$ हो, तो $\frac{x}{(a-3x)} + \frac{x}{(b-3x)}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) 0
(c) 2 (d) -1

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{x}{(a-3x)} + \frac{x}{(b-3x)} = \frac{xb - 3x^2 + xa - 3x^2}{(a-3x)(b-3x)}$

$$= \frac{x(a+b) - 6x^2}{(a-3x)(b-3x)}$$

$$= \frac{x(6x) - 6x^2}{(a-3x)(b-3x)}$$

(\therefore दिया है $a + b = 6x$)

$$= \frac{6x^2 - 6x^2}{(a-3x)(b-3x)}$$

$$= \frac{0}{(a-3x)(b-3x)} \Rightarrow 0$$

200. यदि $x = y = z$ है, तो $\frac{(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2}$ है—

- (a) 2 (b) 3
(c) 1 (d) 4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore x = y = z$

$$\therefore \frac{(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2} = \frac{(x+x+x)^2}{x^2+x^2+x^2}$$

$$= \frac{(3x)^2}{3x^2} \quad (\because y = x, z = x)$$

$$= \frac{9x^2}{3x^2} \Rightarrow 3$$

201. यदि $\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{z}\right) = 0$ तथा $x + y + z = 7$ है, तो $x^3 + y^3$

$+ z^3 - 3xyz$ का मान क्या होगा?

- (a) 49 (b) 343
(c) 1029 (d) 2401

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{z}\right) = 0$

$$\frac{yz + xz + xy}{xyz} = 0$$

$\therefore xy + yz + zx = 0$ तथा $x + y + z = 7$ (दिया है)

$$\therefore (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$(7)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(0)$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 49$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

(\therefore प्राप्त मान रखा गया)

$$= (7)(49 - 0) \Rightarrow 343$$

202. यदि $x^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 0$ है, तब $\frac{x^3}{27} + \frac{z^3}{125} + \frac{y^3}{32}$ का मान ज्ञात करें।

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{7}{4}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL(T-I) 11 मार्च, 2018 (I-परीक्षा)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 0$

यदि तीन संख्याओं के वर्गों का योगफल शून्य है, तो वह तीनों संख्याएं अलग-अलग शून्य होंगी क्योंकि संख्याओं का वर्ग कभी ऋणात्मक नहीं होता।

$$\therefore x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$(y+2)^2 = 0$$

$$y = -2$$

$$\text{तथा } (z-5)^2 = 0$$

$$z = 5$$

$$\therefore \frac{x^3}{27} + \frac{z^3}{125} + \frac{y^3}{32} = \frac{0}{27} + \frac{(5)^3}{125} + \frac{(-2)^3}{32}$$

$$= 0 + \frac{125}{125} - \frac{8}{32}$$

$$= 1 - \frac{8}{32} = \frac{32-8}{32} = \frac{24}{32} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

203. यदि $x^2 - 3x + 1 = 0$, तो $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ का मान है—

- (a) 6 (b) 8
(c) 10 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x^2 - 3x + 1 = 0$

$$x^2 + 1 = 3x \quad \dots\dots(i)$$

$$\text{अब } x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x}$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2 + \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \frac{3x}{x}$$

$$= \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)^2 - 2 + 3$$

$$= \left(\frac{3x}{x}\right)^2 - 2 + 3$$

$$= 3^2 - 2 + 3 \Rightarrow 10$$

204. यदि $x + y + z = 0$, तो $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^2 - yz}$ का मान क्या है?

- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x + y + z = 0$

$$\therefore y + z = -x$$

वर्ग करने पर

$$y^2 + z^2 + 2yz = x^2$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^2 - yz} = \frac{y^2 + z^2 + 2yz + y^2 + z^2}{y^2 + z^2 + 2yz - yz}$$

$$= \frac{2(y^2 + z^2 + yz)}{(y^2 + z^2 + yz)}$$

$$= 2$$

Trick—

$$x + y + z = 0$$

$$\text{माना } x = 1, y = -1, z = 0$$

$$\text{तब } x + y + z = 1 - 1 + 0 = 0$$

$$\therefore \frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^2 - yz} = \frac{(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2}{(1)^2 - (-1) \times 0} = \frac{1+1+0}{1-0} = 2$$

205. यदि $\frac{x}{xa + yb + zc} = \frac{y}{ya + zb + xc} = \frac{z}{za + xb + yc}$ और $x + y + z \neq 0$, तो प्रत्येक अनुपात होगा—

- (a) $\frac{1}{a-b-c}$ (b) $\frac{1}{a+b-c}$
(c) $\frac{1}{a-b+c}$ (d) $\frac{1}{a+b+c}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना

$$\frac{x}{xa + yb + zc} = \frac{y}{ya + zb + xc} = \frac{z}{za + xb + yc} = K$$

$$\therefore x = K(xa + yb + zc)$$

$$y = K(ya + zb + xc)$$

$$z = K(za + xb + yc)$$

$$\therefore x + y + z = K[a(x + y + z) + b(x + y + z) + c(x + y + z)]$$

$$\therefore x + y + z = K(x + y + z)(a + b + c)$$

$$K = \frac{1}{a + b + c}$$

$$\therefore \frac{x}{xa + yb + zc} = K$$

$$\frac{x}{xa + yb + zc} = \frac{1}{a + b + c}$$

$$xa + yb + zc = xa + yb + zc$$

$$\therefore yb + zc = xb + xc$$

$$\therefore \frac{x}{xa + yb + zc} = \frac{x}{xa + xb + xc}$$

$$= \frac{x}{x(a + b + c)}$$

$$= \frac{1}{(a + b + c)}$$

इसी प्रकार प्रत्येक अनुपात $\frac{1}{a + b + c}$ के बराबर होंगे।

$$\text{व्याख्या— } x : y = 3 : 5$$

$$\text{माना } x = 3a$$

$$y = 5a$$

$$\therefore x - y = 3a - 5a$$

$$= -2a$$

$$\therefore \text{प्रश्न से } x - y = -2$$

$$\therefore -2a = -2$$

$$a = 1$$

$$\therefore x + y = 3a + 5a$$

$$= 8a$$

$$= 8 \times 1 \Rightarrow 8$$

206. यदि $x^2 + y^2 = 29$ और $xy = 10$, जहाँ $x > 0, y > 0, x > y$, तो

$\frac{x+y}{x-y}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $-\frac{7}{3}$

(b) $\frac{7}{3}$

(c) $\frac{3}{7}$

(d) $-\frac{3}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$x^2 + y^2 = 29 \dots\dots(i)$$

तथा $xy = 10 \dots\dots(ii)$

$$\therefore (x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\therefore (x + y)^2 = 29 + 2 \times 10$$

$$= 49 \text{ [समी. (i) और समी. (ii) से]}$$

$$\therefore (x + y) = \sqrt{49} \Rightarrow 7$$

इसी प्रकार

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$= 29 - 20 \Rightarrow 9$$

$$\text{या } (x - y) = \sqrt{9} \Rightarrow 3$$

$$\therefore \frac{x + y}{x - y} = \frac{7}{3}$$

Trick—

$$x^2 + y^2 = 29$$

$$xy = 10$$

माना $x = 5, y = 2$ [$\because x > 0, y > 0$ तथा $x > y$]

$$\therefore x^2 + y^2 = 29$$

$$(5)^2 + (2)^2 = 29$$

$$29 = 29$$

$$\text{तथा } xy = 5 \times 2 = 10$$

$$\therefore \frac{x + y}{x - y} = \frac{5 + 2}{5 - 2} = \frac{7}{3}$$

207. यदि $x : y = 3 : 5$ और $x - y = -2$, तो $x + y$ का मान क्या होगा?

(a) 2

(b) 5

(c) 8

(d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

208. यदि $ab = 21$ और $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{25}{4}$ हो, तो $a^2 + b^2 + 3ab$ का

मान क्या होगा?

(a) 115

(b) 121

(c) 125

(d) 127

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— दिया है— } \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{25}{4}$$

$$\text{या } \frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{2}$$

$$\text{या } 2a + 2b = 5a - 5b$$

$$\text{या } 3a = 7b \dots\dots(i)$$

$$\text{और } ab = 21 \dots\dots(ii)$$

समी. (i) से b का मान समी. (ii) में रखने पर

$$a \cdot \frac{3a}{7} = 21$$

$$a^2 = 49 \Rightarrow a = 7$$

समी. (i) में a का मान रखने पर

$$3 \times 7 = 7 \times b$$

$$\text{या } b = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + 3ab = 7^2 + 3^2 + 3 \times 7 \times 3$$

$$= 49 + 9 + 63$$

$$= 58 + 63 \Rightarrow 121$$

Trick—

$$ab = 21$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{25}{4}$$

$$\text{माना } a = 7, b = 3$$

$$\text{तब } ab = 21$$

$$7 \times 3 = 21$$

$$\text{तथा } 21 = 21$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{(7+3)^2}{(7-3)^2} = \frac{100}{16} = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a^2 + b^2 + 3ab = (7)^2 + (3)^2 + 3 \times 7 \times 3$$

$$= 49 + 9 + 63$$

$$= 121$$

209. यदि $xy + yz + zx = 1$ हो, तो $\frac{1+y^2}{(x+y)(y+z)}$ का मान बताओ ?
 (a) 2 (b) 3
 (c) 4 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)
 उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $xy + yz + zx = 1$ (i)

$$\therefore \frac{1+y^2}{(x+y)(y+z)} = \frac{(1+y^2)}{xy+xz+y^2+yz}$$

$$= \frac{(1+y^2)}{(y^2+1)} \text{ समी. (i) से}$$

$$= 1$$

210. यदि $x - \frac{1}{x} = 1$, तो $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2-1}\right)$ का मान क्या है ?
 (a) $\pm\sqrt{5}$ (b) $\frac{2}{5}$
 (c) $\frac{\pm 2}{\sqrt{5}}$ (d) $\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)
 उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = 1$

$$\therefore \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2-1}\right)$$

$$= \left(\frac{x+1-x+1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2-1}\right)$$

$$= \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \left(\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1}\right) = \frac{2x^2}{(x^2-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{2x^2}{x^2\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)} = \frac{2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{2}{\pm\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4}} = \frac{2}{\pm\sqrt{5}} \Rightarrow \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$$

211. यदि $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{p+q}$, तो $p^3 - q^3$ का मान क्या है ?
 (a) $p - q$ (b) pq
 (c) 1 (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाती)
 उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{p+q}$

या $\frac{(q+p)}{pq} = \frac{1}{(p+q)}$

या $(p+q)^2 = pq$

या $p^2 + q^2 + pq = 0$ (i)

$\therefore p^3 - q^3 = (p-q)(p^2 + q^2 + pq)$
 $= (p-q) \times 0$ (समी. (i) से)
 $= 0$

212. यदि $a - b = 3$ तथा $a^3 - b^3 = 117$ हो, तो $|a + b|$ किसके बराबर होगा ?

- (a) 3 (b) 5
 (c) 7 (d) 9

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $a - b = 3$ (i)

घन करने पर

$(a - b)^3 = 3^3$

$a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = 27$

$a^3 - b^3 - 3ab \times 3 = 27$

$a^3 - b^3 - 9ab = 27$

$117 - 9ab = 27$ (प्रश्न से)

$9ab = 117 - 27$

$9ab = 90$

$ab = 10$ (ii)

$\therefore (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
 $= 3^2 + 4 \times 10$ (समी. (i) और (ii) से)
 $= 9 + 40$
 $= 49$

$|a + b| = \sqrt{49} \Rightarrow 7$

Trick—

$a - b = 3$ तथा $a^3 - b^3 = 117$

माना $a = 5$, $b = 2$

तब $a - b = 3$

$5 - 2 = 3$

$3 = 3$

तथा $a^3 - b^3 = (5)^3 - (2)^3 = 117$

$\therefore |a + b| = (5 + 2) = 7$

213. यदि $a^3 + b^3 = 9$ और $a + b = 3$ है, तो $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ का मान है—

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$
 (c) $\frac{5}{2}$ (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore दिया है $a^3 + b^3 = 9$ तथा $a + b = 3$

$$\therefore (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(3)^3 = 9 + 3ab \times 3$$

$$27 = 9 + 9ab$$

$$9ab = 27 - 9 = 18$$

$$ab = 2$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow \frac{3}{2}$$

Trick—

माना $a = 2$, $b = 1$ तब

$$a^3 + b^3 = 9$$

$$2^3 + 1^3 = 9$$

$$9 = 9$$

तथा $a + b = 3$

$$2 + 1 = 3$$

$$3 = 3$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

214. यदि $a + b = 10$ और $ab = 21$ हो, तब $(a - b)^2$ का मान ज्ञात करें?

- (a) 15 (b) 16
(c) 17 (d) 18

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$a + b = 10$$

$$ab = 21$$

$$\therefore (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \\ = 10^2 - 4 \times 21 \\ = 100 - 84 \Rightarrow 16$$

Trick—

माना $a = 7$, $b = 3$

तब $a + b = 7 + 3 = 10$

$$ab = 7 \times 3 = 21$$

$$\therefore (a - b)^2 = (7 - 3)^2 = 4^2 = 16$$

215. यदि $2x + 3y = \frac{11}{2}$ और $xy = \frac{5}{6}$, तो $8x^3 + 27y^3$ का मान क्या है?

- (a) 583 (b) $\frac{583}{4}$
(c) 187 (d) $\frac{671}{8}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $2x + 3y = \frac{11}{2}$ तथा $xy = \frac{5}{6}$

घन करने पर

$$(2x)^3 + (3y)^3 + 3 \times 2x \times 3y (2x + 3y) = \left(\frac{11}{2}\right)^3$$

$$8x^3 + 27y^3 + 18xy(2x + 3y) = \frac{1331}{8}$$

$$8x^3 + 27y^3 + 18 \times \frac{5}{6} \times \frac{11}{2} = \frac{1331}{8}$$

$$8x^3 + 27y^3 + \frac{165}{2} = \frac{1331}{8}$$

$$8x^3 + 27y^3 = \frac{1331}{8} - \frac{165}{2}$$

$$= \frac{1331 - 165 \times 4}{8}$$

$$= \frac{1331 - 660}{8} \Rightarrow \frac{671}{8}$$

216. यदि $x + y + z = 9$ हो, तो $(x - 4)^3 + (y - 2)^3 + (z - 3)^3 - 3(x - 4)(y - 2)(z - 3)$ का मान कितना है?

- (a) 6 (b) 9
(c) 0 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore x + y + z = 9$

$$\text{या } (x - 4) + (y - 2) + (z - 3) = 0$$

$$\text{यदि } a + b + c = 0, \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\therefore (x - 4)^3 + (y - 2)^3 + (z - 3)^3 - 3(x - 4)(y - 2)(z - 3) = 0$$

217. यदि $m + n = 1$ हो, तो $m^3 + n^3 + 3mn$ का मान किसके बराबर होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है— $m + n = 1$

$$\therefore (m + n)^3 = m^3 + n^3 + 3mn(m + n)$$

$$\text{या } 1^3 = m^3 + n^3 + 3mn \cdot 1$$

$$\text{या } m^3 + n^3 + 3mn = 1$$

Trick—

$$m + n = 1$$

$$\text{माना } m = 1, n = 0$$

$$\text{तब } 1 + 0 = 1$$

$$\therefore m^3 + n^3 + 3mn = (1)^3 + (0)^3 - 3 \times 1 \times 0 = 1$$

218. यदि $p = 2 + \sqrt{3}$, तो $p + \frac{1}{p}$ का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) 8
(c) 4 (d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2008, 2014
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010, 2012
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— $p = 2 + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{p} &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1 \times (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{(2 - \sqrt{3})}{(4 - 3)} = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore p + \frac{1}{p} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

219. यदि $x = \sqrt[3]{28}$ और $y = \sqrt[3]{27}$, तो $x + y - \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$ का मान क्या है?

- (a) 8 (b) 7
(c) 6 (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $x = \sqrt[3]{28}$, $y = \sqrt[3]{27}$

$$\therefore x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + y^2 + xy)$$

$$\text{या } \frac{x^3 - y^3}{x - y} = (x^2 + y^2 + xy)$$

$$\text{या } \frac{1}{x^2 + y^2 + xy} = \frac{x - y}{x^3 - y^3}$$

$$\therefore (x + y) - \frac{1}{x^2 + y^2 + xy} = (x + y) - \frac{(x - y)}{x^3 - y^3}$$

$$= (\sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{27}) - \frac{(\sqrt[3]{28} - \sqrt[3]{27})}{(\sqrt[3]{28})^3 - (\sqrt[3]{27})^3}$$

$$= (\sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{27}) - \frac{(\sqrt[3]{28} - \sqrt[3]{27})}{28 - 27}$$

$$= (\sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{27}) - \frac{(\sqrt[3]{28} - \sqrt[3]{27})}{1}$$

$$= 2 \times (27)^{\frac{1}{3}} = 2 \times 3^{\frac{1}{3}} = 6$$

220. यदि $a^2 + 1 = a$ हो, तो a^3 का मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $a^2 + 1 = a$ (i)

$$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$\therefore b = 1 \text{ रखने पर}$$

$$a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 + 1^2 - a)$$

$$= (a + 1)(a^2 + 1 - a)$$

$$= (a + 1)(a - a) \text{ समी. (i) से}$$

$$= 0$$

$$\text{या } a^3 = -1$$

Trick—

$$a^2 + 1 = a$$

$$\text{या } a^2 - a + 1 = 0$$

$$\text{या } (a + 1)(a^2 - a + 1) = 0 \times (a + 1) = 0$$

$$\text{या } a^3 + 1 = 0$$

$$\text{या } a^3 = -1$$

221. यदि $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$, तो $a^3 + b^3$ का एक मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाती)
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I-पाती)
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$

$$\text{या } a^2 + b^2 = ab \text{(i)}$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= (a + b)(ab - ab) \text{ समी. (i) से}$$

$$= 0$$

222. यदि $x = 999, y = 1000, z = 1001$, तो $\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{x - y + z}$

का मान क्या है?

- (a) 1000 (b) 9000
(c) 1 (d) 9

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012
S.S.C. स्नातक स्तरीय (T-I) परीक्षा, 2013
S.S.C. स्नातक स्तरीय (T-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)$
 $[x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx]$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{(x + y + z)}{2}$$

$$[2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx]$$

$$= \frac{(x + y + z)}{2} [x^2 + y^2 - 2xy + y^2 + z^2 - 2yz + z^2 + x^2 - 2zx]$$

$$= \frac{(x + y + z)}{2} [(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2]$$

दिया है $x = 999, y = 1000, z = 1001$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{(999 + 1000 + 1001)}{2} \times$$

$$[(999 - 1000)^2 + (1000 - 1001)^2 + (1001 - 999)^2]$$

$$= \frac{3000}{2} [(-1)^2 + (-1)^2 + (2)^2]$$

$$= 1500 [1 + 1 + 4]$$

$$= 1500 \times 6 = 9000$$

$$\therefore \frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{x - y + z} = \frac{9000}{999 - 1000 + 1001}$$

$$= \frac{9000}{2000 - 1000}$$

$$= \frac{9000}{1000} \Rightarrow 9$$

Trick—

$$\frac{\frac{1}{2}[(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}]}{x - y + z}$$

$\Rightarrow x, y, z$ का मान रखने पर

$$= \frac{\frac{1}{2}[3000 \times \{1^2 + 1^2 + 2^2\}]}{1000}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}[3000 \times 6]}{1000}$$

$$= \frac{3000 \times 3}{1000}$$

$$= 9$$

Trick—

नोट : यदि a, b, c तीन क्रमागत संख्याएं हो तब

(i) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 9 \times b \times (d^2)$ जहां $d = b - a = c - b$

(ii) $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 2$

प्रश्नानुसार

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{x - y + z} = \frac{9 \times 1000 \times (1)^2}{999 - 1000 + 1001} = \frac{9 \times 1000}{1000} = 9$$

223. $\frac{0.051 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.051 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$ का मान है—

(a) 0.92 (b) 0.092
(c) 0.0092 (d) 0.00092

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2005, 2007, 2009

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2000, 2002, 2004, 2005, 2006, 2008, 2010

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2008, 2010, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना $a = 0.051$ तथा $b = 0.041$
तब,

$$\text{व्यंजक } \frac{a^3 + b^3}{a^2 - a \times b + b^2}$$

$$= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)}$$

$$= a + b$$

$$= 0.051 + 0.041 \Rightarrow 0.092$$

224. $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$

बराबर होगा—

(a) $x^6 + \frac{1}{x^6}$ (b) $x^8 + \frac{1}{x^8}$
(c) $x^8 - \frac{1}{x^8}$ (d) $x^6 - \frac{1}{x^6}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - (1)^2\right]$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^4 + 2x^2 \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} - 1\right)\right]$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4} + 1\right)$$

$$= x^6 + x^2 \times \frac{1}{x^4} + x^2 - \frac{1}{x^2} \times x^4 - \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2}$$

$$= x^6 + \frac{1}{x^2} + x^2 - x^2 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$= x^6 - \frac{1}{x^6}$$

225. यदि $m - n = 2$, $mn = 15$, ($m, n > 0$) हो, तो $(m^2 - n^2) (m^2 - n^3)$ का मान बताइए।

- (a) 1856 (b) 1658
(c) 1586 (d) 1568

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है $m - n = 2$ (i)

और $mn = 15$ (ii)

$$\therefore (m + n)^2 = (m - n)^2 + 4mn \\ = 2^2 + 4 \times 15 \text{ समी. (i) और (ii) से} \\ = 64$$

$$\therefore m + n = \sqrt{64} \Rightarrow 8 \text{(iii)}$$

समी. (i) और (iii) से हल करने पर

$$m = 5 \text{ और } n = 3$$

$$\therefore (m^2 - n^2) (m^3 - n^3) = (5^2 - 3^2) (5^3 - 3^3) \\ = (25 - 9) (125 - 27) \\ = 16 \times 98 \Rightarrow 1568$$

Trick—

$$\text{माना } m = 5, n = 3$$

$$\text{तब } m - n = 2$$

$$5 - 3 = 2$$

$$2 = 2$$

$$\text{तथा } mn = 15$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$15 = 15$$

$$\therefore (m^2 - n^2) (m^3 - n^3) = (5^2 - 3^2) (5^3 - 3^3) \\ = 16 \times 98 \\ = 1568$$

226. यदि $p + \frac{1}{p+2} = 1$ हो, तो $(p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} - 3$ का मान बताइए?

- (a) 12 (b) 16
(c) 18 (d) 15

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore p + \frac{1}{p+2} = 1$ या $(p+2) + \frac{1}{(p+2)} = 3$ (i)
(दोनों तरफ 2 को जोड़ने पर)

समी. (i) के दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(p+2)^3 + \left(\frac{1}{(p+2)}\right)^3 + 3(p+2) \cdot \frac{1}{(p+2)} \left((p+2) + \frac{1}{(p+2)}\right) = 27$$

$$\text{या } (p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} + 3.3 = 27 \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } (p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} = 27 - 9 \Rightarrow 18$$

$$\text{या } (p+2)^3 + \frac{1}{(p+2)^3} - 3 = 18 - 3 \Rightarrow 15$$

227. यदि $a^3 - b^3 = 56$ और $a - b = 2$ हो, तो $a^2 + b^2$ का मान क्या होगा?

- (a) 12 (b) 20
(c) 28 (d) 32

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

$$a^3 - b^3 = 56$$

$$a - b = 2$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + b^2 + ab)$$

$$\therefore 56 = 2 \cdot (a^2 + b^2 + ab)$$

$$\text{या } a^2 + b^2 + ab = 28 \text{ (i)}$$

$$\text{लेकिन } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\text{या } 4 = a^2 + b^2 - 2ab \text{(ii)}$$

समी. (i) में 2 का गुणा कर समी. (ii) में जोड़ने पर

$$3a^2 + 3b^2 = 60$$

$$\text{या } a^2 + b^2 = \frac{60}{3} \Rightarrow 20$$

Trick—

$$\text{माना } a = 4, b = 2$$

$$\text{तब } a^3 - b^3 = 4^3 - 2^3 = 56$$

$$a - b = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

228. यदि $x = y = 333$ और $z = 334$ हो, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 667
(c) 1000 (d) 2334

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2012, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ = (x + y + z) (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= (x + y + z) \frac{1}{2} (2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)$$

$$= \frac{x+y+z}{2} [x^2 + y^2 - 2xy + y^2 + z^2 - 2yz + x^2 - 2zx]$$

$$= \frac{x+y+z}{2} [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

प्रश्न से x, y, z के मान रखने पर

$$= \frac{(333+333+334)}{2} [(333-333)^2 + (333-334)^2 \\ + (334-333)^2]$$

$$= \frac{1000}{2} [0^2 + (-1)^2 + 1^2]$$

$$= \frac{1000}{2} \times 2 \Rightarrow 1000$$

Trick-

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2} (x + y + z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

$$= \frac{1}{2} [333 + 333 + 334] [(0)^2 + (-1)^2 + (1)^2]$$

$$= \frac{1}{2} \times 1000 \times 2$$

$$= 1000$$

229. यदि $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$ तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान है-

- (a) 9 (b) abc
(c) $a + b + c$ (d) $3abc$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$
 $x^{(a+b+c)} = x^0$
या $a + b + c = 0$
अब, $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
या $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 + 3abc$
 $= 0^3 + 3abc$
 $= 3abc$

230. यदि $x(x-3) = -1$, तो $x^3(x^3-18)$ का मान क्या है?

- (a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) -1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x(x-3) = -1$ (i)
समी. (i) का घन करने पर
 $x^3 [x^3 - (3)^3 - 3x \cdot 3(x-3)] = (-1)$
 $x^3 [x^3 - 27 - 9x(x-3)] = -1$
 $x^3 (x^3 - 27 - 9x \times -\frac{1}{x}) = -1$ { \therefore समी. (i) से $x-3 = -\frac{1}{x}$ }
 $x^3 (x^3 - 27 + 9) = -1$
 $x^3 (x^3 - 18) = -1$

231. यदि $a + b + c = 3$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ और $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ यहां a, b, c सभी शून्यतर हैं, तो 'abc' किसके बराबर है?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$a + b + c = 3 \text{ (i)}$$

वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 9$$

$$\Rightarrow 6 + 2(ab + bc + ca) = 9$$

$$(\because a^2 + b^2 + c^2 = 6)$$

$$2(ab + bc + ca) = 9 - 6 = 3$$

$$\therefore (ab + bc + ca) = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$$

$$\frac{bc + ca + ab}{abc} = 1$$

$$\therefore abc = ab + bc + ca$$

$$= \frac{3}{2}$$

232. यदि $m + n = -2$ है, तो $m^3 + n^3 - 6mn$ का मान है-

- (a) 8 (b) 4
(c) -8 (d) -4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $m + n = -2$ (i)

घन करने पर

$$(m + n)^3 = (-2)^3$$

$$m^3 + n^3 + 3mn(m + n) = -8$$

$$m^3 + n^3 + 3mn \times -2 = -8$$

$$m^3 + n^3 - 6mn = -8$$

233. यदि $x = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}$ हो, तो $3x^3 + 9x$ का मान क्या होगा?

- (a) 8 (b) 9
(c) 27 (d) 16

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016(III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $x = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$x^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}\right)^3 - 3 \times 3^{\frac{1}{3}} \times \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} \left(3^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}\right)$$

$$= 3 - \frac{1}{3} - 3 \left(3^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}\right)$$

$$\text{या } x^3 = \frac{8}{3} - 3x$$

$$\text{या } 3x^3 = 8 - 9x$$

$$\text{या } 3x^3 + 9x = 8$$

234. यदि $a + b + c = 15$ और $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{71}{abc}$, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ किसके बराबर होगा?
- (a) 160 (b) 180
(c) 200 (d) 220

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $a + b + c = 15$ (i)

$$\text{और } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{71}{abc}$$

$$\text{या } \frac{bc + ca + ab}{abc} = \frac{71}{abc}$$

$$\text{या } ab + bc + ca = 71 \text{(ii)}$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore 15^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 71 \text{ समी. (i) और (ii) से}$$

$$\text{या } a^2 + b^2 + c^2 = 225 - 142 = 83 \text{(iii)}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a+b+c) [a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca] \\ &= 15 \times [83 - 71] \\ &= 15 \times 12 \\ &= 180 \end{aligned}$$

235. यदि $3a^2 = b^2 \neq 0$ हो, तो $\frac{(a+b)^3 - (a-b)^3}{(a+b)^2 + (a-b)^2}$ का मान बताएं।

- (a) $\frac{3}{2}b$ (b) b
(c) $\frac{1}{2}b$ (d) $\frac{2}{3}b$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} & \frac{(a+b)^3 - (a-b)^3}{(a+b)^2 + (a-b)^2} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a+b) - [a^3 - b^3 - 3ab(a-b)]}{a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 - a^3 + b^3 + 3a^2b - 3ab^2}{2(a^2 + b^2)} \\ &= \frac{2b^3 + 6a^2b}{2(a^2 + b^2)} \\ &= 2b \frac{(b^2 + 3a^2)}{(a^2 + b^2)} \\ &= b \frac{(3a^2 + 3a^2)}{(a^2 + 3a^2)} \quad (\because b^2 = 3a^2) \\ &= \frac{6a^2b}{4a^2} \Rightarrow \frac{3}{2}b \end{aligned}$$

236. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ और $a + b + c = 6$ हो, तो $(ab + bc + ca)$ का मान क्या है?

- (a) 11 (b) 12
(c) 13 (d) 14

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ (i)

तथा $a + b + c = 6$ (ii)

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore 6^2 = 14 + 2(ab + bc + ca) \text{ समी. (i) और (ii) से}$$

$$\therefore 2(ab + bc + ca) = 36 - 14 \Rightarrow 22$$

$$\text{या } ab + bc + ca = \frac{22}{2} \Rightarrow 11$$

237. यदि $x = z = 225$ और $y = 226$ है, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान है—

- (a) 676 (b) 765
(c) 674 (d) 576

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$$= (x + y + z) \frac{1}{2} (2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)$$

$$= (x + y + z) \frac{1}{2} (x^2 + y^2 - 2xy + y^2 + z^2 - 2yz + z^2 + x^2 - 2zx)$$

$$= \frac{(x + y + z)}{2} [(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2]$$

$$= \frac{(225 + 226 + 225)}{2} [(225 - 226)^2 + (226 - 225)^2 + (225 - 225)^2]$$

(प्रश्न से मान रखने पर)

$$= \frac{676}{2} [(-1)^2 + (1)^2 + 0^2]$$

$$= \frac{676}{2} [1 + 1] = \frac{676 \times 2}{2} \Rightarrow 676$$

Trick—

इस प्रकार के प्रश्न में यदि दो व्यंजक के मान समान हों तथा तीसरा व्यंजक समान व्यंजक से 1 अधिक हो, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान हमेशा तीनों व्यंजकों का योग होता है। अर्थात्

$$x + y + z = 225 + 226 + 225 \Rightarrow 676$$

238. यदि $x + y + z = 6$, तो $(x - 1)^3 + (y - 2)^3 + (z - 3)^3$ का मान क्या होगा?

- (a) $3(x - 1)(y - 2)(z - 3)$ (b) $(x - 1)(y - 2)(z - 3)$
(c) $2(x - 1)(y - 2)(z - 3)$ (d) $3xyz$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या—

$$x + y + z = 6$$

$$x + y + z = 1 + 2 + 3$$

$$(x-1) + (y-2) + (z-3) = 0$$

$$\therefore \text{ यदि } a + b + c = 0, \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\therefore (x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 - 3(x-1)(y-2)(z-3) = 0$$

$$\therefore (x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 3(x-1)(y-2)(z-3)$$

239. यदि $x=332, y=333, z=335$ है, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान क्या है ?

- (a) 10000 (b) 7000
(c) 8000 (d) 9000

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x+y+z)[x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx] \\ &= \frac{(x+y+z)}{2} [2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx] \\ &= \frac{(x+y+z)}{2} [x^2 + y^2 - 2xy + y^2 + z^2 - 2yz + z^2 + x^2 - 2zx] \\ &= \frac{(x+y+z)}{2} [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2] \end{aligned}$$

प्रश्न से

x, y, z के मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{(332+333+335)}{2} [(332-333)^2 + (333-335)^2 + (335-332)^2] \\ &= \frac{1000}{2} [(-1)^2 + (-2)^2 + (3)^2] \\ &= 500 [1 + 4 + 9] = 500 \times 14 \Rightarrow 7000 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= \frac{1}{2} (x+y+z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2] \\ &= \frac{1}{2} [332+333+335] [(-1)^2 + (-2)^2 + (3)^2] \\ &= 500 [1 + 4 + 9] \\ &= 500 \times 14 \\ &= 7000 \end{aligned}$$

240. यदि $x=2, y=1$ और $z=-3$ है, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ किसके बराबर है ?

- (a) 0 (b) 2
(c) 6 (d) 8

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2015

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \end{aligned}$$

प्रश्न से

$$x=2, y=1, z=-3 \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned} &= (2+1-3)[2^2 + 1^2 + (-3)^2 - 2 \cdot 1 \cdot (-3) - (-3) \cdot 2] \\ &= 0 \times [4 + 1 + 9 - 2 + 3 + 6] \\ &= 0 \end{aligned}$$

241. यदि $a=2, b=-3$ हो, तो $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$ का मान क्या होगा?

- (a) 1562 (b) 1616
(c) 1676 (d) 1728

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \therefore (3a-2b)^3 = 27a^3 - 8b^3 - 3 \cdot 3 \cdot 2ab(3a-2b)$$

$$\text{या } 27a^3 - 8b^3 - 18ab(3a-2b) = (3a-2b)^3$$

$$\text{या } 27a^3 - 8b^3 - 54a^2b + 36ab^2 = (3a-2b)^3 \dots\dots(i)$$

$$\therefore a=2, b=-3$$

समी. (i) के दाएं पक्ष में रखने पर

$$\begin{aligned} 27a^3 - 8b^3 - 54a^2b + 36ab^2 &= [3 \cdot 2 - 2 \cdot (-3)]^3 \\ &= [6 + 6]^3 \\ &= 12^3 \Rightarrow 1728 \end{aligned}$$

242. यदि $x=1.75, y=0.5$ तो $4x^2 + 4xy + y^2$ का मान = ?

- (a) 15.75 (b) 16.00
(c) 16.25 (d) 16.75

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— यहां } 4x^2 + 4xy + y^2 &= (2x)^2 + 2 \times 2xy + y^2 \\ &= (2x+y)^2 \\ &= (2 \times 1.75 + 0.5)^2 \\ &= (3.50 + 0.50)^2 \\ &= 4^2 \Rightarrow 16.00 \end{aligned}$$

243. यदि $x=5, y=6$ और $z=-11$ है, तो $x^3 + y^3 + z^3$ का मान है—

- (a) -890 (b) -970
(c) -870 (d) -990

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— दिया है— } x=5, y=6, z=-11$$

$$\begin{aligned} \therefore x+y+z &= 5+6-11 \\ &= 11-11=0 \end{aligned}$$

$$\therefore x+y+z=0 \text{ होने पर}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 + y^3 + z^3 &= 3xyz \\ &= 3 \times 5 \times 6 \times (-11) \\ &= -90 \times 11 \Rightarrow -990 \end{aligned}$$

244. यदि $x + y + z = 0$ हो, तो $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$ का मान क्या होगा?

- (a) $(xyz)^2$ (b) $x^2 + y^2 + z^2$
(c) 9 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz}$$

परंतु यदि $x + y + z = 0$,

तब $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

$$= \frac{3xyz}{xyz} \Rightarrow 3$$

245. यदि $x = a(b - c)$, $y = b(c - a)$, $z = c(a - b)$ है, तो

$\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3$ का मान है—

- (a) $\frac{xyz}{abc}$ (b) 0
(c) $\frac{3xyz}{abc}$ (d) $\frac{2xyz}{abc}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } x = a(b - c) \text{ या } \frac{x}{a} = (b - c)$$

$$y = b(c - a) \text{ या } \frac{y}{b} = (c - a)$$

$$z = c(a - b) \text{ या } \frac{z}{c} = (a - b)$$

$$\therefore \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = b - c + c - a + a - b = 0$$

$$\therefore a + b + c = 0, \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\therefore \left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3 - 3\frac{x}{a}\frac{y}{b}\frac{z}{c} = 0$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3 = \frac{3xyz}{abc}$$

246. यदि $(2a - 1)^2 + (4b - 3)^2 + (4c + 5)^2 = 0$, तो

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) $1\frac{3}{8}$ (b) $3\frac{3}{8}$
(c) $2\frac{3}{8}$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \therefore (2a - 1)^2 + (4b - 3)^2 + (4c + 5)^2 = 0$$

यदि संख्याओं के वर्गों का योग शून्य के बराबर हो, तो संख्याएं अलग-अलग शून्य के बराबर होंगी अर्थात्

$$(2a - 1)^2 = 0 \text{ या } 2a - 1 = 0 \text{ या } a = \frac{1}{2}$$

$$(4b - 3)^2 = 0 \text{ या } 4b - 3 = 0 \text{ या } b = \frac{3}{4}$$

$$(4c + 5)^2 = 0 \text{ या } 4c + 5 = 0 \text{ या } c = -\frac{5}{4}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{2}{4} + \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{5}{4}$$

$$= 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{0}{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow 0$$

247. यदि $x + y + z = 6$ और $xy + yz + zx = 10$, तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान क्या होगा?

- (a) 48 (b) 40
(c) 42 (d) 36

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore प्रश्न से

$$x + y + z = 6$$

$$xy + yz + zx = 10$$

$$\text{वर्ग करने पर } x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 36$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \times 10 = 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36 - 20 = 16 \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ = (x + y + z)[x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)] \\ = 6[16 - 10] \\ = 6 \times 6 \Rightarrow 36$$

248. यदि $a + b + c = 0$, तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) abc (b) $2abc$
(c) $3abc$ (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)$$

$$[a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca]$$

दिया है $a + b + c = 0$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 [a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca] \\ = 0$$

$$\text{या } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

249. यदि $x + y + z = 1$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ और $xyz = -1$, तो $x^3 + y^3 + z^3$ का मान क्या है?

- (a) -1 (b) 1
(c) -2 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $x + y + z = 1$ (i)
 $xyz = -1$ (ii)

और $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

या $\frac{yz + zx + xy}{xyz} = 1$

या $xy + yz + zx = xyz$

या $xy + yz + zx = -1$ (iii) [समी. (ii) से]

$\therefore (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$

$\therefore 1^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2(-1)$

या $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ (iv)

$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
 $= (x + y + z)[x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx]$
 $= (x + y + z)[x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)]$

समी. (i), (ii), (iii) तथा (iv) से

$x^3 + y^3 + z^3 - 3 \times (-1) = 1[3 - 1 \times (-1)]$

या $x^3 + y^3 + z^3 = (3 + 1) - 3$
 $= 4 - 3 \Rightarrow 1$

250. यदि $l + m + n = 9$ और $l^2 + m^2 + n^2 = 31$ हो, तो $lm + mn + n/$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 22 (b) 50
(c) 25 (d) -25

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $l + m + n = 9$ (i)

$l^2 + m^2 + n^2 = 31$ (ii)

$\therefore (l + m + n)^2 = l^2 + m^2 + n^2 + 2(lm + mn + nl)$

$\therefore 9^2 = 31 + 2(lm + mn + nl)$ [समी. (i) और (ii) से]

या $2(lm + mn + nl) = 81 - 31 \Rightarrow 50$

या $lm + mn + nl = \frac{50}{2} \Rightarrow 25$

251. यदि $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ और $xy + yz + zx = 11$, तो $(x + y + z)^2$ का मान क्या है?

- (a) 16 (b) 25
(c) 36 (d) 49

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ (i)

और $xy + yz + zx = 11$ (ii)

$\therefore (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$

$\therefore (x + y + z)^2 = 14 + 2 \times 11$ (समी. (i) और (ii) से)
 $= 14 + 22 \Rightarrow 36$

252. यदि $x + y + z = 6$ और $x^2 + y^2 + z^2 = 20$ तो $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ का मान क्या होगा?

- (a) 64 (b) 70 (c) 72 (d) 76

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x + y + z = 6$ (i)

वर्ग करने पर

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 36$

$20 + 2(xy + yz + zx) = 36$ (प्रश्न से)

$2(xy + yz + zx) = 36 - 20 \Rightarrow 16$

$\therefore xy + yz + zx = \frac{16}{2} \Rightarrow 8$ (ii)

$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
 $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$
 $= (x + y + z)\{x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)\}$
 $= 6 \times (20 - 8)$
 $= 6 \times 12 \Rightarrow 72$

253. यदि $a + b + c = 0$ और $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, तो

$\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ac} + \frac{(a+b)^2}{3ab}$ क्या होगा?

- (a) $a^2 + b^2 + c^2$ (b) 1
(c) 3 (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore a + b + c = 0$

$\therefore b + c = -a$

$c + a = -b$

$a + b = -c$

$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ac} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = \frac{(-a)^2}{3bc} + \frac{(-b)^2}{3ac} + \frac{(-c)^2}{3ab}$

$= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ac} + \frac{c^2}{3ab}$

$= \frac{a^3}{3abc} + \frac{b^3}{3abc} + \frac{c^3}{3abc}$

$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$

$= \frac{3abc}{3abc} \Rightarrow 1$

प्रकार-5

विविध

254. $(x^2 - 8x + 15) = 0$ तथा $(y^2 + 2y - 35) = 0$ के सामान्य शून्यक के घन तथा वर्ग के बीच का अंतर क्या होगा?

- (a) 76 (b) 100
(c) 294 (d) 318

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— समीकरण $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$x^2 - 3x - 5x + 15 = 0$$

$$x(x-3) - 5(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 5, 3$$

तथा समीकरण, $y^2 + 2y - 35 = 0$

$$y^2 + 7y - 5y - 35 = 0$$

$$y(y+7) - 5(y-7) = 0$$

$$(y+7)(y-5) = 0$$

$$\therefore y = 5, -7$$

अतः दोनों समीकरण का सामान्य शून्यक (Common Root) 5 है।

$$\therefore \text{सामान्य शून्यक के घन तथा वर्ग के बीच अंतर} = (5)^3 - (5)^2 \\ = 125 - 25 \\ = 100$$

255. व्यंजक $x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) - 6$ के गुणनखंडों का अंतर क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— व्यंजक $x^2 + \frac{1}{x^2} - 6$ का गुणनखंड,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 6 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right) - 4$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x}\right) - 2^2$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 2^2$$

$$= \left(x - \frac{1}{x} - 2\right) \left(x - \frac{1}{x} + 2\right)$$

$$\therefore \text{गुणनखंडों का अंतर} = \left(x - \frac{1}{x} + 2\right) - \left(x - \frac{1}{x} - 2\right)$$

$$= x - \frac{1}{x} + 2 - x + \frac{1}{x} + 2 \\ = 4$$

256. $\frac{(x^2 - 5x + 6)}{(x^2 - 3x + 2)} \div \frac{(x^2 - 7x + 12)}{(x^2 - 5x + 4)}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) 2
(c) $\frac{(x-2)}{(x-1)}$ (d) $\frac{(x+3)}{(x+1)}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{(x^2 - 5x + 6)}{(x^2 - 3x + 2)} \div \frac{(x^2 - 7x + 12)}{(x^2 - 5x + 4)}$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)} \times \frac{(x-4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \Rightarrow 1$$

257. यदि α तथा β समीकरण $x^2 - x + 3 = 0$ के मूल हैं, तो $\alpha^4 + \beta^4$ का मान क्या होगा?

- (a) 7 (b) 9
(c) 11 (d) 13

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि α तथा β समी. $x^2 - x + 3 = 0$ के मूल हैं तब $\alpha^4 + \beta^4 = ?$

यदि α तथा β समी. के मूल हों तब, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1$ तथा

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 3$$

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha \cdot \beta \quad [\alpha + \beta = 1, \alpha \cdot \beta = 3]$$

$$(1)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2 \times 3$$

$$1 - 6 = \alpha^2 + \beta^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = -5$$

पुनः

$$(\alpha^2 + \beta^2)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2 \cdot \beta^2$$

$$(-5)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2 \times 9 \quad [\because \alpha \cdot \beta = -3]$$

$$\therefore \alpha^4 + \beta^4 = 25 - 18 \Rightarrow 7$$

258. यदि $\sqrt{1 + \frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$, तो x किसके बराबर होगा?

- (a) 1 (b) 13
(c) 27 (d) 25

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I, III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है- $\sqrt{1+\frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$

या $\sqrt{\frac{144+x}{144}} = \frac{13}{12}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$144+x=169$$

या $x=169-144 \Rightarrow 25$

Trick—

दिए गए विकल्पों में से 1, 13, 27 क्रमशः रखने पर फलन संतुष्ट नहीं होता है। लेकिन 25 रखने पर बायां पक्ष दाहिने पक्ष के बराबर आ जाता है। अर्थात्

या $\sqrt{1+\frac{25}{144}} = \frac{13}{12}$

या $\sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$

या $\frac{13}{12} = \frac{13}{12}$

259. यदि $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$, तो $\frac{(7x+3y-5z)}{5x}$ का

मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 5 (d) $\frac{33}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$$

(2 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर)

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (z^2 + x^2 - 2zx) = 0$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0$$

यह तभी संभव है जब $x-y=0$, $y-z=0$ तथा $z-x=0$

$$\Rightarrow x=y=z \quad \dots(i)$$

$$\therefore \frac{7x+3y-5z}{5x} = \frac{7x+3x-5x}{5x} \quad [\text{समी. (i)}]$$

$$= \frac{10x-5x}{5x} = \frac{5x}{5x} \Rightarrow 1$$

260. $5 + 20x - 4x^2$ का अधिकतम मान जब 'x' वास्तविक संख्या (रिअल नंबर) हो, तो क्या होगा?

- (a) 1 (b) 5
(c) 25 (d) 30

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि $f(x) = 5 + 20x - 4x^2$

$f(x)$ को x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d}{dx} f(x) = 20 - 8x$$

अधिकतम या न्यूनतम मान के लिए $\frac{d}{dx} f(x) = 0$

या $20 - 8x = 0$ या $x = \frac{20}{8} \Rightarrow \frac{5}{2}$

$f(x)$ के अधिकतम मान के लिए $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} < 0$ होना चाहिए।

$$\therefore \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -8 < 0$$

$\therefore f(x), x = \frac{5}{2}$ पर अधिकतम मान प्राप्त करेगा।

$\therefore f(x)$ का अधिकतम मान $\left(x = \frac{5}{2}\right)$

$$= 5 + 20 \times \frac{5}{2} - 4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$= 5 + 10 \times 5 - 25$$

$$= 5 + 50 - 25 \Rightarrow 30$$

Trick—

नोट : $ax^2 + bx + c$ का न्यूनतम मान $= \frac{4ac - b^2}{4a}$

या $-(ax^2 - bx - c)$ का अधिकतम मान $= \frac{b^2 - 4ac}{4a}$

$$\therefore 5 + 20x - 4x^2 \text{ का अधिकतम मान } = \frac{(-20)^2 - 4 \times 4 \times (-5)}{4 \times (-4)}$$

$$= \frac{400 + 80}{16} = \frac{480}{16} = 30$$

261. यदि $a+b+c=-11$ है, तो $(a+4)^3 + (b+5)^3 + (c+2)^3 - 3(a+4)(b+5)(c+2)$ का मान क्या होगा?

- (a) -1331 (b) -121
(c) 0 (d) 1331

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= 0 \quad (\text{यदि } a+b+c=0)$$

दिया है $\Rightarrow a+b+c=-11$

$$\therefore (a+4) + (b+5) + (c+2)$$

$$= a+b+c+11$$

$$= -11 + 11 = 0$$

$$\text{अतः } (a+4)^3 + (b+5)^3 + (c+2)^3 - 3(a+4)(b+5)(c+2) = 0$$

262. जब $a=61$, $b=63$ तथा $c=65$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान क्या होगा?
 (a) 1456 (b) 2268
 (c) 4536 (d) 5460

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2} (a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
 $= \frac{1}{2} (61 + 63 + 65) \{(-2)^2 + (-2)^2 + (4)^2\}$
 $= \frac{1}{2} \times 189 \times (4 + 4 + 16) = \frac{1}{2} \times 189 \times 24$
 $= 12 \times 189 \Rightarrow 2268$

Trick—

$a=61$, $b=63$, $c=65$
 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 9(b) \times (d^2)$ $d=63-61$ या $65-63$
 $= 9 \times 63 \times 4$ $d=2$
 $= 2268$

263. यदि $\frac{1}{x+2} = \frac{3}{y+3} = \frac{1331}{z+1331} = \frac{1}{3}$ है, तो

$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{z}{z+2662}$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \frac{1}{x+2} = \frac{3}{y+3} = \frac{1331}{z+1331} = \frac{1}{3}$ (दिया है)
 $\therefore x+2=3 \Rightarrow x=1$(i) तथा $y+3=9 \Rightarrow y=6$ (ii)
 एवं $z+1331=3993 \Rightarrow z=2662$ (iii)
 $\therefore \frac{x}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{z}{z+2662}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{4}{8} + \frac{2662}{2(2662)}$ [समी. (i), (ii) व (iii) से]
 $= \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \frac{3}{2}$

264. यदि $x=(0.25)^{\frac{1}{2}}$, $y=(0.4)^2$, $z=(0.216)^{\frac{1}{3}}$ हो, तो
 (a) $y > x > z$
 (b) $x > y > z$
 (c) $z > x > y$
 (d) $x > z > y$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x = (0.25)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{25}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$
 $= \left(\frac{5}{10}\right)^{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{5}{10} \Rightarrow 0.5$(i)

और $y = (0.4)^2 = \left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{16}{100}$
 $= 0.16$ (ii)

इसी प्रकार

$z = (0.216)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{216}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}$
 $= \left(\frac{6}{10}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{6}{10}$
 $= 0.6$ (iii)

समी. (i), (ii) और (iii) से
 अर्थात् $0.6 > 0.5 > 0.16$

$z > x > y$

265. यदि $x+y=4$, $x^2+y^2=14$ और $x>y$, तो x और y का सही मान क्या होगा?

- (a) 3, 1 (b) $2-\sqrt{2}, \sqrt{3}$
 (c) $2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ (d) $2+\sqrt{3}, 2\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x+y=4$ (i)

वर्ग करने पर

$x^2 + y^2 + 2xy = 16$
 $14 + 2xy = 16$ ($\because x^2 + y^2 = 14$)

$2xy = 16 - 14$

$2xy = 2$

$xy = 1$ (ii)

$\therefore (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$
 $= (4)^2 - 4 \times 1$

(समी. (i) और समी. (ii) से)

$= 16 - 4$

$= 12$

$\therefore x-y = 2\sqrt{3}$ (iii)

समी. (i) और समी. (iii) को जोड़ने पर

$2x = 4 + 2\sqrt{3}$

$x = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2}$

$x = 2 + \sqrt{3}$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$2 + \sqrt{3} + y = 4$

$y = 4 - 2 - \sqrt{3}$

$= 2 - \sqrt{3}$

अतः x और y का मान क्रमशः $2 + \sqrt{3}$ और $2 - \sqrt{3}$ है।

266. यदि $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n) = \underline{n}$, तो $\underline{14} - \underline{13} - \underline{12}$ किसके बराबर है?

- (a) $14 \times 13 \times (\underline{13})$ (b) $13 \times 12 \times (\underline{12})$
(c) $14 \times 12 \times (\underline{12})$ (d) $14 \times 12 \times (\underline{13})$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \underline{n} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$

$$\therefore \underline{14} = 14 \times 13 \times \underline{12}$$

$$\underline{13} = 13 \times \underline{12}$$

$$\underline{12} = \underline{12}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \underline{14} - \underline{13} - \underline{12} &= 14 \times 13 \times \underline{12} - 13 \times \underline{12} - \underline{12} \\ &= \underline{12} \times (14 \times 13 - 13 - 1) \\ &= \underline{12} \times (14 \times 13 - 14) \\ &= \underline{12} \times (13 - 1) \times 14 \\ &= 14 \times 12 \times \underline{12} \end{aligned}$$

267. यदि $\frac{xy}{x+y} = a$, $\frac{xz}{x+z} = b$ तथा $\frac{yz}{y+z} = c$ हो, जहाँ a, b, c

सभी शून्येतर संख्याएँ हैं, तो x किसके बराबर होगा?

- (a) $\frac{abc}{ab+bc+ac}$ (b) $\frac{2abc}{ab+bc-ac}$
(c) $\frac{2abc}{ab+ac-bc}$ (d) $\frac{2abc}{ac+bc-ab}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है—

$$\frac{xy}{x+y} = a \text{ या } \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{a} \text{ या } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a} \dots\dots\dots(i)$$

$$\frac{xz}{x+z} = b \text{ या } \frac{x+z}{xz} = \frac{1}{b} \text{ या } \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{b} \dots\dots\dots(ii)$$

$$\frac{yz}{y+z} = c \text{ या } \frac{y+z}{yz} = \frac{1}{c} \text{ या } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{c} \dots\dots\dots(iii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़कर समी. (iii) को उससे घटाने पर

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$$

$$\frac{a+b}{ab} - \frac{1}{c} = \frac{2}{x} \quad \therefore \frac{2}{x} = \frac{ca+bc-ab}{abc}$$

$$\therefore x = \frac{2abc}{ac+bc-ab}$$

268. यदि $\frac{11-13x}{x} + \frac{11-13y}{y} + \frac{11-13z}{z} = 5$, तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) $\frac{13}{11}$
(c) $\frac{13}{5}$ (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाठी)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{11-13x}{x} + \frac{11-13y}{y} + \frac{11-13z}{z} = 5$$

$$\frac{11}{x} - \frac{13x}{x} + \frac{11}{y} - \frac{13y}{y} + \frac{11}{z} - \frac{13z}{z} = 5$$

$$\frac{11}{x} + \frac{11}{y} + \frac{11}{z} = 5 + 13 + 13 + 13$$

$$11 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 44$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{44}{11} \Rightarrow 4$$

269. यदि $a^2 = b + c$, $b^2 = c + a$, $c^2 = a + b$ तो,

$3 \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) $\frac{1}{3}$
(c) 3 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाठी)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $a^2 = b + c$,

$$\text{या } a^2 + a = b + c + a$$

$$\text{या } a(a+1) = b + c + a$$

$$\text{या } \frac{1}{a+1} = \frac{a}{a+b+c}$$

$$\text{इसी प्रकार } \frac{1}{b+1} = \frac{b}{a+b+c}$$

$$\text{और } \frac{1}{c+1} = \frac{c}{a+b+c}$$

$$\therefore 3 \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)$$

$$= 3 \left(\frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c} \right)$$

$$= 3 \times \frac{(a+b+c)}{(a+b+c)} = 3 \times 1$$

$$= 3$$

Trick—

$$\text{माना } a = b = c = 2$$

$$\text{तब } a^2 = b + c$$

$$2^2 = 2 + 2$$

$$4 = 4$$

$$\therefore 3 \left[\frac{1}{1+a} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right] = 3 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right] = 3$$

270. यदि $x(x+y+z)=20$, $y(x+y+z)=30$ और $z(x+y+z)=50$, तो $2(x+y+z)$ का मान क्या होगा?

- (a) -10 (b) 15
(c) 18 (d) 20

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore x(x+y+z)=20$

$$y(x+y+z)=30$$

$$z(x+y+z)=50$$

जोड़ने पर

$$x(x+y+z)+y(x+y+z)+z(x+y+z)$$

$$=20+30+50$$

$$(x+y+z)(x+y+z)=100$$

$$(x+y+z)^2=100$$

$$(x+y+z)=\sqrt{100}$$

$$(x+y+z)=10$$

दोनों तरफ 2 से गुणा करने पर

$$2(x+y+z)=10 \times 2 \Rightarrow 20$$

271. यदि $\frac{m-a^2}{b^2+c^2} + \frac{m-b^2}{c^2+a^2} + \frac{m-c^2}{a^2+b^2} = 3$ है, तो m का मान क्या है?

- (a) $a^2+b^2+c^2$ (b) a^2+b^2
(c) $a^2-b^2-c^2$ (d) $a^2+b^2-c^2$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— विकल्प (a) से m का मान लेकर हल करने पर

$$\frac{m-a^2}{b^2+c^2} + \frac{m-b^2}{c^2+a^2} + \frac{m-c^2}{a^2+b^2} = 3$$

$$\therefore \frac{a^2+b^2+c^2-a^2}{b^2+c^2} + \frac{a^2+b^2+c^2-b^2}{c^2+a^2} + \frac{a^2+b^2+c^2-c^2}{a^2+b^2}$$

$$\therefore \frac{b^2+c^2}{b^2+c^2} + \frac{c^2+a^2}{c^2+a^2} + \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2} = 3$$

$$1+1+1=3$$

$$3=3$$

\therefore बायां पक्ष = दायां पक्ष

अतः विकल्प (a) प्रश्न का अभीष्ट उत्तर है।

Trick—

$$\frac{m-a^2}{b^2+c^2} + \frac{m-b^2}{c^2+a^2} + \frac{m-c^2}{a^2+b^2} = 3$$

$$\therefore \frac{m}{b^2+c^2} - \frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{m}{c^2+a^2} - \frac{b^2}{c^2+a^2} + \frac{m}{a^2+b^2} - \frac{c^2}{a^2+b^2} = 3$$

$$\therefore \frac{m}{b^2+c^2} + \frac{m}{c^2+a^2} + \frac{m}{a^2+b^2} = 3 + \frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{c^2+a^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2}$$

$$m \left(\frac{1}{b^2+c^2} + \frac{1}{c^2+a^2} + \frac{1}{a^2+b^2} \right) = \frac{a^2}{b^2+c^2} + 1 + \frac{b^2}{c^2+a^2} + 1 + \frac{c^2}{a^2+b^2} + 1$$

$$= \frac{a^2+b^2+c^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2+c^2+a^2}{c^2+a^2} + \frac{c^2+a^2+b^2}{a^2+b^2}$$

$$= a^2+b^2+c^2 \left(\frac{1}{b^2+c^2} + \frac{1}{c^2+a^2} + \frac{1}{a^2+b^2} \right)$$

$$\therefore m = a^2+b^2+c^2$$

Trick—

$$\frac{m-a^2}{b^2+c^2} + \frac{m-b^2}{c^2+a^2} + \frac{m-c^2}{a^2+b^2} = 3$$

माना $a=b=c=1$ तब

$$\frac{m-1^2}{1^2+1^2} + \frac{m-1^2}{1^2+1^2} + \frac{m-1^2}{1^2+1^2} = 3$$

$$m-1+m-1+m-1=6$$

$$3m=9$$

$$m=3$$

विकल्प (c) से

$$a^2+b^2+c^2=(1)^2+(1)^2+(1)^2=3$$

$$\therefore m = a^2+b^2+c^2$$

272. यदि x परिमेय संख्या है और $\frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2} = 2$, तो x

के मूल के अंश गणक और हर का योग क्या होगा?

- (a) 3 (b) 4
(c) 5 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2} = 2$$

$$\frac{[(x+1)-(x-1)][(x+1)^2+(x-1)^2+(x+1)(x-1)]}{[(x+1)-(x-1)][x+1+x-1]} = 2$$

$$[\because a^3-b^3=(a^2+b^2+ab)(a-b) \text{ तथा } a^2-b^2=(a-b)(a+b)]$$

$$\frac{2[(x+1)^2+(x-1)^2+x^2-1]}{2 \times 2x} = 2$$

$$\frac{x^2+1+2x+x^2+1-2x+x^2-1}{2x} = 2$$

$$3x^2+1=4x$$

$$3x^2-4x+1=0$$

$$3x^2-3x-x+1=0$$

$$3x(x-1)-1(x-1)=0$$

$$(3x-1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ या } \frac{1}{3}$$

अतः x के अंश तथा हर का योग $=1+3 \Rightarrow 4$

$\left(\because x = \frac{1}{3} \right)$ जो कि विकल्प में नहीं है।

अतः विकल्प (b) सही उत्तर है।

273. यदि a, b, c धनात्मक हैं और $a + b + c = 1$, तो $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

का न्यूनतम मान क्या है?

- (a) 5 (b) 3
(c) 1 (d) 9

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $a + b + c = 1$ (i)

$\therefore a, b, c$ धनात्मक संख्याएँ हैं।

\therefore न्यूनतम मान के लिए

$$\text{माना } a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

$$a + b + c = 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{3}}$$

$$= 3 + 3 + 3 \Rightarrow 9$$

274. $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ के गुणकों का योग कितना है?

- (a) $a + b + c$ (b) $2(a + b + c)$
(c) 0 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $4b^2c^2 - [(b^2 + c^2) - a^2]^2$

$$= [2bc + (b^2 + c^2) - a^2] [2bc - b^2 - c^2 + a^2]$$

$$= [2bc + b^2 + c^2 - a^2] [a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)]$$

$$= [(b + c)^2 - a^2] [a^2 - (b - c)^2]$$

$$= [(b + c - a)(b + c + a)] [(a + b - c)(a - b + c)]$$

$$\therefore 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2) \text{ के गुणकों का योग}$$

$$= b + c - a + b + c + a + a + b - c + a - b + c$$

$$= 2a + 2b + 2c$$

$$= 2(a + b + c)$$

275. यदि $7n + 9 > 100$ हो और n एक पूर्णांक हो, तो n का सबसे छोटा संभावित मान क्या है?

- (a) 13 (b) 12
(c) 14 (d) 15

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore 7n + 9 > 100$

$$7n > 100 - 9$$

$$7n > 91$$

$$n > 13$$

$\therefore n$ का सबसे छोटा पूर्णांक (संभावित मान) 14 है।

276. $\frac{1}{x+y}$ और $\frac{1}{x-y}$ का योग है-

(a) $\frac{2y}{x^2 - y^2}$ (b) $\frac{2x}{x^2 - y^2}$

(c) $\frac{-2y}{x^2 - y^2}$ (d) $\frac{2x}{y^2 - x^2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{x+y} \text{ और } \frac{1}{x-y} \text{ का योग}$$

$$= \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$$

$$= \frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x}{x^2 - y^2} \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

277. यदि $\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{-1}{3}}\right) \left(x^{\frac{2}{3}} - 1 + x^{\frac{-2}{3}}\right)$ का मान क्या है?

(a) $x^{-1} + x^{\frac{2}{3}}$ (b) $x + x^{-\frac{1}{3}}$

(c) $x^{\frac{1}{3}} + x^{-1}$ (d) $x + x^{-1}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016(III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$\text{माना } a = x^{\left(\frac{1}{3}\right)} \text{ और } b = x^{\left(\frac{-1}{3}\right)}$$

$$\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{-1}{3}}\right) \left(x^{\frac{2}{3}} - 1 + x^{\frac{-2}{3}}\right)$$

$$= (a + b) (a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 + b^3 \quad \{\because a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)\}$$

$$= \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(x^{\frac{-1}{3}}\right)^3$$

$$= x + x^{-1}$$

278. यदि व्यंजन $x^2 + x + 1$ को $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + q^2$, के रूप में लिखा जाए, तो q के संभावित मान हैं-

(a) $\pm \frac{1}{3}$ (b) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $\pm \frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x^2 + x + 1 = x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$$= x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

प्रश्नानुसार $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + q^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$$q^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

279. एक समांतर श्रेणी (AP) में 4 पद हैं। दोनों मध्य पदों का योगफल 110 है और बाह्य पदों का गुणनफल 2125 है। तीसरा पद है-

- (a) 55 (b) 45
(c) 65 (d) 75

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समांतर श्रेणी जिसके चार पद क्रमशः $x - 3a$, $x - a$, $x + a$, $x + 3a$ हैं

∴ प्रश्नानुसार

$$a + x + x - a = 110$$

$$2x = 110$$

$$x = 55$$

$$\text{तथा } (x - 3a)(x + 3a) = 2125$$

$$(55 - 3a)(55 + 3a) = 2125$$

$$55^2 - 9a^2 = 2125 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$\therefore 9a^2 = 55^2 - 2125$$

$$9a^2 = 3025 - 2125$$

$$9a^2 = 900$$

$$a^2 = \frac{900}{9} = 100$$

$$\therefore a = 10$$

$$\therefore \text{समांतर श्रेणी का तीसरा पद} = x + a \\ = 55 + 10 \Rightarrow 65$$

280. किसी समांतर श्रेणी (अरिथमेटिक प्रोग्रेशन) का पहला पद (टर्म) 22 है और अंतिम पद -11 है। यदि योगफल 66 है, तो अनुक्रम में पदों की संख्या निम्नलिखित में से क्या होगी?

- (a) 10 (b) 12
(c) 9 (d) 8

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना समांतर श्रेणी का सर्वोत्तम d तथा पदों की संख्या n है।

$$\therefore \text{अंतिम पद} = a + (n - 1)d$$

$$-11 = 22 + (n - 1)d$$

$$-11 - 22 = (n - 1)d$$

$$-33 = (n - 1)d \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{तथा समांतर श्रेणी के पदों का योग} = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$66 = \frac{n}{2} [2 \times 22 - 33] \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$132 = n \times 11$$

$$\therefore n = \frac{132}{11} \Rightarrow 12 \text{ पद}$$

281. दो समीकरणों $4x - y = 2$ और $2y - 8x + 4 = 0$ के हलों की संख्या है-

- (a) शून्य (b) एक (c) दो (d) असीम

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$4x - y = 2 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } 2y - 8x + 4 = 0$$

$$2y + 4 = 8x$$

$$y + 2 = 4x$$

$$\therefore 4x - y = 2 \dots\dots\dots(ii)$$

$$\therefore \text{समी. (i) और समी. (ii) समान हैं।}$$

अतः हलों की संख्या शून्य है।

282. यदि $a \neq b$ तो निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

$$(a) \frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$$

$$(b) \frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$$

$$(c) \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

$$(d) \text{उपर्युक्त में सभी}$$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि $a \neq b$

माना $a = 1$ तथा $b = 2$ तब

$$\frac{1+2}{2} > \sqrt{1 \times 2}$$

$$\frac{3}{2} > 1.414$$

$$1.5 > 1.414$$

$$\text{सत्य कथन है} = \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

283. अनुक्रम $\frac{1}{n}, \frac{n+1}{n}, \frac{2n+1}{n}, \dots$ का n वां पद होगा-

- (a) $\frac{n^2+1}{n}$ (b) $\frac{n^2-n+1}{n}$
(c) $n+1$ (d) 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रथम पद $a = \frac{1}{n}$,

$$\text{सर्वान्तर } d = \frac{n+1}{n} - \frac{1}{n} = \frac{n+1-1}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore n \text{ वां पद} &= a + (n-1)d \\ &= \frac{1}{n} + (n-1) \cdot 1 \\ &= \frac{1+n^2-n}{n} \\ &= \frac{n^2-n+1}{n} \end{aligned}$$

284. $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)$

का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $\frac{x^{64} - \frac{1}{x^{64}}}{x - \frac{1}{x}}$ (b) $\frac{x^8 - \frac{1}{x^8}}{x - \frac{1}{x}}$
(c) $\frac{x^{16} - \frac{1}{x^{16}}}{x - \frac{1}{x}}$ (d) $\frac{x^{32} - \frac{1}{x^{32}}}{x - \frac{1}{x}}$

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)$

$$= \frac{\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

(\because अंश तथा हर में $\left(x - \frac{1}{x}\right)$ से गुणा करने पर)

$$= \frac{\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left(x^4 - \frac{1}{x^4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{\left(x^8 - \frac{1}{x^8}\right)\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{\left(x^{16} - \frac{1}{x^{16}}\right)\left(x^{16} + \frac{1}{x^{16}}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{x^{32} - \frac{1}{x^{32}}}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \end{aligned}$$

285. यदि $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ है, तो $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$ का मान है-

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{5}{6}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$$u_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{(1+1)} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{(2+1)} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$u_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{(3+1)} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$u_4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{(4+1)} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$u_5 = \frac{1}{5} - \frac{1}{(5+1)} \Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} &u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= 1 - \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} \end{aligned}$$

286. श्रेणी $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$ के n पदों का योग है—

- (a) $\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$ (b) $\frac{2^{n-1} - 1}{2^{n-3}}$
(c) $2 - 2^n$ (d) $\frac{2^n - 1}{2^n}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000, 2008

उत्तर—(a)

व्याख्या— पहला पद $a = 1$

$$\text{सर्वतः } r = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad \{\because r < 1\} \\ &= \frac{1 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \left[\frac{2^n - 1}{2^n} \right] \\ &= \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \end{aligned}$$

287. यदि अनुक्रम $a, a-b, a-2b, a-3b, \dots$ तथा 10 वां पद 20 तथा 20 वां पद 10 हो, तो इसका x वां पद क्या होगा?
- (a) $10-x$
(b) $20-x$
(c) $29-x$
(d) $30-x$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्न के अनुसार

$$t_{10} = a + (10-1) \times (-b)$$

$$a - 9b = 20 \quad \dots(i)$$

$$\text{और } t_{20} = a + (20-1) \times (-b)$$

$$a - 19b = 10 \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) से-

$$b = 1 \text{ तथा } a = 29$$

$$t_x = a + (x-1) \times (-b)$$

$$= 29 - x + 1$$

$$= 30 - x$$

288. अनुक्रम $7, 10, 13, \dots$ का कौन-सा पद 151 है ?

- (a) 29 वां
(b) 19 वां
(c) 59 वां
(d) 49 वां

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रथम पद $a = 7$

$$\text{सर्वतः } d = 3$$

$$t_n = 151$$

$$\therefore 151 = 7 + (n-1) \times 3$$

$$151 - 7 = 3n - 3$$

$$3n = 151 - 7 + 3$$

$$3n = 147$$

$$n = 49$$

289. अनुक्रम $6, 13, 20, 27, \dots$ का कौन-सा पद इसके 24 वें पद से 98 अधिक होगा ?

- (a) 36 वां
(b) 38 वां
(c) 35 वां
(d) 48 वां

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— अनुक्रम $6, 13, 20, 27$ का 24 वां पद

$$= a + (n-1)d \quad (\text{सूत्र})$$

$$= 6 + (24-1)7$$

$$= 167$$

प्रश्नानुसार,

$$167 + 98 = 265$$

$$265 = 6 + (n-1)7$$

$$265 = 6 + 7n - 7$$

$$7n = 266$$

$$n = \frac{266}{7} \Rightarrow 38 \text{ वां पद}$$

290. यदि $1^3 + 2^3 + \dots + 10^3 = 3025$ हो, तो $4 + 32 + 108 + \dots + 4000$ बराबर है —

- (a) 12000
(b) 12100
(c) 122000
(d) 12400

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore 4 + 32 + 108 + \dots + 4000$

$$= 4(1 + 8 + 27 + \dots + 1000)$$

$$= 4(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3)$$

$$= 4 \times 3025$$

$$= 12100$$

291. $101 + 102 + 103 + \dots + 200$ का योग क्या होगा ?

- (a) 15000
(b) 15025
(c) 15050
(d) 25000

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000, 2002, 2005, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— योग = $\frac{(\text{पहली संख्या} + \text{अन्तिम संख्या})}{2} \times \text{कुल संख्या}$

$$= \frac{(101+200)}{2} \times 100 = 301 \times 50 \Rightarrow 15050$$

Trick—

101 + 102 + 103 + + 200 का योग
 = (1 + 2 + 3 + 200) का योग - (1 + 2 + 3 + ... 100) का योग

$$= \frac{200 \times 201}{2} - \frac{100 \times 101}{2} = 20100 - 5050 \Rightarrow 15050$$

292. "s" का मान निर्धारित करें जिसके लिए समीकरण $5x + 35 = 60x + s$ के अनंत समाधान हैं।

- (a) 420 (b) 440
 (c) 460 (d) 480

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 6 मार्च, 2018 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $5x + 35 = 60x + S$
 दिए गए समीकरण के जब अनन्त समाधान (हल हैं) तब

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\frac{5}{60} = \frac{35}{s}$$

$$\therefore s = \frac{35 \times 60}{5}$$

$$\therefore s = 7 \times 60 \Rightarrow 420$$

293. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का योग क्या है, जब $a = 4, b = 2$ और $c = -6$ है?

- (a) 0 (b) 2
 (c) 4 (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 6 मार्च, 2018 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

जब $a + b + c = 0$ होगा

तब $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान भी शून्य होगा।

$$\therefore a + b + c = 4 + 2 + (-6)$$

$$= 6 - 6 \Rightarrow 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

Trick—

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (4)^3 + (2)^3 + (-6)^3 - 3.4.2(-6)$$

[a, b एवं c का मान रखा गया]

$$= 64 + 8 - 216 + 144$$

$$= 216 - 216 \Rightarrow 0$$

294. यदि व्यंजक $3a(3a + 2c) - 4b(b + c)$ का एक गुणनखंड $(3a - 2b)$ है, तो दूसरा गुणनखंड है-

- (a) $2(a + b + c)$
 (b) $(3a + 2b + 2c)$
 (c) $(3a - 2b + 2c)$
 (d) $(3a + 2b - 2c)$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $3a(3a + 2c) - 4b(b + c)$

$$= 9a^2 + 6ac - 4b^2 - 4bc$$

$$= 9a^2 - 4b^2 + 6ac - 4bc$$

$$= 9a^2 - 4b^2 + 2c(3a - 2b)$$

$$= (3a + 2b)(3a - 2b) + 2c(3a - 2b)$$

$$= (3a - 2b)(3a + 2b + 2c)$$

अतः स्पष्ट है कि दूसरा गुणनखंड $(3a + 2b + 2c)$ होगा।

295. $x + \frac{1}{x}$ का व्युत्क्रम क्या है?

- (a) $\frac{x}{x+1}$
 (b) $x - \frac{1}{x}$
 (c) $\frac{1}{x} + x$
 (d) $\frac{x}{x^2 + 1}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x + \frac{1}{x}$ का व्युत्क्रम = $\frac{1}{x + \frac{1}{x}}$

$$= \frac{1}{\frac{x^2 + 1}{x}}$$

$$= \frac{x}{x^2 + 1}$$

296. यदि $a + b + c = 9$ (जहां a, b, c वास्तविक संख्याएं हैं), तो $a^2 + b^2 + c^2$ का न्यूनतम मान है-

- (a) 100 (b) 9
 (c) 27 (d) 81

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{a+b+c}{3} \geq 3\sqrt[3]{abc}$

$$\Rightarrow \frac{9}{3} \geq (abc)^{1/3} \Rightarrow (abc)^{1/3} \leq 3 \dots(i)$$

पुनः $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq (a^2b^2c^2)^{1/3}$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq (abc)^{2/3}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq (3)^2 \text{ (समी. (i) से)}$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 \geq 27$$

अतः $(a^2+b^2+c^2)$ का न्यूनतम मान = 27

297. $\left(b \times \frac{1}{a}\right)$ में किससे गुणा किया जाए, ताकि गुणनफल $\left(b + \frac{1}{a}\right)$ प्राप्त हो?

(a) $a + \frac{1}{b}$

(b) $b + \frac{1}{a}$

(c) $\frac{a}{b}$

(d) ab

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या—माना $b \times \frac{1}{a}$ में x से गुणा करने पर गुणनफल $\left(b + \frac{1}{a}\right)$

प्राप्त होगा

प्रश्नानुसार

$$x \times \frac{b}{a} = b + \frac{1}{a}$$

$$x \times \frac{b}{a} = \frac{ab+1}{a}$$

$$\therefore x = \frac{ab+1}{b}$$

$$\text{अतः } x = a + \frac{1}{b}$$

298. एक समांतर श्रेणी का तीसरा और आठवां पद क्रमशः -14 और 1 है। 11वां पद कौन-सा है?

(a) 14

(b) 16

(c) 20

(d) 10

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— समांतर श्रेणी का n वां पद $(T_n) = a + (n-1)d$ (सूत्र)

(जहां a = प्रथम पद तथा d = सार्वअंतर है)

$$\therefore T_3 = a + (3-1)d$$

$$-14 = a + 2d \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } T_8 = a + (8-1)d$$

$$1 = a + 7d \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) में से समी. (i) घटाने पर

$$5d = 15$$

$$\therefore d = \frac{15}{5} \Rightarrow 3$$

सार्वअंतर (d) का मान समी. (i) में रखने पर

$$-14 = a + 2 \times 3$$

$$\therefore a = -14 - 6 \Rightarrow -20$$

इस प्रकार समांतर श्रेणी का 11वां पद $(T_{11}) = a + (n-1)d$ (सूत्र)

$$= -20 + (11-1)3$$

$$\therefore T_{11} = -20 + 30 \Rightarrow 10$$

299. समांतर श्रेणी का तीसरा और नौवां पद क्रमशः -8 और 10 है।

16वां पद क्या है?

(a) 34

(b) 28

(c) 25

(d) 31

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $T_3 = a + 2d = -8 \dots\dots(i)$

$$T_9 = a + 8d = 10 \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) में से समी. (i) को घटाने पर

$$(a + 8d) - (a + 2d) = 10 - (-8)$$

$$6d = 18$$

$$d = 3$$

d का मान समी. (i) में रखने पर

$$a + 2 \times 3 = -8$$

$$a + 6 = -8$$

$$a = -8 - 6$$

$$a = -14$$

$$T_{16} = a + 15d$$

$$= -14 + 15 \times 3$$

$$= -14 + 45$$

$$= 31$$

Trick—

तीसरे एवं नौवें पद का अंतर = $10 - (-8) \Rightarrow 18$

\therefore दो पदों के बीच अंतर = $\frac{18}{6} \Rightarrow 3$

समांतर श्रेणी का क्रम = $-14, -11, -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31$

अतः 16वां पद = 31

300. एक अंकगणितीय प्रगति के पहले 13 पदों का योग क्या है, अगर पहला पद -10 है और अंतिम पद 26 है।

- (a) 104 (b) 140
(c) 84 (d) 98

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

यदि समांतर श्रेणी का पहला पद (a) तथा अंतिम पद (l) है,

तो n पदों का योगफल $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$

$$S_{13} = \frac{13}{2}[-10+26]$$

$$= \frac{13}{2} \times 16 \Rightarrow 104$$

301. समांतर श्रेणी के पहले 11 पदों का योग क्या है यदि चौथा पद 11 और सातवां पद -4 है?

- (a) -75
(b) 55
(c) 11
(d) 100

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— समांतर श्रेणी का nवां पद $(T_n) = a + (n-1)d$

$$T_4 = a + (4-1)d$$

$$11 = a + 3d \dots (i)$$

$$T_7 = a + (7-1)d$$

$$-4 = a + 6d \dots (ii)$$

समी. (i) एवं (ii) हल करने पर

$$-3d = 15$$

$$\therefore d = -\frac{15}{3} \Rightarrow -5$$

(d) का मान समी. (i) में रखने पर

$$11 = a + (3)(-5)$$

$$\therefore a = 11 + 15 \Rightarrow 26$$

$$\therefore \text{समांतर श्रेणी के 11 पदों का योग } (S_{11}) = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{11}{2}[2 \times 26 + (11-1)(-5)]$$

$$= \frac{11}{2}[52 + 10(-5)]$$

$$= \frac{11}{2}[52 - 50]$$

$$= \frac{11}{2} \times 2 \Rightarrow 11$$

302. एक समांतर श्रेणी के प्रथम 9 पदों का योग क्या होगा, यदि पहला पद 7 है और अंतिम पद 55 है?

- (a) 219 (b) 137
(c) 231 (d) 279

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— यदि समांतर श्रेणी का प्रथम पद (a) तथा अंतिम पद

(l) है, तो n पदों का योग $(S_n) = \frac{n}{2}(a+l)$ (सूत्र)।

$$S_9 = \frac{9}{2}[7+55]$$

$$\therefore S_9 = \frac{9}{2} \times 62 = 9 \times 31 \Rightarrow 279$$

303. समांतर श्रेणी का चौथा और सातवां पद क्रमशः 11 और -4 है। 15वां पद क्या है?

- (a) -49
(b) -44
(c) -39
(d) -34

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना समांतर श्रेणी का प्रथम पद a तथा सार्वअंतर d है।

तब nवां पद $(T_n) = a + (n-1)d$

$$\therefore \text{चौथा पद } (T_4) = a + (4-1)d \Rightarrow a + 3d = 11 \dots (i)$$

$$\text{सातवां पद } (T_7) = a + (7-1)d \Rightarrow a + 6d = -4 \dots (ii)$$

समी. (i) में से समी. (ii) को घटाने पर—

$$-3d = 15 \Rightarrow d = \frac{15}{-3} = -5$$

समी. (i) में सार्वअंतर d का मान रखने पर

$$a + 3 \times (-5) = 11 \Rightarrow a = 11 + 15 = 26$$

$$\therefore 15 \text{ वां पद } (T_{15}) = a + (15-1)d \\ = 26 + 14 \times (-5) \\ = 26 - 70 \Rightarrow -44$$