

प्रकार-1

घातांक-आधारित

1. यदि $3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$ हो, तो n का मान बताइए।

- (a) 10 (b) 12
(c) 15 (d) 30

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पत्ती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

$$3^{10} \times 27^2 = 9^2 \times 3^n$$

$$3^{10} \times (3^3)^2 = (3^2)^2 \times 3^n$$

$$\frac{3^{10} \times 3^6}{3^4} = 3^n$$

$$3^{12} = 3^n$$

घातों की तुलना करने पर

$$n = 12$$

2. $\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$ का घातांक रूप क्या है?

- (a) $6^{-1/2}$ (b) $6^{1/2}$
(c) 6 (d) $6^{1/4}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{6}}$

$$= \sqrt{\frac{1}{6^2}}$$

$$= 6^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \Rightarrow 6^{\frac{1}{4}}$$

3. निम्नलिखित प्रश्न में प्रश्न-चिह्न (?) के स्थान पर क्या आना चाहिए?

$$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

- (a) 9/2 (b) 6
(c) 7/2 (d) 4

S.S.C. मल्टी टॉसिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या—} 31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{7.5}}{31^{3/2}} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$$

$$\frac{31^{4.5}}{31^{1.5}} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^{4.5-1.5} = (\sqrt{31})^?$$

$$31^3 = (\sqrt{31})^?$$

$$(\sqrt{31})^6 = (\sqrt{31})^?$$

घातांकों की तुलना करने पर

$$? = 6$$

4. यदि $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ तो x का मान है :

- (a) 5 (b) 7
(c) 6 (d) 8

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 320 \quad (x-1 \text{ और } x+1 \text{ में 2 का अंतर होगा})$$

$$2^{x-1} (1+4) = 320 \quad \text{अतः } 2^{x-1} \text{ common लेने पर}$$

$$2^{x-1} 5 = 320$$

$$2^{x-1} = 64$$

$$2^{x-1} = 2^6$$

घातांकों की तुलना करने पर

$$x-1 = 6$$

$$x = 7$$

5. यदि $(2^3)^2 = 4^x$ हो, तो 3^x किसके बराबर है?

- (a) 3 (b) 6
(c) 9 (d) 27

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पत्ती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या—} (2^3)^2 = 4^x$$

$$(8)^2 = 4^x$$

$$64 = 4^x$$

$$(4)^3 = 4^x$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$x = 3$$

$$\therefore 3^x = 3^3$$

$$= 27$$

6. यदि $2^{2x-y} = 16$ और $2^{x+y} = 32$ हो, तो xy का मान है—

- (a) 2 (b) 4
(c) 6 (d) 8

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 20 09

उत्तर—(c)

व्याख्या— $2^{2x-y} = 16$

या $2^{2x-y} = 2^4$

$2x - y = 4$ (i)

अब $2^{x+y} = 32$

$2^{x+y} = 2^5$

$x + y = 5$ (ii)

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$3x = 9 \quad \therefore x = 3$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$6 - y = 4$

$y = 2$

$\therefore xy = 3 \times 2 \Rightarrow 6$

Trick—

$2^{2x-y} = 16$ और $2^{x+y} = 32$

दोनों पक्षों का आपस में गुणा करने पर

$2^{2x-y+x+y} = 16 \times 32$

$2^{3x} = 2^9$

घातों की तुलना करने पर

$3x = 9$

$\therefore x = 3$

$\therefore y = 2$

अतः $xy = 6$

7. यदि $27^x + 27^{\left[x - \left(\frac{1}{3}\right)\right]} = 972$ है, तो x का मान क्या है?

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (1-पाठ्य)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $27^x + 27^{\left[x - \left(\frac{1}{3}\right)\right]} = 972 \Rightarrow (27)^x \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 972$

$3^{3x} \times \frac{4}{3} = 972 \Rightarrow 3^{3x-1} = 243$

$3^{3x-1} = 3^5$

चूँकि दोनों पक्षों के आधार समान है, इसलिए घातें भी समान होंगी।

$\therefore 3x - 1 = 5 = x \Rightarrow 2$

8. यदि m तथा n ($n > 1$) ऐसी पूर्ण संख्याएँ हैं कि $m^n = 121$ है, तो $(m-1)^{n+1}$ का मान होगा—

- (a) 1 (b) 10
(c) 121 (d) 1000

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है $m^n = 121$

$\therefore m^n = (11)^2$

$\therefore m = 11, n = 2$

$\therefore (m-1)^{n+1} = (11-1)^{2+1} \Rightarrow 10^3$

$= 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow 1000$

9. यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$, तो 3^{x-y} का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{27}}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$

$\therefore 3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3 \times 3^{1/2}$

$3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3^{3/2}$

(घातों की तुलना करने पर)

$2x - y = \frac{3}{2}$ (i)

(\therefore आधार समान है, अतः घातें भी बराबर होंगी)

तथा $x + y = \frac{3}{2}$ (ii)

समी. (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$3x = 2 \times \frac{3}{2}$

$x = 1$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$1 + y = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}$

$\therefore 3^{x-y} = 3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 3^0 \Rightarrow \sqrt{3}$

10.

$\sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \dots}}}}}}$ का मान कितना है?

- (a) 2 (b) 2^2
(c) 2^3 (d) 2^5

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना $x = \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \dots}}}}}}$

$x = \sqrt{2^3 \sqrt{4 \times x}}$

वर्ग करने पर

$x^2 = 2^3 \sqrt{4x}$

$\frac{x^2}{2} = \sqrt{4x}$

घन करने पर

$\frac{x^6}{8} = 4x$

$$\frac{x^6}{x} = 4 \times 8$$

$$x^5 = 2^5$$

घातों की तुलना करने पर $x = 2$

11. यदि $2^x = 4^y = 8^z$ और $xyz = 288$, तो $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{8z}$ का मान क्या है?
- (a) $\frac{11}{12}$ (b) $\frac{11}{96}$
- (c) $\frac{29}{96}$ (d) $\frac{27}{96}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $2^x = 4^y = 8^z$

या $2^x = (2^2)^y = (2^3)^z$

या $2^x = 2^{2y} = 2^{3z}$

घातों की तुलना करने पर

$\therefore x = 2y = 3z$

पुनः प्रश्न से

$xyz = 288$

या $(3z) \times \left(\frac{3}{2}z\right) \times z = 288 \quad (\because x = 3z \text{ तथा } y = \frac{3}{2}z)$

$9z^3 = 288 \times 2$

$= 576$

$\therefore z^3 = 64$

$\therefore z = 4$

$\therefore x = 3z = 3 \times 4 \Rightarrow 12$

$y = \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} \times 4 \Rightarrow 6$

\therefore प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{8z} = \frac{1}{2 \times 12} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{8 \times 4}$$

$$= \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{32}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{32}$$

$$= \frac{44}{12 \times 32} \Rightarrow \frac{11}{96}$$

12. यदि $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{-\frac{3}{2}} = 5^{a+2}$ है, तो a का मान क्या है?
- (a) 4 (b) 5
- (c) 6 (d) 8

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

व्याख्या— $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{-\frac{3}{2}} = 5^{a+2}$

$$\frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}} \times 5^3}{5^{-\frac{3}{2}}} = 5^a \times 5^2$$

$$\therefore 5^a = \frac{(5)^{1+\frac{1}{2}+3}}{5^{-\frac{3}{2}} \times 5^2} = 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}-2} = 5^{3+1} = 5^4$$

$$\therefore 5^a = 5^4$$

घातों की तुलना करने पर $a = 4$

13. $\left\{\left(\sqrt[n]{x^2}\right)^{n/2}\right\}^2$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{x^2}$ (b) x
- (c) $x^{\frac{n}{2}}$ (d) x^2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\left\{\left(\sqrt[n]{x^2}\right)^{n/2}\right\}^2 = \left\{\left(x^{\frac{2}{n}}\right)^{n/2}\right\}^2$

$$= \left\{\left(x^{\frac{2}{n} \times \frac{n}{2}}\right)^{n/2}\right\}^2$$

$$= \left\{\left(x^1\right)^{n/2}\right\}^2$$

$$= \left(x^{\frac{n}{2}}\right)^2$$

$$= x^2$$

14. $3^x - 3^{x-1} = 486$ को x के लिए हल कीजिए।
- (a) 9 (b) 5
- (c) 6 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. (डाटा एंट्री आपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(c)

व्याख्या— $3^x - 3^{x-1} = 486$

$$3^x - \frac{3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^x(3-1)}{3} = 486$$

$$3^x \times \frac{2}{3} = 486$$

$$3^x = \frac{486 \times 3}{2} \Rightarrow 729$$

$$\text{या } 3^x = 3^6$$

घातों की तुलना करने पर
 $x = 6$

15. $\left\{ (49)^{\frac{3}{2}} + (49)^{-\frac{3}{2}} \right\}$ का मान बताइए ?

- (a) $\frac{117549}{343}$ (b) $\frac{117550}{343}$
(c) $\frac{117659}{343}$ (d) $\frac{117650}{343}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 4 मार्च, 2018 (I-पार्टी)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} & \left\{ (49)^{\frac{3}{2}} + (49)^{-\frac{3}{2}} \right\} = \left\{ (7)^{2 \times \frac{3}{2}} + (7)^{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)} \right\} \\ & = \left\{ (7)^3 + (7)^{-3} \right\} \\ & = \left\{ (7)^3 + \frac{1}{(7)^3} \right\} \\ & = \frac{343}{1} + \frac{1}{343} \\ & = \frac{117649 + 1}{343} \Rightarrow \frac{117650}{343} \end{aligned}$$

16. $5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$ में ? का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन (CHSL) 11 मार्च, 2018 (I-पार्टी)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004, 2010

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} 5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times (25)^?$$

$$\frac{5^{12} \times 5^3}{5^6} = 5^5 \times (25)^?$$

$$\therefore 25^? = \frac{5^{12+3}}{5^6 \times 5^5} \Rightarrow \frac{5^{15}}{5^{11}}$$

$$(25)^? = 5^{15-11} \Rightarrow 5^4$$

$$(25)^? = (25)^2$$

दोनों पक्षों के आधार समान हैं इसलिए घातें भी समान होंगी।

$$\therefore ? = 2$$

17. यदि $(2^x)(2^y) = 8$ तथा $(9^x)(3^y) = 81$ हो, तो (x, y) क्या होगा?

- (a) (1, 2) (b) (2, 1)
(c) (1, 1) (d) (2, 2)

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— विकल्प (a) से

$$(2^x)(2^y) = 8 \text{ को संतुष्ट करने पर}$$

$$(2^1)(2^2) = 8$$

$$\text{या } 8 = 8$$

पुनः विकल्प (a) से

$$(9^x)(3^y) = 81 \text{ को संतुष्ट करने पर}$$

$$9^1 \times 3^2 = 81$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$81 = 81$$

अतः स्पष्ट है कि x एवं y के मान क्रमशः 1 व 2 होंगे। अतः विकल्प (a) सही है।

Trick—

$$(2^x)(2^y) = 8 \text{ तथा } (9^x)(3^y) = 81$$

$$2^{x+y} = 2^3 \text{ तथा } (3^{2x})(3^y) = 81$$

$$2^{x+y} = 2^3 \text{ तथा } 3^{2x+y} = 3^4$$

घातों की तुलना करने पर

$$x + y = 3 \dots\dots\dots (i) \text{ तथा } 2x + y = 4 \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को हल करने पर

$$x = 1, y = 2$$

अतः स्पष्ट है कि x और y के मान (1, 2) हैं।

18. यदि $(2000)^{10} = 1.024 \times 10^k$ हो, तो k का मान क्या होगा?

- (a) 33 (b) 30
(c) 34 (d) 31

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या—} (2000)^{10} = 1.024 \times 10^k$$

$$2^{10} \times (10^3)^{10} = 1.024 \times 10^k$$

$$\frac{2^{10} \times 10^{30}}{1.024} = 10^k$$

$$\frac{1024 \times 10^{30}}{1.024} = 10^k$$

$$\frac{1024 \times 10^{30} \times 10^3}{1024} = 10^k$$

$$10^{33} = 10^k$$

$$\text{अतः } k = 33$$

19. $(256)^{0.16} (256)^{0.09}$ का मान है—
 (a) 256.25 (b) 64
 (c) 16 (d) 4

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2000, 2004

S.S.C. लोअर डिवीजन क्लर्क, परीक्षा, 2005

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} (256)^{0.16} (256)^{0.09} &= (256)^{0.16+0.09} \\ &= (256)^{0.25} \\ &= (256)^{1/4} \\ &= (4^4)^{1/4} \\ &= 4\end{aligned}$$

20. $\left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3}$ को सरलीकृत कीजिए।

- (a) $\frac{625}{16}$ (b) $\frac{625}{8}$
 (c) $\frac{625}{32}$ (d) $\frac{16}{625}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000, 2004, 2008

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} \left(\frac{8}{125}\right)^{-4/3} &= \left\{\left(\frac{2}{5}\right)^3\right\}^{-4/3} \\ &= \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{2}\right)^4 \Rightarrow \frac{625}{16}\end{aligned}$$

21. $[1-2(1-2)^{-1}]^{-1}$ का मान बताइए—

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{1}{3}$
 (c) -1 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} [1-2(1-2)^{-1}]^{-1} &= [1-2(-1)^{-1}]^{-1} \\ &= \left[1-2\left(\frac{1}{-1}\right)\right]^{-1} \\ &= [1+2]^{-1} \Rightarrow \frac{1}{3}\end{aligned}$$

22. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ बराबर है—
 (a) -576 (b) 576

- (c) 376 (d) -288

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा 2010

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \\ &= (2^{-1})^{-2} \times (3^{-1})^{-2} \times (4^{-1})^{-2} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 4^2 \\ &= 576\end{aligned}$$

23. यदि $a = 2^{40}$, $b = 3^{30}$ तथा $c = 5^{20}$ हो, तो निम्न में कौन सही है?

- (a) $a < c < b$ (b) $a < b < c$
 (c) $c < a < b$ (d) $b < c < a$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} a &= 2^{40} = 2^{8 \times 5} = (2^8)^5 = (256)^5 \\ b &= 3^{30} = 3^{6 \times 5} = (3^6)^5 = (729)^5 \\ c &= 5^{20} = 5^{4 \times 5} = (5^4)^5 = (625)^5\end{aligned}$$

स्पष्ट है कि—

$$a < c < b$$

अतः विकल्प (a) सही है।

24. $\frac{1}{5^2}, \frac{1}{5^4}, \frac{1}{5^8}, \dots$ किसके बराबर है?

- (a) 6 (b) 1
 (c) 0 (d) 5

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—माना } x &= 5^{1/2} \cdot 5^{1/4} \cdot 5^{1/8} \\ \text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर} \\ x^2 &= 5 \cdot (5^{1/2} \cdot 5^{1/4} \cdot 5^{1/8})^2 \dots\dots \\ \text{या } x^2 &= 5x \\ \text{या } x^2 - 5x &= 0 \\ x(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 0 \text{ जो सम्भव नहीं है।} \\ \text{अतः } x - 5 &= 0 \\ \therefore x &= 5\end{aligned}$$

25. $\left[\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right\}^{-2}\right]^{-1}$ बराबर है—

- (a) $\frac{1}{16}$ (b) 16

(c) $-\frac{1}{16}$

(d) -16

S.S.C. संयुक्त हायर सेकेण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005

उत्तर—(a)

व्याख्या—
$$\left[\left\{ \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right\}^{-2} \right]^{-1} = \frac{1}{\left[\left\{ \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right\}^{-2} \right]}$$

$$= \frac{1}{\left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right]^2}$$

$$= \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \Rightarrow \frac{1}{16}$$

Trick—

$$\left[\left\{ \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right\}^{-2} \right]^{-1} = \left[\left\{ \frac{1}{4} \right\}^{-2} \right]^{-1}$$

$$= \left[\left\{ \frac{4}{1} \right\}^2 \right]^{-1}$$

$$= [16]^{-1} \Rightarrow \frac{1}{16}$$

26. $\left[\left(\sqrt[5]{x^{-3/5}} \right)^{-5/3} \right]^5$ का सरलीकृत रूप है—

(a) x^5

(b) x^{-5}

(c) x

(d) $\frac{1}{x}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

व्याख्या—
$$\left[\left(\sqrt[5]{x^{-3/5}} \right)^{-5/3} \right]^5 = x^{\left(-\frac{3}{5} \right) \times \frac{1}{5} \times \left(-\frac{5}{3} \right) \times 5}$$

$$= x^1$$

$$= x$$

27. यदि $\left(\frac{3}{5} \right)^3 \left(\frac{3}{5} \right)^{-6} = \left(\frac{3}{5} \right)^{2x-1}$ हो, तो x बराबर होगा—

(a) -2

(b) 2

(c) -1

(d) 1

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\left(\frac{3}{5} \right)^3 \left(\frac{3}{5} \right)^{-6} = \left(\frac{3}{5} \right)^{2x-1}$

या $\left(\frac{3}{5} \right)^{3-6} = \left(\frac{3}{5} \right)^{2x-1}$

घाताकों की तुलना करने पर

$3-6 = 2x-1$

या $-3 = 2x-1$

या $2x = -2$

$x = -1$

प्रकार-2

करणी-आधारित

28. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो, तो $\frac{9+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 7.169

(b) 7.196

(c) 5.198

(d) 7.296

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-परी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $\sqrt{3} = 1.732$

$$\therefore \frac{9+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9+2 \times 1.732}{1.732}$$

$$= \frac{9+3.464}{1.732}$$

$$= \frac{12.464}{1.732} \Rightarrow 7.196$$

29. यदि $\sqrt{3^n} = 2187$, तो n का मान बताएं।

(a) 13

(b) 14

(c) 15

(d) 16

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-परी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है $\sqrt{3^n} = 2187$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$3^n = 2187 \times 2187$

$3^n = 4782969$

$3^n = 3^{14}$

$n = 14$

30. यदि $11\sqrt{n} = \sqrt{112} + \sqrt{343}$, तो n का मान क्या होगा?

(a) 13

(b) 7

(c) 11

(d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकेण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $11\sqrt{n} = \sqrt{112} + \sqrt{343}$

$$= \sqrt{16 \times 7} + \sqrt{49 \times 7}$$

$$= 4\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$$

$$11\sqrt{n} = 11\sqrt{7}$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर स्पष्ट है $n = 7$ होगा।

31. यदि $(\sqrt{3})^5 \times 9^2 = 3^n \times 3\sqrt{3}$, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2010

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(\sqrt{3})^5 \times 9^2 = 3^n \times 3\sqrt{3}$

$$3^{\frac{5}{2}} \times 3^4 = 3^n \times 3^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore 3^n = \frac{3^{\frac{5}{2}} \times 3^4}{3^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 3^{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}} \times 3^4$$

$$= 3 \times 3^4$$

$$3^n = 3^5$$

घातांकों की तुलना करने पर
 $n = 5$

32. यदि $\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.3 \times \sqrt{b}$ हो,

तो $\frac{a}{b}$ का मान कितना होगा?

(a) 0.009 (b) 0.03

(c) 0.09 (d) 0.08

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(*)

व्याख्या— कोई विकल्प सत्य नहीं है।

$$\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.3 \times \sqrt{b}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$0.03 \times 0.3 \times a = 0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times b$$

$$.009a = .0081b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{.0081}{.009}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{10} = 0.9$$

33. यदि $a = 7 - 4\sqrt{3}$ हो, तो $\frac{1}{a^2} + a^{-\frac{1}{2}}$ का मान कितना होगा?

(a) $2\sqrt{3}$

(b) $3\sqrt{3}$

(c) 4

(d) 7

S.S.C. F.C.I. (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $a = 7 - 4\sqrt{3}$

वर्गमूल लेने पर

$$\sqrt{a} = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{4 + 3 - 2 \times 2\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

पुनः प्रश्न से

$$\frac{1}{a^2} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$= \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

$$= \frac{7 - 4\sqrt{3} + 1}{2 - \sqrt{3}} \text{ (मान रखने पर)}$$

$$= \frac{8 - 4\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} \Rightarrow 4$$

34. $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{216}}{\sqrt{96}}$ का मान क्या है?

(a) 4

(b) $2\sqrt{6}$

(c) $4\sqrt{6}$

(d) 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2010

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{216}}{\sqrt{96}} = \frac{2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{4\sqrt{6}}$

$$= \frac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{6}} \Rightarrow 2$$

35. $(2.1)^2 \times \sqrt{0.0441}$ का मान है—

(a) 92.51

(b) 0.9251

(c) 0.9261

(d) 92.61

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(2.1)^2 \times \sqrt{0.0441} = 4.41 \times \sqrt{0.21 \times 0.21}$
 $= 4.41 \times 0.21$
 $= 0.9261$

36. $\frac{\sqrt{0.2304} + \sqrt{0.1764}}{\sqrt{0.2304} - \sqrt{0.1764}}$ का मान है—

- (a) 6 (b) 28
(c) 18 (d) 15

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{\sqrt{0.2304} + \sqrt{0.1764}}{\sqrt{0.2304} - \sqrt{0.1764}}$
 $= \frac{\sqrt{0.48 \times 0.48} + \sqrt{0.42 \times 0.42}}{\sqrt{0.48 \times 0.48} - \sqrt{0.42 \times 0.42}}$
 $= \frac{0.48 + 0.42}{0.48 - 0.42}$
 $= \frac{0.90}{0.06} \Rightarrow 15$

37. $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} \times \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}$ बराबर है—

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (d) $3\sqrt{2}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3}) \times \sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(4-3)}{3(3-1)}$
 $= \frac{2 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$ $\left\{ \because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \right\}$
 $\left\{ \because \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2, \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3 \right\}$

38. $\sqrt[3]{(4.032)^2 - (3.968)^2}$ बराबर है—

- (a) 1 (b) 0.08
(c) $\frac{4}{5}$ (d) 1.6

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $a = 4.032$ तथा $b = 3.968$

$\therefore \sqrt[3]{(4.032)^2 - (3.968)^2} = \sqrt[3]{a^2 - b^2}$
 $= \sqrt[3]{(a+b)(a-b)}$
 $= \sqrt[3]{(4.032 + 3.968)(4.032 - 3.968)}$
 $= \sqrt[3]{8.000 \times .064}$
 $= 2 \times 0.4 = 0.8 \Rightarrow \frac{4}{5}$

39. यदि $p = 999$ हो, तो $\sqrt[3]{p(p^2 + 3p + 3)} + 1$ का मान है—

- (a) 1000 (b) 999
(c) 998 (d) 1002

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002, 2008, 2011

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003

उत्तर—(a)

व्याख्या— $p = 999$

तब $\sqrt[3]{p(p^2 + 3p + 3)} + 1 = \sqrt[3]{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}$
 $= \sqrt[3]{p^3 + 3p(p+1) + 1}$
 $= \sqrt[3]{(p+1)^3}$
 $= p + 1 = 999 + 1 \Rightarrow 1000$

40. $3\sqrt{7} - 4\sqrt{5}$ से $5\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$ कितना अधिक है?

- (a) $5(\sqrt{7} + \sqrt{5})$ (b) $\sqrt{7} + \sqrt{5}$
(c) $2(\sqrt{7} + \sqrt{5})$ (d) $7(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(5\sqrt{7} - 2\sqrt{5}) - (3\sqrt{7} - 4\sqrt{5})$
 $= 5\sqrt{7} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{5}$
 $= \sqrt{7}(5-3) + \sqrt{5}(4-2)$
 $= 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$
 $= 2(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

41. यदि $\sqrt{1 - \frac{x^3}{100}} = \frac{3}{5}$ हो, तो x किसके बराबर है?

- (a) 2 (b) 4
(c) 16 (d) $(136)^{1/3}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sqrt{1 - \frac{x^3}{100}} = \frac{3}{5}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$1 - \frac{x^3}{100} = \frac{9}{25}$$

$$100 - x^3 = \frac{900}{25}$$

$$x^3 = 100 - \frac{900}{25}$$

$$x^3 = 64$$

$$x = 4$$

42. $3\sqrt{147} - \frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{281\sqrt{3}}{9}$

(b) $\frac{181\sqrt{3}}{3}$

(c) $\frac{181\sqrt{3}}{9}$

(d) $\frac{381\sqrt{3}}{9}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\begin{aligned} 3\sqrt{147} - \frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27}} &= 3\sqrt{147} - \frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} \\ &= 3\sqrt{49 \times 3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{7}{3} + \frac{1}{3} \right) \\ &= 3 \times 7\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{8}{3} \\ &= 21\sqrt{3} - \frac{8}{3\sqrt{3}} \\ &= \frac{21 \times 3}{\sqrt{3}} - \frac{8}{3\sqrt{3}} \\ &= \frac{63 \times 3}{3\sqrt{3}} - \frac{8}{3\sqrt{3}} \\ &= \frac{189 - 8}{3\sqrt{3}} \\ &= \frac{181}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{181\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

43. यदि a, b परिमेय हों और

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = \sqrt{98} + \sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{72}$$

हो, तो a, b के मान क्रमशः क्या होंगे?

(a) 1, 2

(b) 1, 3

(c) 2, 1

(d) 2, 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = \sqrt{98} + \sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{72}$
 $= 7\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$
 $= \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

परिमेय संख्याओं के गुणांकों की तुलना करने पर-

$$a\sqrt{2} = \sqrt{2} \quad \text{तथा} \quad b\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

अतः a, b के मान क्रमशः 1 और 2 हैं।

44. $2\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{72}$ का सरलतम मान ज्ञात कीजिए।
 $(\sqrt{2} = 1.414 \text{ लें})$

(a) 10.312

(b) 8.484

(c) 4.242

(d) 9.898

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $2\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{72}$

$$= 2\sqrt{25 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{36 \times 2}$$

$$= 2 \times 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} (10 + 3 - 6)$$

$$= 1.414 \times 7$$

$$= 9.898$$

45. $\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{50}$ का दशमलव के शुद्ध तीन अंकों तक मान है—

(a) 1.732

(b) 1.141

(c) 1.414

(d) 1.441

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{50} = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
 $= 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$
 $= \sqrt{2} \Rightarrow 1.414$

46. दिया है कि $\sqrt{3} = 1.732$, $\left(\sqrt{147} - \frac{1}{4}\sqrt{48} - \sqrt{75} \right)$ बराबर है—

(a) 5.196

(b) 3.464

(c) 1.732

(d) 0.866

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \left(\sqrt{147} - \frac{1}{4}\sqrt{48} - \sqrt{75} \right) \\
& = \left(7\sqrt{3} - \frac{1}{4} \times 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \right) \\
& = 7\sqrt{3} - \sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\
& = \sqrt{3}(7-1-5) \\
& = \sqrt{3} \times 1 \Rightarrow 1.732
\end{aligned}$$

प्रकार-3

करणी तुलना पर आधारित

47. $\sqrt[4]{7}$, $\sqrt[3]{11}$ तथा $\sqrt[12]{1257}$ में सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?
- (a) $\sqrt[3]{11}$ (b) $\sqrt[4]{7}$
(c) $\sqrt[12]{1257}$ (d) सभी बराबर हैं

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \sqrt[4]{7}, \sqrt[3]{11}, \sqrt[12]{1257} = (7)^{\frac{1}{4}}, (11)^{\frac{1}{3}}, (1257)^{\frac{1}{12}} \\
& = (7)^{\frac{3}{12}}, (11)^{\frac{4}{12}}, (1257)^{\frac{1}{12}} \\
& = (343)^{\frac{1}{12}}, (14641)^{\frac{1}{12}}, (1257)^{\frac{1}{12}}
\end{aligned}$$

अतः सबसे बड़ी संख्या $(14641)^{\frac{1}{12}}$ अर्थात् $\sqrt[3]{11}$ है।

48. $\sqrt{11} + \sqrt{5}$, $\sqrt{14} + \sqrt{2}$, $\sqrt{8} + \sqrt{8}$ में सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?
- (a) $\sqrt{11} + \sqrt{5}$ (b) $\sqrt{14} + \sqrt{2}$
(c) $\sqrt{8} + \sqrt{8}$ (d) सभी बराबर हैं

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \sqrt{11} + \sqrt{5} = 3.31 + 2.23 \Rightarrow 5.54 \\
& \sqrt{14} + \sqrt{2} = 3.74 + 1.41 \Rightarrow 5.15 \\
& \sqrt{8} + \sqrt{8} = 4\sqrt{2} = 4 \times 1.41 = 5.64
\end{aligned}$$

अतः भिन्न $5.64 > 5.54 > 5.15$
या $(\sqrt{8} + \sqrt{8}) > (\sqrt{11} + \sqrt{5}) > (\sqrt{14} + \sqrt{2})$
अतः $(\sqrt{8} + \sqrt{8})$ सबसे बड़ी संख्या है।

49. निम्नलिखित में से कौन-सा/कौन-से व्यंजक सही है/हैं?

I. $\sqrt{5} + \sqrt{5} > \sqrt{2} + \sqrt{8}$

II. $\sqrt{3} + \sqrt{7} > \sqrt{2} + \sqrt{8}$

III. $\sqrt{5} + \sqrt{5} > \sqrt{3} + \sqrt{7}$

(a) केवल I

(b) केवल I तथा III

(c) केवल II

(d) सभी व्यंजक सही हैं

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या—} \sqrt{5} + \sqrt{5} > \sqrt{2} + \sqrt{8}$$

$$2\sqrt{5} > \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$$

$$2 \times 2.24 > 3 \times 1.41$$

$$4.48 > 4.23$$

इस प्रकार व्यंजक I सही है।

$$\sqrt{3} + \sqrt{7} > \sqrt{2} + \sqrt{8}$$

$$1.73 + 2.64 > 4.23$$

$$4.37 > 4.23$$

इस प्रकार व्यंजक II भी सही है।

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} > \sqrt{3} + \sqrt{7}$$

$$4.48 > 4.37$$

इस प्रकार व्यंजक III भी सही है।

अतः सभी व्यंजक सही हैं।

50. $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[5]{64}$ में सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?

(a) $\sqrt[3]{8}$

(b) $\sqrt[3]{4}$

(c) $\sqrt[5]{64}$

(d) सभी बराबर हैं

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या—} \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \times 2} = 2$$

$$\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$$

अतः दी गई सभी संख्याएं बराबर हैं।

51. $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[2]{5}$ तथा $\sqrt[5]{12}$ में सबसे बड़ा कौन है?

(a) $\sqrt[3]{6}$

(b) $\sqrt[2]{5}$

(c) $\sqrt[5]{12}$

(d) सभी बराबर हैं

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या—} \sqrt[3]{6}, \sqrt[2]{5}, \sqrt[5]{12}$$

$$\Rightarrow (6)^{\frac{1}{3}}, (5)^{\frac{1}{2}}, (12)^{\frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow (6)^{\frac{2}{6}}, (5)^{\frac{3}{6}}, (12)^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow (36)^{\frac{1}{6}}, (125)^{\frac{1}{6}}, (12)^{\frac{1}{6}}$$

अतः उपरोक्त में सबसे बड़ा $\sqrt[2]{5}$ है।

52. निम्नलिखित में से कौन-सा सही है?

(a) $\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(b) $\sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(c) $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(d) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = 1$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 $\therefore x^2 = 5 + 3 + 2\sqrt{15}$
 $= 8 + 2\sqrt{15}$ (i)
 तथा माना $y = \sqrt{6} + \sqrt{2}$
 $\therefore y^2 = 6 + 2 + 2\sqrt{12}$
 $= 8 + 2\sqrt{12}$ (ii)
 समी. (i) और समी. (ii) से स्पष्ट है कि
 $x^2 > y^2$
 $\therefore x > y$

53. यदि संख्याओं $\sqrt[3]{9}, \sqrt[4]{20}, \sqrt[5]{25}$ को आरोही क्रम में रखा जाता है, तो सही व्यवस्था क्या होगी?

(a) $\sqrt[5]{25} < \sqrt[4]{20} < \sqrt[3]{9}$ (b) $\sqrt[3]{9} < \sqrt[4]{20} < \sqrt[5]{25}$

(c) $\sqrt[4]{20} < \sqrt[5]{25} < \sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt[5]{25} < \sqrt[3]{9} < \sqrt[4]{20}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पार्टी)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sqrt[3]{9}, \sqrt[4]{20}, \sqrt[5]{25}$ दिए गए करणी की घात क्रमशः 3, 4, 6 है। अतः 3, 4, 6 का ल.स. 12 होगा।
 $\therefore \sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{1}{3} \times \frac{4}{4}} = 9^{\frac{4}{12}} = (6561)^{\frac{1}{12}}$ (i)
 $\sqrt[4]{20} = 20^{\frac{1}{4}} = 20^{\frac{1}{4} \times \frac{3}{3}} = (20^3)^{\frac{1}{12}} = (8000)^{\frac{1}{12}}$ (ii)
 तथा $\sqrt[5]{25} = (25)^{\frac{1}{5}} = 25^{\frac{1}{5} \times \frac{2}{2}} = (25^2)^{\frac{1}{10}} = (625)^{\frac{1}{10}}$ (iii)
 समी. (1), (2) तथा (3) से
 $(625)^{\frac{1}{10}} < (6561)^{\frac{1}{12}} < (8000)^{\frac{1}{12}}$
 या $\sqrt[5]{25} < \sqrt[3]{9} < \sqrt[4]{20}$

54. निम्नलिखित को अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर क्या प्राप्त होगा?

$\sqrt[3]{4}, \sqrt{2}, \sqrt[5]{3}, \sqrt[4]{5}$

(a) $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5} > \sqrt{2} > \sqrt[5]{3}$

(b) $\sqrt[4]{5} > \sqrt[3]{4} > \sqrt[5]{3} > \sqrt{2}$

(c) $\sqrt{2} > \sqrt[5]{3} > \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5}$

(d) $\sqrt[5]{3} > \sqrt[4]{5} > \sqrt[3]{4} > \sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \sqrt[12]{256}$
 $\sqrt{2} = \sqrt[12]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt[12]{64}$
 $\sqrt[5]{3} = \sqrt[12]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt[12]{243}$
 $\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \sqrt[12]{125}$
 $\therefore \sqrt[12]{256} > \sqrt[12]{125} > \sqrt[12]{243} > \sqrt[12]{64}$
 $= \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5} > \sqrt{2} > \sqrt[5]{3}$

55. निम्नलिखित को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर क्या प्राप्त होता है?

$3^{34}, 2^{51}, 7^{17}$

(a) $3^{34} > 2^{51} > 7^{17}$

(b) $7^{17} > 2^{51} > 3^{34}$

(c) $3^{34} > 7^{17} > 2^{51}$

(d) $2^{51} > 3^{34} > 7^{17}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $3^{34} = (3^2)^{17} = 9^{17}$
 $2^{51} = (2^3)^{17} = 8^{17}$
 $7^{17} = 7^{17} = 7^{17}$
 अतः $9^{17} > 8^{17} > 7^{17}$
 $= 3^{34} > 2^{51} > 7^{17}$

56. $2^{250}, 3^{150}, 5^{100}$ तथा 4^{200} संख्याओं में सबसे छोटी संख्या कौन-सी है?

(a) 4^{200}

(b) 5^{100}

(c) 3^{150}

(d) 2^{250}

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— दी गई संख्याएं
 $2^{250}, 3^{150}, 5^{100}, 4^{200} = 2^{50 \times 5}, 3^{50 \times 3}, 5^{50 \times 2}, 4^{50 \times 4}$
 $= (2^5)^{50}, (3^3)^{50}, (5^2)^{50}, (4^4)^{50}$
 $= (32)^{50}, (27)^{50}, (25)^{50}, (256)^{50}$
 अतः सबसे छोटी संख्या $= (25)^{50} = (5^2)^{50} = 5^{100}$

57. कौन-सा बड़ा है $\sqrt[3]{2}$ या $\sqrt{3}$?

- (a) तुलना नहीं की जा सकती
(b) $\sqrt[3]{2}$
(c) $\sqrt{3}$
(d) समान

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^2} \Rightarrow \sqrt[6]{4}$

तथा $\sqrt{3} = \sqrt[2]{3^3} \Rightarrow \sqrt[6]{27}$

अतः $\sqrt[3]{2}$ तथा $\sqrt{3}$ में बड़ी संख्या $\sqrt{3}$ है।

58. $(\sqrt{19} - \sqrt{17}), (\sqrt{13} - \sqrt{11}), (\sqrt{7} - \sqrt{5})$ तथा $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ में सबसे बड़ा व्यंजक कौन-सा है?

- (a) $\sqrt{19} - \sqrt{17}$ (b) $\sqrt{13} - \sqrt{11}$
(c) $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ (d) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005, 2006

उत्तर—(d)

व्याख्या— $(\sqrt{19} - \sqrt{17})$ का वर्ग करने पर

$$(\sqrt{19} - \sqrt{17})^2 = 19 + 17 - 2\sqrt{19}\sqrt{17}$$

$$= 36 - 2\sqrt{323}$$

$$= 36 - 2 \times 17.97$$

$$= 36 - 35.94 \Rightarrow 0.05$$

$(\sqrt{13} - \sqrt{11})$ का वर्ग करने पर

$$(\sqrt{13} - \sqrt{11})^2 = 13 + 11 - 2\sqrt{13} \times \sqrt{11}$$

$$= 24 - 2\sqrt{143}$$

$$= 24 - 2 \times 11.958$$

$$= 24 - 23.916 \Rightarrow 0.084$$

$(\sqrt{7} - \sqrt{5})$ का वर्ग करने पर

$$(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 = 7 + 5 - 2\sqrt{35}$$

$$= 12 - 2\sqrt{35}$$

$$= 12 - 2 \times 5.916$$

$$= 12 - 11.832 \Rightarrow 0.168$$

$(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ का वर्ग करने पर

$$= 5 + 3 - 2\sqrt{15}$$

$$= 8 - 2\sqrt{15}$$

$$= 8 - 2 \times 3.87$$

$$= 8 - 7.74 \Rightarrow 0.26$$

अतः स्पष्ट है कि $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ सबसे बड़ा व्यंजक है।

59. निम्न में से कौन सा सबसे छोटा है?

$$\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$$

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) $\sqrt[3]{3}$ (d) $\sqrt[3]{2}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sqrt{3} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{27}$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{4}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{16}$$

स्पष्ट है कि $\sqrt[6]{4}$ अर्थात् $\sqrt[3]{2}$ सबसे छोटा है।

60. निम्न संख्याओं में से सबसे छोटी संख्या कौन-सी है?

$$(0.5)^2, \sqrt{0.49}, \sqrt[3]{0.008}, 0.23$$

- (a) $(0.5)^2$ (b) $\sqrt{0.49}$
(c) $\sqrt[3]{0.008}$ (d) 0.23

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001

S.S.C. लोअर डिवीजन क्लर्क परीक्षा, 2005

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore (0.5)^2 = 0.25$

$$\sqrt{0.49} = 0.7$$

$$\sqrt[3]{0.008} = 0.2$$

$$\text{तथा } 0.23 = 0.23$$

$$\text{अतः सबसे छोटी संख्या} = \sqrt[3]{0.008}$$

61. $\sqrt[3]{4}, \sqrt[6]{6}, \sqrt[5]{15}$ और $\sqrt[12]{245}$ में कौन-सा सबसे बड़ा है?

- (a) $\sqrt[3]{4}$ (b) $\sqrt[4]{6}$
(c) $\sqrt[5]{15}$ (d) $\sqrt[12]{245}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2001, 2005, 2006

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(4)^{1/3}, (6)^{1/4}, (15)^{1/6}, (245)^{1/12}$

$$= (4)^{4/12}, (6)^{3/12}, (15)^{2/12}, (245)^{1/12}$$

$$= (4^4)^{1/12}, (6^3)^{1/12}, (15^2)^{1/12}, (245)^{1/12}$$

$$= (256)^{1/12}, (216)^{1/12}, (225)^{1/12}, (245)^{1/12}$$

$$\therefore \text{सबसे बड़ी संख्या} = \sqrt[3]{4}$$

Trick—

दी गई करणी की घात क्रमशः 3, 4, 6 तथा 12 है, इनका ल.स. = 12

$$\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3} \times \frac{4}{4}} = 4^{\frac{4}{12}} = 256^{\frac{1}{12}}$$

$$\sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} = 6^{\frac{1}{4} \times \frac{3}{3}} = 6^{\frac{3}{12}} = 216^{\frac{1}{12}}$$

$$\sqrt[6]{15} = 15^{\frac{1}{6}} = 15^{\frac{1}{6} \times \frac{2}{2}} = 15^{\frac{2}{12}} = 255^{\frac{1}{12}}$$

$$\sqrt[12]{245} = 245^{\frac{1}{12} \times 1} = 245^{\frac{1}{12}}$$

∴ सबसे बड़ा = $256^{\frac{1}{12}}$ अर्थात् $\sqrt[12]{256}$

62. $3\sqrt{7} - 4\sqrt{5}$ से $5\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$ कितना अधिक है?

(a) $5(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

(b) $\sqrt{7} + \sqrt{5}$

(c) $2(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

(d) $7(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(5\sqrt{7} - 2\sqrt{5}) - (3\sqrt{7} - 4\sqrt{5})$

$$= 5\sqrt{7} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{7}(5 - 3) + \sqrt{5}(4 - 2)$$

$$= 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$$

$$= 2(\sqrt{7} + \sqrt{5})$$

63. $0.7 + \sqrt{0.16}$, $1.02 - \frac{0.6}{24}$, 1.2×0.83 तथा $\sqrt{1.44}$ में सबसे

बड़ी संख्या है—

(a) $0.7 + \sqrt{0.16}$

(b) $\sqrt{1.44}$

(c) 1.2×0.83

(d) $1.02 - \frac{0.6}{24}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $0.7 + \sqrt{0.16} = 0.7 + 0.4 \Rightarrow 1.1$

$$1.02 - \frac{0.6}{24} = 1.02 - 0.025 \Rightarrow 0.995$$

$$1.2 \times 0.83 = 0.996$$

$$\sqrt{1.44} = 1.2$$

अतः सबसे बड़ी संख्या $\sqrt{1.44}$ है।

प्रकार-4

जब पूरी राशि करणीगत हो

64. $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}$ का मान है—

(a) 2

(b) 4

(c) +2

(d) -2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{7+4\sqrt{3}}}} = \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}}$
 $= \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8(2+\sqrt{3})}}$
 $= \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+16+8\sqrt{3}}}$
 $= \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{(4+\sqrt{3})^2}}$
 $= \sqrt{-\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3}}$
 $= \sqrt{4}$
 $= 2$

65. $\sqrt{40 + \sqrt{9\sqrt{81}}}$ का मान है—

(a) $\sqrt{111}$

(b) 9

(c) 7

(d) 11

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sqrt{40 + \sqrt{9\sqrt{81}}} = \sqrt{40 + \sqrt{9 \times 9}}$
 $= \sqrt{40 + \sqrt{81}}$
 $= \sqrt{40 + 9}$
 $= \sqrt{49} = 7$

66. यदि $x = \sqrt{a^3b} \sqrt{a^3b} \dots \infty$ है, तो x का मान है—

(a) $\sqrt[5]{a^3b}$

(b) $\sqrt[5]{ab^3}$

(c) $\sqrt[3]{a^3b}$

(d) $\sqrt[3]{a^5b}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना $x = \sqrt{a^3b} \sqrt{a^3b} \dots \infty$ (i)

समी. (i) का वर्ग करने पर

$$x^2 = a^3b \sqrt{a^3b} \dots \infty$$

$$x^2 = a^3 \sqrt{b \times x}$$

$$\frac{x^2}{a} = \sqrt[3]{b \times x} \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (ii) का घन करने पर

$$\frac{x^6}{a^3} = bx$$

$$\frac{x^6}{x} = a^3 b$$

$$x^5 = a^3 b$$

$$\therefore x = \sqrt[5]{a^3 b}$$

67. $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 के बराबर है
(b) 0 तथा 1 के बीच है
(c) 1 तथा 2 के बीच है
(d) 2 से बड़ा है

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2000, 2003, 2005, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}} = x$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$1 + \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}} = x^2$$

$$\therefore x + 1 = x^2$$

$$\therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times -1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{1 + 2.2}{2}$$

$$= \frac{3.2}{2} \Rightarrow 1.6$$

अतः $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}$ का मान 1 तथा 2 के बीच है।

68. $\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+\sqrt{49}}}}}$ का मान है—

- (a) 3
(b) 9
(c) 7
(d) 5

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2002, 2004, 2011

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+\sqrt{49}}}}}$

$$= \sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{36}}}}$$

$$= \sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{25}}}$$

$$= \sqrt{5+\sqrt{11+5}}$$

$$= \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

प्रकार-5

विविध

69. 24 के कितने धनात्मक गुणनखंड होते हैं?

- (a) 6
(b) 7
(c) 8
(d) 12

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी टैस्किंग परीक्षा, 19 सितंबर, 2017 (1-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— 24 के 8 धनात्मक गुणनखंड हैं, जो इस प्रकार हैं—
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 एवं 24

Trick—

$$24 = 2^3 \times 3^1$$

$$\text{अभीष्ट गुणनखंड} = (3+1) \times (1+1)$$

$$= 4 \times 2 = 8$$

नियम = अभाज्य गुणनखंड करके घात में 1 जोड़ा जाता है, फिर घात की जोड़ से प्राप्त संख्याओं का गुणनफल ही अभीष्ट होता है।

70. 36 के धनात्मक गुणांक कितने हैं?

- (a) 4
(b) 6
(c) 9
(d) 12

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (1-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— 36 के धनात्मक गुणांक

(1, 36), (2, 18), (3, 12), (4, 9), (6, 6)

↓ ↓ ↓ ↓

(36, 1), (18, 2), (12, 3), (9, 4)

अतः कुल धनात्मक गुणांकों की संख्या = 9

Trick—

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{संख्या 36 के धनात्मक गुणनखंड} = (2+1) \times (2+1)$$

$$(\because \text{घात में 1 जोड़ा गया है})$$

$$= 3 \times 3 \Rightarrow 9$$

71. यदि $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$, तो $x^3 + 3bx$ का मान है—
 (a) 0 (b) a
 (c) 2a (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$ (i)

घन करने पर

$$\begin{aligned} x^3 &= \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \right)^3 \\ &= a + \sqrt{a^2 + b^3} + a - \sqrt{a^2 + b^3} + 3\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \\ &= 2a + 3\sqrt[3]{\left(a + \sqrt{a^2 + b^3} \right) \left(a - \sqrt{a^2 + b^3} \right)} \times x \\ &= 2a + 3\sqrt[3]{a^2 - (a^2 + b^3)} \cdot x \\ &= 2a - 3bx \\ x^3 + 3bx &= 2a \end{aligned}$$

[समी. (i) से]

72. यदि $x = -1$ हो, तो

$$\frac{1}{x^{99}} + \frac{1}{x^{98}} + \frac{1}{x^{97}} + \frac{1}{x^{96}} + \frac{1}{x^{95}} + \frac{1}{x^{94}} + \frac{1}{x} - 1$$

किसके बराबर होगा?

- (a) 1 (b) 0
 (c) -2 (d) -1

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— यहाँ $x = -1$ रखने पर

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x^{99}} + \frac{1}{x^{98}} + \frac{1}{x^{97}} + \frac{1}{x^{96}} + \frac{1}{x^{95}} + \frac{1}{x^{94}} + \frac{1}{x} - 1 \\ = \frac{1}{(-1)^{99}} + \frac{1}{(-1)^{98}} + \frac{1}{(-1)^{97}} + \frac{1}{(-1)^{96}} + \frac{1}{(-1)^{95}} + \frac{1}{(-1)^{94}} + \frac{1}{-1} - 1 \\ = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \\ = -3 + 5 \Rightarrow -2 \end{aligned}$$

73. $(x^{b+c})^{b-c} (x^{c+a})^{c-a} (x^{a+b})^{a-b}$, ($x \neq 0$) का मान कितना होगा?
 (a) 0 (b) 1
 (c) 2 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना $(x^{b+c})^{b-c} (x^{c+a})^{c-a} (x^{a+b})^{a-b} = y$

log लेने पर

$$\begin{aligned} \log y &= \log \left[(x^{b+c})^{b-c} (x^{c+a})^{c-a} (x^{a+b})^{a-b} \right] \\ (\because \log lmn &= \log l + \log m + \log n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \log (x^{b+c})^{b-c} + \log (x^{c+a})^{c-a} + \log (x^{a+b})^{a-b} \\ &= (b-c) \log x^{b+c} + (c-a) \log x^{c+a} + (a-b) \log x^{a+b} \\ (\because \log m^n &= n \log m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (b-c)(b+c) \log x + (c-a)(c+a) \log x + (a-b)(a+b) \log x \\ &= \log x \{ (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) + (a-b)(a+b) \} \\ &= \log x (b^2 - c^2 + c^2 - a^2 + a^2 - b^2) \\ &= \log x \times 0 \\ \log y &= 0 = \log 1 \quad (\because \log 1 = 0) \\ \therefore y &= 1 \end{aligned}$$

Trick—

$$(x^{b+c})^{b-c} (x^{c+a})^{c-a} (x^{a+b})^{a-b} = y$$

$$(x^{b^2-c^2}) \cdot (x^{c^2-a^2}) \cdot (x^{a^2-b^2}) = y$$

$$x^{(b^2-c^2) + (c^2-a^2) + (a^2-b^2)} = y$$

(\because गुणा में घात जुड़ जाती है)

$$x^{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2} = y$$

$$x^0 = y$$

$$y = 1$$

74. मान लें कि $x = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{11}}{\sqrt{13} - \sqrt{11}}$ और $y = \frac{1}{x}$, तो $3x^2 - 5xy +$

$3y^2$ का मान है—

- (a) 1771 (b) 1171
 (c) 1177 (d) 1717

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000, 2005

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } x = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{11}}{\sqrt{13} - \sqrt{11}}$$

अंश और हर में $\sqrt{13} + \sqrt{11}$ से गुणा करने पर

$$x = \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{13} + \sqrt{11})}{(\sqrt{13} - \sqrt{11})(\sqrt{13} + \sqrt{11})}$$

$$= \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{11})^2}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2} \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{13+11+2\sqrt{13} \times \sqrt{11}}{13-11} [\because (a+b)^2 = a^2+b^2+2ab]$$

$$= \frac{24+2\sqrt{143}}{2} \Rightarrow 12+\sqrt{143}$$

$$\therefore y = \frac{1}{x} = \frac{1}{12+\sqrt{143}} = \frac{12-\sqrt{143}}{(12+\sqrt{143})(12-\sqrt{143})}$$

$$= \frac{12-\sqrt{143}}{(144-143)} [\because (a+b)(a-b) = a^2-b^2]$$

$$= \frac{12-\sqrt{143}}{1} = 12-\sqrt{143}$$

प्रश्न से

$$3x^2 - 5xy + 3y^2 = 3x^2 - 6xy + 3y^2 + xy$$

$$= 3(x^2 + y^2 - 2xy) + xy$$

$$= 3(x-y)^2 + xy$$

$$= 3[(12+\sqrt{143}) - (12-\sqrt{143})]^2$$

$$+ (12+\sqrt{143})(12-\sqrt{143})$$

$$= 3[2\sqrt{143}]^2 + (144-143)$$

$$= 3 \times 4 \times 143 + 1 = 1716 + 1 \Rightarrow 1717$$

75. सरलीकरण करने पर $1 - \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ का मान क्या होगा?

- (a) $2\sqrt{2}-1$ (b) $1-2\sqrt{2}$
(c) $1-\sqrt{2}$ (d) $-2\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2016 (II-परी)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } 1 - \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}}$$

$$\frac{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-2-1+\sqrt{2}+1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}-1}{-1}$$

$$= -(2\sqrt{2}-1)$$

$$= 1-2\sqrt{2}$$

76. $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) 5 (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-परी)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

$$\frac{3\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} - \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$$

$$= \frac{3\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2} - \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{7-2} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5}$$

$$= \sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) - \sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{2}) + \sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$$

$$= \sqrt{35}-\sqrt{14}-\sqrt{35}+\sqrt{10}+\sqrt{14}-\sqrt{10}$$

$$= 0$$

77. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ का सरलीकृत मान है—

- (a) $\sqrt{2}$ (b) 1
(c) 0 (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004, 2005

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{3})} + \frac{1}{(\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{3}) + (\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} [\because (a+b)(a-b) = a^2-b^2]$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(2+5-2\sqrt{10}-3)}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(4-2\sqrt{10})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(2-\sqrt{10})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{2})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

78. $(3+2\sqrt{2})^{-3} + (3-2\sqrt{2})^{-3}$ का मान क्या है?

- (a) 198 (b) 180

(c) 108

(d) 189

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(3+2\sqrt{2})^{-3} + (3-2\sqrt{2})^{-3}$

$$= \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})^3}$$

$$= \frac{(3-2\sqrt{2})^3 + (3+2\sqrt{2})^3}{(3+2\sqrt{2})^3 (3-2\sqrt{2})^3}$$

$$\therefore (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$\text{तथा } (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$= \frac{27 - 16\sqrt{2} - 3 \times 3 \times 2\sqrt{2}(3-2\sqrt{2}) + 27 + 16\sqrt{2} + 3 \times 3 \times 2\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})}{[3^2 - (2\sqrt{2})^2]^3}$$

$$= \frac{27 - 16\sqrt{2} - 54\sqrt{2} + 72 + 27 + 16\sqrt{2} + 54\sqrt{2} + 72}{(9-8)^3}$$

$$= \frac{27 + 72 + 27 + 72}{1} = 198$$

79. यदि $\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} = A + \sqrt{B}$, तो $B-A$ है—

(a) -13

(b) $2\sqrt{13}$

(c) 13

(d) $3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} = A + \sqrt{B}$

$$\therefore A + \sqrt{B} = \frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{4+3+2.2\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}$$

$$= \frac{4+3\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(4+3\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{8-4\sqrt{3}+6\sqrt{3}-9}{(4-3)}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-1}{1}$$

$$= -1 + \sqrt{12}$$

दोनों तरफ तुलना करने पर

$$A = -1, B = 12$$

$$\therefore B - A = 12 - (-1) = 13$$

80. यदि $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$ और a, b, c परिमेय संख्याएँ हैं, तो $a+b+c$ का मान है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \sqrt[3]{4}.a + \sqrt[3]{2}.b + c$

$$\frac{1}{2^{2/3} + 2^{1/3} + 1} = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

$$\frac{2^{1/3} - 1}{(2^{1/3} - 1)(2^{2/3} + 2^{1/3} + 1)} = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

(अंश और हर में $2^{1/3} - 1$ से गुणा करने पर)

$$\frac{2^{1/3} - 1}{2 + 2^{2/3} + 2^{1/3} - 2^{2/3} - 2^{1/3} - 1} = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

$$\frac{2^{1/3} - 1}{2 - 1} = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

$$2^{1/3} - 1 = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

(2^{1/3} - 1) को विस्तार करके निम्न प्रकार लिख सकते हैं—

$$2^{2/3}.0 + 2^{1/3}.1 - 1 = 2^{2/3}.a + 2^{1/3}.b + c$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$$a = 0$$

$$b = 1$$

$$c = -1$$

अब $a + b + c = 0 + 1 - 1$
 $= 0$

81. $\sqrt{20} + \sqrt{12} + \sqrt[3]{729} - \frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \sqrt{81}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$

(c) 0

(d) $2\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sqrt{20} + \sqrt{12} + \sqrt[3]{729} - \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \sqrt{81}$

$$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 9 - \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} - \sqrt{81}$$

$$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 9 - \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(5-3)} - \sqrt{81}$$

$$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 9 - 2(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - 9$$

$$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 9 - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} - 9$$

$$= 0$$

82. मान लीजिए $x = 5 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{5+\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}-5}$ है तो x का सरलीकृत मान क्या होगा?

- (a) $5 + \sqrt{5}$ (b) 0
(c) $\frac{9}{2}$ (d) 5

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x = 5 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{5+\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}-5}$

$$= 5 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}-5+15+3\sqrt{5}}{(5-25)}$$

$$[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= 5 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{10+4\sqrt{5}}{-20}$$

$$= 5 + \frac{-(20) + 10\sqrt{5} + 4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times (-20)}$$

$$= 5 + \frac{10\sqrt{5}}{-20\sqrt{5}}$$

$$= 5 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{9}{2}$$

83. यदि $a = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ और $b = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, तो $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$ का मान क्या होगा?

- (a) 970 (b) 930
(c) 1030 (d) 1025

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005

उत्तर—(a)

व्याख्या— $a = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ तथा $b = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

व्यंजक a में $(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ से अंश और हर में गुणा करने पर तथा व्यंजक b में $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ से अंश और हर में गुणा करने पर

$$a = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(3-2)} \quad \text{तथा} \quad b = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(3-2)}$$

$$[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$a = (3+2-2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}) \quad \text{तथा} \quad b = (3+2+2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3})$$

$$a = (5-2\sqrt{6}) \quad \text{तथा} \quad b = (5+2\sqrt{6})$$

प्रश्न से

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = \frac{a^3 + b^3}{ab} = \frac{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}{ab}$$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)]$$

$$= \frac{\{(5-2\sqrt{6}) + (5+2\sqrt{6})\}[(5-2\sqrt{6})^2 + (5+2\sqrt{6})^2 - (5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})]}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}$$

(a और b का मान रखने पर)

$$= \frac{10[25+24-20\sqrt{6}+25+24+20\sqrt{6}-(25-24)]}{(25-24)}$$

$$= \frac{10[49+49-1]}{1} = 970$$

84. यदि $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ और $y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ है, तो

$$\frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} \text{ का मान है—}$$

- (a) $\frac{69}{67}$ (b) $\frac{63}{61}$
(c) $\frac{65}{63}$ (d) $\frac{67}{65}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

अंश और हर में $(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ से गुणा करने पर

$$= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(5-3)}$$

$$= \frac{5+3-2\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{8-2\sqrt{15}}{2} = \frac{2(4-\sqrt{15})}{2}$$

$$= (4-\sqrt{15})$$

इसी प्रकार y का परिमेयकरण करने पर

$$y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$y = 4 + \sqrt{15}$$

$$\therefore \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - xy}{x^2 - 2xy + y^2 + xy}$$

$$= \frac{(x+y)^2 - xy}{(x-y)^2 + xy}$$

$$= \frac{[(4-\sqrt{15}) + (4+\sqrt{15})]^2 - (4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}{[(4-\sqrt{15}) - (4+\sqrt{15})]^2 + (4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}$$

$$= \frac{(8)^2 - (16-15)}{(2\sqrt{15})^2 + (16-15)} \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{64-1}{60+1} \Rightarrow \frac{63}{61}$$

85. $3 + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$
किसके बराबर है ?
- (a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) $3 - \sqrt{8}$

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या—

$$3 + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$$

$$\text{जिस प्रकार } \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{\sqrt{5} - \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{1}$$

$$\text{उसी प्रकार, } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1}$$

$$\text{उसी प्रकार, } \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{1}$$

$$\text{उसी प्रकार, } \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{1}$$

$$\text{उसी प्रकार, } \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{8}}{1}$$

अतः

$$3 + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$$

$$= 3 + \sqrt{5} - \sqrt{4} + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{8} - \sqrt{7} + \sqrt{9} - \sqrt{8}$$

$$= 3 - 2 + 3 \Rightarrow 4$$

86. यदि $x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$, तो $x^2 - x - 1$ किसके बराबर होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 5

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\therefore x^2 = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 = \frac{5+1+2\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{अब प्रश्न से } x^2 - x - 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1$$

$$= \frac{3+\sqrt{5}-\sqrt{5}-1-2}{2} \Rightarrow 0$$

87. सरल कीजिए—

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

- (a) $\sqrt{6}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) $\sqrt{2}$ (d) 0

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004, 2005, 2006, 2007

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\
&= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})} - \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} \\
&\quad + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} \\
&= \frac{3\sqrt{6}-3\sqrt{12}}{3-6} - \frac{4\sqrt{18}-4\sqrt{6}}{6-2} + \frac{\sqrt{12}-\sqrt{18}}{2-3} \\
&= \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{3} - \frac{12\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{4} + \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{1} \\
&= \frac{24\sqrt{3}-12\sqrt{6}-36\sqrt{2}+12\sqrt{6}+36\sqrt{2}-24\sqrt{3}}{12} = 0
\end{aligned}$$

88. $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ का मान क्या है?
- (a) 1 (b) 0
(c) $2\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{7}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \\
&= \frac{3\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} - \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}-\sqrt{7})} + \\
&\quad \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \\
&= \frac{3\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2} - \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{2-7} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} \\
&= \sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) + \sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{7}) + \sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5}) \\
&= \sqrt{7}.\sqrt{5} - \sqrt{2}.\sqrt{7} + \sqrt{5}.\sqrt{2} - \sqrt{5}.\sqrt{7} + \sqrt{2}.\sqrt{7} - \sqrt{2}.\sqrt{5} \\
&= 0
\end{aligned}$$

89. वह संख्या, जिसे $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ के साथ गुणा करने पर $(\sqrt{12}+\sqrt{18})$ प्राप्त होता है —
- (a) $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

- (c) $\sqrt{6}$ (d) $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010
उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} & \frac{\sqrt{12}+\sqrt{18}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\
& \quad (\text{अंश और हर में } \sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ से गुणा करने पर}) \\
&= \frac{6-2\sqrt{6}+3\sqrt{6}-6}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} \\
&= \frac{\sqrt{6}}{3-2} \Rightarrow \sqrt{6}
\end{aligned}$$

Trick—

माना संख्या x है।

∴ प्रश्न से—

$$x(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{12}+\sqrt{18}$$

$$x(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6 \times 2} + \sqrt{6 \times 3}$$

$$x(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \Rightarrow \sqrt{6}$$

90. यदि $\sqrt{15} = 3.88$ है, तो $\sqrt{\frac{5}{3}}$ का मान क्या है?

- (a) 1.293 (b) 1.2934
(c) 1.29 (d) 1.295

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004
S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या—} \sqrt{15} = 3.88$$

$$\begin{aligned}
\therefore \sqrt{\frac{5}{3}} &= \sqrt{\frac{5 \times 3}{3 \times 3}} = \sqrt{\frac{15}{9}} \\
&= \frac{1}{3} \times 3.88 = 1.293333..... \\
&= 1.293
\end{aligned}$$

91. दिया है कि $\sqrt{5} = 2.236$ तथा $\sqrt{3} = 1.732$ तब $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

का मान होगा—

- (a) 0.504 (b) 0.252
(c) 0.362 (d) 0.372

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2007

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

(अंश और हर में $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ से गुणा करने पर)

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$$

$$= \frac{2.236 - 1.732}{2} \quad (\sqrt{5} \text{ तथा } \sqrt{3} \text{ का मान रखने पर})$$

$$= \frac{.504}{2} \Rightarrow 0.252$$

92. यदि $\frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} = 2$ हो, तो x बराबर होगा—

- (a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{12}{5}$
(c) $\frac{5}{7}$ (d) $\frac{7}{5}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} = 2$$

$$\frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} \times \frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}} = 2$$

$$\frac{(\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x})^2}{(\sqrt{3+x})^2 - (\sqrt{3-x})^2} = 2$$

$$\frac{3+x+3-x+2\sqrt{3+x}\sqrt{3-x}}{3+x-(3-x)} = 2$$

$$\frac{6+2\sqrt{(3+x)(3-x)}}{3+x-3+x} = 2$$

$$\frac{6+2\sqrt{(9-x^2)}}{2x} = 2$$

$$2(3+\sqrt{9-x^2}) = 4x$$

$$3+\sqrt{9-x^2} = 2x$$

$$\sqrt{9-x^2} = 2x-3$$

$$9-x^2 = 4x^2+9-12x$$

$$5x^2 = 12x$$

$$x = \frac{12}{5}$$

93. $\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \right)$ को सरलीकृत कीजिए।

- (a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$

(c) $16-\sqrt{3}$

(d) $4-\sqrt{3}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006, 2011

S.S.C. (लोअर डिवीजन क्लर्क) परीक्षा, 2000, 2005, 2008

S.S.C. संयुक्त हायर सेकेंडरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \right)$$

$$= \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} +$$

$$\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$= \frac{4+3+4\sqrt{3}}{4-3} + \frac{4+3-4\sqrt{3}}{4-3} + \frac{3+1-2\sqrt{3}}{3-1}$$

$$= 7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3} + \frac{4-2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 14+2-2\sqrt{3} \Rightarrow 16-2\sqrt{3}$$

94. यदि $\frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}} = a+b\sqrt{6}$, तब a तथा b का मान निम्न में कौन से होंगे?

(a) $\frac{9}{15}, -\frac{4}{15}$ (b) $\frac{3}{11}, \frac{4}{33}$

(c) $\frac{9}{10}, \frac{2}{5}$ (d) $\frac{3}{5}, \frac{4}{15}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}} = \frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}} \times \frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{16 \times 3 - 12\sqrt{6} + 20\sqrt{6} - 15 \times 2}{16 \times 3 - 12\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 18}$$

$$= \frac{18+8\sqrt{6}}{30}$$

$$= \frac{18}{30} + \frac{8\sqrt{6}}{30}$$

$$\therefore a = \frac{18}{30} \Rightarrow \frac{3}{5}, b = \frac{8}{30} \Rightarrow \frac{4}{15}$$