

प्रकार-1

त्रिभुज-आधारित

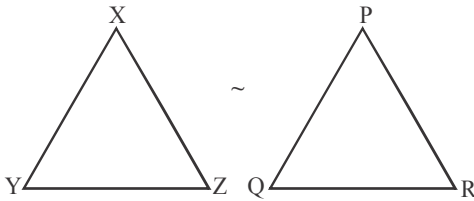
1. $\triangle XYZ$, $\triangle PQR$ समरूप हैं। यदि $\triangle XYZ$ की परिधि और $\triangle PQR$ की परिधि का अनुपात 16 : 9 है और $PQ = 3.6$ सेमी. है, तो XY की लंबाई (सेमी. में) कितनी है?
- (a) 4.8 (b) 3.2
(c) 6.4 (d) 8.6

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \triangle XYZ \sim \triangle PQR$

$$\therefore \frac{\triangle XYZ \text{ की परिधि}}{\triangle PQR \text{ की परिधि}} = \frac{XY}{PQ} \quad (\text{समरूप } \triangle \text{ की प्रमेय से})$$



$$\frac{16}{9} = \frac{XY}{3.6}$$

$$XY = \frac{16 \times 3.6}{9} = 6.4$$

2. त्रिभुज ABC में, $\angle BAC = 50^\circ$ तथा $\angle ABC$ तथा $\angle ACB$ के द्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं। $\angle BPC$ का मान (डिग्री में) कितना होगा?
- (a) 100 (b) 105
(c) 115 (d) 125

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\text{माना } \angle ABC = 2x^\circ$$

$$\text{तथा } \angle ACB = 2y^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ में}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$50 + 2x^\circ + 2y^\circ = 180^\circ$$

$$2(x^\circ + y^\circ) = 180 - 50$$

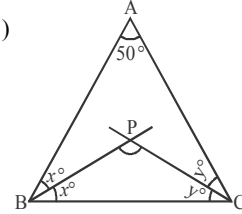
$$x^\circ + y^\circ = \frac{130}{2} = 65^\circ \dots (i)$$

$$\therefore \triangle BCP \text{ में}$$

$$\angle BPC = 180^\circ - (x^\circ + y^\circ)$$

$$[\text{समी. (i) से}]$$

$$\angle BPC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$



Trick—

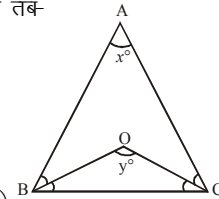
यदि $\triangle ABC$ में, $\angle A = x^\circ$ हो तथा OB और OC दोनों क्रमशः $\angle B$ तथा $\angle C$ के समद्विभाजक हो तब—

$$y^\circ = 180 - \left(\frac{180^\circ - x^\circ}{2} \right)$$

प्रश्नानुसार

$$y^\circ = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - 50^\circ}{2} \right) \quad (\because x^\circ = 50)$$

$$\begin{aligned} y^\circ &= 180^\circ - \left(\frac{130}{2} \right) \\ &= 180^\circ - 65^\circ \\ y &= 115^\circ \end{aligned}$$

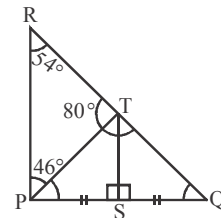


3. $\triangle PQR$ में, $\angle R = 54^\circ$, बिंदु S से PQ का समद्विभाजक लंब QR से बिंदु T पर मिलता है। यदि $\angle TPR = 46^\circ$ है, तो $\angle PQR$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?
- (a) 25 (b) 40 (c) 50 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—



ऋजु रेखा पर बने कोण का मान $= 180^\circ$

$$\angle PTR + \angle PTQ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PTQ = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\text{या } \angle PTS + \angle STQ = 100^\circ \dots (i)$$

$\triangle PQT$ में

$\angle PTS = \angle STQ$ (समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं)

या $\angle PTS + \angle STQ = 100^\circ$ (समी. (i) से)
 $\therefore \angle STQ = 50^\circ$
 ΔSTQ में,
 $\angle QST + \angle STQ + \angle SQT = 180^\circ$
 $90^\circ + 50^\circ + \angle SQT = 180^\circ$
 $\angle SQT = 40^\circ$
 $\therefore \angle PQR = 40^\circ$

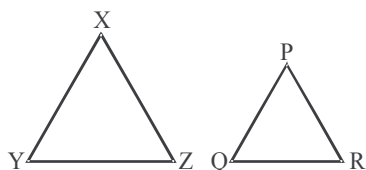
4. त्रिभुज ΔXYZ , ΔPQR के समरूप हैं। यदि $XY : PQ = 5 : 1$ और ΔPQR का क्षेत्रफल 5 वर्ग सेमी. हैं, तो ΔXYZ का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या है?

- (a) 125 (b) 120
 (c) 100 (d) 64

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔXYZ तथा ΔPQR समरूप त्रिभुज हैं



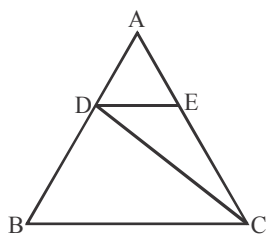
$$\therefore \frac{\Delta XYZ \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{XY^2}{PQ^2}$$

[\therefore समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात संगत भुजाओं के अनुपात के वर्गों के बराबर होता है]

$$\therefore \frac{\Delta XYZ \text{ का क्षेत्रफल}}{5} = \left(\frac{5x}{x}\right)^2 \quad \{\therefore XY : PQ = 5 : 1\}$$

$$\therefore \Delta XYZ \text{ का क्षेत्रफल} = 25 \times 5 = 125 \text{ वर्ग सेमी.}$$

5. दी गई आकृति में, $DE \parallel BC$ तथा $DE = \frac{1}{3} BC$ है। यदि त्रिभुज ADE का क्षेत्रफल 20 सेमी.² हो, तो त्रिभुज DEC का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?



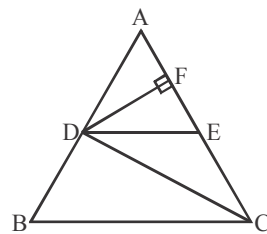
- (a) 40 (b) 60
 (c) 80 (d) 120

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— बिंदु D, से भुजा AE पर लंब DF डाला।

$\therefore DE \parallel BC$
 $\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ (कोण समरूपता से)



$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{AE + EC} = \frac{DE}{3DE} \quad (\therefore BC = 3DE)$$

$$\Rightarrow 3AE = AE + EC \Rightarrow EC = 2AE \quad \dots(i)$$

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = 20 \text{ सेमी.}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times AE \times DF = 20 \Rightarrow AE \times DF = 40 \quad \dots(ii)$$

$$\Delta DEC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times EC \times DF$$

$$= \frac{1}{2} \times (2AE) \times DF \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$= AE \times DF = 40 \text{ सेमी.}^2 \quad (\text{समी. (ii) से})$$

6. ΔABC की भुजा AB और AC पर D और E बिंदु हैं। DE, BC के समानांतर है। यदि $AD : DB = 2 : 3$ और ΔADE का क्षेत्रफल 4 वर्ग सेमी. है, तो चतुर्भुज BDEC का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या है?

- (a) 25 (b) 21
 (c) 5 (d) 9

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— भुजा $BC \parallel$ भुजा DE

$\therefore \Delta ABC$ एवं ΔADE समरूप त्रिभुज हैं।

समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$$

$$\frac{4}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

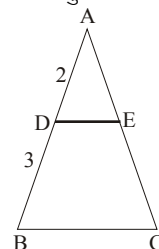
$$(\therefore AB = AD + DB = 2 + 3 = 5)$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{4 \times 25}{4} = 25 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अतः चतुर्भुज BDEC का क्षेत्रफल

$$= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} - \Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 25 - 4 = 21 \text{ वर्ग सेमी.}$$



7. $\triangle ABC$, B पर समकोण है। BD उसकी ऊँचाई है। AD = 9 सेमी. और DC = 16 सेमी. है। BD (सेमी. में) का मान क्या है?

- (a) 6 (b) 18
(c) 21 (d) 12

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(d)

व्याख्या—

$$\angle A + \angle ABD = 90^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle ABD + \angle DBC = 90^\circ \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व समी. (ii) से

$$\angle A = \angle DBC \quad \dots(iii)$$

समकोण $\triangle ADB$ व समकोण $\triangle BDC$ में—

$$\angle ADB = \angle CDB = 90^\circ$$

$$\angle DAB = \angle DBC \text{ (समी. (iii) से)}$$

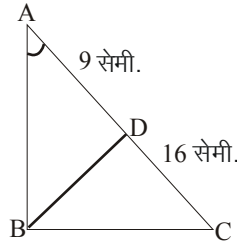
$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle BDC$$

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BD}$$

$$BD^2 = AD \times DC$$

$$= 9 \times 16$$

$$BD = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$



Trick—

$\triangle ABC$ समकोण त्रिभुज है तथा

$$\angle A = \angle C$$

D भुजा का मूल है।

$$\text{तथा } \angle BDA = \angle BDC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ सर्वांगसम है}$$

$\triangle BCD$ में

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{या } BD^2 = AD \cdot CD$$

$$= 9 \cdot 16 = 144$$

$$\therefore BD = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$

8. $\triangle PQR$ में, $\angle QPR = 45^\circ$ तथा $\angle PQR$ तथा $\angle PRQ$ का द्विभाजक बिंदु O पर मिलता है। $\angle QOR$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 107.5 (b) 112.5
(c) 117.5 (d) 122.5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या— माना $\angle QPR = x = 45^\circ$

$$\angle PRQ = y$$

$$\angle RQP = z$$

$\therefore \triangle PQR$ में

$$\Rightarrow x + y + z = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 45 + y + z = 180^\circ$$

$$y + z = 135^\circ$$

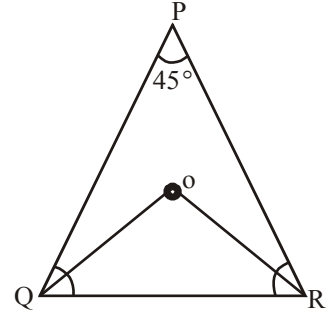
$\triangle QOR$ में

$$\angle QOR + \angle ORQ + \angle RQO = 180^\circ$$

$$\angle QOR + \frac{y}{2} + \frac{y}{2} = 180^\circ$$

$$\angle QOR + \frac{135}{2} = 180^\circ$$

$$\angle QOR = 180 - 67.5 = 112.5$$



Trick—

यदि $\triangle ABC$ में OB और OC क्रमशः $\angle B$ तथा $\angle C$ के समद्विभाजक हो तब

$$y^\circ = 180 - \left(\frac{180 - x}{2} \right)$$

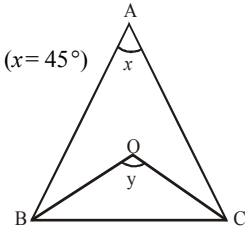
प्रश्नानुसार,

$$y^\circ = 180 - \left(\frac{180 - 45^\circ}{2} \right) \quad (x = 45^\circ)$$

$$= 180 - \frac{135}{2}$$

$$= 180^\circ - 67.5^\circ$$

$$y = 112.5^\circ$$



9. त्रिभुज ABC में, $\angle ABC = 90^\circ$ है। BP, AC पर लंब खींचा गया है। यदि $\angle BAP = 30^\circ$, तो $\angle PBC$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 30 (b) 36
(c) 45 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या— समकोण $\triangle ABC$ में—

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ)$$

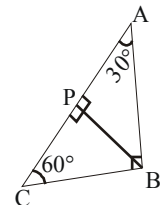
$$= 180^\circ - 120^\circ = 60$$

\therefore पुनः समकोण $\triangle CPB$ में,

$$\angle BPC + \angle PCB + \angle PBC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PBC = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$$

$$= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$



Trick—

$$\because \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABP + \angle PBC = 90^\circ \quad \dots\dots(i)$$

समकोण $\triangle APB$ में,

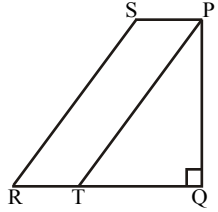
$$\angle ABP + \angle PAB = 90^\circ \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) से,

$$\angle ABP + \angle PAB = \angle ABP + \angle PBC$$

$$\therefore \angle PBC = \angle PAB = 30^\circ \{ \because \angle PAB = 30^\circ \}$$

10. दी गई आकृति में, समद्विबाहु त्रिभुज PQT का क्षेत्रफल 72 सेमी.² है। $QT = PQ$, $PQ = 2 PS$ तथा $PT \parallel SR$ है, तो समलंब PQRS का क्षेत्रफल (सेमी. में) क्या है?



- (a) 144 (b) 216
(c) 256 (d) 288

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $QT = PQ = 2 PS = x$ (माना)

$$\because PT \parallel SR$$

$\triangle PQT$ का क्षेत्रफल

$$\frac{x^2}{2} = 72$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12 = PQ$$

$$PQ = 12 = QT$$

$\therefore PSRT$ एक समांतर चतुर्भुज है।

$\therefore PS = RT$ और $SR = PT$

$\therefore PQ = 2PS$

$$\therefore PS = \frac{PQ}{2} = \frac{12}{2}$$

$$PS = 6 = RT$$

अब समलंब चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल =

$$= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} (PS + QR) \times PQ$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 18) \times 12$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 12 = 144 \text{ वर्ग सेमी.}$$

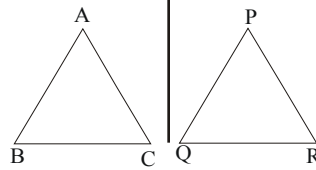
11. $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ इन दो समान त्रिभुजों के क्षेत्रफल क्रमशः 36 वर्ग सेंटीमीटर और 9 वर्ग सेंटीमीटर हैं। यदि $PQ = 4$ सेंटीमीटर है, तो AB की लंबाई (सेंटीमीटर में) क्या है?

- (a) 16 (b) 12
(c) 8 (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ समरूप त्रिभुज हैं।



$$\therefore \frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle PQR \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{(AB)^2}{(PQ)^2}$$

(\because दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्र. का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।)

$$\frac{36}{9} = \frac{(AB)^2}{(4)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{(4)^2 \times 6^2}{(3)^2}} = \frac{4 \times 6}{3} = 8 \text{ सेमी.}$$

12. एक समबाहु त्रिभुज की अंतःत्रिज्या 10 सेमी. है। उसी त्रिभुज की बाह्य त्रिज्या (सेमी. में) क्या है?

- (a) 5 (b) $10\sqrt{3}$
(c) 20 (d) $20\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } OD = \frac{1}{3} AD = 10$$

$$\therefore AD = 30 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AO = \frac{2}{3} \times AD$$

$$= \frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ सेमी.}$$

Trick—

हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज का केंद्र माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में अंतःविभाजित करता है।

अर्थात् $AO : OD = 2 : 1$

$$\therefore AO = 2 \times OD = 20 \text{ सेमी.}$$

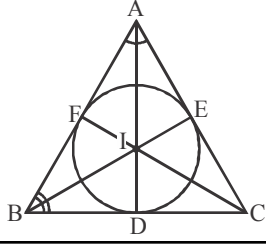
13. त्रिभुज के कोणों के समद्विभाजक जिस बिंदु पर मिलते हैं, उसे त्रिभुज का _____ कहते हैं।

- (a) अंतःकेंद्र (b) परिकेंद्र
(c) मध्य केंद्र (d) लम्ब केंद्र

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

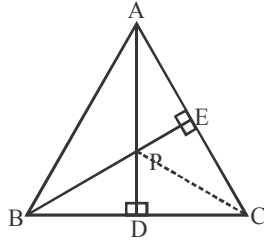
व्याख्या— किसी त्रिभुज के अंतःकोणों को समद्विभाजित (दो बराबर भाग) करने वाली रेखा जिस बिंदु पर मिलती है, उसे “अंतःकेंद्र” (Incentre) कहते हैं।



14. ABC एक समबाहु त्रिभुज है तथा P त्रिभुज का लम्ब केंद्र है, तो $\angle BPC$ का मान (डिग्री में) क्या है?
- (a) 90 (b) 120
(c) 135 (d) 145

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)
उत्तर—(b)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज ABC में,
 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
(समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है।)



$\triangle BPC$ में,
 $\angle PBD + \angle PCD + \angle BPC = 180^\circ$
 $\angle BPC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ)$
 $\{\because \angle PBD = \frac{1}{2} \angle B \text{ तथा } \angle PCD = \frac{1}{2} \angle C\}$
 $\angle BPC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

15. एक त्रिभुज ABC की भुजाओं AB तथा AC पर क्रमशः बिंदु D तथा E इस प्रकार स्थित है कि $DE \parallel BC$ हैं। यदि $AD = x$ सेमी., $DB = (x-3)$ सेमी., $AE = (x+3)$ सेमी., तथा $EC = (x-2)$ सेमी. है, तो x का मान (सेमी. में) क्या है?
- (a) 3 (b) 3.5
(c) 4 (d) 4.5

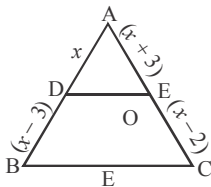
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)
उत्तर—(d)

व्याख्या— त्रिभुज ABC में,

$BC \parallel DE$

तथा $AD = x$, $DB = (x-3)$

$AE = (x+3)$, $EC = (x-2)$



\therefore यदि त्रिभुज की किसी भुजा के किसी बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर रेखा खींची जाए, तो वह तीसरी भुजा के उसी अनुपात में विभाजित करती है।

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{x}{x-3} = \frac{x+3}{x-2}$$

$$x^2 - 2x = x^2 - 9$$

$$2x = 9 \Rightarrow x = 4.5 \text{ सेमी.}$$

16. यदि एक त्रिभुज की मध्यिकाओं की लंबाई 18 सेमी., 24 सेमी. तथा 30 सेमी. है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?
- (a) $24\sqrt{6}$ (b) 244
(c) 288 (d) 360

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएं m_1, m_2 तथा m_3 दी

हों तो त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{4}{3} \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$$\text{जहाँ } S = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2}$$

प्रश्नानुसार, $m_1 = 18, m_2 = 24, m_3 = 30$

$$\therefore S = \frac{18 + 24 + 30}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} \sqrt{36(36-18)(36-24)(36-30)}$$

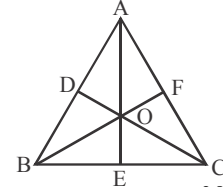
$$= \frac{4}{3} \cdot \sqrt{36 \times 18 \times 12 \times 6}$$

$$= \frac{4}{3} \sqrt{18 \times 2 \times 18 \times 2 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{4}{3} \times 18 \times 6 \times 2 = 288 \text{ वर्ग सेमी.}$$

17. दी गई आकृति में, त्रिभुज ABC का अंतःकेंद्र O है। यदि

$$\frac{AO}{OE} = \frac{5}{4} \text{ तथा } \frac{CO}{OD} = \frac{3}{2} \text{ है, तो } \frac{BO}{OF} \text{ का मान क्या है?}$$

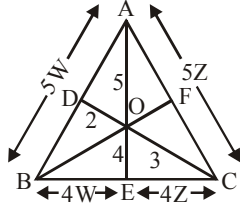


- (a) $\frac{19}{14}$ (b) $\frac{38}{17}$
(c) $\frac{38}{7}$ (d) $\frac{19}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— $\triangle ABE$ में, रेखाखंड BO कोण ABE अर्द्धक है।

\therefore अंतःकोण प्रमेय से,



$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AO}{OE} = \frac{5}{4} \Rightarrow AB = 5W \text{ तथा } BE = 4W$$

इसी प्रकार से, $\triangle AEC$ में,

$$\frac{AC}{EC} = \frac{AO}{OE} = \frac{5}{4} \Rightarrow AC = 5Z, EC = 4Z$$

$\triangle ACD$ में,

$$\frac{AC}{AD} = \frac{OC}{OD} = \frac{3}{2} \Rightarrow AC = 3Y, AD = 2Y$$

$\triangle CBD$ में,

$$\frac{BC}{BD} = \frac{OC}{OD} = \frac{3}{2} \Rightarrow BC = 3x, BD = 2x$$

$$\therefore AB = AD + BD \Rightarrow 5W = 2x + 2y \dots (i)$$

$$\text{तथा } BC = BE + EC \Rightarrow 3x = 4W + 4Z \dots (ii)$$

समी. (i) से, $5W = 2x + 2y$

$$5W = 2x + 2\left(\frac{5Z}{3}\right) [\because AC = 5Z = 3y]$$

$$\Rightarrow 6x = 15W - 10Z \dots (iii)$$

समी. (ii) तथा समी. (iii) से,

$$6x = 8W + 8Z = 15W - 10Z$$

$$\Rightarrow 18Z = 7W \Rightarrow Z = \frac{7}{18} W$$

$$\therefore \text{ समी. (ii) से, } 3x = 4W + 4Z = 4W + \left(\frac{7}{18} W\right) \times 4$$

$$3x = 4W + \frac{14W}{9} = \frac{36W + 14W}{9}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{50}{9} W \dots (iv)$$

$$\text{अब, } AB = 5W, BC = 3x = \frac{50W}{9}$$

$$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{AB}{BC} = \frac{5W}{\frac{50W}{9}} = \frac{9}{10}$$

$$AF = \frac{9}{19} \times AC \Rightarrow AF = \frac{9}{19} \times (5Z)$$

$$= \frac{9}{19} \times \left(5 \times \frac{7W}{18}\right)$$

$$AF = \frac{35}{38} W \dots (v) \left\{ \because Z = \frac{7}{18} W \right\}$$

$\therefore \triangle ABF$ में,

$$\frac{AB}{AF} = \frac{BO}{OF} \Rightarrow \frac{BO}{OF} = \frac{5W}{\frac{35W}{38}} = \frac{38}{7}$$

$$\therefore BO : OF = \frac{38}{7}$$

18. त्रिभुज ABC के केंद्रक के निर्देशांक $(1, -4)$ हैं। यदि A और B के निर्देशांक क्रमशः $(3, -4)$ और $(0, 5)$ हैं, तो शीर्ष C के निर्देशांक क्या हैं?

- (a) $(0, 13)$ (b) $(0, 5)$
(c) $(0, -5)$ (d) $(0, -13)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

माना शीर्ष ' C ' का निर्देशांक (x_3, y_3) है।

$$\Delta \text{ के केंद्र का निर्देशांक} = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \left(\frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) \right)$$

$$\therefore 1 = \frac{3 + 0 + x_3}{3}$$

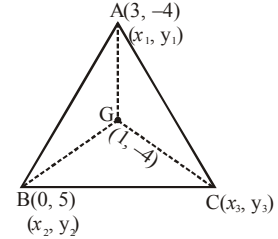
$$\therefore 3 = 3 + x_3 \Rightarrow x_3 = 0$$

$$\text{तथा } -4 = \frac{-4 + 5 + y_3}{3}$$

$$y_3 = -12 - 1$$

$$\therefore y_3 = -13$$

$\therefore \Delta$ के शीर्ष ' C ' का निर्देशांक $(0, -13)$ होगा।



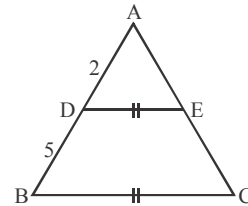
19. $\triangle ABC$ की AB और AC भुजाओं पर D और E बिंदु हैं। DE BC के समांतर है। यदि $AD : DB = 2 : 5$ है और $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल 98 वर्ग सेंटीमीटर है, तो चतुर्भुज $BDEC$ का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या है?

- (a) 90 (b) 98
(c) 94 (d) 86

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—



$$AD : DB = 2 : 5$$

$$\therefore AB = 2 + 5 = 7$$

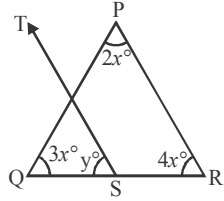
$\triangle ADE$ एवं $\triangle ABC$ समरूप त्रिभुज हैं क्योंकि $BC \parallel DE$ तथा $\angle A$ दोनों में उभयनिष्ठ है।

समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात संगत भुजाओं के अनुपात

के वर्गों के बराबर होता है।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}} &= \left(\frac{AB}{AD}\right)^2 \\ \frac{98}{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}} &= \left(\frac{7}{2}\right)^2 \\ \therefore \Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{98 \times 4}{49} \\ &= 2 \times 4 = 8 \text{ वर्ग सेमी.} \\ \therefore \text{चतुर्भुज BDEC का क्षेत्रफल} \\ &= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} - \Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 98 - 8 = 90 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

20. दी गई आकृति में $ST \parallel RP$, तो y के संपूरक कोण का मान (डिग्री में) क्या है?



- (a) 10 (b) 60
(c) 100 (d) 170

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔPQR में, $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$
 $\Rightarrow 2x + 3x + 4x = 180^\circ \Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$
 $\therefore \angle R = 4x = 80^\circ$ तथा $y^\circ = 4x^\circ$ (संगतकोण)
 $\Rightarrow y = 80^\circ \therefore y$ का संपूरक कोण $= 180^\circ - y^\circ = 100^\circ$

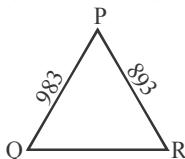
21. ΔPQR की भुजा PQ तथा PR का माप क्रमशः 983 तथा 893 इकाई है। सभी अविभाज्य भुजाओं के साथ ऐसे कितने त्रिभुज संभव हैं?

- (a) 1876 (b) 90
(c) 1785 (d) 1786

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से छोटा तथा दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
 $\therefore (983 - 893) < \text{तीसरी भुजा (QR)} < (983 + 893)$
 $\Rightarrow 90 < \text{तीसरी भुजा} < 1876$
 $\therefore 91 \leq \text{तीसरी भुजा} < 1876$
 $\therefore \text{तीसरी भुजा} = 1876 - 91 = 1785$
 अतः कुल 1785 त्रिभुज बन सकते हैं।



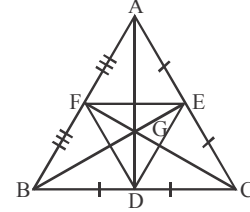
22. त्रिभुज ABC में माध्यिकाएं AD, BE और CF बिंदु G पर मिलती हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 156 सेमी.² है। त्रिभुज FGE का क्षेत्रफल (सेमी.² में) कितना है?

- (a) 13 (b) 26
(c) 39 (d) 52

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔABC के मध्य बिंदुओं D, E तथा F को मिलाने से तीन समान आकृति के समांतर चतुर्भुज बन रहे हैं।



$$\begin{aligned} \therefore \square BDEF \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{3} \times (\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}) \\ &= \frac{1}{3} \times 156 = 52 \text{ सेमी.}^2 \\ \therefore \Delta FGE \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{4} \times (\text{समांतर चतुर्भुज BDEF का क्षेत्रफल}) \\ &= \frac{1}{4} \times 52 = 13 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

Trick— ΔFGE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{4} \times \Delta ABC$ का क्षेत्रफल $\times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{12} \times 156 = 13 \text{ सेमी.}^2$

23. त्रिभुज ABC में, $\angle ABC = 15^\circ$ है। BC पर एक बिंदु D इस प्रकार है कि $AD = BD$ है। $\angle ADC$ का मान (डिग्री में) कितना है?

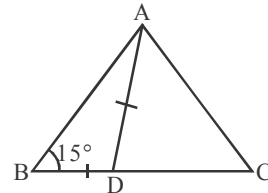
- (a) 15 (b) 30
(c) 45 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore AD = BD$

$$\begin{aligned} \therefore \angle DAB &= \angle ABD = 15^\circ \\ \therefore \angle ADB &= 180^\circ - 15^\circ + 15^\circ = 150^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore \angle ADC &= 180^\circ - \angle ADB \\ (\because \angle ADB + \angle ADC &= 180^\circ \text{ है}) \\ &= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

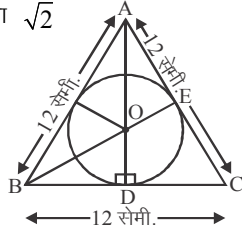
24. एक वर्ग के विकर्ण की लंबाई $9\sqrt{2}$ सेमी. है। इस वर्ग को पुनः आकार देकर त्रिभुज बनाया जाता है। उस त्रिभुज के सबसे बड़े अंतःवृत्त का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?
- (a) 6π (b) 9π
(c) 12π (d) 15π

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तर पर (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— \therefore वर्ग का विकर्ण = भुजा $\sqrt{2}$

$$\therefore 9\sqrt{2} = \text{भुजा} \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = 9 \text{ सेमी.}$$



प्रश्नानुसार

वर्ग का परिमाण = त्रिभुज का परिमाण

$$\therefore \text{त्रिभुज का परिमाण} = 9 \times 4 = 36 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज की प्रत्येक भुजा} = \frac{36}{3} = 12 \text{ सेमी.}$$

[चूंकि समबाहु Δ में ही सबसे बड़ा अंतःवृत्त बनाया जा सकता है]

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = \text{भुजा} \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 12 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi \times (\text{त्रिज्या})^2$$

$$= (2\sqrt{3})^2 \times \pi$$

$$= 12\pi \text{ सेमी.}^2$$

25. ΔPQR में, भुजा QR के समानांतर एक रेखा, भुजा PQ तथा भुजा PR को क्रमशः बिंदु M तथा N पर काटती है तथा बिंदु M भुजा PQ को 1 : 2 के अनुपात में बांटती है। यदि ΔPQR का क्षेत्रफल 360 सेमी.² है, तो चतुर्भुज MNRQ का क्षेत्रफल (सेमी.² में) कितना होगा?
- (a) 160 (b) 320
(c) 120 (d) 96

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta PMN \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{PQ}{PM}\right)^2 \quad (\because \Delta PMN \sim \Delta PQR)$$

\therefore दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

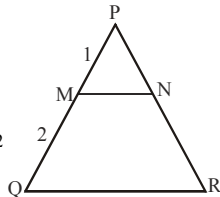
$$\frac{360}{\Delta PMN \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{3}{1}\right)^2$$

$$\Delta PMN \text{ क्षेत्रफल} = \frac{360}{9} = 40 \text{ सेमी.}^2$$

\therefore चतुर्भुज MNRQ का क्षेत्रफल

$$= \Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} - \Delta PMN \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= (360 - 40) \text{ सेमी.}^2 = 320 \text{ सेमी.}^2$$



26. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AB = AC = 30$ सेमी. तथा $BC = 48$ सेमी. है। AD आधार BC की माध्यिका है। AD का मान (सेमी. में) क्या है?
- (a) 18 (b) 20
(c) 24 (d) 32

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

दिया है $AB = AC = 30$ सेमी.

$$BC = 48$$

AD, BC की माध्यिका है

समद्विबाहु त्रिभुज में समान भुजाओं वाले उभयनिष्ठ शीर्ष से सम्मुख भुजा पर डाला गया लम्ब सम्मुख भुजा को समद्विभाजित करता है।

अर्थात्

$$\Delta ABC \text{ में } AD \perp BC$$

$$\therefore BD = DC$$

$$BD = \frac{BC}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ सेमी.}$$

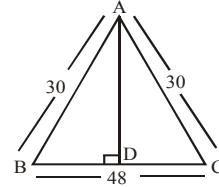
ΔABD में—

$$AD^2 = (AB)^2 - (BD)^2$$

$$= (30)^2 - (24)^2$$

$$= 900 - 576 = 324$$

$$AD = \sqrt{324} = 18 \text{ सेमी.}$$

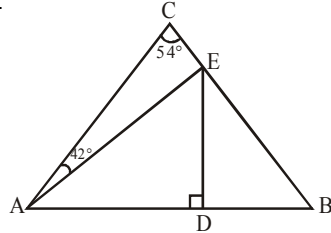


27. त्रिभुज ABC में, $\angle C = 54^\circ$ है, बिंदु D से AB का समद्विभाजक लंब BC को बिंदु E पर मिलता है। यदि $\angle EAC = 42^\circ$ है, तो $\angle ABC$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?
- (a) 25 (b) 42
(c) 50 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—



दिया है $\angle ACB = 54^\circ$

$$\angle EAC = 42^\circ$$

\therefore समद्विबाहु त्रिभुज में, समान भुजाओं से बने शीर्ष से सामने वाली भुजा पर डाला गया लम्ब, उस भुजा को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore AE = EB \quad (\because ED \perp AB \text{ तथा } AD = DB)$$

$$\angle AEB = \angle EAC + \angle ACE$$

$$= 42^\circ + 54^\circ = 96^\circ$$

ΔEAB में

$$\angle AEB + \angle EAB + \angle ABE = 180^\circ$$

$$96^\circ + 2\angle ABE = 180^\circ$$

$$2\angle ABE = 84^\circ$$

$$\angle ABE = 42^\circ$$

(\therefore समान भुजाओं के सामने का कोण समान होता है।)

$$\text{अतः } \angle ABC = 42^\circ$$

Trick—

दिया है- $ED \perp AB$ तथा $AD = BD$ (i)

समकोण ΔADE तथा समकोण ΔBDE में-

$$AD = DB \text{ (समी. (i) से)}$$

$$\angle ADE = \angle BDE \text{ (प्रत्येक समकोण है।)}$$

तथा $DE = DE$ (उभयनिष्ठ है।)

$$\therefore \Delta ADE \cong \Delta BDE \text{ (भुजा, कोण, भुजा प्रमेय से)}$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DBE \text{(ii)}$$

$\angle ACE$ में-

$$\angle AEB = \angle EAC + \angle ECA$$

(किसी त्रिभुज का बहिष्कोण अपने सुदूर दो अन्तःकोण के योग के बराबर होता है।)

$$\angle AEB = 42^\circ + 54^\circ$$

$$\angle AEB = 96^\circ \text{(iii)}$$

$\angle ABE$ में-

$$\angle AEB + \angle EAB + \angle EBA = 180^\circ$$

$$\angle ABC + \angle ABC = 180^\circ - 96^\circ \text{ (समी. (ii) से)}$$

$$(\therefore \angle ABC = \angle EAB \text{ तथा } \angle AEB = \angle ABC)$$

$$2\angle ABC = 84^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 42^\circ$$

28. एक समद्विबाहु त्रिभुज DEF में, $\angle D = 110^\circ$ है। यदि I त्रिभुज का अन्तःकेंद्र है, तो $\angle EIF$ का मान (डिग्री में) क्या है?

(a) 110

(b) 130

(c) 145

(d) 155

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

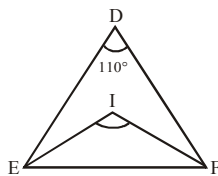
व्याख्या—

किसी त्रिभुज के दो कोणों के समद्विभाजक द्वारा बनाया गया कोण समकोण और तीसरे कोण के आधा के बराबर होता है।

$$\therefore \angle EIF = 90^\circ + \frac{\angle D}{2}$$

$$= 90^\circ + \frac{110^\circ}{2}$$

$$= 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ$$



29. एक समबाहु त्रिभुज के अंतःत्रिज्या तथा बाह्य त्रिज्या का अनुपात क्या होगा?

(a) 1 : 2

(b) 1 : 3

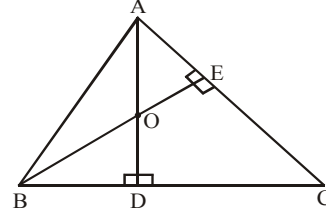
(c) 1 : 4

(d) 3 : 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज ABC में



$$\therefore OA : OD = 2 : 1$$

$$OD : OA = 1 : 2$$

$$\text{अंतःत्रिज्या} : \text{बाह्य त्रिज्या} = 1 : 2$$

Trick—

माना समबाहु ΔABC में

$$AB = BC = CA = a$$

$$\therefore \text{बाह्य त्रिज्या (R)} = \frac{abc}{4\Delta}$$

(जहां a, b, c त्रिभुज के भुजाओं की लंबाई c तथा Δ त्रिभुज का क्षेत्रफल है।)

$$\therefore \text{बाह्य त्रिज्या (R)} = \frac{a^3}{4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{तथा अंतःत्रिज्या (r)} = \frac{\Delta}{S} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2}{\frac{3a}{2}} \Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow r : R = 1 : 2$$

30. ΔABC में $\angle P : \angle Q : \angle R = 1 : 3 : 5$ है। $\angle R - \angle P$ का मान (डिग्री में) क्या है?

(a) 30

(b) 80

(c) 45

(d) 60

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना दिए गए त्रिभुज में

$$\angle P = x, \angle Q = 3x \text{ तथा } \angle R = 5x \text{ हैं।}$$

$$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + 3x + 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\therefore \angle P = 20^\circ \text{ तथा } \angle R = 100^\circ$$

$$\therefore \angle R - \angle P = 100^\circ - 20^\circ = 80^\circ$$

Trick-

दिए गए त्रिभुज में

$$\angle P : \angle Q : \angle R = 1 : 3 : 5$$

$$\therefore \angle P = \frac{1}{9} \times 180^\circ = 20^\circ$$

$$\text{तथा } \angle R = \frac{5}{9} \times 180^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle R - \angle P = 100^\circ - 20^\circ \Rightarrow 80^\circ$$

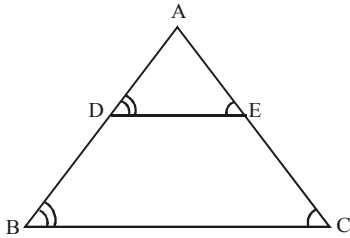
31. $\triangle ABC$ में, भुजा BC के समानांतर एक रेखा, भुजा AB तथा AC को क्रमशः बिंदु D तथा E पर काटती है तथा बिंदु D भुजा AB को 1 : 4 के अनुपात में बांटती है। यदि $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल 200 सेमी.² है, तो चतुर्भुज DECB का क्षेत्रफल (सेमी.² में) कितना होगा?

- (a) 192 (b) 50
(c) 120 (d) 96

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{5}$



$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$$

(\therefore समांतर Δ के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है)

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{200} = \frac{1^2}{5^2}$$

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = 8 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{चतुर्भुज DECB का क्षेत्रफल} = 200 - 8 = 192 \text{ सेमी.}^2$$

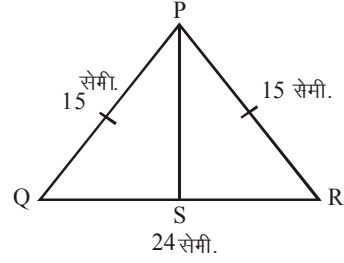
32. PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें PQ = PR = 15 सेमी. तथा QR = 24 सेमी. है। PS आधार QR का लंब द्विभाजक है। PS का मान (सेमी. में) क्या है?

- (a) 18 (b) 6
(c) 12 (d) 9

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



\therefore PS आधार QR का लंब द्विभाजक है।

अर्थात् P से खींचा गया लंब सम्मुख भुजा QR को दो बराबर भागों में विभाजित करेगा।

$$\therefore QS = SR = 12 \text{ सेमी.}$$

समकोण $\triangle PQS$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$$PQ^2 = PS^2 + QS^2$$

$$(15)^2 = PS^2 + (12)^2$$

$$PS^2 = 225 - 144 = 81$$

$$\therefore PS = 9 \text{ सेमी.}$$

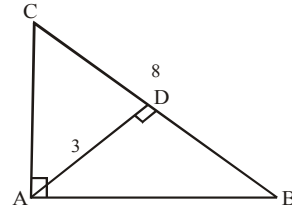
33. ABC एक त्रिभुज है, जो A पर समकोण है तथा एक लंब AD को कर्ण BC पर डाला जाता है। यदि BC = 8 तथा AD = 3 हो, तो $AB \times AC$ का मान क्या है?

- (a) 12 (b) 24
(c) 32 (d) 36

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है (BC = 8 यूनिट तथा लंब AD = 3 यूनिट)



$$\text{समकोण } \triangle BAC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$\frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$AB \times AC = 8 \times 3 = 24 \text{ यूनिट}^2$$

34. यदि PA, त्रिभुज PQR की माध्यिका तथा G केंद्रक हो, तो $(PA + GA) : (PG - GA)$ का अनुपात क्या है?

- (a) 4 : 1 (b) 3 : 1
(c) 2 : 1 (d) 3 : 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार, चित्र बनाने पर—

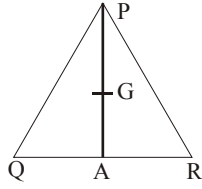
हम जानते हैं कि त्रिभुज का केंद्र बिंदु माधिका को 2 : 1 के अनुपात में अंतःविभाजित करता है।

$$\text{अर्थात् } \frac{PG}{GA} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore PG = 2K \text{ तथा } GA = K$$

$$\therefore \left(\frac{PA + GA}{PG - GA} \right) = \left(\frac{3K + K}{2K - K} \right)$$

$$= \frac{4K}{K} = \frac{4}{1}$$



35. ΔPQR में, PD एक माधिका तथा G केंद्रक है। यदि $PG = 24$ सेमी. हो, तो PD की लंबाई (सेमी. में) क्या है?

- (a) 48 (b) 36
(c) 60 (d) 72

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रमेय से,

$$\frac{PG}{GD} = \frac{2}{1}$$

$$PG = 2K$$

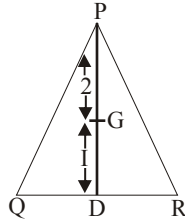
$$\text{तथा } GD = K$$

$$2K = 24 \Rightarrow K = 12$$

$$\therefore GD = K = 12$$

$$\therefore PD = PG + GD$$

$$= 24 + 12 = 36 \text{ सेमी.}$$



36. ΔABC में, $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 4 : 1$ है। $\angle B + \angle C$ का मान (डिग्री में) क्या है?

- (a) 50 (b) 70
(c) 90 (d) 100

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $\angle A, \angle B$ तथा $\angle C$ का मान क्रमशः

$$5x, 4x \text{ तथा } x \text{ है।}$$

$$\text{अतः } 5x + 4x + x = 180^\circ$$

$$10x = 180^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B + \angle C = 4x + x = 5x$$

$$= 5 \times 18^\circ = 90^\circ$$

37. ΔPQR में, $PQ = PR$ है तथा $\angle QPR$ का मान R के बाह्य कोण का आधा है। $\angle QPR$ का मान (डिग्री में) क्या है?

- (a) 30 (b) 45
(c) 60 (d) 75

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना R के बाह्य कोण का मान x° है।

\therefore दिया है, $PQ = PR$

$$\therefore \angle PQR = \angle PRQ$$

$$= (180^\circ - x^\circ)$$

(बराबर भुजा के सामने का कोण बराबर होता है)

ΔPQR से—

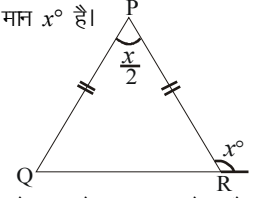
$$\angle Q + \angle P + \angle R = 180^\circ$$

$$(180^\circ - x) + \frac{x}{2} + (180^\circ - x) = 180^\circ$$

$$\frac{3x}{2} = 180^\circ$$

$$\frac{x}{2} = 60^\circ$$

अतः $\angle QPR$ का मान 60° होगा।



38. ΔABC में आंतरिक द्विभाजक $\angle B$ और $\angle C$ बिंदु O पर मिलते हैं। यदि $\angle A = 80^\circ$ है, तो $\angle BOC$ कितने अंश का होगा?

- (a) 130° (b) 120°
(c) 100° (d) 140°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔABC में

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\angle ABC + \angle BCA = 180^\circ - 80^\circ$$

$$\angle ABC + \angle BCA = 100^\circ$$

$\therefore \angle B$ और $\angle C$ का आंतरिक द्विभाजक O पर मिलते हैं, तो

$$\angle OBC = \frac{\angle ABC}{2} \text{ या } \angle ABC = 2\angle OBC$$

$$\text{तथा } \angle BCO = \frac{\angle BCA}{2} \text{ या } \angle BCA = 2\angle BCO$$

$$\therefore 2\angle OBC + 2\angle BCO = 100^\circ$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{100^\circ}{2}$$

$$\angle OBC + \angle BCO = \frac{100^\circ}{2}$$

\therefore त्रिभुज OBC में

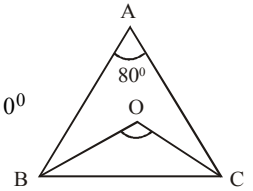
$$\angle OBC + \angle BCO = 50^\circ \dots\dots(i)$$

$$\angle OBC + \angle BCO + \angle BOC = 180^\circ$$

$$50^\circ + \angle BOC = 180^\circ \text{ (समी. (i) से)}$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 50^\circ$$

$$= 130^\circ$$

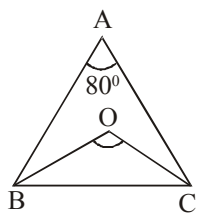


Trick—

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$$

$$= 90^\circ + \frac{80^\circ}{2}$$

$$= 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$



Trick—

माना $\angle OBA = 0^\circ$

$$\therefore \angle OBC = 0^\circ$$

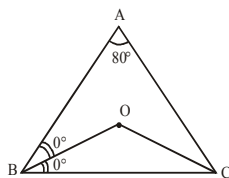
$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (80^\circ + 0^\circ)$$

$$\angle ACB = 100^\circ$$

$$\therefore \angle OCB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 0^\circ)$$

$$\text{अतः } \angle BOC = 130^\circ$$



39. यदि एक त्रिभुज के दो कोण $30^\circ 45' 15''$ और $28^\circ 14' 45''$ हैं तो रेडियन में तीसरा कोण है—

(a) $\frac{\pi^c}{2}$

(b) $\frac{3\pi^c}{10}$

(c) $\frac{2\pi^c}{3}$

(d) $\frac{3\pi^c}{5}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10 +2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $\triangle ABC$ का कोण $\angle A = 30^\circ 45' 15''$ है।

तथा $\angle B = 28^\circ 14' 45''$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore 30^\circ 45' 15'' + 28^\circ 14' 45'' + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (30^\circ 45' 15'' + 28^\circ 14' 45'')$$

$$\angle C = 180^\circ - (59^\circ) = 121^\circ$$

$$\therefore \angle C \text{ का मान रेडियन में } = \frac{121}{180} \times \pi^c$$

$$= \frac{2\pi^c}{3} \text{ (लगभग)}$$

यह मान विकल्प (c) के निकट है।

40. यदि दो कोणों का योग और अंतर क्रमशः $\frac{22}{9}$ रेडियन और

36° है और यदि π का मान $\frac{22}{7}$ का मान लें, तो अपेक्षाकृत लघु

कोण का डिग्री में मान है—

(a) 52°

(b) 56°

(c) 60°

(d) 40°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कोण α तथा β हैं।

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{22}{9} \text{ रेडियन}$$

$$\alpha + \beta = \frac{22}{9} \times \frac{180^\circ}{\pi} \Rightarrow \frac{22}{9} \times \frac{180^\circ}{\frac{22}{7}}$$

$$= \frac{22}{9} \times \frac{180^\circ \times 7}{22}$$

$$\alpha + \beta = 140^\circ \dots (i)$$

$$\alpha - \beta = 36^\circ \dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$2\alpha = 140^\circ + 36^\circ$$

$$2\alpha = 176^\circ$$

$$\alpha = 88^\circ$$

α का मान समी. (i) में रखने पर

$$88^\circ + \beta = 140^\circ$$

$$\beta = 140^\circ - 88^\circ = 52^\circ$$

41. यदि किसी त्रिभुज के कोण 2 : 3 : 4 के अनुपात में हों, तो सबसे बड़े कोण और न्यूनतम कोण के माप का अंतर क्या होगा?

(a) 20°

(b) 30°

(c) 40°

(d) 50°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि त्रिभुज के कोण $2x, 3x$ तथा $4x$ हैं।

$$\therefore \text{सबसे बड़ा कोण} = \frac{4}{9} \times 180^\circ$$

$$\text{तथा सबसे छोटा कोण} = \frac{2}{9} \times 180^\circ$$

$$\therefore \text{प्रश्नानुसार, } \frac{4}{9} \times 180^\circ - \frac{2}{9} \times 180^\circ = \frac{2}{9} \times 80^\circ = 40^\circ$$

Trick—

माना $\triangle ABC$ के तीनों कोण क्रमशः $2x, 3x$ एवं $4x$ हैं।

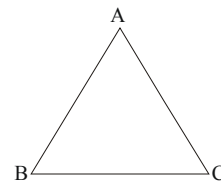
प्रश्नानुसार

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(\because किसी \triangle के तीनों अंतःकोणों का योगफल 180° होता है)

$$\text{या } 2x + 3x + 4x = 180^\circ$$

$$\text{या } 9x = 180^\circ \text{ या } x = 20^\circ$$



$$\therefore \text{सबसे बड़ा कोण} = 4x = 4 \times 20^\circ = 80^\circ$$

$$\text{सबसे छोटा कोण} = 2x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \text{अंतर} = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

42. एक त्रिभुज के तीन कोणों का संभावित मान क्या होगा?

- (a) $33^\circ, 42^\circ, 115^\circ$ (b) $40^\circ, 70^\circ, 80^\circ$
(c) $30^\circ, 60^\circ, 100^\circ$ (d) $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—दिए विकल्पों में विकल्प (d) के सभी कोणों का योग 180° ($50^\circ + 60^\circ + 70^\circ$) है। अतः यह सही विकल्प होगा। क्योंकि त्रिभुज के तीनों अंतःकोणों का योग 180° होता है।

43. उस कोण की माप क्या है जिसका संपूरक इसके पूरक के तीन गुना जितना बड़ा है?

- (a) 30° (b) 60° (c) 75° (d) 45°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—माना कोण का माप $= x^\circ$
 \therefore कोण का संपूरक कोण $= 180^\circ - x^\circ$
 तथा कोण का पूरक कोण $= 90^\circ - x^\circ$
 \therefore प्रश्नानुसार
 $(180^\circ - x^\circ) = (90^\circ - x^\circ) \times 3$
 $180^\circ - x^\circ = 270^\circ - 3x^\circ$
 $\therefore 3x^\circ - x^\circ = 270^\circ - 180^\circ$
 $2x^\circ = 90^\circ$
 $x^\circ = 45^\circ$

44. यदि कोण $(5y + 62^\circ)$ और $(22^\circ + y)$ संपूरक हों, तो y का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 16° (b) 32° (c) 8° (d) 1°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore दो संपूरक कोणों का योग 180° होता है।
 $\therefore (5y + 62^\circ) + (22^\circ + y) = 180^\circ$
 या $6y + 84^\circ = 180^\circ$
 या $6y = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$
 या $y = \frac{96^\circ}{6} = 16^\circ$

45. यदि दो संपूरक कोणों में 44° का अंतर है, तो उनमें से एक कोण है—
 (a) 102° (b) 72° (c) 65° (d) 68°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—माना दो कोण x तथा y हैं। जो एक-दूसरे के संपूरक हैं।
 अर्थात् $x + y = 180^\circ$ (i)
 तथा प्रश्न से $x - y = 44^\circ$ (ii)
 समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर
 $2x = 180^\circ + 44^\circ$
 $2x = 224^\circ$
 $x = \frac{224^\circ}{2} = 112^\circ$
 x का मान समी. (i) में रखने पर
 $112^\circ + y = 180^\circ$
 $y = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$

46. यदि किसी समबाहु त्रिभुज के भीतर किसी बिंदु से त्रिभुज की भुजाओं पर लंबों की लंबाई क्रमशः 5 सेमी., 10 सेमी. और 15 सेमी. है तो त्रिभुज की ऊंचाई है—

- (a) 10 सेमी. (b) 30 सेमी.
(c) 40 सेमी. (d) 20 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज के भीतर स्थित किसी बिंदु से डाले गए लंब की लंबाई क्रमशः P_1, P_2, P_3 हो, तो समबाहु त्रिभुज की भुजा $= \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$ (सूत्र)
 \therefore त्रिभुज की भुजा (a) $= \frac{2}{\sqrt{3}} (5 + 10 + 15)$
 (जहाँ $P_1 = 5$ सेमी., $P_2 = 10$ सेमी. तथा $P_3 = 15$ सेमी.)
 $\therefore a = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 30 = 20\sqrt{3}$
 \therefore समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई $= \frac{\sqrt{3}}{2} a$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\sqrt{3} = 30$ सेमी.

47. एक समभुज त्रिभुज के माध्यिका की लंबाई $12\sqrt{3}$ सेमी. है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना है?

- (a) 144 सेमी.² (b) $288\sqrt{3}$ सेमी.²
(c) $144\sqrt{3}$ सेमी.² (d) 288 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— \therefore समबाहु त्रिभुज के माध्यिका की ऊंचाई $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\text{भुजा})$
 $\therefore 12\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ भुजा}$
 $\therefore \text{भुजा} = 24$ सेमी.
 \therefore समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$
 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 24 \times 24 = 144\sqrt{3}$ सेमी.²

48. एक त्रिभुज की भुजाएं 16 सेमी., 12 सेमी. और 20 सेमी. हैं। क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (a) 64 सेमी.² (b) 112 सेमी.²
(c) 96 सेमी.² (d) 81 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज की भुजाएं a, b, c हैं।

$$\therefore S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{16+12+20}{2}$$

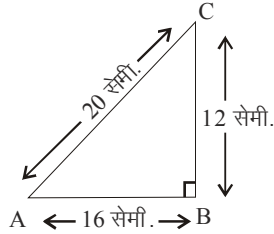
(जहां $a = 16$ सेमी., $b = 12$ सेमी. तथा $c = 20$ सेमी.)
 $\therefore s = 24$

$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ (सूत्र)} \\ &= \sqrt{24(24-16)(24-12)(24-20)} \\ &= \sqrt{24 \times 8 \times 12 \times 4} \\ &= \sqrt{24 \times 96 \times 4} \\ &= \sqrt{96 \times 96} = 96 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} \therefore 20^2 &= 16^2 + 12^2 \\ 400 &= 256 + 144 \\ 400 &= 400 \end{aligned}$$

यदि त्रिभुज की दो भुजाओं के वर्गों का योग तीसरी भुजा के वर्ग के बराबर हो, तो त्रिभुज समकोण त्रिभुज होता है।



$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लंब} \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

49. किसी त्रिभुज में तीनों ऊर्ध्वों से केंद्रक की दूरी क्रमशः 4 सेमी., 6 सेमी. और 8 सेमी. है। सबसे छोटी माध्यिका की लंबाई ज्ञात कीजिए?

- (a) 8 (b) 7
(c) 6 (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—माना G त्रिभुज का केंद्र है।

दिया है- $AG = 4$ सेमी.

$BG = 6$ सेमी.

$CG = 8$ सेमी.

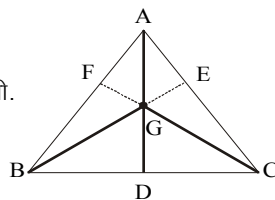
\therefore त्रिभुज की माध्यिका $AG : GD = 2 : 1$

$BG : GE = 2 : 1$

तथा $CG : GF = 2 : 1$

$$\therefore AG + GD = 4 + \frac{4}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$BG + GE = 6 + \frac{6}{2} = 9 \text{ सेमी.}$$



$$CG + GF = 8 + \frac{8}{2} = 12 \text{ सेमी.}$$

\therefore सबसे छोटी माध्यिका = 6 सेमी.

50. नीचे दिए गए माप के समूहों में से कौन-सा विकल्प किसी त्रिभुज की भुजाएं बन सकता है?

- (a) 9 सेमी., 6 सेमी., 2 सेमी.
(b) 11 सेमी., 3 सेमी., 12 सेमी.
(c) 3 सेमी., 5 सेमी., 8 सेमी.
(d) 5 सेमी., 7 सेमी., 13 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—तीन रेखाओं से त्रिभुज बनाने के लिए आवश्यक है कि दो छोटी रेखाओं की लंबाइयों का योग तीसरी भुजा की लंबाई से बड़ी तथा उनका अंतर तीसरी भुजा से छोटी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार विकल्प (c) से $11 + 3 > 12$ तथा $11 - 3 < 12$ य $8 < 12$

51. एक त्रिभुज में, उसके केंद्रक से शीर्षों की दूरी क्रमशः 4 सेमी., 6 सेमी. तथा 8 सेमी. है। तदनुसार उसकी माध्यिकाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 16 सेमी., 4 सेमी., 18 सेमी.
(b) 4 सेमी., 6 सेमी., 8 सेमी.
(c) 6 सेमी., 9 सेमी., 12 सेमी.
(d) 20 सेमी., 21 सेमी., 25 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10 +2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज का केंद्रक G है।

दिया है $AG = 4$ सेमी., $BG = 6$ सेमी., $CG = 8$ सेमी.

\therefore त्रिभुज की माध्यिका $AG : GD = 2 : 1$

$BG : GE = 2 : 1$

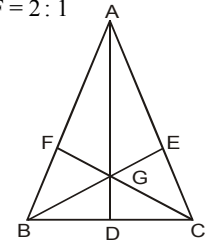
$CG : GF = 2 : 1$

$$\therefore AG + GD = 4 + \frac{4}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$BG + GE = 6 + \frac{6}{2} = 9 \text{ सेमी.}$$

$$CG + GF = 8 + \frac{8}{2} = 12 \text{ सेमी.}$$

अतः त्रिभुज की माध्यिकाएं क्रमशः 6 सेमी., 9 सेमी. तथा 12 सेमी. हैं।



52. ABC त्रिभुज में $AB = 8$ सेमी., $AC = 10$ सेमी. और $\angle B = 90^\circ$, तो ΔABC का क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a) 49 सेमी.² (b) 36 सेमी.²
(c) 25 सेमी.² (d) 24 सेमी.²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या-प्रश्नानुसार

AB = 8 सेमी.

AC = 10 सेमी.

$\angle B = 90^\circ$

$\therefore \angle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore CA^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{या } BC^2 = CA^2 - AB^2$$

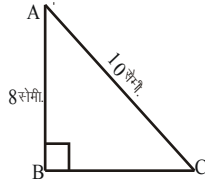
$$= 10^2 - 8^2$$

$$\text{या } BC^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\therefore BC = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BC \times AB$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ सेमी.}^2$$



Trick-

समकोण ΔABC में

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A \text{ (सूत्र)}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sqrt{1 - \cos^2 A}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sqrt{1 - \left(\frac{8}{10}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{100 - 64}}{10}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{6}{10}$$

$$= 4 \times 6 = 24 \text{ सेमी.}^2$$

53. ΔABC में, ऊँचाई CD, AB को D पर काटती है। AB और BC के मध्य बिंदु क्रमशः P और Q हैं। यदि AD = 8 सेमी. और CD = 6 सेमी. हो, तो PQ की लंबाई क्या है?

(a) 3 सेमी. (b) 7 सेमी. (c) 9 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पली)

उत्तर-(d)

व्याख्या- दिया है, AD = 8 सेमी.

DC = 6 सेमी.

ΔADC में

$$AC^2 = (AD)^2 + (DC)^2$$

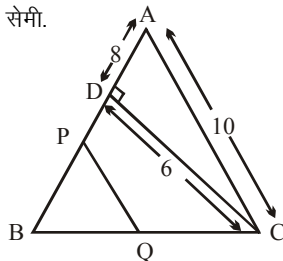
$$AC = \sqrt{(AD)^2 + (DC)^2}$$

$$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$AC = 10$$

$\therefore AC \parallel PQ$ तथा P और Q, भुजा AB और BC के मध्य बिंदु हैं।



$$\therefore PQ = \frac{1}{2} AC$$

$$PQ = \frac{1}{2} \times 10$$

$$PQ = 5 \text{ सेमी.}$$

54. G, ΔABC का केंद्रक है। माध्यक AD और BE एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि AD और BE की लंबाई क्रमशः 9 सेमी. और 12 सेमी. है, तो AB की लंबाई (सेमी. में) कितनी है?

(a) 10 (b) 10.5 (c) 11 (d) 9.5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर-(a)

व्याख्या- G, ΔABC का केंद्रक है।

$\therefore G, \Delta ABC$ की माधिकाओं का प्रतिच्छेद बिंदु है।

\therefore माधिकाओं का प्रतिच्छेद बिंदु माधिका को 2: 1 के अनुपात में विभाजित करती है।

$$\therefore AG = \frac{2}{3} AD$$

$$= \frac{2}{3} \times 9 = 6 \text{ सेमी.}$$

$$BG = \frac{2}{3} BE$$

$$= \frac{2}{3} \times 12$$

$$= 2 \times 4 = 8 \text{ सेमी.}$$

\therefore त्रिभुज AGB समकोण त्रिभुज होगा। ($\therefore AD \perp BE$)

प्रश्नानुसार

\therefore समकोण त्रिभुज AGB में

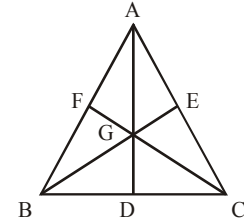
$$AG^2 + BG^2 = AB^2$$

$$\therefore AB^2 = 8^2 + 6^2 \quad [\because AG = 6 \text{ सेमी.}, BG = 8 \text{ सेमी.}]$$

$$AB^2 = 64 + 36$$

$$AB^2 = 100$$

$$AB = 10 \text{ सेमी.}$$



55. यदि 96 सेमी.² क्षेत्रफल वाले ΔABC का केंद्रक O है और AD, BE तथा CF उसकी तीन माधिकाएं हैं, तो ΔBOD का क्षेत्रफल सेमी.² में कितना होगा?

(a) 8 (b) 12
(c) 16 (d) 24

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पली)

उत्तर-(c)

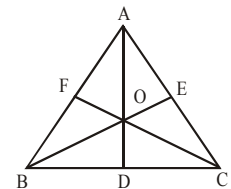
व्याख्या- $\therefore O$ माधिकाओं का

प्रतिच्छेदन बिंदु है, जिसे केंद्रक

कहा जाता है। यह केंद्रक, ΔABC

को 6 समान क्षेत्रफल

वाले त्रिभुजों में बांटता है।



दिया है, $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 96 सेमी.²

$$\therefore \triangle BOD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{6} \times \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{6} \times 96 = 16 \text{ सेमी.}^2$$

56. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 10.8 सेमी.² है। यदि $CP = PB$ और $2AQ = QB$ हो, तो त्रिभुज APQ का क्षेत्रफल कितना है?

- (a) 3.6 सेमी.² (b) 0.9 सेमी.²
(c) 2.7 सेमी.² (d) 1.8 सेमी.²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाती)

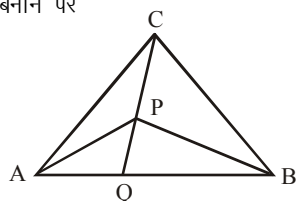
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

दिया है $CP = PB$ और

$$QB = 2AQ$$



तथा $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 10.8 सेमी.²

$$\text{चित्र से } \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{3} \times 10.8 = 3.6 \text{ सेमी.}^2$$

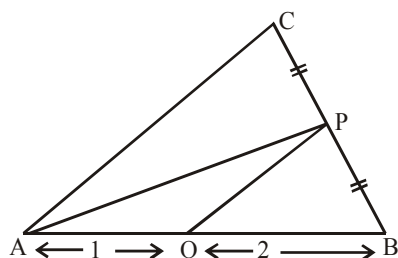
$$\therefore \triangle APQ \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3.6 = 1.8 \text{ सेमी.}^2$$

Trick—

माना $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 10.8 सेमी.²

चूंकि $CP = PB$ (दिया है)



$$\therefore \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$\text{या } \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 10.8 = 5.4 \text{ सेमी.}^2$$

बिंदु Q आधार AB को 1 : 2 के अनुपात में अंतः विभाजित करता है।

$$\therefore \triangle APQ \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{3} \times \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{3} \times 5.4 = 1.8 \text{ सेमी.}^2$$

57. जब एक त्रिभुज ABC की दो माध्यक BE और CF एक-दूसरे को G पर प्रतिच्छेद करती हैं और यदि $BG = CG$ एवं $\angle BGC = 60^\circ$, $BC = 8$ सेमी. है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है—

- (a) 48 सेमी.² (b) $96\sqrt{3}$ सेमी.²
(c) $64\sqrt{3}$ सेमी.² (d) $48\sqrt{3}$ सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

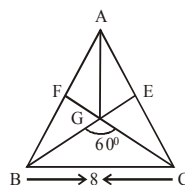
व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

यदि दो भुजा समान हों तथा उनके मध्य का कोण 60° हो, तो त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होता है।

$\therefore \triangle BGC$ समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \text{ समबाहु त्रिभुज BGC का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ भुजा}^2$$

($\because BG = GC$ तथा $\angle BGC = 60^\circ \therefore \triangle BGC$ एक समबाहु \triangle होगा)



$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2$$

$$= \frac{64 \times \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{ त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल} = 3 \times \triangle BGC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 3 \times 16\sqrt{3}$$

$$= 48\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$

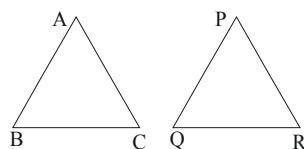
58. दो एक जैसे त्रिभुजों ABC और PQR की परिधियां क्रमशः 36 सेमी. और 24 सेमी. हैं। यदि $PQ = 10$ सेमी. है, तो AB की लंबाई बताइए?

- (a) 18 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 15 सेमी. (d) 30 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I -पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



$\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ की परिधियां 36 सेमी. एवं 24 सेमी. हैं तथा दोनों त्रिभुज समान (समरूप) हैं।

$$\therefore \frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle PQR \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{AB}{PQ} \right)^2$$

(\because दो समरूप त्रिभुजों की परिधियों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के अनुपात के बराबर होता है।)

$$\frac{36}{24} = \frac{AB}{10}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{AB}{10} \Rightarrow AB = \frac{10 \times 3}{2}$$

$$AB = 5 \times 3$$

$$AB = 15 \text{ सेमी.}$$

59. AD एक $\triangle ABC$ का माध्यक है। यदि O केंद्रक हो और AO = 10 सेमी. हो, तो OD की लंबाई क्या होगी?

- (a) 5 सेमी. (b) 20 सेमी.
(c) 10 सेमी. (d) 30 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

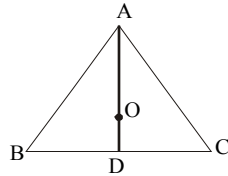
$\triangle ABC$ में AD माध्यिका और O केंद्रक है।

$$\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore OD = \frac{OA}{2}$$

परंतु OA = 10 सेमी.

$$\therefore OD = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$



60. BE और CF एक त्रिभुज ABC के दो शीर्षलंब हैं। यदि AB = 6 सेमी., AC = 5 सेमी. और CF = 4 सेमी., तो BE की लंबाई क्या होगी?

- (a) 4.8 सेमी. (b) 7.5 सेमी.
(c) 3.33 सेमी. (d) 5.5 सेमी.

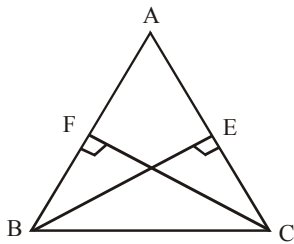
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

AB = 6 सेमी., AC = 5 सेमी. और CF = 4 सेमी.

माना BE और CF, $\triangle ABC$ के दो शीर्ष लंब हैं।



$\therefore \triangle CBA$ का क्षेत्रफल = $\triangle ACB$ का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} \times CF \times AB = \frac{1}{2} \times BE \times AC$$

$$\text{या } \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = \frac{1}{2} \times BE \times 5$$

$$\text{या } BE = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ सेमी.}$$

61. $\triangle ABC$ में, जो A पर समकोणीय है और जिसमें BC = 5 सेमी. है, दो माध्यिकाएं BL तथा CM हैं। तदनुसार, यदि

$BL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ सेमी. है, तो CM की लंबाई कितनी होगी?

- (a) $2\sqrt{5}$ सेमी. (b) $5\sqrt{2}$ सेमी.
(c) $10\sqrt{2}$ सेमी. (d) $4\sqrt{5}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore BL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ तथा BC = 5 cm.

$$\angle A = 90^\circ$$

BL तथा CM, $\triangle BAC$ की माध्यिकाएं हैं।

$$\therefore AL = LC = \frac{AC}{2} \text{ तथा } BM = AM = \frac{AB}{2}$$

समकोण $\triangle BAL$ में, $AB^2 + AL^2 = BL^2$

$$AB^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = BL^2 \text{ या } AB^2 + \frac{AC^2}{4} = BL^2 \dots\dots\dots (i)$$

समकोण $\triangle MAC$ में

$$CM^2 = AM^2 + AC^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + AC^2$$

$$= \frac{AB^2}{4} + AC^2 \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$BL^2 + CM^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4} + \frac{AB^2}{4} + AC^2$$

$$BL^2 + CM^2 = \frac{4AB^2 + AC^2 + AB^2 + 4AC^2}{4}$$

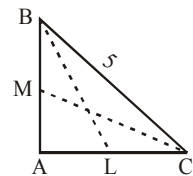
$$= \frac{5AB^2 + 5AC^2}{4} = \frac{5}{4}(AB^2 + AC^2) = \frac{5}{4}BC^2$$

$$(\because BC^2 = AB^2 + AC^2)$$

$$\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + CM^2 = \frac{5}{4} \times 5^2$$

$$CM^2 = \frac{125}{4} - \frac{45}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

$$\therefore CM = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ सेमी.}$$



Trick-

$$4[(BE)^2 + (CF)^2] = 5(BC)^2$$

∴ प्रश्नानुसार

$$BE = BL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$CF = CM$$

$$\therefore 4 \left[\left(\frac{3\sqrt{5}}{2} \right)^2 + (CM)^2 \right] = 5(5)^2$$

$$4 \left[\frac{45}{4} + (CM)^2 \right] = 125$$

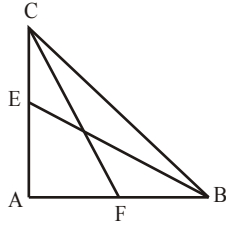
$$4(CM)^2 = 125 - 45$$

$$= 80$$

$$\text{या } (CM)^2 = 20$$

$$CM = \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5} \text{ सेमी.}$$



62. ΔABC के तीन माध्यक AD, BE और CF एक-दूसरे को G पर काटते हैं। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 36 सेमी.² हो, तो ΔCGE का क्षेत्रफल कितना है?

- (a) 12 सेमी.² (b) 6 सेमी.²
(c) 9 सेमी.² (d) 18 सेमी.²

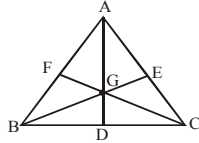
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- ∴ AD, BE तथा CF

ΔABC की तीन माध्यिकाएँ हैं,

जिसका केंद्रक G है।



$$\therefore \Delta CGE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{6} \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$\text{लेकिन } \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 36 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \Delta CGE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{6} \times 36 = 6 \text{ सेमी.}^2$$

63. एक त्रिभुज ABC की माध्यिकाएँ AD, BE तथा CF क्रमशः 18 सेमी., 24 सेमी. तथा 30 सेमी. लंबी हैं। तदनुसार, उस त्रिभुज का क्षेत्रफल कितने सेमी.² है?

- (a) 96 (b) 192 (c) 288 (d) 374

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर-(c)

व्याख्या- दिया है- $u = 18, v = 24, w = 30$

जहाँ u, v और w ΔABC की तीन माध्यिकाएँ हैं।

$$\therefore A = \frac{1}{3} \sqrt{2 \times (u^2 v^2 + v^2 w^2 + w^2 u^2) - (u^4 + v^4 + w^4)}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{2 \times (18^2 \times 24^2 + 24^2 \times 30^2 + 30^2 \times 18^2) - (18^4 + 24^4 + 30^4)}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{2 \times (186624 + 518400 + 291600) - (104976 + 331776 + 810000)}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{2 \times 996624 - 1246752} = \frac{1}{3} \sqrt{746496}$$

$$= \frac{1}{3} \times 864 = 288 \text{ सेमी.}^2$$

Trick-

माना त्रिभुज ABC की माध्यिकाएँ क्रमशः

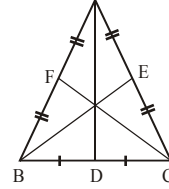
$$AD = U = 18 \text{ सेमी.}, BE = V = 24 \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा } CF = W = 30 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} \sqrt{s(s-u)(s-v)(s-w)}$$

$$\text{जहाँ } s = \frac{u+v+w}{2} \text{ (सूत्र)}$$

$$\therefore s = \frac{18+24+30}{2} = \frac{72}{2} = 36$$



$$\therefore \text{क्षेत्रफल (A)} = \frac{4}{3} \sqrt{36 \times (36-18) \times (36-24) \times (36-30)}$$

$$A = \frac{4}{3} \times \sqrt{36 \times 18 \times 12 \times 6}$$

$$= \frac{4}{3} \times 18 \times 12$$

$$= 4 \times 18 \times 4 = 16 \times 18$$

$$\therefore A = 288 \text{ सेमी.}^2$$

64. यदि ΔABC , $\angle A + \angle B = 75^\circ$, $\angle B + \angle C = 140^\circ$, तो $\angle B$ क्या होगा?

- (a) 40° (b) 35°
(c) 55° (d) 45°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- ΔABC में

प्रश्नानुसार

$$\angle A + \angle B = 75^\circ \quad \dots(i)$$

$$\angle B + \angle C = 140^\circ \quad \dots(ii)$$

समी. (i) में (ii) को जोड़ने पर

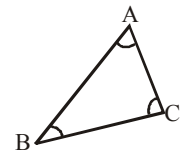
$$\angle A + 2\angle B + \angle C = 215^\circ \quad \dots(iii)$$

लेकिन

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \dots(iv)$$

समी. (iii) में से (iv) को घटाने पर

$$\angle B = 35^\circ$$



65. $\triangle ABC$ में, $\angle B = 60^\circ$ और $\angle C = 40^\circ$, AD और AE क्रमशः $\angle A$ के द्विभाजक और BC पर लंब हैं। $\angle EAD$ का मान क्या है?
 (a) 9° (b) 11°
 (c) 12° (d) 10°

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

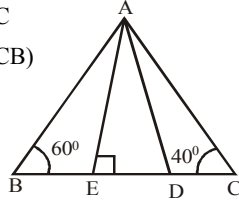
व्याख्या— $\triangle ABC$ में $\angle BAC$

$$= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ)$$

$$= 180^\circ - 100^\circ$$

$$= 80^\circ$$



AD, $\angle BAC$ का आंतरिक द्विभाजक है

$$\angle BAD = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\angle BAD = 40^\circ \text{ ----- (i)}$$

पुनः $\triangle BAE$ में

$$\angle BAE + \angle AEB + \angle ABE = 180^\circ$$

$$\angle BAE + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAE = 180^\circ - 150^\circ$$

$$= 30^\circ$$

चित्र से $\angle EAD = \angle BAD - \angle BAE$

$$= 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$$

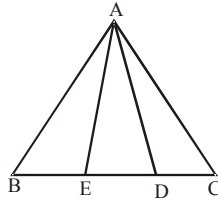
Trick—

किसी त्रिभुज में किसी शीर्ष सामने वाली भुजा पर लंब खींचे और उसी शीर्ष के कोण की अर्द्ध रेखा खींचे तो लंब और कोणअर्द्ध रेखा के बीच के कोण का मान त्रिभुज के अन्य दो कोणों के अंतर का आधा होता है।

$$\text{अतः } \angle EAD = \frac{\angle ABC - \angle ACB}{2}$$

$$= \frac{60^\circ - 40^\circ}{2}$$

$$= 10^\circ$$



66. $\triangle ABC$ का केंद्रक G है। यदि $AG = BC$, तो $\angle BGC$ है—
 (a) 90° (b) 30° (c) 60° (d) 120°

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

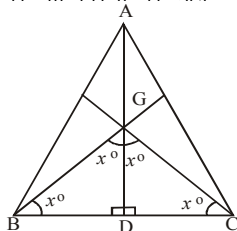
व्याख्या— माना त्रिभुज ABC की माधिकाओं का प्रतिच्छेद बिंदु (केंद्रक) G है।

प्रश्न से

$$AG = BC$$

$$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore AG = 2GD$$



$$\therefore BC = 2GD$$

$$\therefore GD = \frac{BC}{2}$$

$$\therefore GD = BD = DC$$

$\therefore \triangle BDG$ में

$$BD = GD$$

$$\therefore \angle GBD = \angle DGB \text{ (माना } \angle GBD = x^\circ \text{)}$$

$$\therefore \angle DGB = x^\circ$$

इसी प्रकार

$\triangle DCG$ में

$$\angle CGD = x^\circ$$

$$\therefore \angle BGC = x^\circ + x^\circ = 2x^\circ$$

$\therefore \triangle BCG$ में

$$x + x + 2x = 180^\circ$$

$$\therefore 4x = 180^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BGC = 2x$$

$$= 2 \times 45 = 90^\circ$$

67. माना समभुज त्रिभुज ABC का $AX \perp BC$, तो त्रिभुज के अंदर किसी बिंदु से $\triangle ABC$ की भुजाओं की लंब दूरियों का योग क्या होगा?

- (a) AX के बराबर (b) BC के बराबर
 (c) AX से अधिक (d) AX से कम

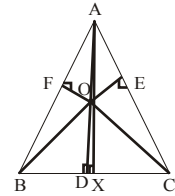
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना एक समभुज त्रिभुज ABC है तथा $AX \perp BC$ है।

माना समबाहु त्रिभुज की भुजा = a

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\text{तथा समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = AX$$

माना बिंदु O से भुजाओं पर लंब दूरियां क्रमशः OD, OE और OF हैं।

$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल + $\triangle AOC$ का क्षेत्रफल + $\triangle BOC$ का क्षेत्रफल.

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} OD \times BC + \frac{1}{2} OE \times AC + \frac{1}{2} OF \times AB$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} OD \times a + \frac{1}{2} OE \times a + \frac{1}{2} OF \times a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a}{2} (OD + OE + OF)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \times \frac{2}{a} = (OD + OE + OF)$$

$$\frac{\sqrt{3}a}{2} = \text{लंब दूरियों का योग}$$

$$\therefore AX = \text{लंब दूरियों का योग}$$

68. एक त्रिभुज ABC के AB और AC के मध्य बिंदु क्रमशः X और Y हैं। यदि $BC + XY = 12$ यूनिट, तो $BC - XY$ का मान क्या होगा?

- (a) 10 यूनिट (b) 8 यूनिट
(c) 6 यूनिट (d) 4 यूनिट

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर-(d)

व्याख्या-बिंदु X, Y भुजा AB तथा AC के मध्य बिंदु हैं।

$$\therefore XY \parallel BC$$

$$\text{तथा } XY = \frac{BC}{2} \quad \dots(i)$$

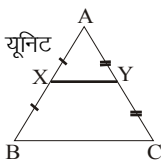
(चूंकि किसी भी त्रिभुज के दो भुजाओं के मध्य बिंदु मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर तथा लंबाई में उसकी आधी होती है) प्रश्नानुसार

$$XY + BC = 12 \text{ या } \frac{BC}{2} + BC = 12 \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } \frac{3}{2} BC = 12 \text{ या } BC = \frac{12 \times 2}{3} = 8 \text{ यूनिट}$$

$$\therefore XY = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ यूनिट}$$

$$\therefore BC - XY = 8 - 4 = 4 \text{ यूनिट}$$



69. यदि $\triangle ABC$ में $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$ और $AD = BD = 2$ सेमी. हो, तो CD की लंबाई क्या होगी?

- (a) 3 सेमी. (b) 3.5 सेमी.
(c) 5 सेमी. (d) 2 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

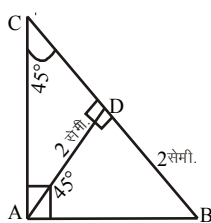
उत्तर-(d)

व्याख्या- $\triangle ACD$ में

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{या } CD = AD = 2 \text{ सेमी.}$$



Trick-

यदि समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष, कर्ण पर लंब डाला जाए तो इस लंब के दोनों ओर बने त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं और

$$AD^2 = CD \times DB$$

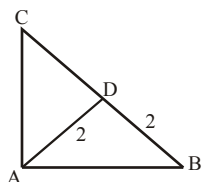
$$AC^2 = CD \times CB$$

$$AB^2 = BD \times BC$$

$$\therefore AD^2 = CD \times DB$$

$$(2)^2 = CD \times 2$$

$$CD = 2 \text{ सेमी.}$$



70. $\triangle ABC$ के AB और AC के मध्य बिंदु क्रमशः P और Q हैं। यदि $PQ = 6$ सेमी., तो भुजा BC कितनी होगी?

- (a) 10 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 8 सेमी. (d) 14 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या-प्रश्नानुसार

चित्र बनाने पर-

$$AP = PB = AB/2$$

$$\text{तथा } AQ = QC = AC/2$$

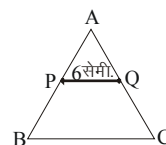
$$\therefore PQ \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC}$$

$$\text{या } \frac{AB/2}{AB} = \frac{AC/2}{AC} = \frac{6}{BC}$$

$$\text{या } \frac{1}{2} = \frac{6}{BC}$$

$$\text{या } BC = 12 \text{ सेमी.}$$



71. BD और CE त्रिभुज ABC के माध्यक हैं। यदि $EO = 7$ सेमी. हो, तो CE की लंबाई कितनी है?

- (a) 28 सेमी. (b) 14 सेमी.
(c) 21 सेमी. (d) 35 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या- $\triangle ABC$ में BD और CE माध्यिकाएं हैं तथा

$$EO = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{2}{1} \text{ [त्रिभुज का केंद्रक (O) त्रिभुज की माध्यिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करती है]}$$

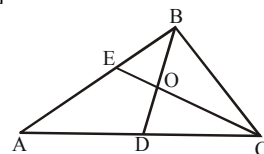
$$\therefore \frac{OC}{7} = 2$$

$$\text{या } OC = 2 \times 7$$

$$= 14 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore CE = OE + OC$$

$$= 7 + 14 = 21 \text{ सेमी.}$$



72. $\triangle PQR$ का अंतःकेंद्र O है यदि $\angle QPR = 50^\circ$ तो $\angle QOR$ का माप है-

- (a) 115° (b) 100°
(c) 130° (d) 125°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 14, 15

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2001, 13

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या—

$\therefore \Delta PQR$ में

$$\angle QPR = 50^\circ$$

$$\therefore \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ - \angle QPR$$

$$= 180^\circ - 50^\circ$$

$$= 130^\circ$$

$$\frac{\angle PQR + \angle PRQ}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

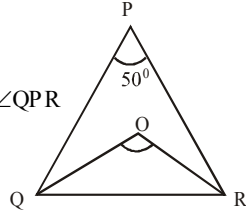
(\therefore त्रिभुज का अंतःकेंद्र आंतरिक कोणों के अर्द्धकोणों का प्रतिच्छेद बिंदु होता है।)

$\therefore \Delta OQR$ में

$$\angle QOR = 180^\circ - (\angle OQR + \angle ORQ)$$

$$= 180^\circ - \frac{\angle PQR + \angle PRQ}{2}$$

$$= 180^\circ - 65^\circ \Rightarrow 115^\circ$$



Trick—

ΔPQR में

O अन्तः केंद्र है।

अन्तः केंद्र $\angle Q$ और $\angle R$ के आंतरिक द्विविभाजक का प्रतिच्छेद बिंदु है।

$$\begin{aligned} \text{अतः } \angle QOR &= 90^\circ + \frac{\angle P}{2} \\ &= 90^\circ + \frac{50^\circ}{2} \\ &= 90^\circ + 25^\circ \\ &= 115^\circ \end{aligned}$$

73. ΔABC में $AB = BC = K$, $AC = \sqrt{2} K$ तो ΔABC क्या है ?

- (a) समद्विभुज त्रिभुज (b) समकोणीय त्रिभुज
(c) समभुज त्रिभुज (d) लंबसमद्विभुज त्रिभुज

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— ΔABC में $AB = BC = K$ तथा $AC = \sqrt{2} K$

$$\therefore AB^2 = K^2 = BC^2 \text{ तथा } AC^2 = 2K^2$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = K^2 + K^2$$

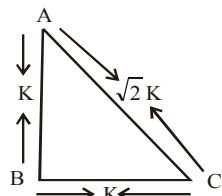
$$AB^2 + BC^2 = 2K^2$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

\therefore समकोण त्रिभुज में

लंब² + आधार² = कर्ण² तथा समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजाएं समान होती हैं।

अतः प्रश्न में दी गई जानकारी के आधार पर दिया गया त्रिभुज समकोण समद्विबाहु या लंब समद्विभुज त्रिभुज है।



74. यदि ΔABC के शीर्ष कोण $\angle A$ का बाहरी द्विभाजक आधार BC के समांतर है, तो ΔABC क्या है?

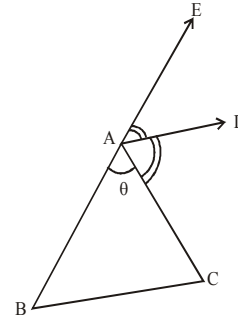
- (a) समकोणीय (b) समद्विभुज
(c) विषमबाहु (d) समभुज

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC जिसका $\angle A$ का बाह्य द्विभाजक AD है।

$\therefore AD, BC$ के समांतर है।



$\therefore \angle EAD = \angle ABC$ (संगत कोण हैं।)

\therefore माना $\angle BAC = \theta$

$$\therefore \angle CAE = 180^\circ - \theta$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DAE = \frac{\angle CAE}{2} \quad [\therefore AD, \angle CAE \text{ का द्विभाजक है}]$$

$$\begin{aligned} \angle CAD = \angle DAE &= \frac{180^\circ - \theta}{2} \\ &= \left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ABC = \left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right) = \angle DAE \quad [\therefore AD \parallel BC]$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ में, } \angle ACB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BAC)$$

$$= 180^\circ - \theta - \left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right) = 90^\circ - \frac{\theta}{2}$$

ΔABC में $\angle ABC$ तथा $\angle ACB$ का मान समान है। इसलिए उनके सामने की भुजा भी समान होगी। अतः त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज है।

75. ΔABC के $\angle B$ और $\angle C$ के आंतरिक द्विभाजक O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle A = 100^\circ$ है, तो $\angle BOC$ का माप है—

- (a) 140° (b) 110°
(c) 120° (d) 130°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

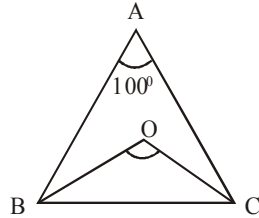
$$100^\circ + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 80^\circ$$

$$\therefore \frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{80^\circ}{2}$$

$$\frac{\angle B + \angle C}{2} = 40^\circ \dots\dots\dots(i)$$



पुनः ΔBOC में

$$\angle OBC + \angle BCO + \angle BOC = 180^\circ$$

$$40^\circ + \angle BOC = 180^\circ$$

$$\left(\therefore \angle OBC + \angle BCO = \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2} \right)$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 40^\circ$$

$$= 140^\circ$$

Trick—

ΔABC में

$\angle B$ तथा $\angle C$ का आंतरिक द्विभाजक बिंदु O पर मिलते हैं।
अन्तः केंद्र $\angle B$ और $\angle C$ के आंतरिक भाजक का प्रतिच्छेद बिंदु हैं।

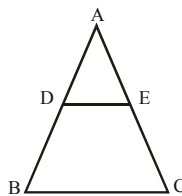
$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$

$$= 90^\circ + \frac{100^\circ}{2}$$

$$= 90^\circ + 50^\circ$$

$$= 140^\circ$$

76. चित्र में, $DE \parallel BC$, यदि $DE = 3$ सेमी., $BC = 6$ सेमी. और ΔADE का क्षेत्रफल 15 सेमी.² है, तो ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?



- (a) 75 सेमी.² (b) 45 सेमी.²
(c) 30 सेमी.² (d) 60 सेमी.²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—चित्र से स्पष्ट है कि ΔADE और ΔABC समरूप त्रिभुज हैं।

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{DE^2}{BC^2} = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{या } \frac{15}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{या } \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 60 \text{ सेमी.}^2$$

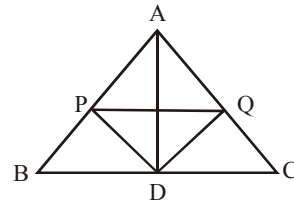
77. यदि एक समद्विभुज ΔABC में, AD, BC के D पर मिलने वाली विषम भुजा की माध्यिका है। $DP, \angle ADB$ का कोण द्विभाजक है और PQ, AC के Q पर मिलने वाली BC के समांतर खींची जाती है, तो $\angle PDQ$ का माप क्या होगा?

- (a) 130° (b) 90°
(c) 180° (d) 45°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— AD, BC की माध्यिका है अर्थात् $AD \perp BC$ और PD, AB की माध्यिका है। अर्थात् $PD \perp AB$



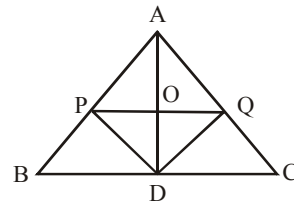
$$\therefore \angle PDB = 45^\circ = \angle QDC [\because PQ \parallel BC]$$

$$\therefore \angle PDQ = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

Trick—

$$\therefore PQ \parallel BC$$

$$\therefore \angle POD + \angle ODB = 180^\circ$$



(\therefore दो समांतर रेखाओं को एक तीर्थक रेखा काटे तो समांतर कोणों का योग 180° होता है)

$$\angle ODB = 180^\circ - 90^\circ (\because \angle POD = 90^\circ)$$

$$\text{या } \angle ODP = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

इसी प्रकार से

$$\angle ODQ = 45^\circ$$

$$\therefore \angle PDQ = \angle PDO + \angle ODQ$$

$$= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

78. ΔABC के $\angle B$ तथा $\angle C$ के बाह्य द्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं। तदनुसार, यदि $\angle BAC = 80^\circ$ हो, तो $\angle BPC$ कितना होगा?

- (a) 50° (b) 40°
(c) 80° (d) 100°

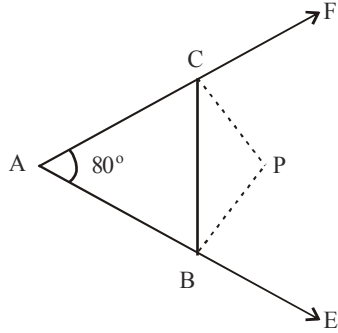
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—

ΔABC में,



$$\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \text{(i)}$$

($\because \angle BAC = 80^\circ$)

$$\angle CBE = 180^\circ - \angle ABC \quad (\because ABE \text{ एक रेखा है।})$$

इसी प्रकार

$$\angle BCF = 180^\circ - \angle BCA$$

प्रश्नानुसार,

ΔBPC में

$$\angle BCP + \angle CBP + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ - \frac{\angle BCA}{2} + 90^\circ - \frac{\angle ABC}{2} + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BPC = \frac{1}{2}(\angle BCA + \angle ABC) = \frac{1}{2} \times 100^\circ \text{ (समी. (i) से)}$$

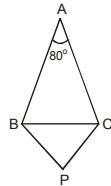
$$\therefore \angle BPC = 50^\circ$$

Trick—

चित्रानुसार

$$\angle BPC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$

$$= 90^\circ - \frac{80^\circ}{2} = 50^\circ$$



79. एक समद्विभुज त्रिभुज ABC में, $AB = AC$, $XY \parallel BC$, यदि $\angle A = 30^\circ$, तो $\angle BXY$ कितना होगा?

- (a) 75° (b) 30°
(c) 150° (d) 105°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I&II-पती)
उत्तर—(d)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है तथा $XY \parallel BC$

$$\angle A = 30^\circ$$

तथा $AB = AC$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

$\therefore \Delta ABC$ में

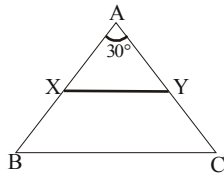
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore 30^\circ + \angle B + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = 75^\circ$$

$$\therefore \angle AXY = 75^\circ [\angle B = \angle X \text{ संगत कोण}]$$

$$\therefore \angle BXY = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$



80. यदि किसी ΔABC की भुजा BC को बिंदु D पर बढ़ा दिया जाए और अगर उसका $\angle ACD = 112^\circ$ $\angle B = \frac{3}{4} \angle A$ हो, तो $\angle B$ का मान बताइए?

- (a) 64° (b) 48°
(c) 46° (d) 50°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पती)
उत्तर—(b)

व्याख्या— $\because \angle ACD = 112^\circ$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 112^\circ$$

$$\text{या } \angle C = 68^\circ \text{(i)}$$

$$\angle B = \frac{3}{4} \angle A \text{ (दिया है)}$$

$$\angle A = \frac{4}{3} \angle B \text{(ii)}$$

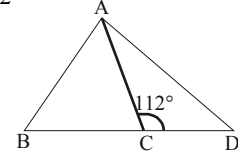
$\therefore \Delta ABC$ में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\frac{4}{3} \angle B + \angle B + 68^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \frac{7\angle B}{3} = 112^\circ$$

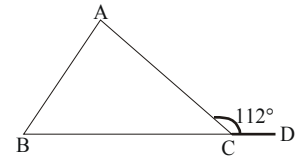
$$\therefore \angle B = \frac{3 \times 112}{7} = 48^\circ$$



Trick—

ΔABC में

$$\angle A + \angle B = \angle ACD$$



(\because किसी त्रिभुज के बहिष्कोण का मान सुदूर दो अंतःकोणों के योगफल के बराबर होता है)

$$\text{या } \frac{4}{3} \angle B + \angle B = 112^\circ$$

$$\left\{ \because \angle ACD = 112^\circ \text{ तथा } \angle A = \frac{4}{3} \angle B \right\}$$

$$\frac{7\angle B}{3} = 112^\circ \text{ या } \angle B = 48^\circ$$

81. यदि किसी त्रिकोण के कोणों की माप 1:2:3 के अनुपात में है और त्रिकोण की सबसे छोटी भुजा की लंबाई 10 सेमी. है, तो उसकी सबसे लंबी भुजा की लंबाई बताइए?

- (a) 20 सेमी. (b) 25 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 35 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पती)
उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि त्रिभुज के कोणों की माप $x, 2x$ तथा $3x$ है।

$$\therefore x + 2x + 3x = 180^\circ$$

$$\text{या } 6x = 180^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

∴ त्रिभुज के कोण 30° , 60° एवं 90° इससे स्पष्ट है कि त्रिभुज समकोण है।

माना कि यह त्रिभुज ABC है जिसका

$$\angle B = 90^\circ, \angle C = 30^\circ \text{ एवं}$$

$$\angle A = 60^\circ \text{ और } AB = 10 \text{ सेमी.}$$

∴ ΔABC में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

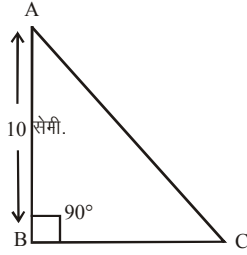
$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BC} \Rightarrow BC = 10\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore CA^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\begin{aligned} \therefore CA^2 &= 10^2 + (10\sqrt{3})^2 \\ &= 100 + 100 \times 3 = 100 + 300 \\ &= 400 \end{aligned}$$

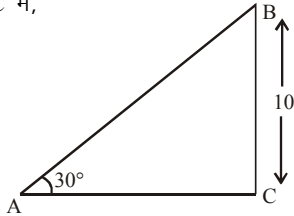
$$\therefore CA = \sqrt{400} = 20 \text{ सेमी.}$$

त्रिभुज ABC की सबसे बड़ी भुजा CA = 20 सेमी.



Trick—

माना ΔABC में,



$$\angle A = x, \angle B = 2x \text{ तथा } \angle C = 3x \text{ है।}$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$x + 2x + 3x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ \text{ तथा } \angle C = 90^\circ$$

∴ ΔABC एक समकोण है।

माना सबसे छोटी भुजा (BC) = 10 सेमी.

समकोण ΔACB में—

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{AB} \Rightarrow AB = 20 \text{ सेमी.}$$

82. ABC एक त्रिभुज है। आंतरिक कोण $\angle B$ और बाहरी कोण $\angle C$ के विभाजक बिंदु D पर काटते हैं। यदि $\angle BDC = 50^\circ$ तो $\angle A$ कितना होगा?

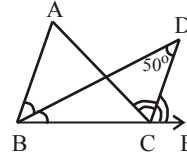
- (a) 100° (b) 90° (c) 120° (d) 60°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या—

ΔABC में



$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \dots\dots (i)$$

तथा ΔBCD में

$$\angle DBC + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\angle ABC}{2} + 90^\circ + \frac{\angle ACB}{2} + 50^\circ = 180^\circ$$

$$(\because \angle ABC = 2\angle DBC \text{ तथा } \angle ACE = 180^\circ - \angle ACB)$$

$$\Rightarrow \frac{(\angle ABC + \angle ACB)}{2} = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC + \angle ACB = 80^\circ \dots\dots (ii)$$

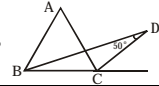
समी. (i) तथा समी. (ii) से,

$$\angle BAC = \angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

Trick—

ΔABC में, $\therefore \angle BDC = 50^\circ$

$$\therefore \angle BAC = 2 \times \angle BDC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$



83. एक रेलमार्ग का वक्र, एक वृत्त के अनुसार बनाना है। तदनुसार, यदि उस मार्ग की 40 मीटर की दूरी में मार्ग की दिशा में 25° का परिवर्तन करना हो तो उस वृत्त की त्रिज्या कितनी रखनी होगी?

- (a) 91.64 मीटर (b) 90.46 मीटर
(c) 89.64 मीटर (d) 93.64 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$25^\circ = \frac{40}{\text{त्रिज्या}}$$

$$25 \times \frac{\pi}{180} = \frac{40}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &= \frac{40 \times 7 \times 180}{25 \times 22} \\ &= \frac{50400}{550} = 91.63 \end{aligned}$$

$$= 91.64 \text{ मीटर (लगभग)}$$

84. एक अधिक कोणीय त्रिभुज ABC में A अधिक कोण है और O उसका लंब केंद्र है। तदनुसार, यदि $\angle BOC = 54^\circ$ हो तो $\angle BAC$ कितना होगा ?

- (a) 108° (b) 126°
(c) 136° (d) 116°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$$BE \perp AC$$

$$OD \perp BC$$

$$CO \perp BA$$

चतुर्भुज OEAF में

$$\angle O + \angle E + \angle A + \angle F = 360^\circ$$

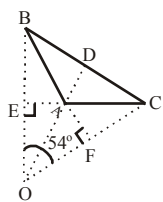
$$54^\circ + 90^\circ + \angle A + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\angle A = 360^\circ - 234^\circ$$

$$\angle A = 126^\circ$$

$$\angle EAF = \angle BAC \text{ (शिर्षाभिमुख कोण)}$$

$$126^\circ = \angle BAC$$



Trick—

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle BOC$$

$$= 180^\circ - 54^\circ$$

$$= 126^\circ$$

85. $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में यदि $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ और $\angle F = 50^\circ$, हो, तो—

(a) $\triangle ABC \sim \triangle FED$

(b) $\triangle ABC \sim \triangle DFE$

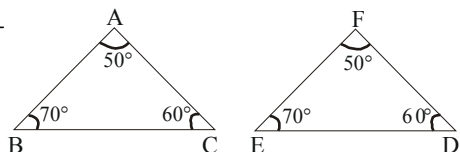
(c) $\triangle ABC \sim \triangle EDF$

(d) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—



$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle FED$$

अर्थात् $\triangle ABC$, $\triangle FED$ के समान हैं।

86. $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में, $AB = DE$ और $BC = EF$ । तो यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि—

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$, जब

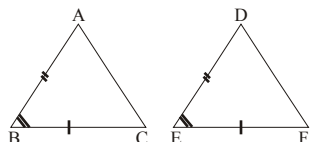
(a) $\angle BAC = \angle EDF$ (b) $\angle ACB = \angle EDF$

(c) $\angle ACB = \angle DFE$ (d) $\angle ABC = \angle DEF$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या—



$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ होगा}$$

जब एक त्रिभुज की दो भुजाएं तथा उनके बीच का कोण क्रमशः दूसरे त्रिभुज की दो भुजाएं और उनके बीच का कोण बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज भुजा - कोण - भुजा प्रमेय से सर्वांगसम होते हैं।

अतः चित्र से $\angle ABC = \angle DEF$ होगा।

87. $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है D, E क्रमशः AB और BC के मध्य बिंदु हैं, तो $\triangle ABC$ के क्षेत्रफल व समलंब ADEC के क्षेत्रफल अनुपात कितना होगा?

(a) 5 : 3

(b) 4 : 1

(c) 8 : 5

(d) 4 : 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I&II पली)

उत्तर—(d)

व्याख्या—माना कि समबाहु $\triangle ABC$ की भुजा की लंबाई a है।

$$\therefore AD = DB = BE = CE = a/2$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{तथा } \triangle DBE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore \text{समलंब चतुर्भुज ADEC का क्षेत्रफल}$$

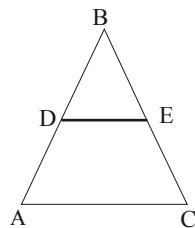
$$= \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} - \triangle DBE \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{a^2}{4}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3}{4} a^2$$

$$\therefore \frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{समलंब चतुर्भुज ADEC का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{4}{3} = 4 : 3$$



Trick—

यदि एक समबाहु $\triangle ABC$ में, D, E और F क्रमशः भुजा AB, AC और BC के मध्य बिंदु हो तो इन बिंदुओं को मिलाने से समान क्षेत्रफल वाले चार त्रिभुज बनते हैं।

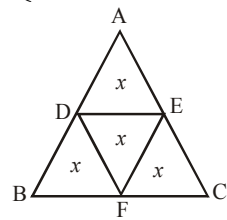
माना एक त्रिभुज का क्षेत्रफल = x

$$\therefore \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 4x$$

$$\text{और } \square BDEC \text{ का क्षेत्रफल} = 3x$$

$$\frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\square BDEC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{4x}{3x}$$

$$= 4 : 3$$



88. दो माध्यिकाएं BP और CQ, G पर प्रतिच्छेद करती हैं। $\triangle PGQ : \triangle ABC$ ज्ञात कीजिए।

(a) 3 : 4

(b) 1 : 6

(c) 1 : 12

(d) 1 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी(10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC की माध्यिका

BP तथा CQ है।

तथा बिंदु Q, P को मिलाया।

$$\therefore QP = \frac{BC}{2} \quad (\because \text{किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं}$$

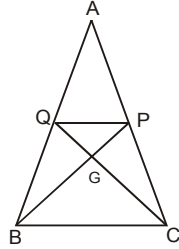
को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समान्तर तथा लंबाई में उसकी आधी होती है।)

$$\therefore \Delta PGQ \sim \Delta GBC$$

$$\therefore \frac{\Delta PGQ}{\Delta GBC} = \frac{QP^2}{BC^2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta PGQ &= \frac{1}{4} \Delta GBC \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \Delta ABC \\ &= \frac{1}{12} \Delta ABC \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta PGQ : \Delta ABC = 1 : 12$$



89. ABC एक त्रिभुज है जिसमें $\angle A = 90^\circ$ है, मान लें कि AC भुजा पर कोई P बिंदु है। यदि $BC = 10$ सेमी., $AC = 8$ सेमी. और $BP = 9$ सेमी. है, तो $AP =$

- (a) $3\sqrt{3}$ सेमी. (b) $2\sqrt{5}$ सेमी.
(c) $2\sqrt{3}$ सेमी. (d) $3\sqrt{5}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

समकोण ΔBAC में

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$10^2 = AB^2 + 8^2$$

$$AB^2 = 100 - 64$$

$$AB^2 = 36$$

$$AB = 6 \text{ सेमी.}$$

\therefore पुनः समकोण त्रिभुज BAP में

$$BP^2 = AB^2 + AP^2$$

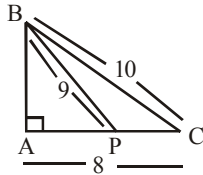
$$AP^2 = BP^2 - AB^2$$

$$= 9^2 - 6^2$$

$$= 81 - 36 = 45$$

$$AP = \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5} \text{ सेमी.}$$



90. किसी त्रिकोण की तीन भुजाएं 5 सेमी., 9 सेमी. और x सेमी. हैं। x का न्यूनतम पूर्ण मान बताइए?

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore तीन भुजाओं की लंबाइयों से त्रिभुज का निर्माण तभी संभव है, जब दो छोटी भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा हो।
विकल्पों से

(i) $2 + 5 < 9$

(ii) $3 + 5 < 9$

(iii) $4 + 5 = 9$

तथा (iv) $5 + 5 > 9$

\therefore विकल्प (d) अभीष्ट उत्तर होगा।

91. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है?

- (a) दो समान त्रिभुज सदा सर्वांगसम होते हैं।
(b) दो समान त्रिभुजों का क्षेत्रफल एक बराबर होता है।
(c) यदि दो त्रिभुजों की तदनुरूपी भुजाएं अनुपातिक हों, तो वे एक समान होंगे।
(d) दो बहुभुज एक समान होंगे यदि उनकी तदनुरूपी भुजाएं अनुपातिक हों।

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— दो त्रिभुजों को समान कहा जाता है। यदि दोनों त्रिभुजों की तदनुरूपी भुजाएं अनुपातिक हों।

92. ΔABC में, यदि $AD \perp BC$, तो $AB^2 + CD^2$ किसके बराबर होगा?

- (a) $2AC^2$ (b) $BD^2 + AC^2$
(c) $2BD^2$ (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— ΔADB समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots\dots\dots(i)$$

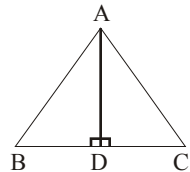
तथा ΔADC में

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$\text{या } CD^2 = AC^2 - AD^2 \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BD^2 + AC^2 - AD^2 = BD^2 + AC^2$$



93. ABC त्रिभुज में OB और OC क्रमशः $\angle B$ और $\angle C$ के द्विभाजक हैं। $\angle BAC = 60^\circ$ हो, तो $\angle BOC$ का मान क्या होगा?

- (a) 150° (b) 120°
(c) 100° (d) 90°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(b)

व्याख्या— ΔABC का केंद्रक O है।

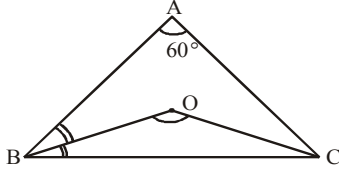
$$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$$

$$= 2 \times 60^\circ$$

$$= 120^\circ \text{ [समान चाप BC द्वारा केंद्र O पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दोगुना होता है]}$$

Trick-

रेखाखंड OB तथा OC क्रमशः $\angle B$ तथा $\angle C$ के द्विभाजक हैं।



$$\begin{aligned}\therefore \angle BOC &= 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2} \text{ (सूत्र)} \\ &= 90^\circ + \frac{60^\circ}{2} \text{ (}\because \angle BAC = 60^\circ, \text{ दिया है।)} \\ &= 90^\circ + 30^\circ \\ \therefore \angle BOC &= 120^\circ\end{aligned}$$

Trick-

ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore 60^\circ + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 120^\circ$$

$$\therefore \frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \quad \dots(i)$$

अब, ΔBOC में

$$\begin{aligned}\frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \angle BOC &= 180^\circ \\ \therefore \angle BOC &= 180^\circ - 60^\circ \text{ (समी. (i) से)} \\ \therefore \angle BOC &= 120^\circ\end{aligned}$$

94. ΔABC , ΔDEF के बराबर हैं। यदि समान भुजाओं का अनुपात $K : 1$ है, तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

- (a) $k^2 : 1$ (b) $2k : 1$
(c) $\frac{k^2}{2} : 1$ (d) $2k^2 : 1$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर-(a)

व्याख्या- $\because \Delta ABC$ तथा ΔDEF बराबर हैं। अतः इनके क्षेत्रफलों का अनुपात, इनके समान भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होगा।

$$\begin{aligned}\text{या } \frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}} &= \left(\frac{k}{1}\right)^2 \\ &= \frac{k^2}{1} = k^2 : 1\end{aligned}$$

95. ΔABC में एक रेखा A से गुजरते हुए भुजा BC को D पर इस प्रकार काटती है कि $BD : DC = 4 : 5$ है। यदि ΔABD का क्षेत्रफल = 60 सेमी.² है, तो ΔADC का क्षेत्रफल क्या है?

- (a) 75 सेमी.² (b) 90 सेमी.²
(c) 50 सेमी.² (d) 60 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

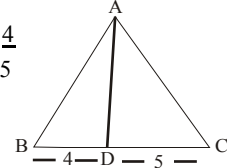
उत्तर-(a)

व्याख्या- त्रिभुज ABD तथा ΔACD में भुजा AD है

$$\text{तथा } BD : DC = 4 : 5$$

यदि दो त्रिभुज की एक भुजा संयुक्त हो तथा अन्य भुजाओं का मान दिया हो, तो त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी भुजाओं के अनुपात में होते हैं।

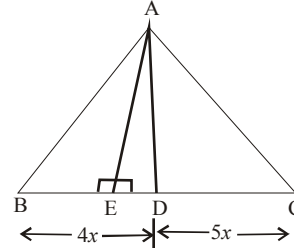
$$\begin{aligned}\therefore \frac{\Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल}} &= \frac{BD}{DC} = \frac{4}{5} \\ \therefore \frac{60}{\Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल}} &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$



$$\therefore \Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल} = 60 \times \frac{5}{4} = 75 \text{ सेमी.}^2$$

Trick-

माना ΔABC में, भुजा BD तथा DC में x का अनुपात है।



$$\therefore BD = 4x \text{ तथा } DC = 5x$$

पुनः माना शीर्ष A से सम्मुख भुजा BC पर लंब AE डाला।

$$\begin{aligned}\therefore \Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BD \times AE = \frac{1}{2} \times 4x \times AE \\ \text{तथा } \Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times CD \times AE = \frac{1}{2} \times 5x \times AE\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}} &= \frac{\frac{1}{2} \times BD \times AE}{\frac{1}{2} \times DC \times AE} = \frac{BD}{DC} = \frac{4}{5} \\ \Rightarrow \frac{60}{\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}} &= \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 15 \times 5 = 75 \text{ सेमी.}^2\end{aligned}$$

96. एक रेखा-खंड में तीन बिंदु A, O, B हैं और C एक ऐसा बिंदु है, जो AOB पर नहीं है। तदनुसार, यदि $\angle AOC = 40^\circ$ हो और OX, OY, $\angle AOC$ के क्रमशः आंतरिक एवं बाह्य द्विभाजक हों, तो $\angle BOY$ कितना होगा ?

- (a) 72° (b) 68°
(c) 70° (d) 80°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर-(c)

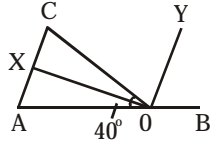
व्याख्या— कोण $\angle AOC = 40^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\therefore \angle BOY = \frac{\angle BOC}{2}$$

$$= \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

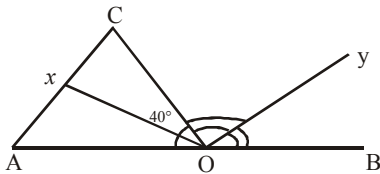
($\angle BOY$, $\angle BOC$ की बाह्य द्विभाजक है)



Trick—

$$\angle BOC = \angle OAC + \angle ACO \dots\dots(i)$$

(\therefore किसी त्रिभुज का बहिष्कोण अपने सुदूर दो अंतःकोणों के योग के बराबर होता है।)



ΔAOC में

$$\angle A + \angle AOC + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ - 40^\circ \quad (\because \angle AOC = 40^\circ \text{ दिया है।})$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 140^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 140^\circ \text{ (समी. (i) से)}$$

$$\therefore \angle BOY = \frac{\angle BOC}{2}$$

$$\therefore \angle BOY = 70^\circ$$

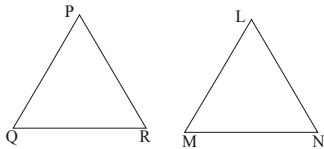
97. यदि ΔPQR और ΔLMN समान हैं और $3PQ = LM$ और $MN = 9$ सेमी. हो, तो QR किसके बराबर होगा?

- (a) 12 सेमी. (b) 6 सेमी.
(c) 9 सेमी. (d) 3 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



प्रश्नानुसार

ΔPQR तथा ΔLMN समान हैं।

$$\therefore \frac{PQ}{LM} = \frac{QR}{MN} \dots\dots(i)$$

लेकिन $3PQ = LM$ (दिया है)

$$\text{या } \frac{PQ}{LM} = \frac{1}{3}$$

तथा $MN = 9$ सेमी. (दिया है)

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{QR}{9} \text{ (समी. (i) से)}$$

या $QR = 3$ सेमी.

98. किसी ΔABC त्रिकोण की मध्य रेखा AD है और O उसका इस प्रकार केंद्रक है कि $AO = 10$ सेमी. है। OD की लंबाई (सेमी. में) बताएं।

- (a) 2 (b) 4
(c) 5 (d) 7

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

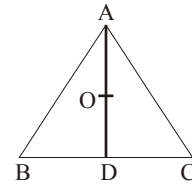
व्याख्या— किसी भी त्रिभुज में माध्यिका का प्रतिच्छेद बिंदु केंद्रक होता है तथा केंद्रक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में काटती है।

$$\therefore AO : OD = 2 : 1$$

$$\therefore \frac{AO}{OD} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{10}{OD} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore OD = 5 \text{ सेमी.}$$



99. मान लें कि ΔABC एक त्रिभुज है और BC भुजा पर शीर्ष A से इस प्रकार लंब है कि $AD^2 = BD \cdot CD$ है, तो $\angle BAC$ का माप है—

- (a) 90° (b) 75°
(c) 120° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

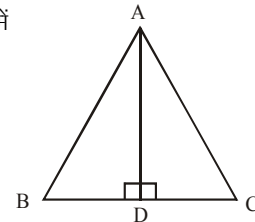
उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार ΔBAD में

$$AD^2 + BD^2 = AB^2$$

पुनः ΔADC में

$$AD^2 + CD^2 = AC^2$$



$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$$

$$AB^2 + AC^2 = 2BD \times CD + BD^2 + CD^2$$

$$[\because AD^2 = BD \times CD]$$

$$AB^2 + AC^2 = (BD + CD)^2 \quad [(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab]$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

\therefore त्रिभुज ΔABC समकोण त्रिभुज है तथा समकोण त्रिभुज का कर्ण BC है।

\therefore कर्ण के सामने का कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

100. ΔABC में, $\angle B = 70^\circ$ और $\angle C = 60^\circ$, ΔABC के सबसे छोटे कोणों के आंतरिक द्विभाजक O पर मिलते हैं। इस प्रकार O पर बना कोण कितने डिग्री का होगा?

- (a) 125° (b) 120°
(c) 115° (d) 110°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$$

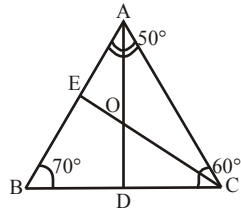
$$= 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ)$$

$$= 50^\circ$$

$\therefore AD$ और CE , ΔABC के आंतरिक समद्विभाजक हैं। जो एक दूसरे को बिंदु O पर काटते हैं।

$$\therefore \angle OAC = 25^\circ$$

$$\text{तथा } \angle OCA = 30^\circ$$



$$\therefore \angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOC + 25^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

Trick—

$$\text{अभीष्ट कोण } \angle AOC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} \quad (\text{सूत्र})$$

$$= 90^\circ + \frac{70^\circ}{2}$$

$$= 90^\circ + 35^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 125^\circ$$

101. ΔABC एक समकोणीय त्रिभुज है जिसका $\angle C = 90^\circ$ है, यदि $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ और $\overline{BC}^2 = 16$, $\overline{CA}^2 = 9$ तो \overline{CD} ज्ञात कीजिए।

- (a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{12}{5}$ (c) 5 (d) 12

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2006, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore BC^2 = 16$ तथा $CA^2 = 9$

$$\therefore BC = 4 \text{ तथा } CA = 3$$

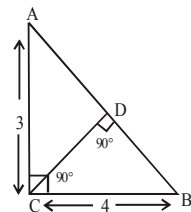
\therefore समकोण त्रिभुज ACB में

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$

$$= 16 + 9 = 25$$

$$\therefore AB = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \text{समकोण } \Delta ACB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$



$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \Rightarrow 6$$

$$\text{चित्र के अनुसार, } \Delta ACB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

$$\therefore 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times CD$$

$$CD = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5}$$

Trick—

समकोण ΔACB तथा समकोण ΔBDC समरूप हैं।

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC} \quad (\text{समरूपता की प्रमेय से})$$

$$\frac{3}{CD} = \frac{5}{4} = CD = \frac{12}{5}$$

102. ΔABC में, $\angle A = 115^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, $AD \perp BC$ है। यदि $BD = x$ सेमी. तो AD की लंबाई कितनी है?

- (a) $3x$ सेमी. (b) $\frac{x}{2}$ सेमी.
(c) x सेमी. (d) $2x$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore 115^\circ + \angle B + 20^\circ = 180^\circ$$

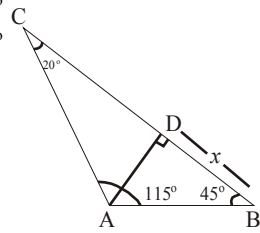
$$\therefore \angle B = 180^\circ - (115^\circ + 20^\circ)$$

$$= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \Delta BAD \text{ में, } \frac{AD}{BD} = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \frac{AD}{x} = 1$$

$$AD = x \text{ सेमी.}$$



Trick—

ΔACD में

$$\angle C + \angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle CAD = 90^\circ - 20^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 70^\circ$$

$$\therefore \angle DAB = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$$

समकोण ΔADB में

$$\angle DAB = \angle ABD = 45^\circ$$

$$\therefore AD = BD = x \text{ सेमी.}$$

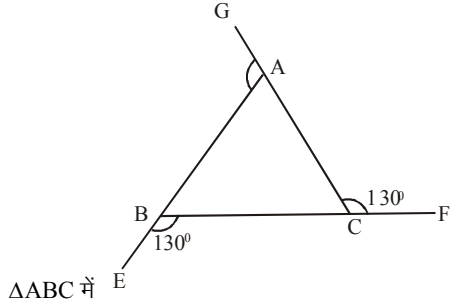
103. ABC एक त्रिभुज है और AB , BC और CA भुजाएं क्रमशः E , F व G तक विस्तार करती हैं। यदि $\angle CBE = \angle ACF = 130^\circ$ है तो $\angle GAB$ का मान है—

- (a) 130° (b) 90°
(c) 80° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर



$$\begin{aligned}\angle ACB &= 180^\circ - \angle ACF \\ &= 180^\circ - 130^\circ \\ &= 50^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{इसी प्रकार } \angle ABC &= 180^\circ - \angle CBE \\ &= 180^\circ - 130^\circ \\ &= 50^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore \angle GAB = \angle ABC + \angle ACB$$

(\therefore किसी भी त्रिभुज का बाह्य कोण अपने सुदूर दो आंतरिक कोणों के योग के बराबर होता है)

$$\begin{aligned}\angle GAB &= 50^\circ + 50^\circ \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$

Trick—

त्रिभुज ABC में

$$\angle A + \angle B = 130^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle A + \angle C = 130^\circ \quad \dots(ii)$$

समी. (i) समी. (ii)

$$2\angle A + \angle B + \angle C = 260^\circ$$

$$\therefore \angle A + (\angle A + \angle B + \angle C) = 260^\circ$$

$$\therefore \angle A = 260^\circ - 180^\circ (\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ)$$

$$\angle A = 80^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle GAB &= 180^\circ - \angle A \\ &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ\end{aligned}$$

104. यदि किसी समकोण त्रिभुज के दो छोटे कोणों के माप के बीच 8° का अंतराल हो, तो सबसे छोटा कोण कौन-सा होगा?

- (a) 37° (b) 41°
(c) 42° (d) 49°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-परी)

उत्तर—(b)

व्याख्या—माना कि $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है तथा

$$\angle B = 90^\circ$$

प्रश्नानुसार

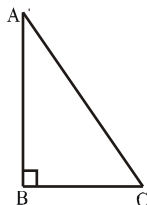
$$\angle B - \angle C = 8^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{परंतु } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 90^\circ + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 90^\circ \quad \dots(ii)$$

समी. (i) में (ii) को जोड़ने पर



$$2\angle B = 98^\circ$$

$$\text{या } \angle B = 98^\circ / 2 = 49^\circ$$

समी. (i) में $\angle B$ का मान रखने पर

$$49^\circ - \angle C = 8^\circ \Rightarrow \angle C = 41^\circ$$

105. एक समद्विबाहु त्रिभुज $\triangle ABC$ में, $AB = AC$ और $\angle A = 80^\circ$ तथा $\angle B$ और $\angle C$ के द्विभाजक D पर मिलते हैं। $\angle BDC$ किसके बराबर है?

- (a) 90° (b) 100° (c) 130° (d) 80°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-परी)

व्याख्या—

प्रश्नानुसार

समद्विबाहु त्रिभुज ABC में $\angle B$ तथा $\angle C$ के समद्विभाजक D पर मिलते हैं।

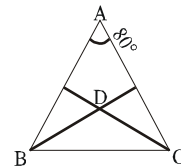
$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore 2\angle B = 100^\circ (\angle B = \angle C)$$

$$\Rightarrow \angle B = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B/2 = \angle C/2 = 25^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle BDC &= 180^\circ - \left(\angle \frac{B}{2} + \angle \frac{C}{2} \right) \\ &= 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ) \\ &= 130^\circ\end{aligned}$$



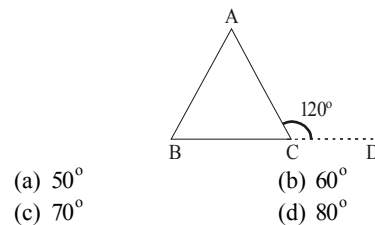
Trick—

$$\text{अभीष्ट कोण } \angle BDC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2} \quad (\text{सूत्र})$$

$$= 90^\circ + \frac{80^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \angle BDC = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$

106. यदि निम्नलिखित आकृति में दर्शाए गए त्रिभुज ABC में $AB = AC$ और $\angle ACD = 120^\circ$, तो $\angle A$ किसके बराबर है?



- (a) 50° (b) 60°
(c) 70° (d) 80°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore त्रिभुज ABC में $AB = AC$

\therefore AB के सामने का कोण = AC के सामने का कोण

$$\text{या } \angle ACB = \angle CBA$$

पुनः चित्र से

$$\angle ACD = 120^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= 180^\circ - \angle ACD \\ &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= \angle CBA = 60^\circ \\ \therefore \angle BAC &= 180^\circ - (\angle ACB + \angle CBA) \\ &= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) \\ &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \\ \therefore \angle A &= 60^\circ\end{aligned}$$

Trick—

ΔABC में,

$$\angle A + \angle B = 120^\circ \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle A + 2\angle B = 180^\circ \dots\dots(ii) \quad (\because \angle B = \angle C)$$

$2 \times$ समी. (i) – समी. (ii) से

$$\angle A = 240^\circ - 180^\circ \Rightarrow \angle A = 60^\circ$$

107. ΔABC में, कोण $\angle B$ और $\angle C$ के बाहरी द्विभाजक बिंदु O पर मिलते हैं। यदि $\angle A = 70^\circ$ तो $\angle BOC$ का माप क्या होगा?

- (a) 50° (b) 75°
(c) 60° (d) 55°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013, 2015

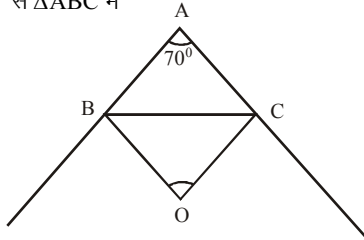
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. FCI परीक्षा, 2012

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्न से ΔABC में



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore 70^\circ + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle B \text{ और } \angle C \text{ के बाह्य कोण का योगफल} &= 360^\circ - (\angle B + \angle C) \\ &= 360^\circ - 110^\circ \\ &= 250^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore \angle B \text{ और } \angle C \text{ के बाह्य द्विभाजक का योगफल} = \frac{250^\circ}{2} = 125^\circ$$

$\therefore \Delta BOC$ में

$$\angle CBO + \angle BCO + \angle BOC = 180^\circ$$

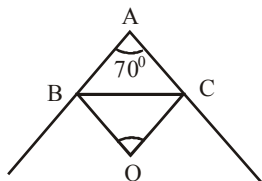
$$125^\circ + \angle BOC = 180^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 180^\circ - 125^\circ \\ &= 55^\circ\end{aligned}$$

Trick—

चित्र से ΔBOC में

$$\begin{aligned}\angle BOC &= \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} \\ &= 90^\circ - \frac{70^\circ}{2} = 55^\circ\end{aligned}$$



108. ΔPQR के $\angle Q$ और $\angle R$ के आंतरिक द्विभाजक बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle ROQ = 96^\circ$ है, तो $\angle RPQ$ का मान है—

- (a) 12° (b) 24°
(c) 36° (d) 6°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔROQ में

$$\angle ROQ + \angle OQR + \angle QRO = 180^\circ$$

$$96^\circ + \angle OQR + \angle QRO = 180^\circ$$

$$\angle OQR + \angle QRO = 180^\circ - 96^\circ$$

$$\frac{\angle PQR}{2} + \frac{\angle QRP}{2} = 84^\circ$$

$$\left(\because \text{प्रश्न से } \angle OQR = \frac{\angle PQR}{2}, \angle QRP = \angle QRO \right)$$

$$\angle PQR + \angle QRO = 84^\circ \times 2$$

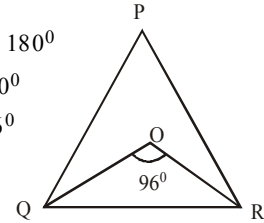
$$\angle PQR + \angle QRP = 168^\circ \dots\dots(i)$$

$\therefore \Delta PQR$ में

$$\angle PQR + \angle QRP + \angle RPQ = 180^\circ$$

$$168^\circ + \angle RPQ = 180^\circ \text{ (समी. (i) से)}$$

$$\begin{aligned}\angle RPQ &= 180^\circ - 168^\circ \\ &= 12^\circ\end{aligned}$$



Trick—

$$\angle QOR = \frac{180^\circ + \angle QPR}{2}$$

$$96^\circ = \frac{180^\circ + \angle QPR}{2}$$

$$192^\circ = 180^\circ + \angle QPR$$

$$192^\circ - 180^\circ = \angle QPR$$

$$12^\circ = \angle QPR$$

109. एक समबाहु त्रिभुज ABC का केंद्रक G है। तदनुसार, यदि $AB = 9$ सेमी. हो, तो AG की लंबाई (सेमी. में) कितनी होगी?

- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) $3\sqrt{3}$ (d) $3\sqrt{2}$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है।

भुजाएं $AB = BC = CA = 9$ सेमी.

\therefore चित्र में समकोण ΔADB में

$$AB^2 = BD^2 + AD^2$$

$$9^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 81 - \frac{81}{4}$$

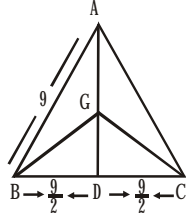
$$AD^2 = \frac{324 - 81}{4} = \frac{243}{4}$$

$$AD = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

∴ समबाहु त्रिभुज में AG : GD = 2 : 1

$$\therefore AG = \frac{2}{3} AD$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{9}{2} \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$



Trick-

समबाहु त्रिभुज की माधिका = समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई

$$\text{समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई } AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 9 = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

∴ AG : GD = 2 : 1 [AD माधिका है]

$$\therefore AG = \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} \left[AG = \frac{2}{3} AD \right]$$

$$AG = 3\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

110. यदि $\triangle ABC$ में, $\angle ABC = 5^\circ$, $\angle ACB$ और $\angle BAC = 3^\circ$ है, तो $\angle ABC =$

- (a) 130° (b) 80° (c) 100° (d) 120°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर-(c)

व्याख्या- $\triangle ABC$ में

$$\text{माना } \angle ABC = x \dots\dots\dots (i)$$

प्रश्नानुसार

$$\angle ACB = \frac{x}{5} \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{तथा } \angle BAC = 3 \times \frac{x}{5} = \frac{3x}{5} \dots\dots\dots (iii)$$

∴ किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल = 180°

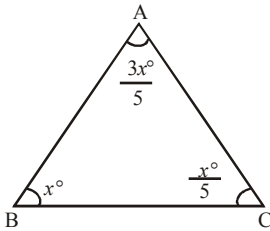
$$\therefore x + \frac{x}{5} + \frac{3x}{5} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5x + x + 3x}{5} = 180^\circ$$

$$\frac{9x}{5} = 180^\circ$$

$$x = 180 \times \frac{5}{9} = 100^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 100^\circ$$



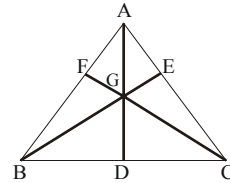
111. $\triangle ABC$ में माधिकाएं AD और BE परस्पर G पर मिलती हैं। $\triangle BDG$ और समचतुर्भुज GDCE के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए?

- (a) 1 : 2 (b) 1 : 3
(c) 2 : 3 (d) 3 : 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर-(a)

व्याख्या- $\triangle BDG$ तथा $\triangle CDG$ में



$$\frac{BD}{DC} = \frac{GD}{GD} \quad (\because \text{बिंदु D, भुजा BC का मध्य बिंदु है।})$$

∴ $\triangle BDG$ समरूप $\triangle CDG$

$$\therefore \frac{BG}{CG} = \frac{GD}{GD} \Rightarrow BG = CG \dots\dots(i)$$

$$\therefore \frac{\triangle BDG \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle CDG \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{BG^2}{CG^2} = 1$$

∴ $\triangle BDG$ का क्षेत्रफल = $\triangle CDG$ का क्षेत्रफल $\dots\dots(ii)$

$$\therefore \frac{\triangle BDG \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{समचतुर्भुज GDCE का क्षेत्रफल}} = \frac{\triangle CDG \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle CDG \text{ का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{\triangle CDG \text{ का क्षेत्रफल}}{2 \times (\triangle CDG \text{ का क्षेत्रफल})} \quad (\text{समी. (ii) से})$$

$$= \frac{1}{2}$$

Trick-

किसी त्रिभुज की माधिका त्रिभुज को समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभक्त करती है।

∴ $\triangle BDG$ का क्षेत्रफल = $\triangle DCG$ का क्षेत्रफल =

$\triangle CGE$ का क्षेत्रफल = $\triangle AGE$ का क्षेत्रफल

$$\therefore \frac{\triangle BDG \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{समचतुर्भुज DCEG का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{2}$$

112. D और E, $\triangle ABC$ की भुजा AB और AC के क्रमशः मध्य बिंदु हैं। A से खींची गई एक रेखा H पर BC से; और K पर DE से मिलती है। AH, BE, DC एक ही बिंदु पर प्रतिच्छेद करते हैं।

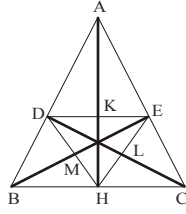
AK : KH = ?

- (a) 1 : 3 (b) 2 : 1
(c) 1 : 2 (d) 1 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर-(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार
चित्र बनाने पर



$\Delta ADE, \Delta DEH, \Delta BDH$ तथा ΔCEH चार समान त्रिभुज हैं।
 $\therefore AK = KH = CL = BM$
 $\therefore AK : KH = 1 : 1$

113. E, ΔABC के माध्यक AD का मध्य बिंदु है। AC को F पर मिलने के लिए BE को मिला कर बढ़ाया गया है। F किस अनुपात में AC को विभाजित करता है?

(a) 3 : 2 (b) 1 : 3
(c) 2 : 3 (d) 2 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज की माध्यिका = 12 तथा भुजा AC = 30

$$\therefore AG = 8, GM = 4$$

$$\text{तो } AN = NC = 15$$

$\therefore E, AD$ का मध्य बिंदु है।

$$\therefore AE = ED = \frac{12}{2} = 6$$

$$\therefore \text{जब } GD = 4$$

$$\text{तो } CN = 15$$

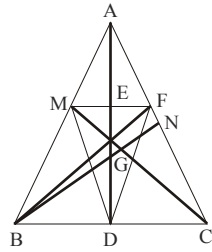
$$\therefore \text{जब } ED = 6$$

$$\text{तो } CF = 15 \times \frac{6}{4} = 15 \times 1.5 = 22.5$$

$$\therefore AF = 30 - 22.5 = 7.5$$

प्रश्नानुसार

$$AF : CF = 7.5 : 22.5 = 1 : 3$$



114. ΔABC के दो माध्यक BE, CF हैं और G उनके प्रतिच्छेद का बिंदु है। EF, O पर AG को काटती है। अनुपात AO : OG किसके बराबर है?

(a) 3 : 1 (b) 1 : 2
(c) 2 : 3 (d) 1 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (T-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दी गई आकृति चार समान त्रिभुजों में विभाजित होती है जो निम्न है—

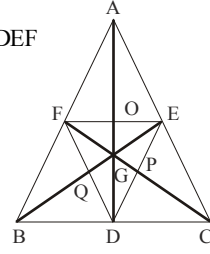
$$\Delta AFE, \Delta CDE, \Delta BDF, \Delta DEF$$

$$\therefore AO = CP = BQ = DO$$

$$\therefore OG = \frac{1}{3} OD = \frac{1}{3} AO$$

$$\therefore \frac{AO}{OG} = \frac{3}{1}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात } AO : OG = 3 : 1$$



115. ΔABC में $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BCA = 40^\circ$, O भुजाओं के लंब द्विभाजक का अनुप्रस्थ काट का बिंदु है, तो कोण $\angle BOC$ कितनी डिग्री का होगा?

(a) 100° (b) 120° (c) 130° (d) 140°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

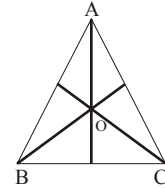
व्याख्या— ΔABC में $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BCA = 40^\circ$

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BCA) = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

\therefore त्रिभुज के लंबाईकों का प्रतिच्छेद बिंदु त्रिभुज का परिवृत्त होता है।

$\therefore \Delta ABC$ के परिवृत्त का केंद्र O है।

$$\therefore \angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$



116. ABC एक त्रिभुज है। D, E, F क्रमशः AC, AB और BC भुजाओं के मध्य बिंदु हैं। ΔABC का परिकेंद्र — होगा। रिक्त स्थान की पूर्ति निम्नलिखित में से किसी एक विकल्प से कीजिए।

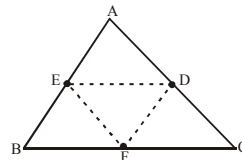
(a) परिकेंद्र (b) आंतरिक केंद्र (c) लंब केंद्र (d) केंद्रक

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— त्रिभुज के परिकेंद्र से त्रिभुज के भुजाओं की दूरी समान होती है।



किसी त्रिभुज के लंब समद्विभाजक जिस बिंदु पर मिलते हैं, उसे त्रिभुज का परिकेंद्र कहते हैं।

अतः त्रिभुज का परिकेंद्र त्रिभुज का लंब केंद्र होगा।

117. यदि किसी त्रिभुज के तीन कोणों का माप 2 : 3 : 5 अनुपात में है, तो वह त्रिभुज है—

(a) समद्विबाहु (b) समबाहु
(c) समकोणीय (d) अधिकोणीय

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज के कोण क्रमशः $2x$, $3x$ और $5x$ हैं।

\therefore त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

$$\therefore 2x + 3x + 5x = 180^\circ$$

$$10x = 180^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

\therefore त्रिभुज के कोण $= 2x = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$

दूसरा कोण $= 3x = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$

तीसरा कोण $= 5x = 5 \times 18^\circ = 90^\circ$

अतः त्रिभुज समकोण त्रिभुज है।

118. यदि एक त्रिभुज के तीन कोण $(x+15^\circ)$, $\left(\frac{6x}{5}+6^\circ\right)$ और $\left(\frac{2x}{5}+30^\circ\right)$ हैं, तो त्रिभुज—

- (a) समबाहु (b) समकोणीय (c) विषमबाहु (d) समद्विबाहु

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

$$\therefore (x+15^\circ) + \left(\frac{6x}{5}+6^\circ\right) + \left(\frac{2x}{5}+30^\circ\right) = 180^\circ$$

$$x + \frac{6x}{5} + \frac{2x}{5} + 15^\circ + 6^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{15x + 18x + 10x}{15} + 51^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{43x}{15} = 180^\circ - 51^\circ = 129^\circ$$

$$\frac{43x}{15} = 129^\circ$$

$$43x = 129 \times 15$$

$$x = 3 \times 15 = 45^\circ$$

\therefore प्रथम कोण $x + 15^\circ = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$

$$\frac{6x}{5} + 6^\circ = \frac{6 \times 45^\circ}{5} + 6^\circ = 54^\circ + 6^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{2x}{5} + 30^\circ = \frac{2 \times 45^\circ}{5} + 30^\circ = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

\therefore त्रिभुज के तीनों कोण समान हैं। अतः त्रिभुज समबाहु त्रिभुज है।

119. एक ऐसे त्रिभुज, जिसके कोण $5:3:10$ के अनुपात में हैं, उसके सबसे बड़े और सबसे छोटे कोण के बीच कितना अंतर है?

- (a) 20° (b) 30° (c) 50° (d) 70°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पार्टी)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि त्रिभुज के कोण $5x$, $3x$ तथा $10x$ हैं।

\therefore त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

$$\therefore 5x + 3x + 10x = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 180/18 = 10^\circ$$

\therefore त्रिभुज के कोण $30^\circ, 50^\circ, 100^\circ$

\therefore सबसे बड़े एवं सबसे छोटे कोण का अंतर $= 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ$

Trick—

$$\text{अभीष्ट अंतर} = \left(\frac{10-3}{18}\right) \times 180^\circ$$

$$= \frac{7}{18} \times 180^\circ$$

$$= 7 \times 10^\circ = 70^\circ$$

120. यदि किसी त्रिभुज का एक कोण दूसरे दो समान कोणों के योग के आधे के बराबर है, तो त्रिभुज कैसा है?

- (a) समद्विबाहु (b) विषमबाहु
(c) समभुज (d) समकोणिक

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पार्टी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $\triangle ABC$ के कोण क्रमशः A, B तथा C हैं।

प्रश्नानुसार

$$\angle B = \angle C \quad \dots (i)$$

$$\text{तथा } \angle A = \frac{\angle B + \angle C}{2} \quad \dots (ii)$$

$$\angle A = \frac{\angle B + \angle B}{2} \text{ समी. (i) से}$$

$$= \angle B$$

\therefore किसी $\triangle ABC$ में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle A + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 60^\circ = \angle B = \angle C$$

अतः दिया त्रिभुज एक समभुज (समबाहु) त्रिभुज है।

121. न्यूनकोणीय त्रिभुज में उसका लंब केंद्र कहाँ होगा?

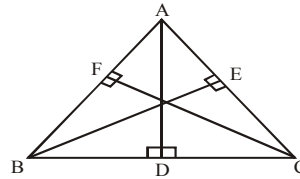
- (a) त्रिभुज के अंदर (b) त्रिभुज के बाहर
(c) त्रिभुज पर (d) त्रिभुज के किसी एक शीर्ष पर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पार्टी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि त्रिभुज न्यूनकोणीय हो, तो उसका लंब केंद्र त्रिभुज के भीतर (Inside) होता है।

Trick—



माना $\triangle ABC$ एक न्यूनकोणीय त्रिभुज है, जिसमें $\angle A, \angle B, \angle C, < 90^\circ$

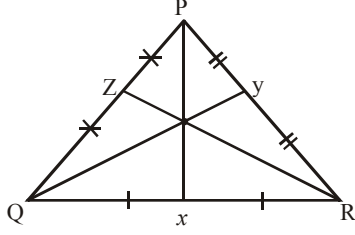
122. उस बिंदु को क्या कहते हैं, जिस पर एक त्रिभुज के तीन मीडियन मिलते हैं?

- (a) केंद्रक (b) अंतर्वेन्द्रक
(c) परिकेंद्र (d) लंबकेंद्र

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I & II-पार्टी)

उत्तर—(a)

व्याख्या—केंद्रक (Centroid) पर त्रिभुज की तीनों मध्यिकाएँ (मीडियन) मिलती हैं।



123. यदि त्रिभुज की भुजाओं का माप $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$ और $2x$ सेमी. है, तो त्रिभुज कैसा होगा?

- (a) समभुज (b) न्यूनकोण
(c) समद्विभुज (d) समकोण

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore त्रिभुज की भुजाएँ $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$ तथा $2x$ हैं।

$$\therefore (x^2 + 1)^2 = (x^2 - 1)^2 + (2x)^2$$

$$x^4 + 1 + 2x^2 = x^4 + 1 - 2x^2 + 4x^2$$

$$x^4 + 1 + 2x^2 = x^4 + 1 + 2x^2$$

\therefore त्रिभुज की दो भुजाओं के वर्गों का योग = तीसरी भुजा का वर्ग
 \therefore त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा।

124. एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई क्रमशः a, b, c है। यदि $a^2 +$

$b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ हो, तो त्रिभुज कैसा होगा?

- (a) समद्विबाहु (b) समबाहु
(c) विषमबाहु (d) समकोणीय

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाली)

संयुक्त हायर सेकेंडरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

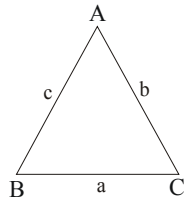
उत्तर—(b)

व्याख्या—माना कि त्रिभुज ABC है। तथा $a = b = c$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca,$$

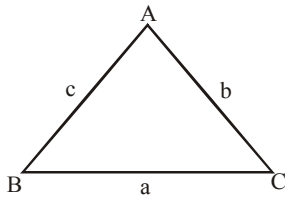
$$\text{या } a^2 + a^2 + a^2 = a^2 + a^2 + a^2$$

$$\text{या } 3a^2 = 3a^2$$



\therefore दिया गया $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है।

Trick—



$$\begin{aligned} \text{दिया है } a^2 + b^2 + c^2 &= ab + bc + ca \\ \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

यह तभी संभव है जब-

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$b - c = 0 \Rightarrow b = c \quad \therefore a = b = c$$

$$\text{तथा } c - a = 0 \Rightarrow c = a$$

अतः $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज होगा।

125. O, $\triangle ABC$ का लंब केंद्र है और यदि $\angle BOC = 110^\circ$ है, तो $\angle BAC$ कितना होगा?

- (a) 110° (b) 70°
(c) 100° (d) 90°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या—चतुर्भुज AEOF में

$$\angle AFO + \angle AEO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

(\because BE एवं CF भुजा AC एवं AB पर लंब है)

\therefore चतुर्भुज AEOF एक चक्रीय चतुर्भुज होगा।

$\therefore \angle EAF + \angle EOF = 180^\circ$ (\because चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योगफल 180° होता है)

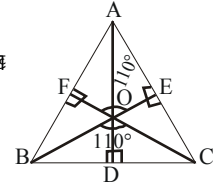
$$\text{या } \angle EAF + 110^\circ = 180^\circ$$

($\because \angle EOF = \angle BOC = 110^\circ$ शीर्षभिमुख कोण हैं)

$$\text{या } \angle EAF = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\text{या } \angle EAF = 70^\circ$$

$$\text{या } \angle BAC = 70^\circ (\because \angle EAF = \angle BAC)$$



126. एक त्रिभुज के कोण द्विभाजक सामने की भुजा को द्विभाजित करते हैं, तो त्रिभुज किस प्रकार का होगा?

- (a) समकोण (b) विषमभुज
(c) समरूप (d) समद्विभुज

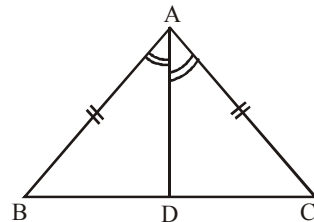
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— समद्विबाहु त्रिभुज में सामने का कोण का द्विभाजक सामने की भुजा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है। अतः विकल्प

(d) सही उत्तर है। यह शर्त समबाहु त्रिभुज पर भी लागू होती है।

माना ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



127. यदि एक त्रिभुज का प्रत्येक कोण दूसरे दो के योग से कम हो तो त्रिभुज किस प्रकार का होगा?

(a) अधिक कोण (b) समकोण
(c) न्यूनकोण (d) समभुज

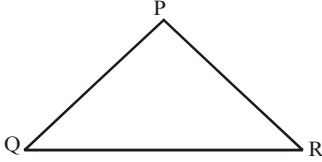
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— न्यूनकोण त्रिभुज में दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

∴ त्रिभुज के दो कोणों का योग सदैव तीसरे कोण से बड़ा होगा अर्थात् त्रिभुज न्यूनकोण त्रिभुज होगा।

माना त्रिभुज PQR एक न्यूनकोण त्रिभुज है।



128. किसी विषमबाहु त्रिभुज पाक ABC के भीतर एक खंभा सीधा खड़ा है। यदि हर कोने से खंभे के शिखर उन्नयन कोण वही हों, तो ΔABC में खंभे का पद है—

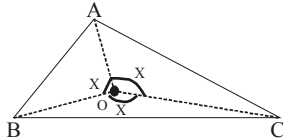
(a) केंद्र पर (b) परिकेंद्र पर
(c) अंतःकेंद्र पर (d) लंबकेंद्र पर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या—



यदि हर कोने से खंभे के शिखर उन्नयन कोण समान हैं, तो बिंदु O से त्रिभुज के हर कोने समान दूरी पर होंगे।

अर्थात् $OA = OB = OC$

परिकेंद्र त्रिभुज के केंद्र से त्रिभुज के शीर्ष समदूरस्थ होता है।

अतः ΔABC में खंभे का पद परिकेंद्र पर है।

129. त्रिभुज के समतल में जो बिंदु त्रिभुज की भुजाओं से समान दूरी पर हैं, उन बिंदुओं की संख्या बताइए।

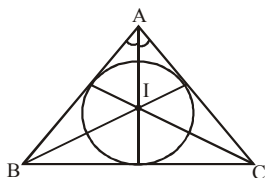
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—यहां बिंदुओं की संख्या 1 है क्योंकि त्रिभुज के तल में केवल एक बिंदु अन्तःकेंद्र होता है, जो कि त्रिभुज की भुजाओं से बराबर दूरी पर होता है।

माना ΔABC एक न्यूनकोणीय त्रिभुज है।



अतः बिंदु I से त्रिभुज की भुजाओं से समान दूरी पर है।

130. त्रिभुज के शीर्षलंबों के प्रतिच्छेद बिंदु को क्या कहते हैं?

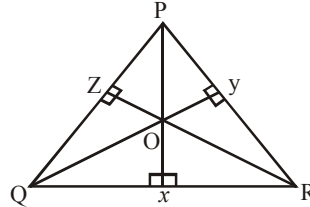
(a) केंद्रक (b) आंतरिक केंद्र
(c) लंबकेंद्र (d) परिकेंद्र

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—त्रिभुज के शीर्षलंबों के प्रतिच्छेद बिंदु 'लंब केंद्र' कहलाते हैं। त्रिभुज PQR में—



बिंदु O को त्रिभुज PQR का लंबकेंद्र कहते हैं।

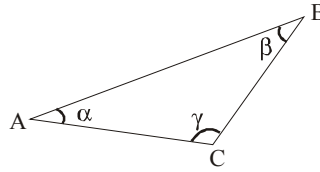
131. α, β, γ एक त्रिभुज ABC के तीन कोण इस प्रकार हों, कि $\alpha + \beta < \gamma$ हो तो ΔABC क्या होगा?

(a) समकोण (b) न्यूनकोण
(c) अधिककोण (d) समद्विभुज

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—अधिककोण त्रिभुज में दो कोणों के योग से बड़ा तीसरा कोण होता है, अर्थात् ΔABC अधिककोण है।



132. त्रिभुज की भुजाओं से समदूरस्थ बिंदु क्या कहलाते हैं?

(a) परिकेंद्र (b) अंतःकेंद्र
(c) लंबकेंद्र (d) केंद्रक

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—त्रिभुज की भुजाओं से समान दूरी पर स्थित बिंदु अंतःकेंद्र (Incentre) कहलाता है।

133. यदि एक त्रिभुज का परिकेंद्र एक भुजा पर पड़ता है, तो त्रिभुज का लंब केंद्र किस पर पड़ेगा?

(a) एक शीर्ष पर
(b) त्रिभुज की उसी भुजा पर
(c) त्रिभुज के बाहर
(d) त्रिभुज के पूर्णरूपेण अंदर

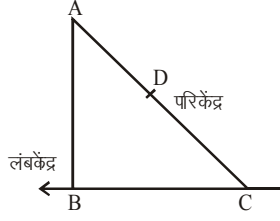
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या—समकोण त्रिभुज का परिकेंद्र कर्ण का मध्य बिंदु और लंब केंद्र समकोण वाला शीर्ष होता है।



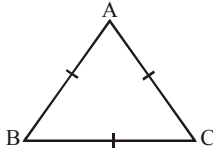
134. एक त्रिभुज का परिकेंद्र और लंब केंद्र सम्पाती हों तो

- केंद्रक भी उनके साथ सम्पाती होगा।
- केंद्रक उनसे भिन्न होगा।
- त्रिभुज समद्विभुज होगा।
- त्रिभुज समकोणीय होगा।

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—समबाहु त्रिभुज का परिकेंद्र, लंब केंद्र तथा केंद्रक एक ही बिंदु पर होते हैं। अतः परिकेंद्र, लंब केंद्र सम्पाती होने पर केंद्रक भी सम्पाती होगा।



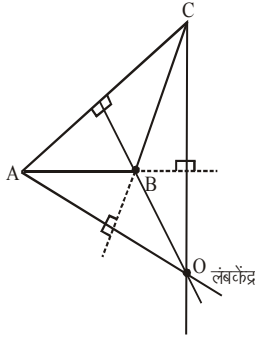
135. एक अधिकोणीय त्रिभुज के परिकेंद्र की अवस्थिति क्या है ?

- यह त्रिभुज के अंदर होता है।
- यह सबसे बड़े पार्श्व के विपरीत शीर्ष है।
- यह सबसे लंबे पार्श्व का मध्य बिंदु है।
- यह त्रिभुज के बाहर होता है।

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—अधिक कोण त्रिभुज का परिकेंद्र हमेशा त्रिभुज के बाहर होता है।



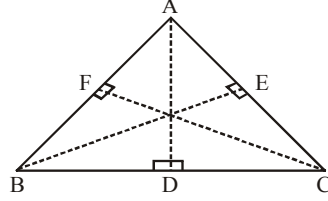
136. किसी त्रिभुज की तीनों ऊंचाइयों का योग कितना होता है ?

- तीनों भुजाओं का योग
- भुजाओं के योग से कम
- भुजाओं के योग से अधिक
- भुजाओं के योग का दोगुना

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना $\triangle ABC$ एक न्यूनकोणीय त्रिभुज है।



किसी भी समकोणीय त्रिभुज में, कर्ण > भुजा (लंब)

$\therefore \triangle ADB$ में, $AB > AD$

$\triangle BEC$ में, $BC > BE$

तथा $\triangle CFA$ में, $AC > CF$

$\therefore (AB + BC + AC) > (AD + BE + CF)$

अतः स्पष्ट है कि किसी भी त्रिभुज में तीनों भुजाओं का योग, तीनों ऊंचाइयों के योग से अधिक होता है।

137. एक त्रिभुज में, यदि तीन शीर्ष लंब बराबर हों, तो त्रिभुज होती है—

- समकोण
- समद्विबाहु
- अधिक-कोण
- समबाहु

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

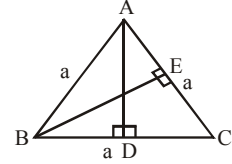
व्याख्या— यदि किसी त्रिभुज के तीनों शीर्ष लंब बराबर हों तो वह त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होता है।

विवर से,

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \text{ तथा } BE = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\therefore AD = BE = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

अतः $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज होगा।



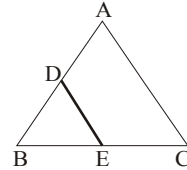
138. $\triangle ABC$ में दो बिंदु D और E क्रमशः AB और BC रेखाओं पर इस प्रकार हैं कि AC, DE के समांतर हैं, तो $\triangle ABC$ और $\triangle DBE$ हैं—

- केवल तभी समान जब D रेखा खंड AB के बाहर हो।
- केवल तभी सर्वांगसम जब D रेखा खंड AB के बाहर हो।
- हमेशा समान (समरूप)
- हमेशा सर्वांगसम

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—



$\triangle ABC$ में AB तथा BC भुजाओं पर D तथा E बिंदु है।

$\therefore AC \parallel DE$

$\triangle ABC$ तथा $\triangle DBE$ में $\angle DBE = \angle ABC$ (उभयनिष्ठ)

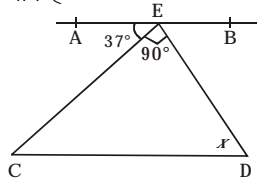
$\therefore \angle BDE = \angle BAC$ (संगत कोण)

$\angle BED = \angle BCA$ (संगत कोण)

अतः $\triangle ABC$ तथा $\triangle DBE$ समरूप त्रिभुज हैं।

(कोण-कोण समरूपता से)

139. नीचे दिए गए चित्र में, यदि $AB \parallel CD$ और $CE \perp ED$ तो x का मान है-



- (a) 53
(b) 63
(c) 37
(d) 45

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— चित्र से

$$\angle AEC = \angle ECD \text{ (एकान्तर कोण)}$$

$$\therefore 37^\circ = \angle ECD$$

$$\therefore \triangle ECD \text{ में}$$

$$\angle E + \angle C + \angle D = 180^\circ$$

$$\therefore 90 + 37 + x = 180^\circ$$

$$127^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$$

140. $\triangle PQR$ में PR और PQ भुजाओं में क्रमशः S और T बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle PQR = \angle PST$ है। यदि $PT = 5$ सेमी. $PS = 3$ सेमी. और $TQ = 3$ सेमी. है, तो SR की लंबाई कितनी है ?
(a) 5 सेमी. (b) 6 सेमी.
(c) $\frac{31}{3}$ सेमी. (d) $\frac{41}{3}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\triangle PQR$ में PQ तथा PR पर बिंदु T तथा S हैं तो

$$\angle PQR = \angle PST$$

अतः $\triangle PTS$ तथा $\triangle PQR$ में

$$\angle PST = \angle PQR \text{ (दिया है)}$$

$$\angle P = \angle P \text{ (उभयनिष्ठ है)}$$

$$\therefore \triangle PST \sim \triangle PQR \text{ (कोण-कोण समरूपता)}$$

$$\therefore \frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR}$$

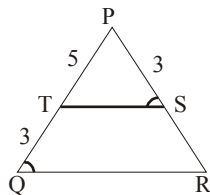
$$\frac{3}{8} = \frac{5}{PR}$$

$$3PR = 40$$

$$\therefore PR = \frac{40}{3}$$

$$\therefore SR = \frac{40}{3} - 3$$

$$= \frac{40 - 9}{3} = \frac{31}{3} \text{ सेमी.}$$



141. एक $\triangle ABC$ में $DE \parallel BC$ है। D और E क्रमशः AB और AC पर पड़ते हैं। यदि $AB = 7$ सेमी. और $BD = 3$ सेमी. हो, तो $BC : DE$ ज्ञात कीजिए ?

- (a) 2 : 2 (b) 3 : 2
(c) 3.5 : 2 (d) 7 : 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पली)

उत्तर—(c)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

$$AB = 7 \text{ सेमी.}, BD = 3 \text{ सेमी.}$$

तथा $DE \parallel BC$

$\triangle ABC$ तथा $\triangle ADE$ में

$$\angle D = \angle B \text{ [संगत कोण]}$$

तथा $\angle E = \angle C$ [संगत कोण]

$\therefore \triangle ABC$ तथा $\triangle ADE$ समरूप होंगे

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

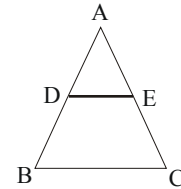
$$\text{या } \frac{AB - BD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\text{या } \frac{7 - 3}{7} = \frac{DE}{BC}$$

$$\text{या } \frac{4}{7} = \frac{DE}{BC}$$

$$\text{या } \frac{BC}{DE} = \frac{7}{4} = \frac{3.5}{2}$$

$$BC : DE = 3.5 : 2$$



142. $\triangle ABC$ यदि B पर समकोण है तो क्रमशः 15 सेमी. और 20 सेमी. की भुजाओं AB और BC की परित्रिज्या कितनी होगी ?
(a) 17.2 सेमी. (b) 12.7 सेमी.
(c) 12.5 सेमी. (d) 15.2 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—समकोण त्रिभुज ABC है।

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 15^2 + 20^2$$

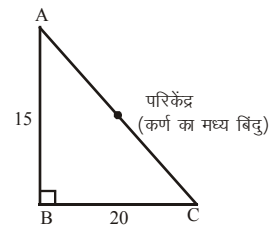
$$= 225 + 400 = 625$$

$$\therefore AC = \sqrt{625} = 25 \text{ सेमी.}$$

\therefore समकोण त्रिभुज की परित्रिज्या कर्ण के मध्य बिंदु पर होती है।

$$\therefore \text{परित्रिज्या की लंबाई} = \frac{AC}{2}$$

$$= \frac{25}{2} = 12.5 \text{ सेमी.}$$



143. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को 2 सेमी. कम करने से उसके क्षेत्रफल में $4\sqrt{3}$ सेमी.² की कमी हो जाती है। त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई कितनी है?

- (a) 8 सेमी. (b) 3 सेमी.
(c) 5 सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समबाहु त्रिभुज की प्रारंभिक भुजा = a

∴ समबाहु त्रिभुज की नई भुजा = (a - 2) सेमी.

प्रश्नानुसार

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(a-2)^2 = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}[a^2 - (a-2)^2] = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}[a^2 - (a^2 + 4 - 4a)] = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} a^2 - a^2 - 4 + 4a &= 16 \\ 4a &= 16 + 4 \\ 4a &= 20 \\ a &= 5 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

144. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 9 : 16 है। तदनुसार, उनकी संगत भुजाओं का अनुपात कितना होगा?

- (a) 3 : 5 (b) 3 : 4
(c) 4 : 5 (d) 4 : 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात

= $\sqrt{\text{दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात}}$

$$= \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 3}{4 \times 4}} = \frac{3}{4}$$

$$= 3 : 4$$

145. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल 360 वर्ग सेमी. और 250 वर्ग सेमी. हैं। यदि पहले त्रिभुज की एक भुजा की लंबाई 8 सेमी. है, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लंबाई है—

- (a) $6\frac{1}{5}$ सेमी. (b) $6\frac{1}{3}$ सेमी.
(c) $6\frac{2}{3}$ सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— दो समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात = संगत भुजाओं के वर्गों का अनुपात

माना दूसरे त्रिभुज की भुजा x सेमी. है।

$$\therefore \frac{360}{250} = \frac{8^2}{x^2}$$

$$\therefore x^2 = \frac{64 \times 250}{360} = \frac{400}{9}$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3}$$

$$\therefore x = 6\frac{2}{3} \text{ सेमी.}$$

146. यदि किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएं तीन क्रमिक पूर्णांक हों, तो सबसे छोटी भुजा की लंबाई क्या होगी?

- (a) 3 यूनिट (b) 2 यूनिट
(c) 4 यूनिट (d) 5 यूनिट

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना समकोण त्रिभुज की भुजाएं तीन क्रमिक पूर्णांक के रूप में क्रमशः x, (x + 1) तथा (x + 2) हैं

Δ ABC में, यदि ∠ B = 90° हो, तो—

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\therefore (x+1)^2 + x^2 = (x+2)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$2x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0$$

गुणनखंड करने पर

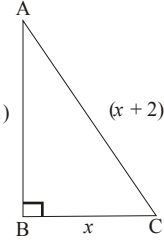
$$x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$x(x-3) + 1(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -1 \quad (\because x = -1, \text{ संभव नहीं है।})$$

$$\therefore \text{त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा} = 3 \text{ यूनिट}$$



147. एक त्रिभुज ABC में, ∠BAC = 90° और AD ⊥ BC यदि AD = 6 सेमी. और BD = 4 सेमी., तो BC की लंबाई है—

- (a) 8 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 9 सेमी. (d) 13 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना Δ ABC में

BC = x सेमी.

$$\therefore CD = (x - 4) \text{ सेमी.}$$

अब Δ ADB में

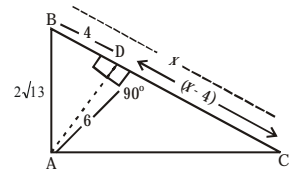
$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$= 6^2 + 4^2$$

$$\therefore AB^2 = 36 + 16$$

$$AB^2 = 52$$



$$\begin{aligned} \therefore AB &= 2\sqrt{13} \text{ सेमी.} \\ \text{पुनः } \triangle ADC \text{ में} \\ AC^2 &= 6^2 + (x-4)^2 \\ AC^2 &= 36 + x^2 + 16 - 8x \dots\dots\dots (i) \\ \text{अब } \triangle ABC \text{ में } \angle BAC &= 90^\circ \\ \therefore BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ \therefore AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ &= x^2 - (2\sqrt{13})^2 \\ AC^2 &= x^2 - 52 \dots\dots\dots (ii) \\ \text{समी. (i) और (ii) से} \\ x^2 - 52 &= 36 + x^2 + 16 - 8x \\ \therefore 8x &= 36 + 16 + 52 \\ 8x &= 104 \\ \therefore x &= 13 \text{ या } BC = 13 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

Trick-

समकोण त्रिभुज में कर्ण के सामने वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब डाला जाए तो

लंब² = कर्ण के भागों का गुणनफल

अतः $\triangle ABC$ में

$$AD^2 = BD \times DC$$

$$(6)^2 = BD \times DC$$

$$36 = 4 \times DC$$

$$DC = 9$$

$$\therefore BC = BD + DC$$

$$= 4 + 9$$

$$= 13 \text{ सेमी.}$$

148. $\triangle ABC$ में $\angle A = 90^\circ$ है, BP और CQ दो मध्यस्थ हैं तो

$\frac{BP^2 + CQ^2}{BC^2}$ का मान है-

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{3}{5}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर-(b)

व्याख्या— $\triangle ABC$ में $\angle A = 90^\circ$

\therefore BP तथा CQ मध्यस्थ (माध्यिका) है।

$\therefore \triangle PAB$ में

$$BP^2 = AP^2 + AB^2 \dots\dots(i)$$

तथा $\triangle BAC$ में

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \dots\dots(ii)$$

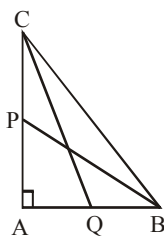
तथा $\triangle CAQ$ में

$$CQ^2 = AQ^2 + AC^2 \dots\dots(iii)$$

प्रश्न से

$$\frac{BP^2 + CQ^2}{BC^2} = \frac{(AP^2 + AB^2) + (AQ^2 + AC^2)}{(AB^2 + AC^2)}$$

[समी. (i), (ii) और (iii) से]



$$\begin{aligned} &= \frac{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + AB^2 + AC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}{AB^2 + AC^2} \\ &\quad \left(\because AP = \frac{AC}{2} \text{ तथा } AQ = \frac{AB}{2}\right) \\ &= \frac{\frac{AC^2}{4} + AC^2 + AB^2 + \frac{AB^2}{4}}{AB^2 + AC^2} \\ &= \frac{\frac{5}{4}AC^2 + \frac{5}{4}AB^2}{AB^2 + AC^2} \\ &= \frac{5}{4} \frac{(AB^2 + AC^2)}{(AB^2 + AC^2)} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

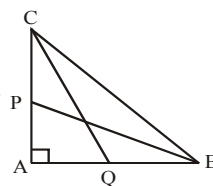
Trick-

सूत्र- $4[(BP)^2 + (CQ)^2] = 5(BC)^2$

अतः प्रश्नानुसार

$$4[(BP)^2 + (CQ)^2] = 5(BC)^2$$

या, $\frac{(BP)^2 + (CQ)^2}{(BC)^2} = \frac{5}{4}$



149. किसी त्रिभुज का बाह्य कोण 115° है और एक आंतरिक सम्मुख कोण 45° का है, तो अन्य दो कोणों का माप बताइए?

- (a) $65^\circ, 70^\circ$ (b) $60^\circ, 75^\circ$
(c) $45^\circ, 90^\circ$ (d) $50^\circ, 85^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

$$\text{बाह्य कोण} = 115^\circ = \angle ACD$$

तथा सम्मुख आंतरिक कोण $= \angle ABC = 45^\circ$

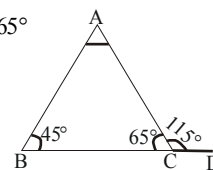
$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle A + 45^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle A = 180^\circ - 110^\circ \Rightarrow 70^\circ$$



Trick-

$\triangle ABC$ में,

$\angle ACD = \angle A + \angle B$ (बहिष्कोण अपने दो सुदूर कोणों के योग के बराबर होता है।)

$$\Rightarrow \angle A = 115^\circ - 45^\circ$$

$$\angle A = 70^\circ$$

तथा $\angle C = 180^\circ - 115^\circ$

$$\angle C = 65^\circ$$

अतः अन्य दो कोण क्रमशः 65° व 70° होंगे।

150. किसी समद्विभुज $\triangle ABC$ का शीर्ष कोण A उसके कोण B से तीन गुणा है, तो कोण A का माप क्या होगा?

(a) 90° (b) 108°
(c) 100° (d) 36°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—माना कि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है। अर्थात्

$$AB = AC \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB \quad \dots(i)$$

प्रश्नानुसार

$$\angle A = 3\angle B \quad \dots(ii)$$

$\therefore \triangle ABC$ में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

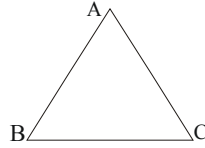
$$\therefore 3\angle B + \angle B + \angle B = 180^\circ \text{ (समी. (i) और (ii) से)}$$

$$\text{या } 5\angle B = 180^\circ$$

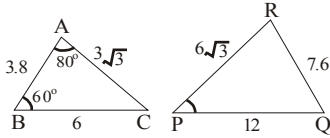
$$\text{या } \angle B = 36^\circ$$

$$\therefore \angle A = 3\angle B = 3 \times 36^\circ$$

$$\angle A = 108^\circ$$



151. दी गई आकृतियों में, $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ की भुजाओं की लंबाइयां दी गई हैं और उन्हें एकसमान यूनिट में दिया गया है। $\angle A$ और $\angle B$ भी दिए गए हैं। $\angle P$ का मान क्या है?



(a) 42° (b) 36°
(c) 38° (d) 40°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\triangle ABC$ तथा $\triangle RPQ$ में

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

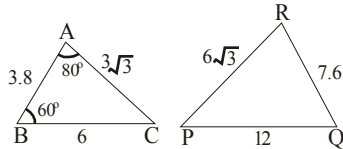
$$\frac{AC}{RP} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{AB}{RQ} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{RP} = \frac{1}{2} \quad (\text{भुजा-भुजा-भुजा समरूपता})$$

$$\therefore \angle P = \angle C$$

$$\text{परंतु } \angle C = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle P = 40^\circ$$



152. $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ समान हैं। $\angle A = \angle D$ और $\angle B = \angle E$ भी। यदि $4AB = DE$ और $BC = 12$ सेमी. है तो EF किसके बराबर है?

(a) 3 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 16 सेमी. (d) 48 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore \triangle ABC$ तथा $\triangle DEF$ में $\angle A = \angle D$

$$\text{तथा } \angle B = \angle E$$

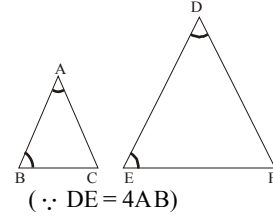
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$
(कोण-कोण समरूपता से)

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{AB}{4AB} = \frac{12}{EF}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{12}{EF}$$

$$\therefore EF = 12 \times 4 = 48 \text{ सेमी.}$$



153. ABC एक समबाहु त्रिभुज है और CD, $\angle C$ का आंतरिक द्विभाजक है। यदि DC, E तक इस प्रकार बढ़ाया जाए कि $AC = CE$, तो $\angle CAE$ किसके बराबर होगा?

(a) 75° (b) 30° (c) 15° (d) 45°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार,

चित्र बनाने पर

$$\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ = \angle ACD$$

$$\therefore AC = CE$$

\therefore भुजा के सामने के कोण समान होंगे

$$(\therefore \text{माना } \angle CAE = \angle AEC = x)$$

$$\text{अर्थात् } \angle CAE + \angle AEC + \angle ECA = 180^\circ$$

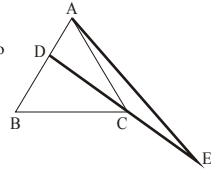
$$x + x + 180^\circ - (\angle ACD) = 180^\circ$$

$$2x + (180^\circ - 30^\circ) = 180^\circ$$

$$\therefore 2x = 30^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = 15^\circ$$



Trick—

समकोण $\triangle ADE$ में—

$$90^\circ + 60^\circ + x^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 150^\circ$$

$$2x = 30^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = 15^\circ$$

154. एक त्रिभुज का एक कोण 108° है। तदनुसार, उस त्रिभुज के दोनों न्यून कोणों के आंतरिक द्विभाजकों के बीच बना कोण कितना होगा?

(a) 144° (b) 54°
(c) 72° (d) 136°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC का कोण B अधिक कोण है।

\therefore त्रिभुज के तीनों कोण का योग 180° होता है।

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + 108^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle C = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \dots\dots(i)$$

पुनः ΔAOC में $\angle OAC$, $\angle OCA$ त्रिभुज ABC के कोण $\angle A$, $\angle C$ का द्विभाजक है।

$\therefore \Delta AOC$ में—

$$\angle OAC + \angle OCA = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ \dots(ii)$$

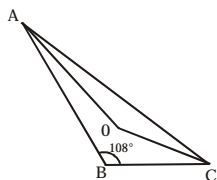
$\therefore \Delta AOC$ में

$$\angle OAC + \angle OCA + \angle AOC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 36^\circ + \angle AOC = 180^\circ \text{ (समी. (ii) से)}$$

$$\Rightarrow \angle AOC = 180^\circ - 36^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 144^\circ$$



Trick—

$$\text{अभीष्ट कोण } \angle AOC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} \text{ (सूत्र)}$$

$$= 90^\circ + \frac{108^\circ}{2}$$

$$= 90^\circ + 54^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 144^\circ$$

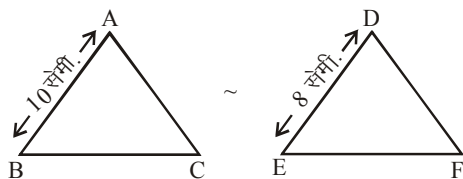
155. दो त्रिभुज ABC तथा DEF समरूप हैं जिनमें $AB = 10$ सेमी., $DE = 8$ सेमी.। त्रिभुज ABC और DEF के क्षेत्रफल का अनुपात है—

(a) 4 : 5 (b) 25 : 16
(c) 64 : 125 (d) 4 : 7

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \Delta ABC$ और ΔDEF समरूप त्रिभुज हैं।



$$\therefore \frac{(\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल})}{(\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल})} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$$

(\therefore दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।)

$$\therefore \frac{10^2}{8^2} \Rightarrow \frac{100}{64} = \frac{25}{16}$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 25 : 16

156. यदि एक त्रिभुज ABC की AB, BC और CA भुजाओं की लंबाइयां क्रमशः 10 सेमी., 8 सेमी. और 6 सेमी. हैं और M, BC का मध्य-बिंदु है और $MN \parallel AB$, N पर AC को काटता है, तो समलंब ABMN का क्षेत्रफल कितना होगा?

(a) 20 वर्ग सेमी. (b) 12 वर्ग सेमी.
(c) 16 वर्ग सेमी. (d) 18 वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— ΔABC में

M, BC का मध्य बिंदु है तथा $MN \parallel AB$

\therefore N, AC का मध्य बिंदु होगा।

AC = 6 सेमी., AB = 10 सेमी., BC = 8 सेमी.

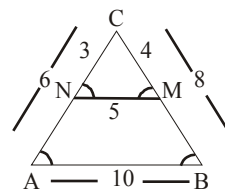
ΔABC में $MN \parallel AB$

$$\therefore \frac{NC}{CA} = \frac{NM}{AB}$$

$$\therefore \frac{3}{6} = \frac{NM}{10}$$

$$6NM = 3 \times 10$$

$$\therefore NM = 5 \text{ सेमी.}$$



$$\Delta ABC \text{ के लिए } s = \frac{10 + 6 + 8}{2}$$

$$s = 12$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{12(12-10)(12-8)(12-6)}$$

$$= \sqrt{12 \times 2 \times 4 \times 6}$$

$$= \sqrt{6 \times 2 \times 4 \times 6 \times 2} = 24 \text{ सेमी.}^2$$

ΔCNM में

$$s = \frac{3 + 5 + 4}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta CNM \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{6(6-3)(6-5)(6-4)}$$

$$= \sqrt{6 \times 3 \times 1 \times 2}$$

$$= 6 \text{ सेमी.}^2$$

अतः समलंब ABMN का क्षेत्रफल

$$= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} - \Delta CNM \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 24 - 6 = 18 \text{ वर्ग सेमी.}$$

157. D, E, F एक त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के क्रमशः मध्य बिंदु हैं, तो ΔDEF और ΔABC के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

(a) $1/2$ (b) $1/4$ (c) $1/8$ (d) $1/16$

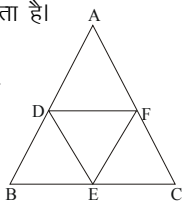
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या- $\triangle ABC$ के मध्य बिंदुओं को मिलाने पर $\triangle ABC$, चार बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बंट जाता है।

$$\therefore \triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \times \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$\text{या } \frac{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{4}$$



158. $\triangle ABC$ में D और E दो बिंदु हैं, जो क्रमशः भुजा AB और AC पर इस प्रकार हैं कि $DE \parallel BC$ और $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$, तो

$\frac{\triangle ECB \text{ समलंब (ट्रैपेज़ियम) का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}$ किसके बराबर होगा?

- (a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{21}{25}$ (c) $1\frac{4}{5}$ (d) $5\frac{1}{4}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना $AD = 2x$, $BD = 3x$

$$\therefore AB = 2x + 3x = 5x$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

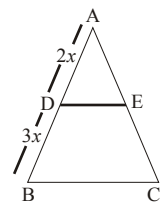
$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AD^2}{AB^2}$$

$$\frac{\triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{(2x)^2}{(5x)^2} = \frac{4x^2}{25x^2}$$

$$\therefore 1 - \frac{\triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = 1 - \frac{4x^2}{25x^2}$$

$$\frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} - \triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{21x^2}{25x^2}$$

$$\frac{\text{समलंब DE CB का क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{21}{25}$$



Trick—

$\therefore \triangle ABC$ के भुजा की लंबाई क्रमशः $AB = 10$, $BC = 8$ तथा $CA = 6$ है। यह भुजा एक समकोण त्रिभुज का त्रिक बनाते हैं।

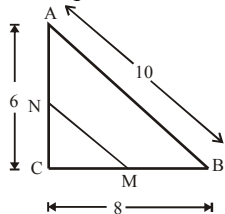
$\therefore \triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

$\therefore MN \parallel AB$ और M, BC का मध्य बिंदु है तथा N, AC का मध्य बिंदु है।

$$\therefore CM = \frac{8}{2} = 4 \text{ सेमी.}$$

$$CN = \frac{6}{2} = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा } MN = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी. } (\because \triangle ACB \sim \triangle NCM)$$



$$\therefore \triangle ACB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{और } \triangle NCM \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \square ABMN \text{ का क्षेत्रफल} = \triangle ACB \text{ का क्षेत्रफल} - \triangle NCM \text{ का क्षेत्रफल} \\ = 24 - 6 \\ = 18 \text{ सेमी.}^2$$

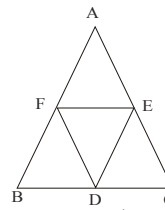
159. यदि $\triangle ABC$ के BC, CA और AB के क्रमशः मध्य बिंदु D, E और F हैं तो समांतर चतुर्भुज DEFB के क्षेत्रफल और समलंब CAFD के क्षेत्रफल का अनुपात क्या है?

- (a) 1 : 3 (b) 3 : 4 (c) 1 : 2 (d) 2 : 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore \triangle ABC$ की भुजाओं BC, CA तथा AB की मध्य-बिंदुओं D, E तथा F को मिलाने से चार समान क्षेत्रफल के त्रिभुज बनेंगे।



$$\therefore \text{समांतर चतुर्भुज DEFB का क्षेत्रफल} \\ = \triangle BDF \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल} \\ = \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \\ = \frac{2}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \dots\dots\dots (i)$$

समलंब CAFD का क्षेत्रफल

$$= \triangle CED \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle AFE \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल} \\ = \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \\ + \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \\ = \frac{3}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \dots\dots\dots (ii)$$

प्रश्नानुसार

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{2}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} : \frac{3}{4} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} \\ = 2 : 3$$

160. एक त्रिभुज का आधार उसके शीर्षलंब के दोगुने से 2 सेमी. अधिक है। यदि क्षेत्रफल 12 सेमी.² हो, तो उसका शीर्षलंब होगा-

- (a) 4 सेमी. (b) 3 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज के शीर्ष लंब की लंबाई x सेमी. है।
प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned}\therefore \text{आधार} &= 2x + 2 \\ \therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \\ &= \frac{1}{2} \times (2x + 2) \times x \\ (\therefore \text{शीर्ष लंब} &= \text{त्रिभुज की ऊँचाई}) \\ \therefore 12 &= \frac{1}{2} (2x + 2) \times x \\ 24 &= 2x^2 + 2x \\ 24 &= 2(x^2 + x) \\ 12 &= x^2 + x \\ x^2 + x - 12 &= 0 \\ x^2 + (4 - 3)x - 12 &= 0 \\ x^2 + 4x - 3x - 12 &= 0 \\ x(x + 4) - 3(x + 4) &= 0 \\ (x + 4)(x - 3) &= 0 \\ \therefore x &= 3, -4 \\ \therefore x &= -4 \text{ (अग्रह्य)} \\ \therefore \text{शीर्षलंब} &= 3 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

161. एक त्रिभुज का आधार $6\sqrt{3}$ सेमी. है और उसके दोनों आधार-कोण 30° तथा 60° हैं। तदनुसार, उस त्रिभुज की ऊँचाई कितनी है?

- (a) $3\sqrt{3}$ सेमी. (b) 4.5 सेमी.
(c) $4\sqrt{3}$ सेमी. (d) $2\sqrt{3}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC है।

जिसमें $\angle A$ से BC पर लंब डाला गया है तथा $DC = x$ है।

$$\therefore BD = 6\sqrt{3} - x$$

$$\therefore \triangle ADB \text{ में } \frac{AD}{BD} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{h}{6\sqrt{3} - x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

पुनः $\triangle ADC$ में

$$\frac{AD}{DC} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{h}{x} = \sqrt{3}$$



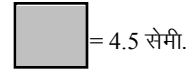
.....(ii)

समी. (ii) से x का मान समी. (i) में लिखने पर—



$$3h = 18 - h$$

$$4h = 18$$



$$= 4.5 \text{ सेमी.}$$

162. दो समरूप त्रिभुजों का परिमाण क्रमशः 30 सेमी. और 20 सेमी. है। यदि पहले त्रिभुज की एक भुजा 9 सेमी. है तो दूसरे त्रिभुज की तदनुरूपी भुजा ज्ञात कीजिए।

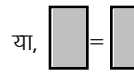
- (a) 13.5 सेमी. (b) 6 सेमी.
(c) 15 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या—

माना दो समरूप त्रिभुज ABC तथा DEF हैं।



$$30 \times x = 9 \times 20$$

$$x = 6 \text{ सेमी.}$$

163. दो समद्विभुज त्रिभुज के शीर्ष कोण बराबर है और उनका क्षेत्रफल 9:16 के अनुपात में है, तो उनके तदनुरूपी ऊँचाई का अनुपात क्या होगा?

- (a) 4.5 : 8 (b) 4 : 3
(c) 8 : 4.5 (d) 3 : 4

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— यदि दो समद्विभुज त्रिभुज के शीर्ष कोण बराबर हों तो त्रिभुज समरूप त्रिभुज होता है।

☐ समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात
= समरूप त्रिभुज की ऊँचाई के वर्ग का अनुपात
माना दोनों समद्विबाहु त्रिभुज की ऊँचाई h_1 और h_2 है।

☐ अभीष्ट अनुपात = $h_1 : h_2 = 3 : 4$

164. एक समद्विबाहु त्रिभुज की प्रत्येक समान भुजा और तीसरी भुजा की लंबाई का अनुपात 3 : 4 है। यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग एकक है, तो तीसरी भुजा है-
- (a) 16 एकक (b) एकक
(c) एकक (d) 12 एकक

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाएं $3x, 3x$ तथा तीसरी भुजा $4x$ है।

☐ समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

☐

☐

☐

☐

☐ $x^2 = 9$ ☐ $x = 3$
☐ तीसरी भुजा की लंबाई = $4x$
 $4 \times 3 = 12$ एकक

Trick—
माना समद्विबाहु त्रिभुज ABC हैं, जिसकी समान भुजा $AB = AC = 3x$ तथा तीसरी भुजा $BC = 4x$ है।
☐ समद्विबाहु ΔABC की ऊँचाई $AD =$ $= x$ ☐

☐ समद्विबाहु ΔABC का क्षेत्रफल = $\times BC \times AD$

☐

☐ $4x^2 = 36$ ☐ $x^2 = 9$ ☐ $x = 3$
तीसरी भुजा की लंबाई = $4x = 4 \times 3$ 12 इकाई

165. एक समद्विबाहु त्रिभुज पर शीर्ष से आधार तक खींचा गया लंब 8 सेमी. है और उसका परिमाप 64 सेमी. है। तदनुसार, उस त्रिभुज का क्षेत्रफल कितने सेमी.² है?

- (a) 120 (b) 240
(c) 180 (d) 360

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC समद्विबाहु त्रिभुज है।
तथा $AB = AC$

☐

पुनः प्रश्न से
 $AB + BC + CA = 64$ (i)
माना $AB = x = AC$

☐ समी. (i) से $x + x + BC = 64$
☐

☐

.....(ii)

चित्र से समकोण त्रिभुज ABD में
 $BD^2 = AB^2 - AD^2$
 $(32 - x)^2 = x^2 - 8^2$
 $(32 - x)^2 = x^2 - 64$
 $32^2 + x^2 - 2 \times 32 \times x = x^2 - 64$
 $1024 - 64x = -64$
☐ $1024 + 64 = 64x$
☐

☐ समी. (ii) से $BD = 32 - 17$ 15 सेमी.
☐ $BC = 2 \times BD$
 $= 2 \times 15 = 30$ सेमी.

☐ समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

☐

☐

सेमी.²

166. यदि त्रिभुज ABC में, BE और CF एक दूसरे के लंबवत् दो माध्यिका रेखाएँ हैं और यदि AB = 19 सेमी. तथा AC = 22 सेमी. तो BC की लंबाई कितनी है?

- (a) 19.5 सेमी. (b) 26 सेमी.
(c) 20.5 सेमी. (d) 13 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—

∴ माध्यिकाएँ एक-दूसरे को लंबवत् काटती हैं।

∴ केंद्रक, माध्यिकाओं को 2 : 1 में काटती है।

∴ माना CO = 2x तथा

$$BO = 2y$$

$$\text{और } FO = x$$

$$EO = y$$

Δ CDE में

$$4x^2 + y^2 = \frac{361}{4} \quad \dots\dots (i)$$

Δ BOF में

$$x^2 + 4y^2 = 121 \quad \dots\dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$5(x^2 + y^2) = \frac{845}{4}$$

$$\text{या, } x^2 + y^2 = \frac{169}{4}$$

$$\text{या, } 4x^2 + 4y^2 = 169$$

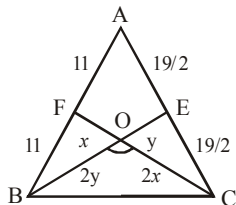
अब Δ BOC में

$$4x^2 + 4y^2 = (BC)^2$$

$$(BC)^2 = 169$$

$$BC = \sqrt{169}$$

$$= 13 \text{ सेमी.}$$



Trick—

$$BC = \sqrt{\frac{(AB)^2 + (AC)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{(19)^2 + (22)^2}{5}}$$

$$BC = \sqrt{\frac{845}{5}}$$

$$BC = \sqrt{169}$$

$$BC = 13$$

167. यदि एक समकोण त्रिभुज का परिमाण 56 सेमी. है और त्रिभुज का क्षेत्रफल 84 वर्ग सेमी. है, तो कर्ण की लंबाई (सेमी. में) है—

- (a) 25 (b) 50 (c) 7 (d) 24

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पाटी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना समकोण त्रिभुज का आधार a, लंब b तथा कर्ण c है।

प्रश्नानुसार

$$a + b + c = 56 \quad \dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } \frac{1}{2} a \times b = 84$$

$$\therefore a \times b = 168 \quad \dots\dots (ii)$$

$$\text{तथा } a^2 + b^2 = c^2 \quad \dots\dots (iii)$$

समी. (i) से

$$a + b = 56 - c$$

वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + 2ab = 56^2 + c^2 - 112c$$

$$c^2 + 2ab = 56^2 + c^2 - 112c \quad (\because a^2 + b^2 = c^2)$$

$$2 \times ab = 56^2 - 112c$$

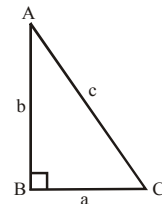
$$2 \times 168 = 56^2 - 112c \quad [\text{समी. (ii) से}]$$

$$112c = 3136 - 336$$

$$112c = 2800$$

$$c = \frac{2800}{112} = 25 \text{ सेमी.}$$

∴ कर्ण की लंबाई c = 25 सेमी.



168. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 24 सेमी.² है और समकोण वाली एक भुजा 6 सेमी. है। कर्ण पर तुंगता है—

- (a) 3.6 सेमी. (b) 4.8 सेमी.
(c) 5.2 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना समकोण त्रिभुज ABC है। जहां BC = 6

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 6 \times AB$$

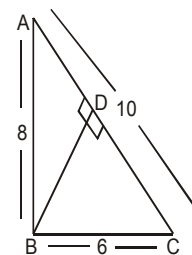
$$\therefore AB = 8 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी.}$$



माना तुंगता B से AC पर BD डाला गया है।

तथा AD = x, ∴ DC = 10 - x

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times BD$$

$$\Rightarrow 48 = 10 \times BD$$

$$BD = \frac{48}{10}$$

$$BD = 4.8 \text{ सेमी.}$$

169. $\triangle ABC$ में, \overline{AD} एक माधिका है। तदनुसार, निम्न में से कौन-सा संबंध सही है?

- (a) $AB + AC > 2AD$ (b) $AB + AC < 2AD$
(c) $AB + AC = 2AD$ (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

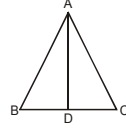
उत्तर—(d)

व्याख्या— $AB < BD + AD$

$AC < AD + DC$

$AB + AC < 2AD + BD + DC$

$AB + AC < 2AD + BC$ [$\because BD + DC = BC$]



170. एक त्रिभुज PQR में, $PQ = PR$ और $\angle Q, \angle P$ से दोगुना है, तो $\angle Q$ किसके बराबर है?

- (a) 72° (b) 36°
(c) 144° (d) 108°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाली)

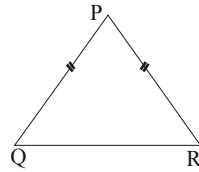
उत्तर—(a)

व्याख्या—माना कि $\triangle PQR$ है। जिसमें $PQ = PR$ अर्थात् त्रिभुज समद्विबाहु है।

$\therefore \angle Q = \angle R$ (i)

प्रश्नानुसार

$\angle Q = 2\angle P$



$\angle P = \angle Q/2$

....(ii)

लेकिन $\triangle PQR$ में

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$

$\therefore \frac{\angle Q}{2} + \angle Q + \angle Q = 180^\circ$ (समी. (i) और (ii) से)

या $\frac{5\angle Q}{2} = 180^\circ$

$\angle Q = \frac{180^\circ \times 2}{5} = 72^\circ$

171. एक त्रिभुज के दो कोणों के माप का अनुपात 4 : 5 है। यदि इन दोनों मापों का योग तीसरे कोण के माप के बराबर है, तो लघुतम कोण ज्ञात करें।

- (a) 10 (b) 90 (c) 50 (d) 40

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना त्रिभुज के दो कोण क्रमशः $4x, 5x$ हैं।

प्रश्नानुसार

तीसरा कोण $= 4x + 5x = 9x$

\therefore त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

$\therefore 4x + 5x + 9x = 180^\circ$

$18x = 180^\circ$

$x = 10^\circ$

\therefore त्रिभुज के तीनों कोणों का मान $= 4x, 5x, 9x$

$= 4 \times 10^\circ, 5 \times 10^\circ, 9 \times 10^\circ$

$= 40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$

\therefore त्रिभुज का सबसे छोटा कोण $= 40^\circ$

Trick—

प्रश्नानुसार अभीष्ट लघुतम कोण की माप $= \frac{4}{18} \times 180^\circ$
 $= 4 \times 10^\circ$
 $= 40^\circ$

172. $\triangle ABC$ में O केंद्रक है और AD, BE, CF तीन माधिकाएं हैं और $\triangle AOE$ का क्षेत्रफल $= 15$ सेमी.², तो चतुर्भुज BDOF का क्षेत्रफल है—

- (a) 20 सेमी.² (b) 30 सेमी.²
(c) 40 सेमी.² (d) 25 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\triangle AOE$ एवं $\triangle BOD$ से

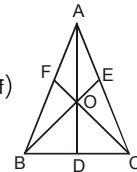
$\angle AOE = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$OE = OD$ एवं $OB = OA$ (समान भाग में विभाजित)

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOD$

\therefore $\triangle AOE$ का क्षेत्रफल $= \triangle BOD$ का क्षेत्रफल

अब चतुर्भुज BDOF का क्षेत्रफल $= 2 \times \triangle BOD$ का क्षेत्रफल
 $= 2 \times 15 = 30$ वर्ग सेमी.



173. $\triangle ABC$ में AD, $\angle A$ का आंतरिक द्विभाजक है, और भुजा BC को D में मिलता है। यदि $BD = 5$ सेमी., $BC = 7.5$ सेमी., तो $AB : AC$ है—

- (a) 2 : 1 (b) 1 : 2
(c) 4 : 5 (d) 3 : 5

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

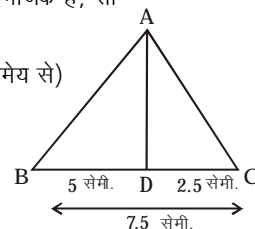
उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि AD $\angle A$ का समद्विभाजक है, तो

$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (\because कोण अर्द्धक प्रमेय से)

$\frac{5}{2.5} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{2}{1} = 2 : 1$



174. ΔPQR में शीर्ष P से बनाई गई रेखा QR को बिंदु S पर काटती है। यदि $QR = 4.5$ सेमी. और $SR = 1.5$ सेमी. हो तो त्रिभुज PQS और त्रिभुज PSR के क्षेत्रफलों के अनुपात हैं—

- (a) 3 : 2 (b) 2 : 1
(c) 4 : 1 (d) 3 : 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

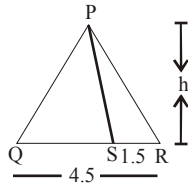
उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore SR = 1.5$ सेमी.

$\therefore QS = 4.5 - 1.5 = 3.0$ सेमी.

$\therefore \Delta$ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार $\times h$

$$\therefore \frac{\text{त्रिभुज PQS का क्षेत्रफल}}{\text{त्रिभुज PSR का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times h}{\frac{1}{2} \times 1.5 \times h} = \frac{3}{1.5} = 2 : 1$$



175. ΔABC की भुजाओं AB तथा AC पर दो बिंदु D तथा E इस

प्रकार चुने गए हैं कि $AD = \frac{1}{3} AB$ तथा $AE = \frac{1}{3} AC$ हैं। यदि

BC की लंबाई 15 सेमी हो, तदनुसार DE की लंबाई कितनी है?

- (a) 10 सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है—

$$AD = \frac{1}{3} AB \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } AE = \frac{1}{3} AC \dots\dots(ii)$$

समी. (i)/ समी. (ii)

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

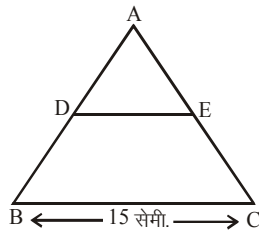
$\Rightarrow DE \parallel BC$ (\therefore किसी त्रिभुज में यदि कोई रेखाखंड अन्य दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।)

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ (कोण-कोण समरूपता से)

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{3AB} = \frac{DE}{15} \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{DE}{15} \Rightarrow DE = 5 \text{ सेमी.}$$



176. D और E, ΔABC की भुजा AB और AC के क्रमशः मध्य बिंदु हैं। A से खींची गई एक रेखा H पर BC से; और K पर DE से मिलती है।

AK : KH = ?

- (a) 1 : 1 (b) 1 : 2
(c) 1 : 3 (d) 2 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर $AE = EC$

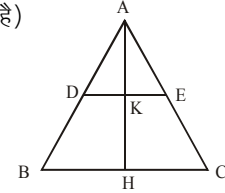
(\therefore E, भुजा AC का मध्य बिंदु है)

भुजा DE, BC के समांतर है।

ΔAKE तथा ΔCHK में

$\angle HAC = \angle KAE$

तथा $\angle EKA = \angle CHA$



यदि त्रिभुज के तीनों कोण समान हों तो त्रिभुज समरूप त्रिभुज होता है।

$$\frac{AK}{AH} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{AK}{AK + KH} = \frac{AE}{2AE} \quad (\therefore AH = AK + KH)$$

$$\frac{AK}{AK + KH} = \frac{1}{2}$$

$$2AK = AK + KH$$

$$2AK - AK = KH$$

$$\frac{AK}{KH} = 1$$

$$\therefore AK : KH = 1 : 1$$

Trick—

बिंदु D, E रेखाखंड AB तथा AC के मध्य बिंदु हैं।

$$\therefore DE \parallel BC \text{ तथा } 2DE = BC$$

$$\therefore AK : KH = 1 : 1$$

177. यदि त्रिभुज ABC में कोण $B = 35^\circ$, कोण $C = 65^\circ$ और कोण BAC का द्विभाजक BC को D पर मिलता है, तो कोण ADB क्या होगा?

- (a) 40° (b) 75°
(c) 90° (d) 105°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(d)

व्याख्या—प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$

ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

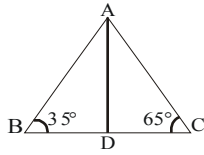
$$\angle A + 35^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$\therefore \angle BAC$ का AD समद्विभाजक है।

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle A = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$



178. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AB = AC$ है। उसमें भुजा BA को D तक बढ़ाया गया है ताकि $AB = AD$ हो जाए। तदनुसार, यदि $\angle ABC = 30^\circ$ हो, तो $\angle BCD$ किसके बराबर होगा?

- (a) 60° (b) 45°
(c) 90° (d) 30°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\triangle ABC$ में $AB = AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCA = 30^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ में

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\therefore 30^\circ + 30^\circ + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle CAB$$

$$= 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$$\therefore AD = AC$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DCA \dots\dots\dots(ii)$$

$\therefore \triangle ADC$ में

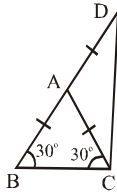
$$\therefore \angle ADC + \angle DCA + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\angle ADC + \angle ADC + 60^\circ = 180^\circ$$

$$2 \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = \frac{120^\circ}{2} \Rightarrow 60^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle DCA = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$



Trick—

$\triangle ABC$ में—

$$AB = AC \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$$

$$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB$$

$$\angle CAD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore AC = AD \therefore \angle ADC = \angle ACD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

179. D और E एक $\triangle ABC$ की भुजाओं AB और AC पर क्रमशः बिंदु हैं और $AD = 8$ सेमी., $DB = 12$ सेमी., $AE = 6$ सेमी. और $EC = 9$ सेमी. हो, तो BC किसके बराबर है?

- (a) $\frac{2}{3} DE$ (b) $\frac{5}{2} DE$
(c) $\frac{3}{2} DE$ (d) $\frac{2}{3} DE$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पली) उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

$$AD = 8 \text{ सेमी.}$$

$$BD = 12 \text{ सेमी.}$$

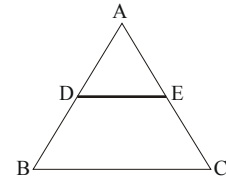
$$AE = 6 \text{ सेमी. तथा } EC = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ में; } DE \parallel BC \left(\because \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3} \right)$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\text{या } \frac{8}{20} = \frac{DE}{BC}$$

$$\text{या } BC = \frac{5}{2} DE$$



180. PQR एक समबाहु त्रिभुज है। MN, QR के समांतर इस प्रकार बनाया गया है कि M, PQ पर है और N, PR पर है। यदि $PN = 6$ सेमी. हो, तो MN की लंबाई कितनी होगी?

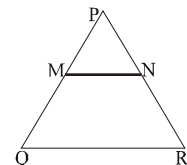
- (a) 3 सेमी. (b) 6 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 4.5 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पली) उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

PQR समबाहु त्रिभुज है।

तथा $MN \parallel QR$ और $PN = 6$ सेमी.



$\therefore \triangle PMN$ भी समरूप होने के कारण समबाहु होगा।

$\therefore PN = MN = PM = 6$ सेमी.

Trick—

माना समबाहु $\triangle PQR$ में

$$PQ = QR = PR = x \text{ सेमी.}$$

प्रश्नानुसार

$MN \parallel QR$ (दिया है)

तथा $PN = 6$ सेमी. (दिया है)

$$\therefore \frac{PM}{PQ} = \frac{PN}{PR} = \frac{MN}{QR}$$

$$\frac{PN}{PR} = \frac{MN}{QR} \text{ या } \frac{6}{x} = \frac{MN}{x}$$

या $MN = 6$ सेमी.

181. $\triangle ABC$ का $\angle A$ एक समकोण है। AD, BC पर लंब है। यदि $BC = 14$ सेमी. और $BD = 5$ सेमी. है, तो AD का माप है—

- (a) $\sqrt{5}$ सेमी. (b) $3\sqrt{5}$ सेमी.
(c) $3.5\sqrt{5}$ सेमी. (d) $2\sqrt{5}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— AD, BC पर लंब है।

$\therefore \triangle ABC$ में

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \dots\dots(i)$$

पुनः $\triangle ADB$ में

$$AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$AD^2 + 5^2 = AB^2 \dots\dots(ii)$$

पुनः $\triangle ADC$ में

$$AD^2 + CD^2 = AC^2$$

$$AD^2 + 9^2 = AC^2 \dots\dots(iii) \quad (\because CD = BC - BD)$$

समी. (ii) और समी. (iii) से AB^2 और AC^2 का मान समी. (i) में रखने पर

$$AD^2 + 5^2 + AD^2 + 9^2 = BC^2$$

$$2AD^2 + 25 + 81 = 14^2$$

$$2AD^2 + 106 = 196$$

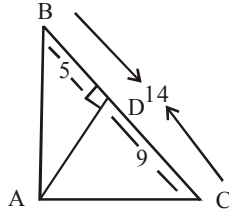
$$2AD^2 = 196 - 106$$

$$2AD^2 = 90$$

$$AD^2 = 45$$

$$AD = \sqrt{3 \times 3 \times 5}$$

$$AD = 3\sqrt{5} \text{ सेमी.}$$



Trick—

समकोण त्रिभुज में कर्ण के सामने वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब

डाला जाए तो लंब की लंबाई $= \sqrt{BD \times DC}$

अब $\triangle ABC$ में

$$AD = \sqrt{BD \times DC}$$

$$= \sqrt{5 \times 9}$$

$$= \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5} \text{ सेमी.}$$

$$\left[\begin{array}{l} DC = BC - BD \\ = 14 - 5 = 9 \end{array} \right]$$

182. एक त्रिभुज की भुजाएं 7 : 9 : 12 के अनुपात में हैं। सबसे बड़ी और सबसे छोटी भुजाओं की लंबाई के बीच अंतर 15 सेमी. है। सबसे बड़ी भुजा की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 36 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 60 सेमी. (d) 24 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात = 7 : 9 : 12

\therefore त्रिभुज की भुजाएं क्रमशः $7x, 9x$ और $12x$ हैं।

\therefore प्रश्नानुसार

$$12x - 7x = 15$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

\therefore सबसे बड़ी भुजा की लंबाई $= 12x$

$$= 12 \times 3$$

$$= 36 \text{ सेमी.}$$

183. मान लें कि ABC एक समबाहु त्रिभुज है और AD, BC के लंब है। तो $AB^2 + BC^2 + CA^2 = ?$

- (a) $3AD^2$ (b) $5AD^2$
(c) $4AD^2$ (d) $2AD^2$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समबाहु त्रिभुज ABC की प्रत्येक भुजा a है तथा समबाहु त्रिभुज में BC पर लंब AD है।

समबाहु त्रिभुज में लंब भुजा को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore BD = CD = \frac{a}{2}$$

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = a^2 + a^2 + a^2$$

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3a^2 \dots\dots(i)$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई (AD)} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

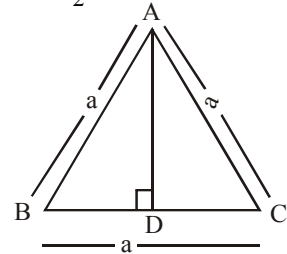
वर्ग करने पर

$$AD^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$\therefore 3a^2 = 4AD^2$$

$3a^2$ का मान समी. (i) में रखने पर

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$$



184. एक समभुज त्रिभुज ABC का केंद्रक G है और $AB = 10$ सेमी. हो, तो AG की लंबाई (सेमी. में) कितनी होगी?

- (a) $3\frac{1}{3}$ (b) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (d) $\frac{10}{\sqrt{3}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b&d)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज की भुजा $AB = BC = CA = 10$ सेमी.

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा}$$

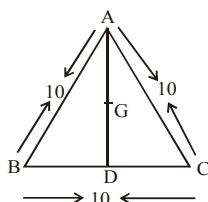
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore AG = \frac{2}{3} AD$$

$$= \frac{2}{3} \times 5\sqrt{3}$$

$$= \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ सेमी.}$$

अतः विकल्प (b) और विकल्प (d) दोनों उत्तर होगा क्योंकि विकल्प (b) को सरल करने पर विकल्प (d) भी प्राप्त होता है।



185. यदि एक समबाहु त्रिभुज की परित्रिज्या 10 सेमी. हो, तो उसकी अंतःत्रिज्या की माप कितनी होगी?

- (a) 5 सेमी. (b) 10 सेमी. (c) 20 सेमी. (d) 15 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या $= \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$10 = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$a = 10\sqrt{3}$$

\therefore समबाहु त्रिभुज के अंतःवृत्त की त्रिज्या $= \frac{a}{2\sqrt{3}}$

$$= \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 5 \text{ सेमी.}$$

186. समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक आंतरिक कोण का ऐसे बहिष्कोण से अनुपात 3 : 1 है। बहुभुज की कितनी भुजाएँ हैं?

- (a) 8 (b) 9
(c) 6 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2001, 2013, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना भुजाओं की संख्या $= n$

प्रश्नानुसार

$$\frac{(2n-4)90^\circ}{\frac{n}{360^\circ}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{2n-4}{4} = 3$$

$$2n-4=12$$

$$2n=12+4$$

$$2n=16$$

$$n=8$$

Trick—

यदि समबाहु त्रिभुज में भुजाओं की संख्या 4 हैं तो आंतरिक कोण, बाह्य कोण के बराबर होगा। यदि समबाहु त्रिभुज में भुजाओं की संख्या 6 है, तो आंतरिक कोण बाह्य कोण का दोगुना होगा।

इसी प्रकार यदि समबाहु त्रिभुज में भुजाओं की संख्या 8 है, तो आंतरिक कोण बाह्य कोण का तिगुना होगा।

187. ABC एक समबाहु त्रिभुज है। उसमें \overline{AB} तथा \overline{AC} पर P तथा Q दो ऐसे बिंदु हैं, जिनमें $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ का संबंध है। तदनुसार यदि $\overline{PQ} = 5$ सेमी. हो, तो ΔAPQ का क्षेत्रफल कितना होगा ?

- (a) $\frac{25}{4}$ वर्ग सेमी. (b) $\frac{25}{\sqrt{3}}$ वर्ग सेमी.
(c) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ वर्ग सेमी. (d) $25\sqrt{3}$ वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔABC समबाहु Δ है।

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$$

पुनः $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$

$$\therefore \angle B = \angle APQ \text{ (संगत कोण)}$$

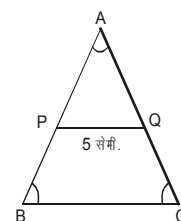
$$\text{एवं } \angle C = \angle AQP \text{ (संगत कोण)}$$

$$\therefore \Delta APQ \text{ भी समबाहु त्रिभुज होगा}$$

$$\therefore APQ \text{ की प्रत्येक भुजा} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta APQ \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 5 \times 5$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ वर्ग सेमी.}$$



188. ABC समकोणीय त्रिभुज है, B समकोण है। BC और AC के मध्यबिंदु क्रमशः B' और A' हैं। $\Delta A'B'C$ का क्षेत्रफल कितना है?

- (a) $\frac{1}{2} \times \Delta ABC$ का क्षेत्रफल (b) $\frac{2}{3} \times \Delta ABC$ का क्षेत्रफल
(c) $\frac{1}{4} \times \Delta ABC$ का क्षेत्रफल (d) $\frac{1}{8} \times \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

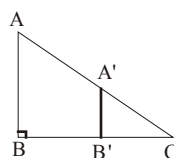
व्याख्या— $\therefore \Delta ABC$ समरूप त्रिभुज $A'B'C$ है।

$$\therefore \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C} = \frac{AC}{A'C} \text{ (समरूपता के नियम से)}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{2B'C}{B'C} \quad (\because BC = 2B'C)$$

$$\therefore \frac{AB}{2} = A'B' \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{पुनः त्रिभुज } A'B'C \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times A'B' \times B'C$$



$$= \frac{1}{2} \times \frac{AB}{2} \times \frac{BC}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \times AB \times BC \right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \text{त्रिभुज } ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

189. $\triangle ABC$ में $DE \parallel AC$ है। उसमें D तथा E क्रमशः AB तथा CB पर दो बिंदु हैं। तदनुसार, यदि $AB = 10$ सेमी. तथा $AD = 4$ सेमी. हो, तो $BE : CE$ कितना होगा?

- (a) 2 : 3 (b) 2 : 5
(c) 5 : 2 (d) 3 : 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— त्रिभुज ABC में $DE \parallel AC$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC} \quad \dots\dots(i)$$

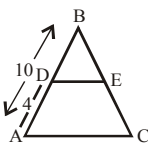
$\therefore AB = 10$ सेमी. तथा $AD = 4$ सेमी.

$$\therefore BD = AB - AD \Rightarrow 10 - 4 = 6 \text{ सेमी.}$$

$\therefore BD$ और AD का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{BE}{CE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore BE : CE = 3 : 2$$



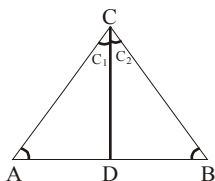
190. $\triangle ABC$ में, $\angle A < \angle B$ आधार की ऊंचाई शीर्ष कोण C को दो भागों C_1 और C_2 में विभाजित करती है, यहां C_2 , BC के निकट है, तो—

- (a) $C_1 + C_2 = A + B$ (b) $C_1 - C_2 = A - B$
(c) $C_1 - C_2 = B - A$ (d) $C_1 + C_2 = B - A$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—



$\triangle ABC$ में CD आधार की ऊंचाई है।

$\therefore CD$ आधार पर लंब होगा

$\therefore \triangle ADC$ में

$$\angle A + \angle C_1 + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C_1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \dots\dots(i)$$

पुनः $\triangle CDB$ में

$$\angle C_2 + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle C_2 + \angle B = 90^\circ \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) से

$$\angle C_1 + \angle A = \angle C_2 + \angle B$$

$$C_1 + A = C_2 + B$$

$$C_1 - C_2 = B - A$$

191. यदि त्रिभुज ABC के कोण 2 : 3 : 1 के अनुपात में हैं, तो कोण $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ क्या होंगे ?

- (a) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$
(b) $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 20^\circ$
(c) $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$
(d) $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \dots\dots(i)$$

माना प्रश्न से $\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = x$

$$\therefore 2x + 3x + x = 180$$

$$\therefore 6x = 180$$

$$x = 30^\circ$$

\therefore त्रिभुज के कोण क्रमशः $2 \times 30^\circ$, $3 \times 30^\circ$ और 30° होंगे।

या $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$

Trick—

$\triangle ABC$ में

$$\angle A = \frac{2}{6} \times 180^\circ = 120^\circ$$

$$\angle B = \frac{3}{6} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\text{तथा } \angle C = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ$$

192. $\triangle ABC$ में, यदि $2 \angle A = 3 \angle B = 6 \angle C$ है, तो $\angle B$ का मान है—

- (a) 60° (b) 30°
(c) 45° (d) 90°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \triangle ABC$ में $2 \angle A = 3 \angle B = 6 \angle C$

\therefore माना $2 \angle A = 3 \angle B = 6 \angle C = K$

$$\therefore \angle A = \frac{K}{2}, \angle B = \frac{K}{3}, \angle C = \frac{K}{6}$$

$\therefore \triangle ABC$ में $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\therefore \frac{K}{2} + \frac{K}{3} + \frac{K}{6} = 180^\circ$$

$$\frac{3K + 2K + K}{6} = 180^\circ$$

$$\frac{6K}{6} = 180^\circ$$

$$K = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B = \frac{K}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

Trick—

$$\therefore 2 \angle A = 3 \angle B = 6 \angle C$$

$$\therefore \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 2 : 1$$

$$\therefore \text{अभीष्ट कोण } (\angle B) = \frac{2}{6} \times 180^\circ = 60^\circ$$

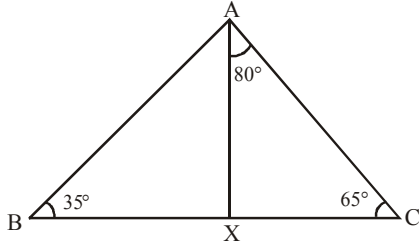
193. $\triangle ABC$ में $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ और $\angle BAC$ का द्विभाजक X में BC को मिलाता है। \overline{CX} , \overline{BX} और \overline{AB} को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

- (a) $\overline{AB} = \overline{BX} = \overline{CX}$ (b) $\overline{AB} < \overline{BX} < \overline{CX}$
(c) $\overline{BX} < \overline{AB} < \overline{CX}$ (d) $\overline{AB} > \overline{BX} > \overline{CX}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\triangle ABC$ में



$$\angle BAC = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BAC = 80^\circ$$

$$\therefore \angle BAX = \angle CAX = 40^\circ$$

$\triangle ABX$ में—

$$\angle AXB = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ)$$

$$\angle AXB = 105^\circ$$

$$\therefore \angle AXC = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

पुनः $\triangle ABX$ में—

$$\angle AXB > \angle BAX > \angle ABX$$

$$\Rightarrow \overline{AB} > \overline{BX} > \overline{AX} \dots\dots(i)$$

तथा $\triangle AXC$ में—

$$\angle AXC > \angle ACX > \angle CAX$$

$$\Rightarrow \overline{AC} > \overline{AX} > \overline{CX} \dots\dots(ii)$$

$\triangle BAC$ में—

$$\angle BAC > \angle ACB > \angle ABC$$

$$\Rightarrow \overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC} \dots\dots(iii)$$

समी. (i), (ii) तथा समी. (iii) से—

$$\overline{AB} > \overline{BX} > \overline{CX}$$

अतः विकल्प (d) अभीष्ट उत्तर होगा।

194. D, ABC के $\angle B$ तथा $\angle C$ के बाह्य द्विभाजक (जहाँ AB तथा AC को क्रमशः E तथा F तक बढ़ाया गया है) P बिंदु पर मिलते हैं। यदि $\angle BAC = 100^\circ$, तो $\angle BPC$ का माप है—
(a) 50° (b) 80° (c) 40° (d) 100°

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\angle EBC = 180^\circ - \angle B \Rightarrow \angle PBC = 90^\circ - \frac{\angle B}{2} \dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle PCB = 90^\circ - \frac{\angle C}{2} \dots(ii)$$

$\triangle BPC$ में—

$$\angle PBC + \angle PCB + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ - \frac{\angle B}{2} + 90^\circ - \frac{\angle C}{2} + \angle BPC = 180^\circ$$

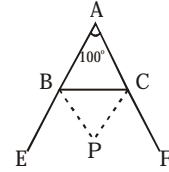
$$\Rightarrow \angle BPC = \frac{(\angle B + \angle C)}{2} \quad (\text{समी (i) तथा समी. (ii) से})$$

$$= \frac{180^\circ - 100^\circ}{2}$$

$$\therefore \angle BPC = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

Trick—

$$\begin{aligned} \angle BPC &= \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} \\ &= \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} \\ &= \frac{80^\circ}{2} \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$



195. यदि एक समबाहु त्रिभुज का शीर्षलंब $12\sqrt{3}$ सेमी. है, तो उसका क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) $144\sqrt{3}$ सेमी.² (b) $36\sqrt{3}$ सेमी.²
(c) 22 सेमी.² (d) $12\sqrt{3}$ सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज का शीर्ष लंब $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (सूत्र)

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}a = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 24 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2 \text{ (सूत्र)} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 24^2 \\ &= \sqrt{3} \times 24 \times \frac{24}{4} \\ &= 144\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

196. एक त्रिभुज का परिमाप 40 सेमी. तथा उसका क्षेत्रफल 60 सेमी.² है। यदि उस त्रिभुज की सबसे लंबी भुजा 17 सेमी. हो, तो सबसे छोटी भुजा की लंबाई कितने सेमी. है?

- (a) 4 (b) 6
(c) 8 (d) 15

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना ΔABC में, सबसे छोटी भुजा (a) = x सेमी. सबसे बड़ी भुजा (b) = 17 सेमी. एवं तीसरी भुजा (c) = $40 - (17 + x) = (23 - x)$ सेमी.

$$\text{अब } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\therefore \Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{20 \times (20-17)(20-x)(20-23+x)}$$

$$\sqrt{20 \times 3 \times (20-x)(-3+x)} = 60$$

$$20 \times 3 \times (20-x)(-3+x) = 3600$$

$$(-60 + 3x + 20x - x^2) = \frac{3600}{60}$$

$$23x - x^2 = 60 + 60$$

$$23x - x^2 = 120$$

$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

$$x^2 - 15x - 8x + 120 = 0$$

$$x(x-15) - 8(x-15) = 0$$

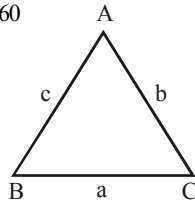
$$\text{या } (x-15)(x-8) = 0$$

$$\text{यदि } x-15 = 0 \text{ तब } x = 15$$

$$\text{एवं } x-8 = 0 \text{ तब } x = 8$$

यदि सबसे छोटी संख्या 15 होगी तब तीसरी संख्या 8 होगी, जो प्रश्न को संतुष्ट नहीं करता है।

अतः सबसे छोटी भुजा 8 होगी।



197. किसी त्रिभुज ABC की दो माधिकाएं AD और BE समकोण बनाते हुए G पर काटती हैं। तदनुसार यदि AD = 9 सेमी. तथा BE = 6 सेमी. हो, तो BD की लंबाई, कितने सेमी. होगी?

- (a) 10 (b) 6 (c) 5 (d) 3

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— त्रिभुज की माधिकाएं एक-दूसरे को 2 : 1 के अनुपात में काटती हैं।

$$\therefore AG : GD = 6 : 3 \text{ एवं } BG : GE = 4 : 2$$

अब BDG एक समकोण हुआ।

$$\text{अतः } (BD)^2 = (BG)^2 + (GD)^2$$

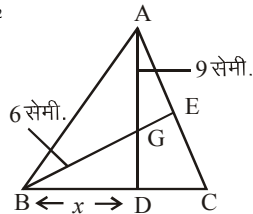
$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

$$x^2 = 16 + 9$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$\therefore x = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अतः } BD = 5 \text{ सेमी.}$$



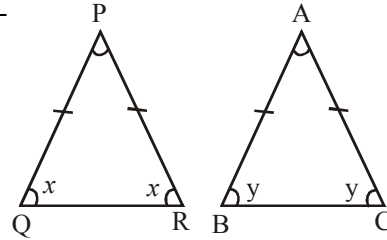
198. दो समद्विबाहु त्रिभुज, जिनका शीर्ष कोण (अर्थात् समान भुजाओं के बीच का कोण) एकसमान है, के क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 4 है। तदनुसार, उनकी ऊंचाई का अनुपात कितना होगा?

- (a) 1 : 4 (b) 2 : 5
(c) 1 : 2 (d) 3 : 4

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या—



माना दो समद्विबाहु त्रिभुज ΔABC तथा ΔPQR हैं।

ΔABC तथा ΔPQR में

$$\angle P = \angle A$$

$$(180^\circ - 2x) = 180^\circ - 2y$$

$$x = y \quad \therefore \Delta PQR \sim \Delta ABC \text{ (कोण-कोण समरूपता से)}$$

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{(\Delta PQR \text{ की ऊंचाई})^2}{(\Delta ABC \text{ की ऊंचाई})^2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(\Delta PQR \text{ की ऊंचाई})^2}{(\Delta ABC \text{ की ऊंचाई})^2}$$

$$\frac{\Delta PQR \text{ की ऊंचाई}}{\Delta ABC \text{ की ऊंचाई}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

अर्थात् 1 : 2

199. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AB = AC$ तथा $\angle B = 35^\circ$ है। उसमें AD, आधार BC की माधिका है। तदनुसार, $\angle BAD$ कितना होगा?

- (a) 70° (b) 35°
(c) 110° (d) 55°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore \Delta ABC$ में दो भुजा AB तथा AC समान हैं। इसलिए उनके सामने के कोण समान होंगे अर्थात्

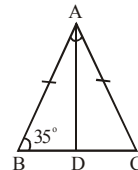
$$\angle B = 35^\circ = \angle C$$

$\therefore \Delta ABC$ में

$$\therefore \angle A = 180 - (\angle B + \angle C)$$

$$= 180 - (35^\circ + 35^\circ)$$

$$= 180 - 70 = 110^\circ$$



$\therefore \Delta ABD$ तथा ΔACD की संगत भुजाएं $AB = AC$, $BD = DC$ तथा $AD = AD$ समान है।

$$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ADC$$

$$\angle BAD + \angle CAD = 110^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \angle BAD = 110^\circ \quad (\because \angle BAD = \angle CAD)$$

$$\Rightarrow \angle BAD = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

200. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 544 सेमी. है और उसकी प्रत्येक समान भुजा उसके आधार की $\frac{5}{6}$ गुनी है। तदनुसार, उस त्रिभुज का क्षेत्रफल कितने सेमी.² होगा?
- (a) 38172 (b) 18372
(c) 31872 (d) 13872

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समद्विबाहु त्रिभुज ABC की भुजा AB = AC

$$\text{प्रश्नानुसार } AB = \frac{5}{6}BC = \frac{5}{6}AC$$

$$\therefore \text{ समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण } = AB + BC + CA$$

$$\therefore AB + BC + CA = 544$$

$$\frac{5}{6}BC + BC + \frac{5}{6}BC = 544$$

$$\frac{5}{3}BC + BC = 544$$

$$\frac{5BC + 3BC}{3} = 544$$

$$8BC = 544 \times 3$$

$$BC = \frac{544 \times 3}{8} = 204$$

$$\therefore AC = \frac{5}{6}BC = \frac{5}{6} \times 204$$

$$AC = 5 \times 34 = 170$$

$$\therefore AC = AB = 170$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\therefore s = \frac{a+b+c}{2} \quad (\text{जहां } a, b, c \text{ त्रिभुज की भुजाएं हैं})$$

$$\therefore s = \frac{170+170+204}{2} = 272$$

$$\therefore \text{ त्रिभुज का क्षेत्रफल } = \sqrt{272(272-170)(272-170)(272-204)}$$

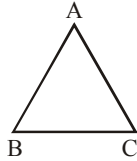
$$= \sqrt{272 \times 102 \times 102 \times 68}$$

$$= 102 \times \sqrt{68 \times 272}$$

$$= 102 \times \sqrt{17 \times 2 \times 2 \times 17 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= 102 \times 17 \times 8$$

$$= 13872 \text{ सेमी.}^2$$



Trick—

प्रश्नानुसार, समद्विबाहु ΔABC में—

$$\frac{5}{6}BC + BC + \frac{5}{6}BC = 544$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3}BC = 544 \Rightarrow BC = \frac{544 \times 3}{8}$$

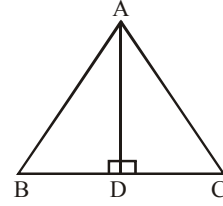
$$\Rightarrow BC = 204 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AB = AC = \frac{5}{6} \times 204 = 170 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore AD &= \sqrt{(170)^2 - (102)^2} \\ &= \sqrt{28900 - 10404} \\ &= \sqrt{18496} \end{aligned}$$

$$AD = 136 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\ &= \frac{1}{2} \times 204 \times 136 \\ &= 13872 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$



201. ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जिसमें $\angle B = 90^\circ$ है। उसकी भुजाओं AC तथा AB पर दो समबाहु त्रिभुज ACD तथा ABE बनाए गए हैं। तदनुसार, ΔABE तथा ΔACD के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 1 : 3 (b) 2 : 3
(c) 1 : 2 (d) 1 : $\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है त्रिभुज ABC की भुजा AB = BC तथा $\angle B = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= AB^2 + AB^2 \\ &= 2AB^2 \end{aligned}$$

$$AC = \sqrt{2}AB \dots\dots\dots(i)$$

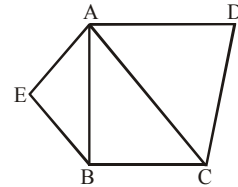
$$\therefore \Delta ABE \text{ तथा } \Delta ACD \text{ समबाहु त्रिभुज है।}$$

$$\frac{\Delta ABE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2}AB)^2$$

$$= \frac{AB^2}{2AB^2} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$



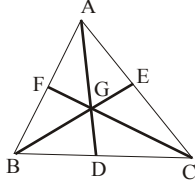
202. ΔABC में माध्यक AD, BE और CF की अवसंधि G पर होती है, तो निम्नलिखित में से क्या सही है?

- (a) $AD + BE + CF > \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$
(b) $2(AD + BE + CF) > (AB + BC + AC)$
(c) $3(AD + BE + CF) > 4(AB + BC + AC)$
(d) $4(AD + BE + CF) > 3(AB + BC + AC)$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या—



त्रिभुज ABC में माध्यिकाएं AD, BE तथा CF, G बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

ΔBGC में
 $BG + GC > BC$

$$\frac{2}{3} BE + \frac{2}{3} CF > BC \dots\dots\dots (i)$$

(\therefore माध्यिका G पर 2 : 1 के अनुपात में विभाजित रहती है)

इसी प्रकार

$AG + CG > AC$

$$\frac{2}{3} AD + \frac{2}{3} CF > AC \dots\dots\dots (ii)$$

इसी प्रकार

$$\frac{2}{3} AD + \frac{2}{3} BE > AB \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (i), (ii) तथा (iii) को जोड़ने पर

$$\frac{2}{3} (BE + BE) + \frac{2}{3} (AD + AD) + \frac{2}{3} (CF + CF) > AB + BC + AC$$

$$\frac{4}{3} BE + \frac{4}{3} AD + \frac{4}{3} CF > AB + BC + AC$$

$$\frac{4}{3} (BE + AD + CF) > AB + BC + AC$$

$$\text{अतः } 4(AD + BE + CF) > 3(AB + BC + AC)$$

203. एक त्रिभुज ABC में, AB = 3 सेमी., AC = 4 सेमी. तथा $\angle A$ का समद्विभाजक AD भुजा BC को बिंदु D पर मिलता है। तब BD : DC बराबर होगा—

- (a) 9 : 16 (b) 16 : 9
 (c) 3 : 4 (d) 4 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

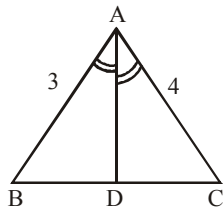
व्याख्या— रेखाखंड AD, $\angle A$ की अर्द्धक रेखा है।

\therefore कोण अर्द्धक प्रमेय से—

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{BD}{DC}$$

$$\therefore BD : DC = 3 : 4$$



204. ABC एक समकोण त्रिभुज है, B पर समकोण और $\angle A = 60^\circ$ और AB = 20 सेमी. है, तो भुजा BC और CA का अनुपात है—

- (a) $\sqrt{3} : 1$ (b) $1 : \sqrt{3}$
 (c) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{3} : 2$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या—

ΔABC में

$$\angle A = 60^\circ, \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30^\circ$$

$\therefore \Delta ABC$ में

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{20}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 20\sqrt{3}$$

$\therefore \Delta ABC$ समकोण त्रिभुज है

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 20^2 + (20\sqrt{3})^2$$

$$= 400 + 400 \times 3$$

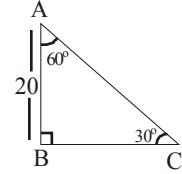
$$= 400 + 1200$$

$$= 1600$$

$$\therefore AC = 40 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore BC : CA = 20\sqrt{3} : 40$$

$$= \sqrt{3} : 2$$



Trick—

समकोण ΔABC में—

$$\tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{BC}{20}$$

$$\Rightarrow BC = 20\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

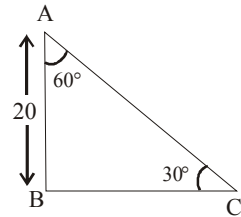
$$\text{तथा } \cos 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{20}{AC}$$

$$\Rightarrow AC = 40 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{20\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow BC : AC = \sqrt{3} : 2$$



205. यदि किसी समकोण समद्विबाहु त्रिभुज की परिमाप $(4\sqrt{2} + 8)$ सेमी. हो, तो कर्ण की लंबाई होगी—
- (a) $4\sqrt{2}$ सेमी. (b) 6 सेमी.
(c) 8 सेमी. (d) $10\sqrt{2}$ सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर—(a)

व्याख्या—समकोण $\triangle ABC$ में

\therefore माना $AB = BC = x$ सेमी.

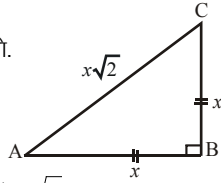
$$\therefore AC = \sqrt{x^2 + x^2} \\ = x\sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ का परिमाप} = x + x + x\sqrt{2} \\ = 2x + x\sqrt{2}$$

प्रश्नानुसार

$$2x + x\sqrt{2} = 8 + 4\sqrt{2} \\ x(2 + \sqrt{2}) = 4(2 + \sqrt{2}) \\ x = 4$$

$$\text{अतः कर्ण} = x\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$



206. 10 सेमी. लंबी भुजाओं वाले एक समबाहु त्रिभुज की BC भुजा को D पर एक-तिहाई बाँट दिया गया है। तदनुसार उस त्रिभुज में AD भुजा की लंबाई कितने सेमी. है?

- (a) $3\sqrt{7}$ (b) $7\sqrt{3}$
(c) $\frac{10\sqrt{7}}{3}$ (d) $\frac{7\sqrt{10}}{3}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या—चित्र से- AE, BC पर लंबर्धक है।

$$\therefore EC = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$AB^2 = AE^2 + BE^2$$

$$AE^2 = AB^2 - BE^2$$

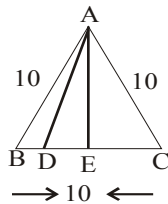
$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$$

$$\therefore AE = \sqrt{100 - 25} \\ = \sqrt{75} \\ = 5\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$DE = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3} \text{ सेमी.}$$

$$\text{अब } \triangle ADE \text{ से } AD^2 = \sqrt{(AE)^2 + (DE)^2}$$

$$AD^2 = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2}$$



$$= \sqrt{75 + \frac{25}{9}} \\ = \sqrt{\frac{700}{9}} \\ AD = \frac{10\sqrt{7}}{3} \text{ सेमी.}$$

Trick—

समबाहु $\triangle ABC$ में—

$$BD = \frac{BC}{3} = \frac{10}{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \cos B = \frac{AB^2 + BD^2 - AD^2}{2 \times AB \times BD} \quad (\text{सूत्र})$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{(10)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2 - (AD)^2}{2 \times 10 \times \frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{100 + \frac{100}{9} - AD^2}{2 \times \frac{100}{3}}$$

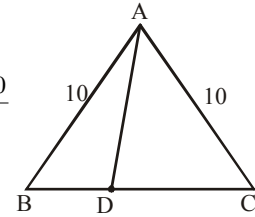
$$\Rightarrow \frac{100}{3} = 100 + \frac{100}{9} - AD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 100 + \frac{100}{9} - \frac{100}{3}$$

$$\Rightarrow AD^2 = 100 - \frac{200}{9}$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{700}{9}$$

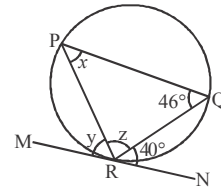
$$\therefore AD = \frac{10}{3}\sqrt{7} \text{ सेमी.}$$



प्रकार-2

त्रिभुज तथा वृत्त-आधारित

207. दी गई आकृति में, $\angle QRN = 40^\circ$, $\angle PQR = 46^\circ$ तथा MN बिंदु R पर एक स्पर्श रेखा है। क्रमशः x, y तथा z का मान (डिग्री में) क्या है?



- (a) 40, 46, 94 (b) 40, 50, 90
(c) 46, 54, 80 (d) 50, 40, 90

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

किसी वृत्त की स्पर्श रेखा द्वारा बनाया गया एकांतर वृत्तखंड का कोण समान होता है -

$$\therefore \angle QRN = \angle RPQ$$

$$40^\circ = \angle x$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

$\therefore \Delta PQR$ में

$$\angle z = 180^\circ - (\angle Q + \angle P)$$

$$= 180^\circ - (46^\circ + 40^\circ)$$

$$= 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

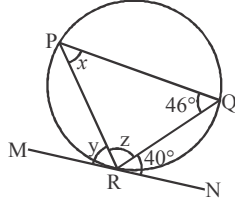
तथा स्पर्श रेखा MN पर बना

$$\angle y = 180^\circ - (\angle QRN + \angle z)$$

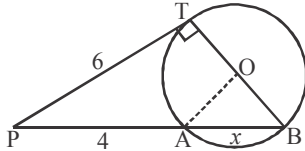
$$= 180^\circ - (40^\circ + 94^\circ)$$

$$= 180^\circ - 134^\circ = 46^\circ$$

अतः x, y तथा z का मान क्रमशः 40° , 46° एवं 94° होगा।



208. दी गई आकृति में, TB केंद्र O से गुजरती है। वृत्त की त्रिज्या क्या है?



(a) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(b) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

(c) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

(d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— PT, PB वृत्त की क्रमशः स्पर्श तथा छेदक रेखा हैं।

$$\therefore PT^2 = PA \times PB \text{ (सूत्र)}$$

$$\Rightarrow (6)^2 = 4 \times (4 + x) \Rightarrow (4 + x) = 9$$

$$\Rightarrow x = 9 - 4 = 5$$

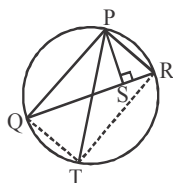
समकोण ΔPTB में,

$$(TB)^2 = (PB)^2 - (PT)^2 = (9)^2 - (6)^2 = 81 - 36$$

$$\Rightarrow TB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = OB = \frac{TB}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

209. दी गई आकृति में, PQR एक त्रिभुज है जिसमें PQ = 24 सेमी., PR = 12 सेमी. तथा शीर्षलंब PS = 8 सेमी. है। यदि PT बाह्य वृत्त का व्यास है, तो बाह्य त्रिज्या की लंबाई (सेमी. में) क्या है?



(a) 15

(b) 18

(c) 20

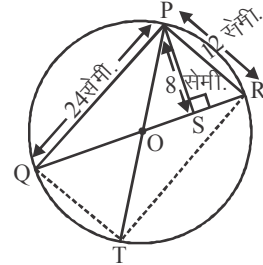
(d) 21

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— QT तथा TR को मिलाया।

आयत PQTR का क्षेत्रफल = 24×12



$$\Rightarrow 2\{(\Delta POQ \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta POR \text{ का क्षेत्रफल})\} = 24 \times 12$$

$$\Rightarrow 2 \times \left\{ \left(\frac{1}{2} \times OQ \times 8 + \frac{1}{2} \times OR \times 8 \right) \right\} = 24 \times 12$$

$$\Rightarrow OQ \times 8 + 8 \times OR = 24 \times 12 \quad \{\because OQ = OR\}$$

$$\Rightarrow OQ = \frac{24 \times 12}{16} = 6 \times 3 = 18 \text{ सेमी.}$$

अतः वृत्त की त्रिज्या OQ = 18 सेमी.

210. तीन असंरेख बिंदुओं से कितने वृत्त बनाए जा सकते हैं?

(a) केवल एक

(b) दो

(c) तीन

(d) तीन से अधिक

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पली)

उत्तर—(a)



व्याख्या—

तीन असंरेख बिंदुओं से केवल एक वृत्त खींचा जा सकता है।

211. एक त्रिभुज, जिसकी भुजाएं 9 सेमी., 12 सेमी. तथा 15 सेमी. लंबी हैं, के अंतःवृत्त की त्रिज्या कितनी होगी?

(a) 9 सेमी.

(b) 13 सेमी.

(c) 3 सेमी.

(d) 6 सेमी.

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC है।

जहां AB = 9 सेमी., BC = 12 सेमी. तथा AC = 15 सेमी.

$$\therefore 15^2 = 9^2 + 12^2$$

$\therefore \Delta ABC$ समकोण त्रिभुज है।

माना ΔABC के अंतःवृत्त का केंद्र O है।

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta AOB \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta BOC \text{ का क्षेत्रफल}$$

क्षेत्रफल + ΔCOA का क्षेत्रफल

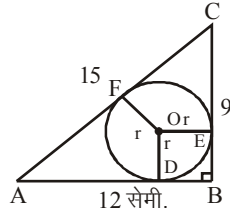
$$\frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times AB \times OD + \frac{1}{2} \times BC \times OE + \frac{1}{2} \times AC \times OF$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 9 \times OD + \frac{1}{2} \times 12 \times OD + \frac{1}{2} \times 15 \times OD$$

$$54 = \frac{(9+12+15)OD}{2}$$

$$(\because OD = OE = OF)$$

$$\therefore OD = \frac{54 \times 2}{36} = 3 \text{ सेमी.}$$



Trick-

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ सेमी.}^2$$

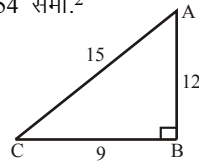
$$\text{तथा } s = \frac{a+b+c}{2} \text{ (सूत्र)}$$

$$\Rightarrow s = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{अंतःवृत्त की त्रिज्या (r)} = \frac{\Delta}{s} \text{ (सूत्र)}$$

$$\Rightarrow r = \frac{54}{18}$$

$$\Rightarrow r = 3 \text{ सेमी.}$$



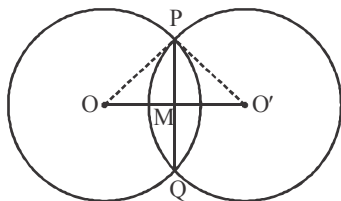
212. समान त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को P तथा Q पर प्रतिच्छेदित करते हैं। यदि उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 30 सेमी. है तथा दोनों वृत्तों के केंद्र के बीच की दूरी 40 सेमी. है, तो वृत्तों की त्रिज्या (सेमी. में) कितनी है?

- (a) 25 (b) $25\sqrt{2}$
(c) 50 (d) $50\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या-



पहले वृत्त की त्रिज्या OP तथा दूसरे वृत्त की O'P है।

$$OP = O'P$$

प्रश्नानुसार

दिया है PQ = 30 सेमी.

$$\therefore PM = MQ' = \frac{30}{2} = 15 \text{ सेमी.}$$

तथा $OO' = 40$ सेमी.

$$OM = MO' = \frac{40}{2} = 20 \text{ सेमी.}$$

समकोण ΔOPM में

$$OP = \sqrt{(OM)^2 + (PM)^2}$$

$$= \sqrt{(20)^2 + (15)^2}$$

$$= \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625}$$

$$\therefore OP = 25 \text{ सेमी.}$$

अतः वृत्तों की त्रिज्याएं 25 सेमी. की हैं।

213. केंद्र O वाले वृत्त का व्यास PQ है। PQ के समांतर एक जीवा RS, वृत्त के केंद्र पर 40° का कोण बनाती है। यदि PR तथा QS को बढ़ाकर T पर मिलाया जाता है, तो $\angle PTQ$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 55 (b) 60
(c) 70 (d) 90

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(c)

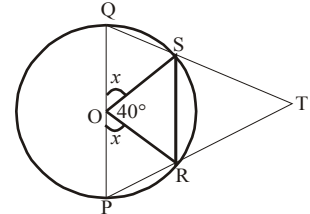
व्याख्या- जीवा RS, व्यास PQ के समांतर है अतः केंद्र पर जीवा RS द्वारा बने कोण के सिवाय शेष अन्य दो कोण बराबर होंगे

$$\therefore \angle QOS = \angle POR = x$$

$$x + 40 + x = 180$$

$$2x = 180 - 40$$

$$\Rightarrow x = \frac{140}{2} = 70^\circ$$



ΔQOS में,

$OQ = OS$ त्रिज्या है।

अतः इनके सामने के कोण भी बराबर होंगे

$$\angle OQS = \angle QSO = y \text{ (माना)}$$

$$y + y + 70 = 180^\circ$$

$$2y = 180 - 70$$

$$y = \frac{110}{2} = 55^\circ$$

इस प्रकार ΔPOR में,

$\angle OPR = 55^\circ$ होगा

ΔQPT में,

$$\angle QPR = 55^\circ = \angle TQO$$

$$\therefore 55 + 55 + \angle T = 180^\circ$$

$$\angle T = 70^\circ$$

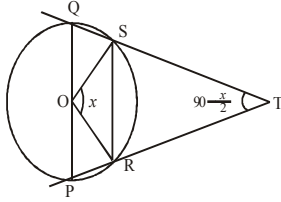
Trick-

यदि O केंद्र वाले वृत्त का व्यास PQ है तथा दो छेदक रेखाएं QST तथा PRT जो वृत्त के बाहर T पर काटती है तो

$$\angle STR = 90 - \frac{x}{2}$$

प्रश्नानुसार $x = 40^\circ$

$$\therefore \angle PTQ = 90 - \frac{40}{2} = 70^\circ$$



214. दो लघु वृत्त एक दीर्घ वृत्त को आंतरिक स्पर्श करते हैं तथा दीर्घ वृत्त के केंद्र O से गुजरते हैं। यदि दीर्घ वृत्त का व्यास 28 सेमी. है, तो दीर्घ वृत्त का वो क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है, जो दोनों लघु वृत्तों द्वारा संलग्न नहीं है?
- (a) 154 (b) 256
(c) 308 (d) 616

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— बड़े वृत्त का व्यास = 28 सेमी.

\therefore बड़े वृत्त की त्रिज्या $R = 14$ सेमी.

\therefore छोटे वृत्त, बड़े वृत्त के केंद्र O से गुजरते हैं और बड़े वृत्त को आंतरिक स्पर्श करते हैं।

\therefore छोटे वृत्तों का व्यास = बड़े वृत्त की त्रिज्या = 14 सेमी.

\therefore छोटे वृत्तों की त्रिज्या $r = 7$ सेमी.

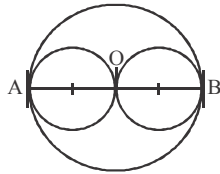
अतः बड़े वृत्त का वह क्षेत्रफल, जो दोनों छोटे वृत्त के द्वारा संलग्न नहीं है

$$= \pi R^2 - 2 \times \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} [14 \times 14 - 2 \times 7 \times 7]$$

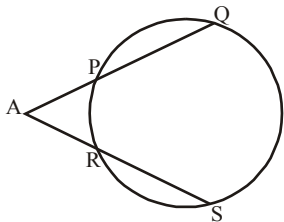
$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 7$$

$$= 308 \text{ वर्ग सेमी.}$$



215. दी गई आकृति में, $AP = 3$ सेमी., $AR = 6$ सेमी. तथा $RS = 9$ सेमी. हो, तो PQ का मान (सेमी. में) क्या है?

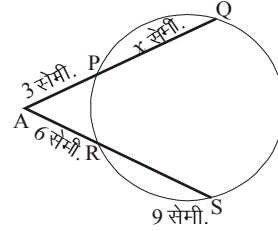
- (a) 9 (b) 12
(c) 18 (d) 27



S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना PQ का मान $= x$ सेमी.



स्पष्टतः किसी वृत्त की एक छेदक रेखा द्वारा बना आयत का क्षेत्र. दूसरी छेदक रेखा द्वारा बने आयत के क्षेत्र के बराबर होती है।

$$AQ \times AP = AS \times AR$$

$$(3 + x) 3 = (6 + 9) 6 \Rightarrow (3 + x) = 15 \times 2$$

$$\Rightarrow x = 30 - 3$$

$$\Rightarrow x = 27 \text{ सेमी.}$$

अतः PQ का मान $= 27$ सेमी.

216. a, b, c त्रिज्याओं वाले तीन वृत्त एक-दूसरे को बाहर से स्पर्श करते हैं। उनके केंद्रों को जोड़ने से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है—

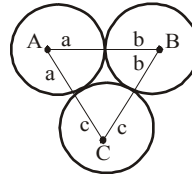
- (a) $\sqrt{(a+b+c)abc}$ (b) $(a+b+c)\sqrt{ab+bc+ca}$
(c) $ab+bc+ca$ (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या—



ΔABC की भुजाएं क्रमशः $AB = a+b$, $BC = b+c$ तथा $AC = a+c$

$$s = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{a+b+b+c+a+c}{2} = \frac{2(a+b+c)}{2}$$

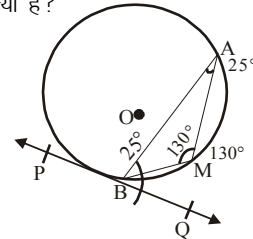
$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-CA)}$$

$$= \sqrt{(a+b+c)(a+b+c-a-b)(a+b+c-b-c)(a+b+c-a-c)}$$

$$= \sqrt{(a+b+c)(c)(a)(b)}$$

$$\text{अतः } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{(a+b+c)abc}$$

217. दी गई आकृति में, $\angle AMB = 130^\circ$ है, तो $\angle ABQ$ का मान (डिग्री में) क्या है?



- (a) 40 (b) 50 (c) 60 (d) 90

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— PQ एक स्पर्श रेखा है त्रिज्या स्पर्श रेखा पर सदैव लंब होती है।

$$\therefore \angle OBQ = 90^\circ$$

जीवा AB द्वारा छोटे त्रिज्यखंड पर बना कोण $\angle AMB = 130^\circ$

अतः बड़े त्रिज्यखंड पर बना कोण $= 180 - 130 = 50^\circ$

अतः जीवा AB द्वारा केंद्र पर बना कोण $= 2 \times \angle BXA = 100^\circ$

OA तथा OB त्रिज्या हैं।

ΔOBA से,

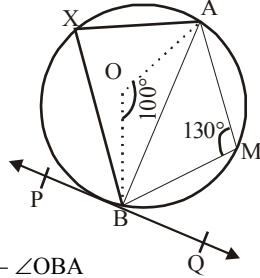
$$\angle OBA = \angle BAO = x$$

$$\therefore 2x + 100 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\therefore \angle OBA = 40^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ABQ &= \angle OBQ - \angle OBA \\ &= 90^\circ - 40^\circ \\ &= 50^\circ \end{aligned}$$



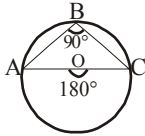
218. किसी अर्धवृत्त में कोण कितना होगा?

- (a) 45° (b) 60°
(c) 90° (d) 120°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2010 (III-पती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



किसी अर्धवृत्त में बना कोण समकोण (90°) होता है। (स्मरणीय तथ्य)

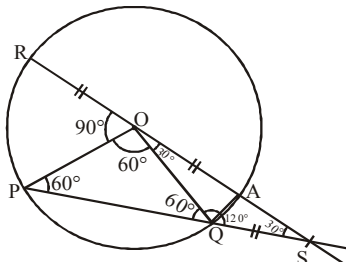
219. PQ एक वृत्त की जीवा है जिसका केंद्र O है। ROS, बिंदु R से आरंभ होने वाली एक रेखाखंड है जो बढ़ाई गई PQ को बिंदु S पर इस प्रकार मिलती है कि QS = OR है। यदि $\angle QSR = 30^\circ$ हो, तो $\angle POR$ का मान (डिग्री में) क्या है?

- (a) 30 (b) 45
(c) 60 (d) 90

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



चित्र से,

$$QS = OR = OA \text{ (दिया है)}$$

$$\text{तथा } \angle QSR = 30^\circ$$

$$\therefore \angle QOS = 30^\circ$$

$$\therefore \angle OQS = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle OQP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OPQ = \angle POQ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle POR = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\angle POR = 90^\circ$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

220. दो प्रतिच्छेदक वृत्तों की सामान्य जीवा की लंबाई 12 सेमी. है।

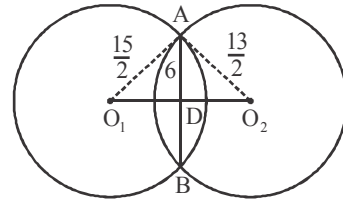
यदि वृत्तों का व्यास 15 सेमी. तथा 13 सेमी. है, तो उनके केंद्रों के बीच की दूरी (सेमी. में) कितनी है?

- (a) $\frac{7}{2}$ (b) 7 (c) $7\sqrt{2}$ (d) 14

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पती)

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } O_1D &= \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{\frac{225 - 144}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



$$O_2D = \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 6^2} = \sqrt{\frac{169 - 144}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore O_1O_2 = O_1D + DO_2 = \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = 7 \text{ सेमी.}$$

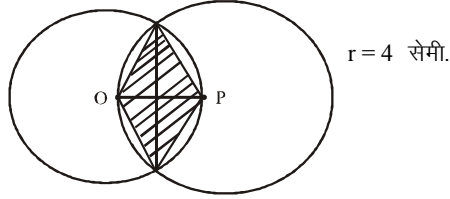
221. दो समरूप वृत्तों की त्रिज्या 4 सेमी. है, जो एक-दूसरे को इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि उनकी परिधि एक-दूसरे के केंद्र से होकर गुजरती है। प्रतिच्छेदित क्षेत्र का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या होगा?

- (a) $\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ (b) $\frac{32\pi}{3} - 4\sqrt{3}$
(c) $\frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}$ (d) $\frac{64\pi}{3} - 16\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



जब दो समरूप वृत्तों की त्रिज्याएं बराबर हों तथा दोनों वृत्त एक-दूसरे के केंद्र से होकर गुजरें, तो इस प्रकार उभयनिष्ठ क्षेत्र का

$$\text{अभीष्ट क्षेत्रफल} = 2r^2 \left[\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \text{सेमी.}^2$$

$$= 2 \times (4)^2 \left[\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \text{सेमी.}^2$$

$$= \frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}$$

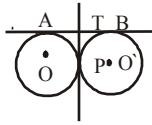
222. दो वृत्तों के P पर समान स्पर्शी रेखाओं पर T एक बिंदु है और T बिंदु से खींचे गए दो वृत्तों के A और B पर TA और TB क्रमशः अन्य स्पर्शी रेखाएं हैं, तब

- (a) TA = 2 TB (b) TA = TB
(c) TA = 1/2 TB (d) 3TA = TB

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पली)

उत्तर—(b)

व्याख्या—



माना कि O, O' केंद्र वाले दो वृत्त हैं। जो एक दूसरे को P पर स्पर्श करते हैं। PT इस पर उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है।

T से स्पर्श रेखा TA एवं TB खींची गई है।

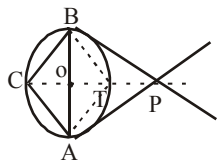
∴ TA = TB

223. AC तथा BC, एक वृत्त की दो एकसमान जीवाएं हैं। B, A को किसी बिंदु P तक बढ़ाया गया है और CP को जोड़ने वाली रेखा, वृत्त को T पर काटती है। तदनुसार, निम्न में क्या सही है?
- (a) CT : TP = AB : CA (b) CT : TP = CA : AB
(c) CT : CB = CA : CP (d) CT : CB = CP : CA

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है, जीवा AC तथा BC आपस में बराबर हैं।



अर्थात् AC = BC

बिंदु B तथा A को बिंदु T से मिलाया।

Δ ACB में, ∠ ACB = 90°

(∴ अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।)

$$\therefore AC = BC = BT = TA = \sqrt{2} (OB) \dots\dots\dots (i)$$

(जहां OB वृत्त की त्रिज्या है।)

∴ AC BT एक वर्ग हुआ।

तथा CT = AB (ii) (∴ दोनों वृत्त का व्यास है।)

CP वृत्त की छेदक रेखा है तथा AP एक स्पर्श रेखा है।

$$\therefore CT \times CP = AP^2 \Rightarrow 2 OT \times (2 OT + TP) = OA^2 + OP^2$$

$$\Rightarrow 4(OT)^2 + 2 OT \times TP = (OT)^2 + (OT + TP)^2$$

(∴ Δ AOP एक समकोण Δ है।)

$$\Rightarrow 4(OT)^2 + 2 OT \times TP = (OT)^2 + (OT)^2 + (TP)^2 + 2 OT \times TP$$

$$\Rightarrow 2(OT)^2 = (TP)^2 \Rightarrow TP = \sqrt{2} OT \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) से—

$$CA = TP \dots\dots\dots (iv)$$

$$CT : TP = AB : CA \text{ (समी. (ii) तथा समी. (iv))}$$

अतः विकल्प (a) सही उत्तर होगा।

224. एक चौथाई वृत्त में एक वर्ग इस प्रकार बनाया गया है कि उसकी त्रिज्या पर स्थित दो संलग्न शीर्ष केंद्र से समान दूरी पर हैं तथा

दो अन्य शीर्ष परिधि पर स्थित हैं। यदि वर्ग की भुजा $\sqrt{\frac{5}{2}}$

सेमी. है, तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी. में) क्या है?

- (a) 2 (b) 2.5
(c) 5 (d) 10

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना दोनों संलग्न शीर्षों की केंद्र से समान दूरी x है।

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ सेमी.}$$

∴ समकोण Δ AOB में,

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$\left(\sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2 = x^2 + x^2$$

$$\frac{5}{2} = 2x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ सेमी.}$$

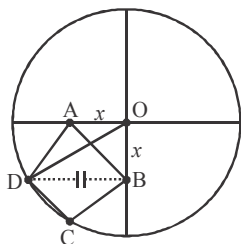
पुनः वर्ग ABCD में,

$$(\text{विकर्ण})^2 = \left(\sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2$$

$$BD^2 = \frac{5}{2} + \frac{5}{4}$$

$$BD^2 = \frac{15}{4}$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ सेमी.}$$



शीर्ष D को O से मिलाने पर

समकोण $\triangle DOB$ में – (माना $OD = r$ सेमी.)

$$(DO)^2 = (OB)^2 + (BD)^2$$

$$(DO)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{15}{4} = \frac{10+15}{4}$$

$$(DO)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore DO \text{ (वृत्त की त्रिज्या)} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ सेमी.}$$

225. एक बिंदु P से, O केंद्र वाले एक वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं PA और PB खींची गई हैं। यदि OP वृत्त के व्यास के बराबर है, तो

$\angle APB$ है-

- (a) 45° (b) 90°
(c) 30° (d) 60°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— P वृत्त के बाहर स्थित एक बिंदु है, जिसकी स्पर्श रेखाएं PA तथा PB हैं।

\therefore किसी वृत्त की स्पर्श रेखा के स्पर्श बिंदु को वृत्त के केंद्र से मिलाने वाली रेखा उस पर लंब होती है। अर्थात् वृत्त की त्रिज्या तथा रेखा के बीच का कोण 90° होता है।

माना $OA = OB = r$ (वृत्त की त्रिज्या)

$$\therefore OP = 2r \text{ (प्रश्न से)}$$

$\triangle OAP$ तथा $\triangle OBP$ में

$PA = PB$

$OA = OB$

और $\angle PAO = \angle OBP$

\therefore त्रिभुज की दो भुजाएं और उनके बीच का एक कोण समान हैं।

\therefore त्रिभुज $\triangle OAP$ तथा $\triangle OBP$ सर्वांगसम त्रिभुज होंगे।

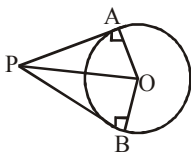
पुनः समकोण त्रिभुज OAP में

$$\frac{OA}{OP} = \sin \angle OPA$$

$$\frac{r}{2r} = \sin \angle OPA$$

$$\frac{1}{2} = \sin \angle OPA$$

$$\therefore \sin \angle OPA = \sin 30^\circ \quad \left(\because \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \right)$$



$$\therefore \angle OPA = 30^\circ \dots\dots\dots(i)$$

तथा त्रिभुज OBP में

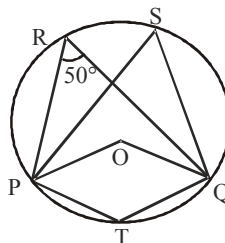
$$\angle OPB = 30^\circ \quad (\because \triangle OPA \cong \triangle OPB)$$

$$\therefore \angle APB = \angle OPA + \angle OPB$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

226. दी गई आकृति में, O वृत्त का केंद्र है तथा $\angle PRQ = 50^\circ$ है।

$\angle PTQ$ का मान (डिग्री में) क्या है?



- (a) 100 (b) 75
(c) 130 (d) 150

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\angle PRQ = \angle PSQ$ (\because एक ही वृत्तखंड के कोण हैं।)

$$\therefore \angle PSQ = 50^\circ \dots\dots(i)$$

चतुर्भुज PSQT एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$$\therefore \angle PSQ + \angle PTQ = 180^\circ$$

$$\angle PTQ = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \quad (\text{समी. (i) से})$$

Trick— लघु चाप द्वारा बना कोण $\angle POQ$

$$= 2 \times \angle PRQ = 2 \times 50^\circ = 100^\circ \dots\dots(i)$$

(\because वृत्त के केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है।)

चाप PRSQ द्वारा वृत्त के केंद्र पर बना कोण

$$\angle POQ = 360^\circ - 100^\circ \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$= 260^\circ$$

\therefore चाप PRST द्वारा वृत्त के परिधि पर बना कोण

$$\angle PTQ = \frac{1}{2} \times \angle POQ$$

$$= \frac{1}{2} \times 260^\circ = 130^\circ$$

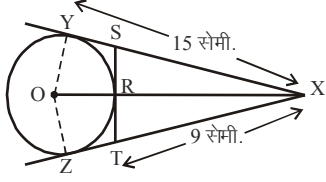
227. XY और XZ एक वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं। वृत्त के बिंदु R पर ST एक अन्य स्पर्श रेखा है, जो XY और XZ को क्रमशः S और T पर काटती है। यदि $XY = 15$ सेमी. है और $TX = 9$ सेमी. है, तो RT कितना है?

- (a) 7.5 सेमी. (b) 4.5 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 3 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या—



चित्र से

O केंद्र वाले वृत्त पर बाह्य उभयनिष्ठ बिंदु X से खींची गई स्पर्श रेखाएं XY तथा XZ हैं तथा XY = 15 सेमी. तथा TX = 9 सेमी.
 $\therefore XY = XZ$ (\because एक ही बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखा समान होती हैं)
 $\therefore XZ = 15$ सेमी.

$$\therefore TZ = ZX - TX = (15 - 9) \text{ सेमी.} \\ = 6 \text{ सेमी.}$$

TZ, RT बिंदु T से वृत्त पर स्पर्श रेखा है।
 एक ही बिंदु से वृत्त पर डाली गई स्पर्श रेखाओं की माप समान होती है।

$$\text{अतः } TZ = RT$$

$$\text{अतः } RT = 6 \text{ सेमी.}$$

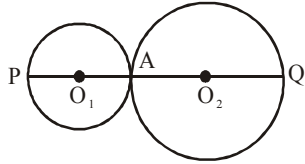
228. 5 सेमी. तथा 8 सेमी. त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाहर से A बिंदु पर स्पर्श करते हैं। तदनुसार, यदि A बिंदु से गुजरने वाली एक सरल रेखा उन वृत्तों को क्रमशः P तथा Q पर काटे, तो AP : AQ कितना होगा ?

- (a) 8 : 5 (b) 5 : 8
 (c) 3 : 4 (d) 4 : 5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—



\therefore माना 5 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का केंद्र O_1 , तथा 8 सेमी.

त्रिज्या वाले वृत्त का केंद्र O_2 है

$\therefore O_1$ केंद्र वाले वृत्त का व्यास = AP की लंबाई

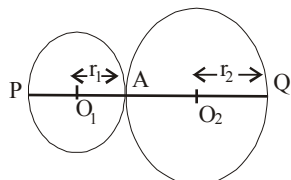
तथा O_2 केंद्र वाले वृत्त का व्यास = AQ की लंबाई

$$\therefore AP = 5 \times 2 = 10 \text{ तथा } AQ = 8 \times 2 = 16$$

$$\therefore AP : AQ = 10 : 16 = 5 : 8$$

Trick—

यदि दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य स्पर्श करें तो उनके व्यासों का अनुपात उनकी त्रिज्याओं के अनुपात के बराबर होता है।



$$\frac{\text{वृत्त } O_1 \text{ केंद्र वाले व्यास}}{\text{वृत्त } O_2 \text{ केंद्र वाले व्यास}} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{2r_1}{2r_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

\therefore प्रश्न से

$$\frac{AP}{AQ} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore AP : AQ = 5 : 8$$

229. 5 सेमी. और 3 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त बाहर से स्पर्श करते हैं, तो वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा वृत्तों के केंद्रों को जोड़ने वाली रेखा को बाहर से किस अनुपात में विभाजित करेगी?

- (a) 2.5 : 1.5 (b) 1.5 : 2.5
 (c) 3 : 5 (d) 5 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—

प्रश्नानुसार

चित्र बनाने पर

AC = 5 सेमी., BC = 3 सेमी.

$\therefore AC = AP =$ वृत्त की त्रिज्या

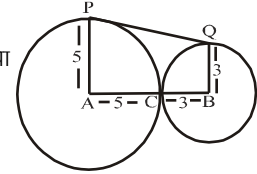
तथा BQ = BC = वृत्त की त्रिज्या

$\therefore AP = 5$ सेमी.

BQ = 3 सेमी.

AP : BQ = 5 : 3

अतः वृत्त की अनुस्पर्श रेखा वृत्तों के केंद्रों को जोड़ने वाली रेखा को 5 : 3 के अनुपात में विभाजित करेगी।



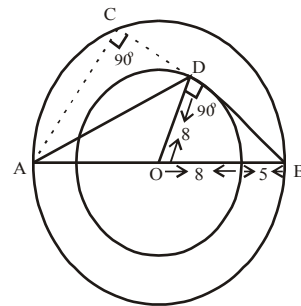
230. दो संपर्की वृत्तों की त्रिज्याएं 13 सेमी. तथा 8 सेमी. हैं। AB बड़े वृत्त का व्यास है और BD एक स्पर्श रेखा है, जो छोटे वृत्त को D पर स्पर्श करती है। बिंदु A को D से जोड़ दिया गया है। तदनुसार, AD की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 20 सेमी. (b) 19 सेमी.
 (c) 18 सेमी. (d) 17 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या—



चित्र से

$\angle ACB = 90^\circ$ (अर्द्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है)
 $\angle ODB = 90^\circ$

(वृत्त की स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच बना कोण 90° होता है)

अब $\triangle ACB$ तथा $\triangle ODB$ में

$$\angle ACB = \angle ODB = 90^\circ$$

$$\angle ABC = \angle OBD \text{ (समकोण)}$$

अर्थात् $\triangle ACB \sim \triangle ODB$

$$\text{अब } AB = 2AO$$

अर्थात् $\triangle ABC$ की भुजाएं $\triangle BDO$ की संगत भुजाओं की दो गुनी है

$$AC = 2 \times OD = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{और } \frac{AO}{OB} = \frac{CD}{DB} \quad (\triangle ABC \sim \triangle BDO)$$

$$CD = DB$$

अब $\triangle BDO$ में

$$BD^2 = OB^2 - OD^2$$

$$BD^2 = (13)^2 - (8)^2$$

$$BD^2 = 169 - 64$$

$$BD = \sqrt{105}$$

अब $\triangle ACD$ में

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$$AD^2 = (16)^2 + (\sqrt{105})^2$$

$$AD^2 = 256 + 105$$

$$AD^2 = 361$$

$$AD = 19 \text{ सेमी.}$$

231. एक वृत्त में $5\sqrt{2}$ सेमी. लंबी जीवा केंद्र में समकोण बनाती हो, तो वृत्त की त्रिज्या की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 2.5 सेमी. (b) 5 सेमी.
 (c) 7.5 सेमी. (d) 10 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर-(b)

व्याख्या- प्रश्नानुसार

जीवा $AB = 5\sqrt{2}$ सेमी.

$$OA = OB = \text{त्रिज्या}$$

तथा $\angle AOB = 90^\circ$

$\therefore \triangle OAB$ में,

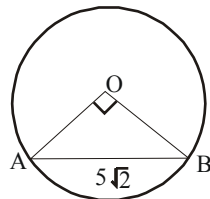
$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$\text{या } (5\sqrt{2})^2 = OA^2 + OA^2$$

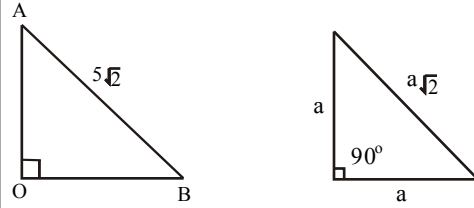
$$\text{या } 2OA^2 = 25 \times 2$$

$$\text{या } OA^2 = 25$$

$$\text{या } OA = \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी.}$$



Trick-



दिया है O समकोण

$$OA = OB \text{ (त्रिज्या)}$$

$$OA = OB = 5$$

$$\text{अतः } a = 5$$

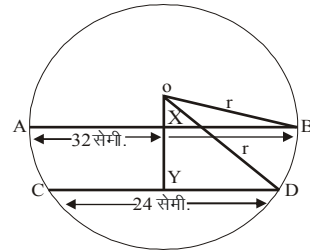
232. एक 40 सेमी. परिधि वाले वृत्त पर 24 सेमी. की एक जीवा खींची जाती है। एक और जीवा जिसकी लंबाई 32 सेमी. है उसी वृत्त में 24 सेमी. लंबाई वाली जीवा के समानांतर खींची जाती है। दोनों के बीच की न्यूनतम दूरी (सेमी. में) कितनी होगी?

- (a) 4 (b) 2
 (c) 8 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर-(a)

व्याख्या-



दोनों जीवाओं के बीच न्यूनतम दूरी तभी होगी जब दोनों जीवाएं एक ही दिशा में हों-

समकोण $\triangle OXB$ में

$$r^2 = (OX)^2 + (XB)^2$$

(\therefore केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है)

$$\therefore r^2 = (OX)^2 + (16)^2 \quad \dots\dots(i)$$

$$\left[\because XB = \frac{AB}{2} = \frac{32}{2} = 16 \right]$$

तथा समकोण $\triangle OYD$ में

$$r^2 = (OY)^2 + (12)^2 \quad \dots\dots(ii)$$

$$\left[\because YD = \frac{CD}{2} = \frac{24}{2} = 12 \right]$$

समी. (i) एवं (ii) से

$$(OX)^2 + (16)^2 = (OY)^2 + (12)^2$$

$$(OY)^2 - (OX)^2 = (16)^2 - (12)^2$$

$$(OY + OX)(OY - OX) = (16 + 12)(16 - 12)$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$$OY - OX = 16 - 12$$

$$\therefore XY = 4$$

अतः दोनों जीवाओं के बीच दूरी 4 सेमी. होगी।

233. दो वृत्त आंतरिक रूप से एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं। उनकी त्रिज्या 2 सेमी. और 3 सेमी. है। आंतरिक वृत्त के बाहर बड़े वृत्त की सबसे बड़ी जीवा कितनी लंबाई की होगी?

- (a) $2\sqrt{2}$ सेमी. (b) $3\sqrt{2}$ सेमी.
(c) $2\sqrt{3}$ सेमी. (d) $4\sqrt{2}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना बड़े वृत्त का केंद्र O तथा छोटे वृत्त का केंद्र O' है। माना वृत्त की सबसे बड़ी जीवा AB जो आंतरिक वृत्त को स्पर्श करती है।

$$\therefore OC = CD - OD = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

\therefore समकोण त्रिभुज OCA में

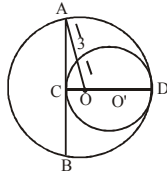
$$OA^2 = OC^2 + AC^2$$

$$3^2 = 1^2 + AC^2$$

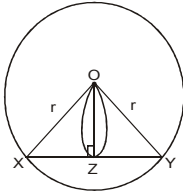
$$AC^2 = 9 - 1 = 8$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{जीवा } AB = 2 \times AC = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$



234. निम्नलिखित चित्र में O, वृत्त का केंद्र है और XO, OY पर लंब है। यदि उसमें त्रिभुज XOY का क्षेत्रफल 32 हो तो वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?



- (a) 16π (b) 32π (c) 64π (d) 256π

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— \therefore OX, OY पर लंब है।

\therefore समकोण त्रिभुज XOY में

$$OX^2 + OY^2 = XY^2$$

$$r^2 + r^2 = XY^2$$

$$XY^2 = 2r^2$$

$$XY = \sqrt{2}r$$

पुनः O से XY पर लंब डालने पर—

$$XZ = YZ$$

$$\therefore XZ = \frac{XY}{2} = \frac{\sqrt{2}r}{2} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

\therefore समकोण त्रिभुज OZX में

$$OZ^2 + ZX^2 = OX^2$$

$$OZ^2 = OX^2 - ZX^2$$

$$= r^2 - \frac{r^2}{2}$$

$$OZ = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \Delta OXY \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times XY \times OZ$$

प्रश्नानुसार

$$32 = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}r \times \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$32 = \frac{r^2}{2}$$

$$r^2 = 32 \times 2 = 64$$

$$r = 8$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = (8)^2 \pi = 64\pi$$

Trick—

माना वृत्त की त्रिज्या $OX = OY = r$ है।

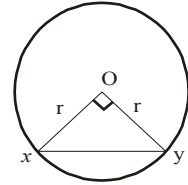
\therefore XO, OY पर लंब है।

अतः ΔXOY एक समकोण Δ है।

$$\therefore \Delta XOY \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (XO) \times (OY)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times r \times r = 32 \Rightarrow r^2 = 64 \Rightarrow r = 8$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi \times (8)^2 = 64\pi$$



235. I और O त्रिभुज ABC के क्रमशः अंतःकेंद्र और परिकेंद्र हैं। बढ़ाई गई रेखा AI, ΔABC के परिवृत्त को बिंदु D पर प्रतिच्छेदित करती है। यदि $\angle ABC = x^\circ$, $\angle BID = y^\circ$ और

$$\angle BOD = z^\circ, \text{ तो } \frac{z+x}{y} =$$

- (a) 3 (b) 1 (c) 2 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

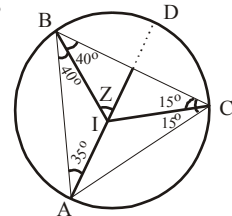
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है $\angle ABC = x^\circ$

$$\angle BID = y^\circ$$

$$\angle BOD = z^\circ$$

$$\text{तो } \frac{z+x}{y} = ?$$



माना ΔABC के कोण क्रमशः $\angle A = 70^\circ$

$$\angle C = 30^\circ$$

चित्र से, $\angle BID = y = 75^\circ$

$$\angle ABC = x = 80^\circ$$

$$\angle BOD = z = 70^\circ \text{ (वृत्तखंड प्रमेय से)}$$

$$\angle y = 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$$

$$\therefore \angle BID = 75^\circ$$

$$\angle x = 80^\circ$$

$$\angle z = 35 \times 2 = 70^\circ \quad (\because O \text{ केंद्र है})$$

$$(\therefore \text{चाप BD द्वारा } \angle BOD = Z = 2 \times \angle BAD)$$

$$\therefore \frac{z+x}{y} = \frac{70+80}{75} = 2$$

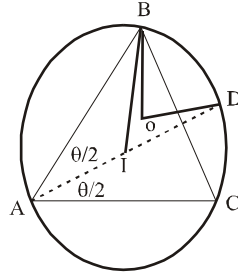
Trick-

$$\angle ABC = x^\circ$$

$$\angle BID = y^\circ$$

$$\angle BOD = z^\circ$$

$$\frac{z+x}{y} = ?$$



ΔAIB में माना $\angle BAI = \theta/2$

$\angle BID = \angle ABI + \angle BAI$ ($\angle BID$, ΔABI का बहिर्कोण है)

$$y^\circ = \frac{x^\circ}{2} + \frac{\theta}{2}$$

$$\angle BOD = z^\circ = 2 \times \frac{\theta}{2}$$

$$z^\circ = \theta$$

(प्रमेय से- किसी वृत्त में एक ही चाप द्वारा केंद्र पर बना कोण, उसी चाप द्वारा परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\text{अब } \frac{z^\circ + x^\circ}{y^\circ}$$

$$= \frac{\theta + x^\circ}{\frac{x^\circ}{2} + \frac{\theta}{2}} = \frac{2(x^\circ + \theta)}{(x^\circ + \theta)} = 2$$

236. ΔABC परिवृत्त में DE रेखा A शीर्ष बिंदु पर इस प्रकार स्पर्श करती है कि $DE \parallel BC$ । यदि $AB = 17$ सेमी. तो AC की लंबाई किसके बराबर होगी?

- (a) 16.0 सेमी. (b) 16.8 सेमी.
(c) 17.3 सेमी. (d) 17 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना ΔABC के परिवृत्त का केंद्र O है

तथा ΔABC में $DE \parallel BC$

\therefore चित्र के अनुसार परिवृत्त केंद्र से त्रिभुज के शीर्षों की दूरी समान हैं।

$\therefore \Delta ABO$ में

$AB = 17$ सेमी.

माना परिवृत्त से केंद्र के शीर्ष की दूरी = r

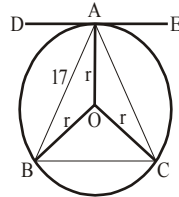
$\therefore AO = BO = CO = r$

यदि त्रिभुज की दो भुजाएं समान हों तो त्रिभुज समान होंगे।

$\therefore \Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COA$

$\therefore AB = BC = CA = 17$ सेमी.

अतः $AC = 17$ सेमी.



Trick-

माना ΔABC के परिवृत्त का केंद्र O है।



तथा शीर्ष A से जाने वाली रेखा DE जो BC के समान्तर हैं पर बिंदु B तथा C से लंब डाला जो बिंदु D तथा E पर मिलते हैं।

$$\therefore BD = CE \text{ तथा } DE = BC$$

(दो समान्तर रेखाओं के बीच की लंबवत् दूरियां बराबर होती हैं।)

समकोण ΔADB में,

$$AD^2 + BD^2 = (17)^2 \dots\dots\dots (i)$$

तथा समकोण ΔAEC में

$$AE^2 + CE^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow AD^2 + BD^2 = AC^2 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(\because AD = AE \text{ तथा } BD = CE)$$

अतः $AC = 17$ सेमी.

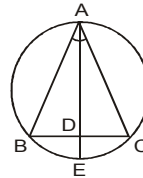
237. एक त्रिभुज ABC के कोण BAC का द्विभाजक भुजा BC को बिंदु D पर प्रतिच्छेदित करता है और ΔABC के परिवृत्त को E पर मिलता है तो यह सदा सत्य होता है कि $AB \cdot AC + DE \cdot AE =$

- (a) AD^2 (b) AE^2
(c) CE^2 (d) CD^2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—



$$\therefore AB \times AC + DE \times AE$$

$$AB \times AC + (AE - AD) AE \quad (\because DE = AE - AD)$$

$$AB \times AC + AE^2 - AD \times AE$$

$$AB \times AC - AD \times AE + AE^2$$

$$AD \times AE - AD \times AE + AE^2 \quad (\because AB \times AC = AD \times AE) \\ = AE^2$$

238. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है तथा AB वृत्त का व्यास है। यदि $\angle CAB = 48^\circ$ है, तो $\angle ADC$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 52 (b) 77
(c) 138 (d) 142

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\angle ACB$ अर्धवृत्त का कोण है।

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + 90^\circ + 48^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180 - 138 = 42^\circ$$

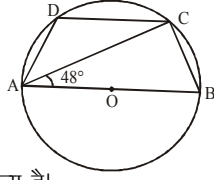
\therefore ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

\therefore सम्मुख कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle ADC + 42^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180 - 42^\circ = 138^\circ$$



239. एक वृत्त पर बिंदु P से दो स्पर्श रेखाएं Q तथा R खींची गई हैं।

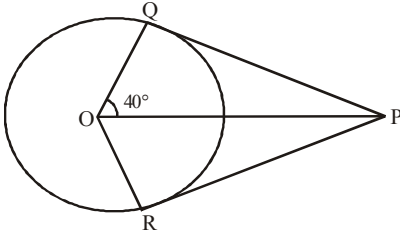
यदि O वृत्त का केंद्र है तथा $\angle QOP = 40^\circ$ है, तो $\angle QPR$ का मान (डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 60 (b) 80
(c) 90 (d) 100

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



ΔOQP तथा ΔORP सर्वांगसम त्रिभुज है।

(\therefore भुजा-भुजा-भुजा सर्वांगसमता प्रमेय से)

$$\therefore \angle OPQ = \angle OPR$$

$$\text{तथा } \angle OQP = 90^\circ \quad (\because OQ \perp PQ)$$

समकोण ΔOPQ में—

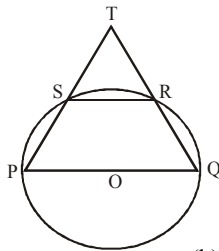
$$\angle OPQ = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ)$$

$$= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle QPR = 2\angle OPQ = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

240. दी गई आकृति में, $OQ = QR = RT$ तथा O वृत्त का केंद्र है।

$\angle PTQ$ क्या है?

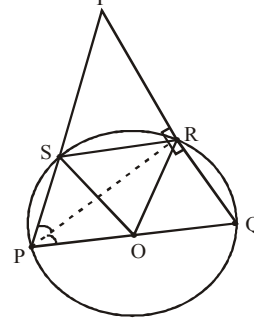


- (a) 30 (b) 60
(c) 45 (d) 90

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—



$$OQ = QR = RT$$

$$\angle PTQ = ?$$

त्रिभुज OQR में,

दिया है $OQ = OR = QR$

$$\therefore \angle O = \angle Q = \angle R = 60^\circ \quad (\because \Delta OQR \text{ समबाहु त्रिभुज है})$$

पुनः ΔPOS में

भुजा $PO =$ भुजा $OS =$ भुजा PS

$$\therefore \angle O = \angle S = \angle P = 60^\circ$$

\therefore अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle QRP = 90^\circ \text{ तथा } \angle OPR = 30^\circ$$

त्रिभुज PRT में,

$$\angle PRT = 90^\circ, \angle RPT = 30^\circ$$

$$\angle P + \angle R + \angle T = 180^\circ$$

$$\angle PTQ = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$$

$$\therefore \angle PTQ = 60^\circ$$

241. एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। जीवा के छोर पर

वृत्त में एक स्पर्श रेखा खींची जाती है। स्पर्श रेखा और जीवा के बीच कोण कितने अंश का होगा?

- (a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 75°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—माना रेखा XY वृत्त को बिंदु A पर स्पर्श करती है।

प्रश्नानुसार

$$OA = AB = OB \text{ (दिया है)}।$$

$\therefore \Delta OAB$ एक समबाहु Δ होगा।

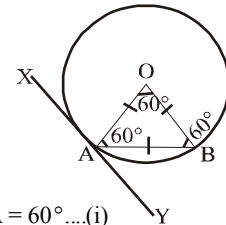
$$\therefore \angle OAB = \angle AOB = \angle OBA = 60^\circ \dots (i)$$

$$\therefore OA \perp XY \therefore \angle OAY = 90^\circ$$

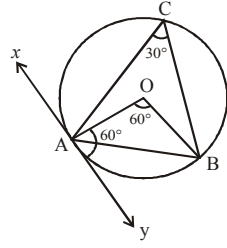
$$\therefore \angle BAY = 90^\circ - \angle OAB$$

$$= 90^\circ - 60^\circ \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= 30^\circ$$



Trick–



$$\therefore \angle AOB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ$$

(वृत्त के केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दोगुना होता है।)

$\angle BAY = \angle ACB$ (एक ही चाप द्वारा वृत्त की परिधि पर बना कोण तथा उसी जीवा एवं स्पर्श रेखा के बीच बना कोण बराबर होता है।)

$$\therefore \angle BAY = 30^\circ$$

242. AB किसी वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र O है। वृत्त की जीवा CD है। यदि $\angle BOC = 120^\circ$ हो तो $\angle ADC$ का मान क्या है?

- (a) 42° (b) 30°
(c) 60° (d) 35°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर–(b)

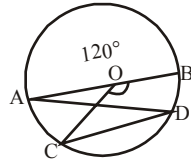
व्याख्या– चित्र से AB व्यास तथा $\angle BOC = 120^\circ$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

\therefore किसी वृत्त में एक चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग पर अंतरित कोण का दोगुना होता है।

\therefore AC चाप है। जो केंद्र से $\angle AOC$ तथा परिधि पर $\angle ADC$ बनाता है।

$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$



243. A, B और C केंद्र O वाले वृत्त पर स्थित तीन बिंदु हैं। स्पर्श रेखा C, BA को T तक बढ़ाए जाने पर मिलती है। यदि $\angle ATC = 30^\circ$ और $\angle ACT = 48^\circ$ हो, तो $\angle AOB$ का मान क्या है?

- (a) 78° (b) 96°
(c) 102° (d) 108°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर–(d)

व्याख्या– प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

$$\angle CAT = 180^\circ - (30^\circ + 48^\circ) = 180^\circ - 78^\circ$$

$$\angle CAT = 102^\circ \dots\dots (i)$$

$$\therefore OC \perp CT$$

$$\therefore \angle OCA = 90^\circ - \angle ACT = 90^\circ - 48^\circ$$

$$\angle OCA = 42^\circ$$

$$\therefore OC = OA \quad (\because \text{वृत्त की त्रिज्या है})$$

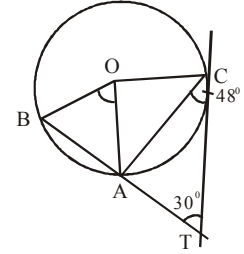
$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 42^\circ \dots\dots (ii)$$

$$\angle OAB = 180^\circ - (42^\circ + 102^\circ)$$

$$= 180^\circ - 144^\circ \quad [\text{समी. (i) एवं समी. (ii) से}]$$

$$\angle OAB = 36^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 2(\angle OAB) = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$



244. यदि O, 5 सेमी. वाले वृत्त का केंद्र है। O से 13 सेमी. की दूरी पर, एक बिंदु P लिया गया है। इस बिंदु से वृत्त में दो स्पर्श रेखाएं PQ और PR खींची जाती हैं, तो चतुर्भुज PQOR का क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 60 सेमी.² (b) 32.5 सेमी.²
(c) 65 सेमी.² (d) 30 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर–(a)

व्याख्या– चित्र से

$\triangle OPQ$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore PQ^2 = OP^2 - OQ^2$$

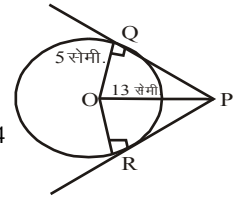
$$= 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$PQ = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{चतुर्भुज QORP का क्षेत्रफल} = 2 \times \triangle OPQ \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

$$= 60 \text{ सेमी.}^2$$



245. दो वृत्त C_1 और C_2 एक-दूसरे को आंतरिक स्तर पर बिंदु P पर छूते हैं। दो रेखाएं PCA और PDB क्रमशः वृत्त C_1 को C, D पर और वृत्त C_2 को A, B पर मिलती हैं। यदि $\angle BDC = 120^\circ$, तो $\angle ABP$ का मान बताएं।

- (a) 60° (b) 80° (c) 100° (d) 120°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर–(a)

व्याख्या— दो वृत्त C_1 तथा C_2 हैं।

तथा $\angle BDC = 120^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \angle CDP &= 180^\circ - \angle BDC \\ &= 180^\circ - 120^\circ \\ &= 60^\circ \dots\dots\dots (i)\end{aligned}$$

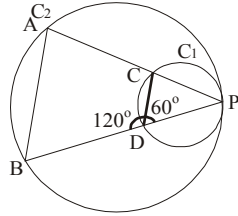
चित्र से $AB \parallel CD$

$$\therefore \angle BAP = \angle DCP$$

$$\text{तथा } \angle ABP = \angle CDP$$

$$= 60^\circ$$

[समी. (i) से]



246. एक वृत्त का केंद्र O है। वृत्त के बाहर स्थित बिंदु P से एक स्पर्श रेखा खींची गई है, जो वृत्त को A पर स्पर्श करती है। यदि $PA = 4$ सेमी. और $PO = 5$ सेमी. तो वृत्त की त्रिज्या की लंबाई कितनी है ?

- (a) 1 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 4 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाली)

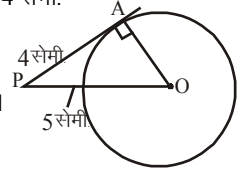
उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि वृत्त का केंद्र O है। इस पर बाहरी बिंदु P से स्पर्श रेखा PA खींची गई है।

प्रश्नानुसार, $OP = 5$ सेमी., $PA = 4$ सेमी.

$\therefore \triangle OAP$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\begin{aligned}\therefore OA &= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} \\ &= \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$



247. यदि एक वृत्त की जीवा की लंबाई 16 सेमी. है और वह वृत्त के केंद्र से 15 सेमी. की दूरी पर है, तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी.) में कितनी होगी ?

- (a) 15 (b) 16
(c) 17 (d) 34

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार,
जीवा $AB = 16$ सेमी.

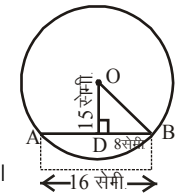
$$\begin{aligned}\therefore AD &= BD = \frac{AB}{2} \\ &= 8 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

तथा $OD = 15$ सेमी.

$\therefore \triangle OBD$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\begin{aligned}\therefore OB &= \sqrt{OD^2 + BD^2} \\ &= \sqrt{15^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{225 + 64}\end{aligned}$$

$$OB = \sqrt{289} = 17 \text{ सेमी.}$$



248. 20 सेमी. व्यास वाले एक वृत्त में 12 सेमी. लंबी एक जीवा खींची गई। जीवा की केंद्र से दूरी है—

- (a) 8 सेमी. (b) 6 सेमी. (c) 10 सेमी. (d) 16 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

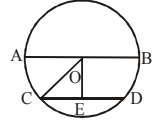
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना O केंद्र वाले वृत्त का व्यास AB है तथा जीवा की लंबाई = 12 सेमी.

$$\begin{aligned}\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या } OC &= AO = OB = \frac{AB}{2} \\ &= \frac{20}{2} = 10 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$



\therefore वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है।

$$CE = ED = \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle OEC \text{ में } OE^2 &= OC^2 - CE^2 \\ &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 = 64\end{aligned}$$

$$\therefore OE = \sqrt{64} = 8 \text{ सेमी.}$$

249. 17 सेमी. और 8 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त संकेंद्रित हैं। छोटे वृत्त को स्पर्श करने वाले बड़े वृत्त की जीवा कितनी होगी ?

- (a) 15 सेमी. (b) 16 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 34 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$OA = 17$ सेमी.

$OC = 8$ सेमी.

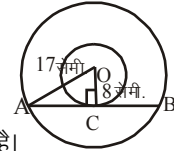
$\therefore \triangle OCA$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\begin{aligned}\therefore CA^2 &= OA^2 - OC^2 \\ &= 17^2 - 8^2 = 289 - 64 \\ &= 225\end{aligned}$$

$$CA = \sqrt{225} = 15$$

\therefore छोटे वृत्त को स्पर्श करने वाली बड़े वृत्त की जीवा

$$\begin{aligned}AB &= 2 \times AC \\ &= 2 \times 15 = 30 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$



250. एक वृत्त की दो जीवा AB और PQ एक-दूसरे को वृत्त के भीतर बिंदु D पर काटती हैं। यदि $AD = 4$ सेमी., $DB = 6$ सेमी. $QD = 3$ सेमी., तो PQ की लंबाई किसके बराबर है ?

- (a) 11 सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) 9 सेमी. (d) 10 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या—दिया है $AD = 4$ सेमी.

$BD = 6$ सेमी.

$QD = 3$ सेमी.

जीवा AB और PQ प्रतिच्छेदित करे तो

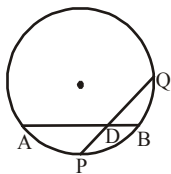
$$AD \times DB = PD \times QD$$

$$\text{या } 4 \times 6 = PD \times 3$$

$$\text{या } PD = \frac{4 \times 6}{3} = 8 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore PQ = PD + QD$$

$$= 8 + 3 = 11 \text{ सेमी.}$$



251. AB और CD एक वृत्त की दो समांतर जीवा हैं, जो केंद्र के विपरीत ओर स्थित हैं और उनके बीच की दूरी 17 सेमी. है। AB और CD की लंबाई क्रमशः 10 सेमी. और 24 सेमी. है वृत्त की त्रिज्या (सेमी. में) है—

- (a) 16 (b) 9
(c) 13 (d) 30

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या—माना वृत्त का O केंद्र है तथा O से AB और CD पर लंब क्रमशः OQ एवं OP डाला गया है।

$$\therefore CP = \frac{24}{2} = 12 \text{ सेमी. तथा } AQ = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

\therefore वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।

\therefore माना $PO = x$ सेमी.

$$OQ = (17 - x) \text{ सेमी.}$$

ΔOQA में,

$$OA^2 = OQ^2 + AQ^2$$

$$= (17 - x)^2 + 5^2 \dots\dots(i)$$

ΔOCP में

$$OC^2 = PO^2 + PC^2$$

$$OA^2 = 12^2 + x^2 \dots\dots(ii) \quad (\because OA = OC = \text{वृत्त की त्रिज्या})$$

\therefore समी. (i) और समी. (ii) से

$$12^2 + x^2 = (17 - x)^2 + 5^2$$

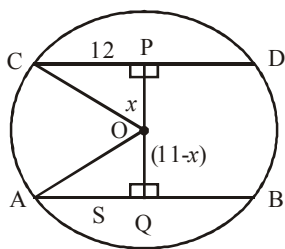
$$144 + x^2 = 289 + x^2 - 34x + 25$$

$$144 + x^2 = 314 + x^2 - 34x$$

$$34x = 314 - 144$$

$$34x = 170$$

$$x = \frac{170}{34} = 5$$



x का मान समी. (ii) में रखने पर

$$OA^2 = 12^2 + 5^2$$

$$= 144 + 25$$

$$= 169$$

$$OA = \sqrt{13 \times 13}$$

$$\therefore OA = 13 \text{ सेमी.}$$

252. ΔABC एक समकोणीय त्रिभुज है, इसमें $\angle B = 90^\circ$ और AC कर्ण है। D उसका परिकेंद्र है और $AB = 3$ सेमी., $BC = 4$ सेमी., तो BD का मान क्या है?

- (a) 3 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) 2.5 सेमी. (d) 5.5 सेमी.

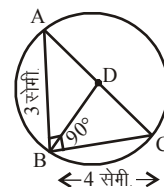
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I&II-परी) उत्तर—(c)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

$$\angle B = 90^\circ, AB = 3 \text{ सेमी.}$$

तथा $BC = 4$ सेमी.

$\therefore \Delta ABC$ समकोण त्रिभुज है।



$$\therefore CA = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी.}$$

$\therefore D$ समकोण त्रिभुज का परिकेंद्र है, जो कर्ण को दो बराबर भागों में बाँटता है।

$$\therefore AD = CD = BD = \frac{CA}{2} = 2.5 \text{ सेमी.}$$

253. XYZ एक समकोण त्रिभुज है और $\angle Y = 90^\circ$ है। यदि $XY = 2.5$ सेमी. और $YZ = 6$ सेमी. हो तो $\angle XYZ$ की परित्रिज्या ज्ञात कीजिए?

- (a) 6.5 सेमी. (b) 3.25 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 2.5 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-परी) उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \Delta XYZ$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore XZ = \sqrt{XY^2 + YZ^2}$$

$$= \sqrt{2.5^2 + 6^2}$$

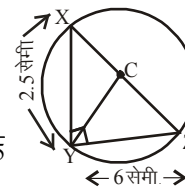
$$= \sqrt{6.25 + 36} = \sqrt{42.25}$$

$$XZ = 6.50 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समकोण } \Delta XYZ \text{ की परित्रिज्या} = 6.50/2$$

$$= 3.25 \text{ सेमी.}$$

$$\text{या } CX = CY = CZ = 3.25 \text{ सेमी.}$$



254. किसी ऐसी जीवा की लंबाई क्या होगी, जो 13 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के केंद्र से 5 सेमी. की दूरी पर हो?

- (a) 18 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 25 सेमी. (d) 30 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पली)
उत्तर—(b)

व्याख्या—दिया है

AO = 13 सेमी.

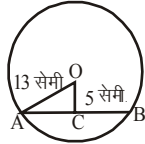
OC = 5 सेमी.

$$\therefore AC = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$\text{या } AC = \sqrt{169 - 25}$$

$$= \sqrt{144} \text{ सेमी.} = 12 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{जीवा } AB = 2 \times AC = 2 \times 12 = 24 \text{ सेमी.}$$



255. दिए गए वृत्त में जीवा PQ, 18 सेमी. लंबी है। AB, PQ का M पर लंब द्विभाजक है। यदि MB = 3 सेमी. तो AB की लंबाई क्या होगी?

- (a) 30 सेमी. (b) 28 सेमी.
(c) 27 सेमी. (d) 25 सेमी.

S.S.C. C.P.O परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore रेखा AB वृत्त की जीवा पर समद्विभाजित करती है।

इसलिए जीवा पर लंब होगी।

रेखा AB = वृत्त का व्यास

माना OM = x

$\therefore PO = OB =$ वृत्त की त्रिज्या

समकोण त्रिभुज OMP में

$$PO^2 = PM^2 + MO^2$$

$$(x + 3)^2 = 9^2 + x^2$$

$$\left(\begin{array}{l} \therefore PO = OB \\ PO = OM + MB \end{array} \right)$$

$$x^2 + 9 + 6x = 81 + x^2$$

$$6x = 81 - 9$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6} = 12$$

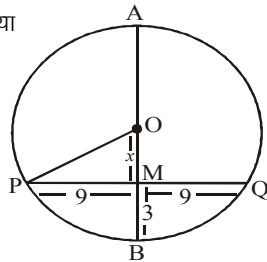
$$\therefore AB = 2 \times OB$$

$$= 2 \times (OM + MB)$$

$$= 2 \times (x + 3)$$

$$= 2 \times (12 + 3)$$

$$= 2 \times 15 = 30 \text{ सेमी.}$$



Trick—

PQ, AB वृत्त की जीवा है जो M पर प्रतिच्छेद करती है।

अतः

$$\therefore PM \times MQ = AM \times MB \quad (\text{प्रमेय से})$$

(एक ही वृत्त में यदि दो जीवाएं एक-दूसरे को एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो एक जीवा के अंतःखण्ड का गुणनफल दूसरी जीवा के अंतःखण्ड के गुणनफल के बराबर होता है।)

$$\therefore 9 \times 9 = AM \times 3$$

$$\therefore AM = 27$$

$$\therefore AB = AM + MB$$

$$= 27 + 3 = 30 \text{ सेमी.}$$

256. 5 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त को दो समांतर जीवा की लंबाई केंद्र के समान पार्श्व में 6 सेमी. और 8 सेमी. है। उनके बीच की दूरी है।

- (a) 2 सेमी. (b) 3 सेमी. (c) 1.5 सेमी. (d) 1 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वृत्त का केंद्र O है तथा समांतर जीवा AB तथा CD क्रमशः 8 सेमी. और 6 सेमी. लंबी हैं।

वृत्त के केंद्र से दोनों जीवाओं पर लंब क्रमशः OP और OQ है।

\therefore समकोण त्रिभुज OPA में

$$OA^2 = OP^2 + AP^2$$

$$5^2 = OP^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$OP^2 = 25 - 16$$

$$OP = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}$$

पुनः समकोण त्रिभुज OQC में

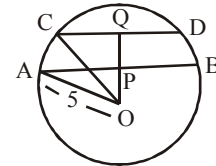
$$OQ^2 = OC^2 - QC^2$$

$$= 5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$= 25 - 9 = 16$$

$$\therefore OQ = \sqrt{16} = 4 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{दोनों जीवाओं के बीच की दूरी} = PQ = OQ - OP = 4 - 3 = 1 \text{ सेमी.}$$



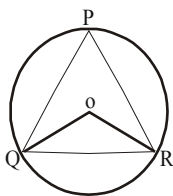
257. यदि ΔPQR का परिकेंद्र O है तथा $\angle QOR = 40^\circ$ है, तो $\angle QPR$ का मान (डिग्री में) क्या है?

- (a) 40 (b) 60
(c) 80 (d) 20

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— किसी वृत्त में एक ही चाप द्वारा केंद्र पर बना कोण उसी चाप द्वारा परिधि पर बने कोण का दोगुना होता है। (प्रमेय)



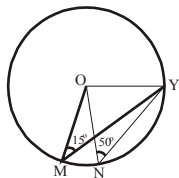
ΔPQR से—

$$\angle QOR = 2\angle QPR \quad (\text{उपर्युक्त प्रमेय से})$$

$$40^\circ = 2\angle QPR$$

$$\therefore \angle QPR = 20^\circ$$

258. दी गई आकृति में, $\angle ONY = 50^\circ$ और $\angle OMY = 15^\circ$ है, तो $\angle MON$ का मान क्या है?



- (a) 40° (b) 20° (c) 70° (d) 30°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— वृत्त का केंद्र O है।

ΔOMY में

$$\angle OMY = 15^\circ$$

$$\therefore \angle OMY = \angle OYM \quad [\because OM=OY = \text{त्रिज्या}]$$

$$\therefore \angle OYM = 15^\circ$$

ΔONY में

$$\angle ONY = 50^\circ$$

अब $ON = OY$ (त्रिज्या)

$$\therefore \angle OYN = \angle ONY$$

$$\therefore \angle OYN = 50^\circ$$

$$\text{अतः } \angle MYN = 50^\circ - 15^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle NXY = \{180^\circ - (50^\circ + 35^\circ)\}$$

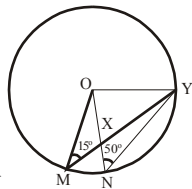
$$\therefore \angle NXY = 95^\circ$$

$$\therefore \angle MXO = 95^\circ \quad (\text{शीर्षाभिमुख कोण})$$

$$\therefore \angle MON = 180^\circ - (95^\circ + 15^\circ)$$

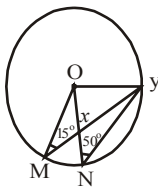
(ΔMXO में)

$$= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$



Trick—

वृत्त का केंद्र O है।



ΔOMY में

$$OM = OY \quad (\text{वृत्त की त्रिज्या है।})$$

$$\therefore \angle OMY = \angle OYM = 15^\circ$$

$$\therefore \angle MOY = 180^\circ - 2 \times \angle OMY$$

$$\angle MOY = 180^\circ - 2 \times 15^\circ$$

$$= 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

तथा ΔNOY में,

$$ON = OY \quad (\text{वृत्त की त्रिज्या है।})$$

$$\therefore \angle ONY = \angle OYN = 50^\circ$$

$$\therefore \angle NOY = 180^\circ - 2 \times \angle ONY$$

$$= 180^\circ - 30^\circ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle MON = \angle MOY - \angle NOY$$

$$= 150^\circ - 80^\circ = 70^\circ$$

259. एक वृत्त की a यूनिट और b यूनिट लंबाई की दो जीवा वृत्त के केंद्र में क्रमशः 60° और 90° के कोण बनाती हैं, सही संबंध क्या है?

(a) $b = \sqrt{2} a$

(b) $b = \sqrt{3} a$

(c) $b = 2a$

(d) $b = \frac{3}{2} a$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वृत्त का केंद्र O तथा जीवा AB और CD है।

\therefore a लंबाई की जीवा केंद्र पर 60° का कोण बनाती है तथा भुजा AO तथा OB समान है।

$\therefore \Delta AOB$ समबाहु त्रिभुज है।

$\therefore \Delta AOB$ में

$$\therefore AO = OB = AB = a$$

\therefore जीवा CD वृत्त के केंद्र पर समकोण बनाती है।

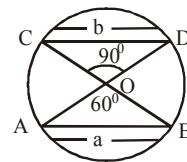
\therefore समकोण त्रिभुज COD में

$$CO^2 + OD^2 = CD^2$$

$$a^2 + a^2 = b^2 \quad (\because CO = OD = a = \text{वृत्त की त्रिज्या})$$

$$b^2 = 2a^2$$

$$b = \sqrt{2} a$$



260. एक त्रिभुज का परिमाप 24 मीटर और उसके आंतरिक वृत्त की परिधि 44 मीटर है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(a) 42 मीटर²

(b) 24 मीटर²

(c) 48 मीटर²

(d) 84 मीटर²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना ΔABC है जिसके आंतरिक वृत्त का केंद्र O है।

$$\therefore AB + BC + CA = 24 \text{ मीटर} \dots\dots\dots(i)$$

माना वृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore 2\pi r = 44$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ सेमी.}$$

$\therefore \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

= ΔAOB का क्षेत्रफल + ΔBOC का क्षेत्रफल + ΔCOA का क्षेत्रफल

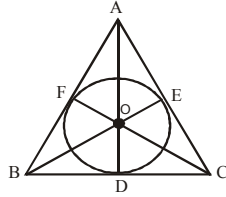
$$= \frac{1}{2} \times AB \times OF + \frac{1}{2} \times BC \times OD + \frac{1}{2} \times CA \times OE$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times r + \frac{1}{2} \times BC \times r + \frac{1}{2} \times CA \times r$$

($\because OD = OE = OF = r$ चित्र में)

$$= \frac{1}{2} \times r (AB + BC + CA)$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84 \text{ मीटर}^2$$



Trick— $2\pi r = 44 \Rightarrow r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ सेमी.}$

तथा $2s = 24 \Rightarrow s = 12 \text{ सेमी.}$

$$\therefore r = \frac{\Delta}{s} \text{ (सूत्र)} \Rightarrow \Delta = r.s = 7 \times 12$$

$$\text{अतः } \Delta = 84 \text{ सेमी.}^2$$

261. यदि ΔDEF में, $\angle EFD = 90^\circ$ $DF = 7$ सेमी. तथा $EF = 24$ सेमी. है। ΔDEF के परिवृत्त की त्रिज्या (सेमी. में) क्या है?

- (a) 26 (b) 12.5
(c) 13 (d) 25

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— समकोण त्रिभुज का कर्ण वृत्त के केंद्र से होकर जाएगा।

अतः ΔEFD से—

$$ED^2 = EF^2 + FD^2$$

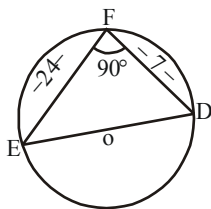
$$= (24)^2 + (7)^2$$

$$= 576 + 49$$

$$ED = \sqrt{625} = 25$$

$$\therefore \text{परिवृत्त की त्रिज्या} = \frac{ED}{2}$$

$$= \frac{25}{2} = 12.5 \text{ सेमी.}$$



262. मान लीजिए AB, O केंद्र वाले एक वृत्त का व्यास है और C उस वृत्त पर स्थित कोई बिंदु है। तदनुसार, यदि $CD \perp AB$ और $CD = 12$ सेमी. तथा $AD = 16$ सेमी. हो, तो BD कितना होगा?

- (a) 8 सेमी. (b) 9 सेमी.
(c) 10 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

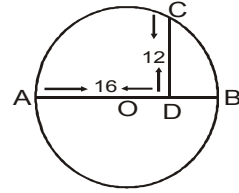
व्याख्या— माना वृत्त जिसका केंद्र O तथा व्यास AB है तथा C वृत्त पर स्थित एक बिंदु है।

$$\therefore AD \times DB = CD^2$$

\therefore प्रश्नानुसार

$$16 \times DB = 12^2$$

$$DB = \frac{12 \times 12}{16} = \frac{3}{4} \times 12 = 9 \text{ सेमी.}$$



263. एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस जीवा द्वारा वृत्त की लघु चाप पर बनाया गया कोण है—

- (a) 60° (b) 75°
(c) 120° (d) 150°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना एक वृत्त जिसका केंद्र O तथा त्रिज्या r है।

\therefore वृत्त की जीवा = वृत्त की त्रिज्या = r

$\therefore \Delta OAB$ में

$$OA = AB = OB$$

$\therefore \Delta OAB$ समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ$$

माना लघु चाप पर बिंदु P है।

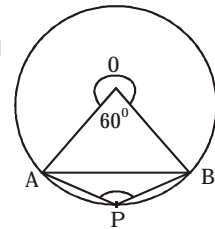
AP और BP को मिलाया

ज्ञात करना है $\angle APB$

$$\therefore \text{दीर्घ चाप द्वारा केंद्र पर बना कोण} = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$

दीर्घ चाप द्वारा वृत्त की परिधि पर बना कोण

$$\angle APB = \frac{1}{2} \times 300^\circ = 150^\circ$$



264. दो वृत्तों की दो बराबर की चाप, केंद्र में 60° और 75° के कोण अंतरित करती हैं। दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा?

- (a) $5/4$ (b) $3/2$
(c) $4/5$ (d) $2/3$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं R_1 तथा R_2 हैं।

प्रश्नानुसार,

प्रथम वृत्त का चाप = द्वितीय वृत्त का चाप

$$\frac{2\pi R_1 \theta_1}{360} = \frac{2\pi R_2 \theta_2}{360}$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

$$\text{लेकिन } \theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 75^\circ$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{75}{60} = 5/4$$

265. एक वृत्त में, विषम लंबाई वाले दो चाप, कोणों को 5 : 3 के अनुपात में अंतरित करते हैं। यदि छोटा कोण 45° का हो, तो दूसरे कोण की माप क्या होगी?
- (a) 75° (b) 72°
(c) 60° (d) 78°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या—माना कि वृत्त के विषम चापों द्वारा बनाए गए कोण 5 : 3 हैं और छोटा कोण 45° है।

प्रश्नानुसार, $\theta_2 = 45^\circ =$ छोटा कोण

$$\therefore \frac{2\pi R\theta_1 / 360^\circ}{2\pi R\theta_2 / 360^\circ} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{या } \frac{\theta_1}{45^\circ} = \frac{5}{3}$$

$$\text{या } \theta_1 = 75^\circ$$

Trick— माना कोणों में x का अनुपात है, बड़ा कोण $= 5x$ एवं छोटा कोण $= 3x$

प्रश्नानुसार

$$3x = 45^\circ$$

$$\text{या } x = 15^\circ$$

$$\text{अतः बड़ा कोण} = 5x = 75^\circ$$

266. एक वृत्त में 30° की चाप है जो एक दूसरे वृत्त की चाप से दोगुनी है, यदि दूसरे वृत्त की त्रिज्या पहले वृत्त की तुलना में तीन-गुनी है, तो दूसरे वृत्त के केंद्र से चाप द्वारा अंतरित कोण क्या होगा?
- (a) 3° (b) 4° (c) 5° (d) 6°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या—प्रथम वृत्त $\theta_1 = 30^\circ$ तथा दूसरे वृत्त का कोण θ_2 है।

प्रश्नानुसार

प्रथम वृत्त के चाप की लंबाई = द्वितीय चाप की लंबाई $\times 2$

$$\therefore x = y \times 2$$

$$\text{या } \frac{2\pi R_1 \theta_1}{360^\circ} = 2 \times \frac{2\pi R_2 \theta_2}{360^\circ}$$

$$R_1 \theta_1 = 2R_2 \theta_2$$

$$\therefore R_2 = 3R_1$$

$$\therefore R_1 \times 30^\circ = 2 \times 3 \times R_1 \times \theta_2$$

$$\therefore \theta_2 = \frac{30}{6} = 5^\circ$$

267. बिंदु P, Q और R एक वृत्त पर इस प्रकार हैं कि $\angle PQR = 40^\circ$ और $\angle QRP = 60^\circ$ तो केंद्र में चाप QR द्वारा अंतरित कोण कितना है?

- (a) 80° (b) 120° (c) 140° (d) 160°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पाती)

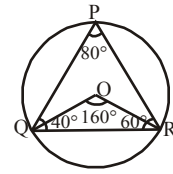
उत्तर-(d)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

$$\angle PQR = 40^\circ$$

$$\angle QRP = 60^\circ$$

माना कि वृत्त का केंद्र O है।



$\therefore \Delta PQR$ में

$$\angle PQR + \angle QRP + \angle QPR = 180^\circ$$

$$\text{या } 40^\circ + 60^\circ + \angle QPR = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle QPR = 80^\circ$$

$$\therefore \angle QOR = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$$

(क्योंकि केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दोगुना होता है।)

268. O केंद्र वाले वृत्त का AB व्यास है। PQ जीवा है जो AB को नहीं काटती। AP और BQ को मिलाएं। यदि $\angle BAP = \angle ABQ$, तो ABQP क्या होगा?

- (a) चक्रीय समलंब (b) चक्रीय वर्ग
(c) चक्रीय आयत (d) चक्रीय समचतुर्भुज

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर-(a)

व्याख्या— \therefore PQ जीवा है, जो वृत्त के व्यास को नहीं काटती है।

$$\therefore PQ < AB$$

$$\therefore ABPQ \text{ चक्रीय चतुर्भुज है।}$$

(चारों बिंदु एक वृत्तीय हैं। चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है।)

$$\therefore \angle A + \angle Q = 180^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\angle B + \angle P = 180^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

$$\angle A = \angle B$$

प्रश्नानुसार

समी. (i) और (ii) से

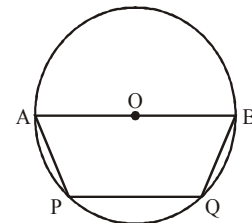
$$180 - \angle Q = 180 - \angle P$$

$$\therefore \angle Q = \angle P$$

$$\text{अतः } \angle A + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle P = 180^\circ$$

$$\text{अतः } AB \parallel PQ$$



यदि चतुर्भुज के दो कोण समान तथा समांतर भुजाएं असमान हों तो चतुर्भुज समलंब चतुर्भुज होता है।

269. एक वृत्त पर चार बिंदु A, B, C, D हैं। AC तथा BD एक बिंदु E पर प्रतिच्छेद करते हैं और $\angle BEC = 130^\circ$ तथा $\angle ECD = 20^\circ$ तब $\angle BAC$ है-

- (a) 100° (b) 110°
(c) 120° (d) 90°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर-(b)

व्याख्या— $\angle AED = \angle BEC = 130^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$$\therefore \angle AEB + \angle DEC = 360^\circ - 2 \times 130^\circ \\ = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$\angle AEB = \angle DEC$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$$\therefore \angle AEB = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

अब $\triangle AEB$ एवं $\triangle CED$ से

$$\angle AEB = \angle DEC$$

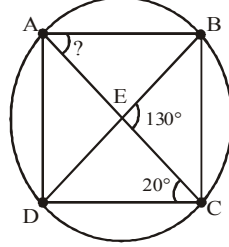
भुजा $AE = ED$

भुजा $BE = EC$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CED$$

(भुजा-कोण-भुजा प्रमेय से)

$$\therefore \angle BAC = \angle EDC \\ = 180^\circ - (50^\circ + 20^\circ) \\ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



Trick— $\triangle BCD$ में,

$$\angle BDC = 180^\circ - (20^\circ + 50^\circ) = 110^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BAC = 110^\circ$$

(एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होते हैं)

270. एक चतुर्थांश वृत्त में एक अंतःवर्ग इस प्रकार से है कि इसके संलग्न दो शीर्ष केंद्र से समान दूरी पर दो त्रिज्याओं पर हैं, जबकि दो अन्य शीर्ष वर्तुल वृत्तांश पर हैं। यदि वर्ग की भुजाओं की लंबाई x है, तो वृत्त की त्रिज्या है—

- (a) $\sqrt{2}x$ (b) $\frac{2x}{\sqrt{\pi}}$
(c) $\frac{16x}{\pi+4}$ (d) $\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{2}}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना $EF = x$

$\therefore OE = OF$ (दिया है)

$\therefore \triangle OEF$ में

$$EF^2 = OE^2 + OF^2 = OE^2 + OE^2 = 2OE^2$$

$$\text{या } OE = \frac{EF}{\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

EB = वर्ग $ECBF$ का विकर्ण

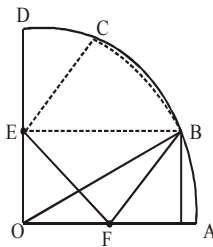
$$EB = \sqrt{2}x$$

$\triangle OEB$ में

$$OB^2 = OE^2 + BE^2$$

$$= \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2}x)^2$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2x^2 = \frac{5x^2}{2}$$



$$\therefore OB = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या (OB)} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}x \text{ ईकाई}$$

271. O, एक वृत्त का केंद्र है। P एक बाह्य बिंदु है जो O से 13 सेमी. दूरी पर है। उस वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. है। तदनुसार P बिंदु से वृत्त की स्पर्श रेखा के स्पर्श-बिंदु तक की दूरी कितनी होगी?

- (a) $\sqrt{194}$ सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 8 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—माना स्पर्श रेखा O त्रिज्या वाले वृत्त को A पर स्पर्श करती है

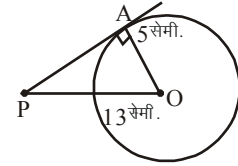
$\therefore \triangle OAP$ में

$$AP^2 = OP^2 - OA^2$$

$$\text{या } AP^2 = 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25 = 144$$

$$\therefore AP = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$



272. 6 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त के केंद्र से 10 सेमी. की दूरी पर स्थित एक बिंदु से एक स्पर्शरेखा वृत्त पर खींची जाती है। स्पर्शरेखा की लंबाई कितनी है?

- (a) 5 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) 7 सेमी. (d) 8 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना 6 सेमी. त्रिज्या के वृत्त का केंद्र O है।

तथा O से 10 सेमी. बिंदु A से स्पर्श रेखा AB है।

\therefore स्पर्श रेखा तथा वृत्त की त्रिज्या परस्पर लंबवत होती है।

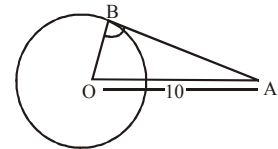
\therefore समकोण त्रिभुज OBA में

$$OB^2 + AB^2 = OA^2$$

$$6^2 + AB^2 = 10^2$$

$$AB^2 = 100 - 36$$

$$AB = \sqrt{64} \Rightarrow 8 \text{ सेमी.}$$



Trick—

स्पर्श रेखा की लंबाई

$$= \sqrt{\text{बिंदु A से वृत्त के केंद्र के बीच दूरी}^2 - \text{त्रिज्या}^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64} = 8 \text{ सेमी.}$$

273. 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के बाहरी बिंदु P से खींची गई स्पर्शरेखा की लंबाई 12 सेमी. है। वृत्त के केंद्र से P की दूरी कितनी है ?

- (a) 7 सेमी. (b) 9 सेमी.
(c) 13 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा वृत्त के केंद्र से स्पर्श बिंदु की रेखा परस्पर लंबवत होती हैं।

∴ समकोण ΔPBO में

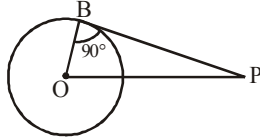
$$PB^2 + OB^2 = OP^2$$

$$\therefore OP^2 = 5^2 + 12^2$$

$$OP^2 = 25 + 144$$

$$= 169$$

$$OP = \sqrt{169} = 13 \text{ सेमी.}$$



274. एक वृत्त का व्यास 10 सेमी. है। यदि वृत्त के केंद्र से जीवा की दूरी 4 सेमी. है, तो जीवा की लंबाई कितनी है ?

- (a) 6 सेमी. (b) 3 सेमी. (c) 5 सेमी. (d) 4 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— वृत्त का व्यास = 10 सेमी.

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

∴ ΔOAC में

$$AC^2 = OA^2 - OC^2$$

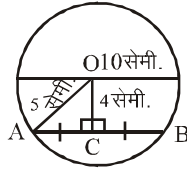
$$= 5^2 - 4^2$$

$$= 25 - 16$$

$$= 9$$

$$\therefore AC = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त के जीवा की लंबाई} = 2 \times AC = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी.}$$



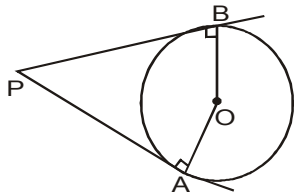
275. PA और PB एक बाह्य बिंदु P से O केंद्र वाले एक वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएं हैं जहां बिंदु A तथा B स्पर्श के बिंदु हैं। चतुर्भुज OAPB अवश्य होगा-

- (a) एक आयत (b) एक समचतुर्भुज
(c) एक वर्ग (d) एक वृत्तीय

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या—



∴ चतुर्भुज OAPB में ∠A तथा ∠B और ∠P तथा ∠O

आमने-सामने है।

∴ ∠A + ∠B = 180° (वृत्त की त्रिज्या तथा स्पर्श रेखा के बीच का कोण 90° होता है।)

∴ आमने-सामने के कोण यदि संपूरक हों तो चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

∴ चतुर्भुज OAPB एक वृत्तीय होगा।

276. दो वृत्तों की दो बराबर की चाप, केंद्र में 60° और 75° के कोण अंतरित करती है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा ?

- (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{3}{2}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{2}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि वृत्त की त्रिज्याएं r_1 तथा r_2 हैं और समान चापों की लंबाई x है।

प्रश्नानुसार यदि चापों द्वारा अंतरित कोण θ_1 और θ_2 हो, तो

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{60^\circ}{75^\circ} = \frac{4}{5}$$

$$\text{लेकिन } \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\frac{x}{r_1}}{\frac{x}{r_2}} = \frac{x}{r_1} \times \frac{r_2}{x}$$

$$\therefore \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore r_1 : r_2 = 5 : 4$$

277. AC ऐसे दो वृत्तों की अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है जिनके केंद्र P और Q हैं और वृत्त A और C पर त्रिज्याएं क्रमशः 6 सेमी. और 3 सेमी. हैं। यदि AC बिंदु B पर PQ को काटता है और AB = 8 सेमी. है तो PQ की लंबाई है-

- (a) 12 सेमी. (b) 15 सेमी.
(c) 13 सेमी. (d) 10 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— ∴ वृत्त पर स्पर्श रेखाएं लंबवत होती हैं।

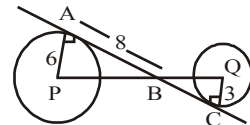
∴ समकोण त्रिभुज BAP में

$$BP^2 = AP^2 + AB^2$$

$$BP^2 = 6^2 + 8^2$$

$$= 36 + 64$$

$$= 100$$



$$BP = \sqrt{100}$$

$$\therefore BP = 10 \text{ सेमी.}$$

$\therefore \triangle APB$ और $\triangle BCQ$ समरूप त्रिभुज हैं

क्योंकि $\angle ABP = \angle CBQ$

तथा $\angle PAB = \angle QCB$

यदि त्रिभुज के दो कोण समान हों तो त्रिभुज समरूप त्रिभुज होता है।

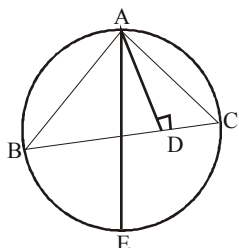
$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{CQ}{BQ}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{BQ}$$

$$\therefore BQ = \frac{10 \times 3}{6} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore PQ = PB + BQ = 10 + 5 = 15 \text{ सेमी.}$$

278. दी गई आकृति में, ABC एक त्रिभुज है जिसमें AB = 12 सेमी., AC = 6 सेमी. तथा शीर्षलंब AD = 4 सेमी. है। यदि AE बाह्य वृत्त का व्यास है, तो बाह्य त्रिज्या की लंबाई (सेमी. में) क्या होगी?



- (a) 6 (b) 8
(c) 9 (d) 10

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

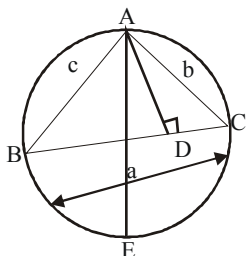
व्याख्या— \therefore बाह्य वृत्त की त्रिज्या

$$R = \frac{abc}{4\Delta} \text{ (जहां डेल्टा } (\Delta) = \text{ त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल)}$$

$$= \frac{a \times b \times c}{4 \times \frac{1}{2} \times a \times AD}$$

$$= \frac{12 \times 6 \times a}{2 \times a \times 4}$$

$$= 9 \text{ सेमी.}$$



279. AB, O केंद्र वाले वृत्त की जीवा है। वृत्त पर बिंदु C इस प्रकार है कि $OC \perp AB$ और त्रिज्या OC जीवा AB को P पर काटती है। यदि PC = 2 सेमी. और AB = 6 सेमी. हो, तो वृत्त का व्यास कितना है?

- (a) 6 सेमी. (b) 6.5 सेमी.
(c) 13 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है— $OC \perp AB$

PC = 2 सेमी. तथा AB = 6 सेमी.

$$\therefore AP = PB = \frac{6}{2} = 3 \text{ सेमी.}$$

$\therefore OC, AB$ को P पर काटती है।

$$\therefore AP \times PB = PC \times OP$$

$$\text{या } 3 \times 3 = 2 \times OP$$

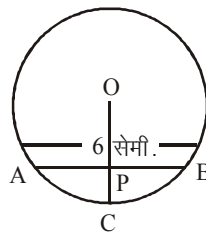
$$\text{या } OP = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore OC = PC + OP = 2 + 4.5 = 6.5 \text{ सेमी.}$$

$\therefore OC$ वृत्त की त्रिज्या है।

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = 2OC$$

$$= 2 \times 6.5 = 13 \text{ सेमी.}$$



280. O केंद्र तथा 5 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त की 8 सेमी. लंबी एक जीवा PQ है। इसकी P तथा Q पर बनी स्पर्श रेखाएं बिंदु T पर परस्पर काटती हैं। तदनुसार, TP की लंबाई कितनी होगी?

- (a) $\frac{15}{4}$ सेमी. (b) $\frac{20}{3}$ सेमी.
(c) $\frac{21}{4}$ सेमी. (d) $\frac{10}{3}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— समकोण त्रिभुज PRO में

$$\therefore OR^2 = PO^2 - PR^2$$

$$= 25 - 16 = 9$$

$$\therefore OR = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore PO^2 = OR \times OT$$

$$25 = 3 \times (3 + RT)$$

$$25 = 9 + 3RT$$

$$RT = \frac{16}{3}$$

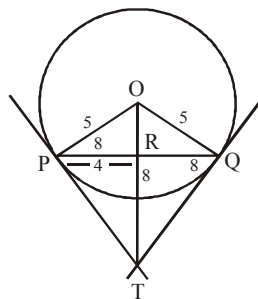
पुनः समकोण त्रिभुज PRT में

$$TP^2 = PR^2 + RT^2$$

$$= 4^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2$$

$$= 16 + \frac{256}{9} = \frac{400}{9}$$

$$TP = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3} \text{ सेमी.}$$



281. ABCD चक्रीय चतुर्भुज है, AB वृत्त का व्यास है। यदि $\angle ACD = 50^\circ$ है, तो $\angle BAD$ का माप है-
- (a) 140° (b) 40°
(c) 50° (d) 130°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

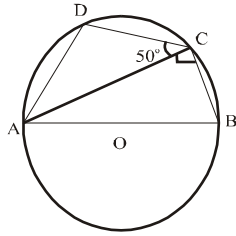
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

चक्रीय चतुर्भुज ABCD बनाने पर जहां AB वृत्त का व्यास है।

ΔACB अर्द्धवृत्त पर बना त्रिभुज है।



\therefore अर्द्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

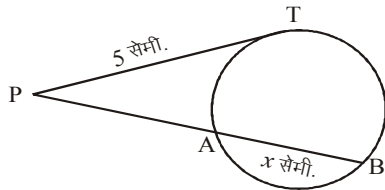
$$\therefore \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD \\ = 90 + 50 = 140^\circ$$

\therefore चक्रीय चतुर्भुज के आमने-सामने के कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 140^\circ \\ = 40^\circ$$

282. दी गई आकृति में PAB वृत्त की छेदक रेखा है और PT वृत्त की P से स्पर्शज्या है। यदि $PT = 5$ सेमी., $PA = 4$ सेमी. $AB = x$ सेमी. तो x क्या होगा?



- (a) 5 सेमी. (b) $\frac{9}{4}$ सेमी.
(c) $\frac{4}{9}$ सेमी. (d) $\frac{2}{3}$ सेमी.

S.S.C. C.P.O परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

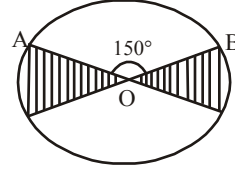
व्याख्या— $\therefore PT^2 = PA \times PB$
 $5^2 = 4 \times (4 + x)$
 $25 = 16 + 4x$

$$4x = 25 - 16$$

$$4x = 9$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ सेमी.}$$

283. यदि वृत्त का केंद्र O हो और $\angle AOB = 150^\circ$ और छायादार भाग वृत्तीय क्षेत्र का X भाग हो, तो X का मान क्या होगा?



- (a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{9}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{4}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \angle AOB = 150^\circ$

\therefore एक छायादार भाग द्वारा O पर बना कोण
 $= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

\therefore दोनों छायादार भागों द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण

$$(X) = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore X = \frac{\text{X का कोणीय मान}}{\text{केंद्र O पर बना कुल कोण}} \\ = \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$$

284. दो वृत्तों की त्रिज्याएं 10 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं। तदनुसार, उस वृत्त की त्रिज्या कितनी होगी, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल के योगफल के बराबर है?

- (a) 26 सेमी. (b) 36 सेमी.
(c) 17 सेमी. (d) 34 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— दो वृत्तों की त्रिज्याएं क्रमशः 10 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं।

$$\therefore \text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \\ = \pi(10)^2 \dots\dots\dots(i) \\ = 100\pi$$

$$\text{तथा दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \\ = \pi(24)^2 = 576\pi$$

$$\therefore \text{नए वृत्त का क्षेत्रफल} = 100\pi + 576\pi = 676\pi$$

माना नए वृत्त की त्रिज्या r_1 है,

$$\therefore \pi r_1^2 = 676\pi$$

$$\therefore r_1^2 = 676$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{676} = 26 \text{ सेमी.}$$

285. त्रिभुज ABC के परिकेंद्र I से BC पर लंब ID खींचा जाता है। यदि $\angle BAC = 60^\circ$ हो, तो $\angle BID$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 60° (b) 80°
(c) 75° (d) 45°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \angle BAC = 60^\circ$

$$\therefore \angle BIC = 2 \times \angle BAC$$

$$= 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

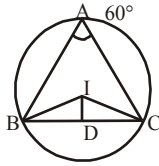
(\therefore I, ΔABC का परिकेंद्र है)

ΔBIC में, $IB = IC$ [परिवृत्त त्रिज्या]

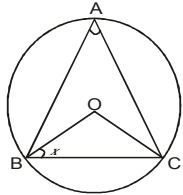
\therefore IB एवं IC के सामने के कोण बराबर होंगे।

$$\therefore \angle BID = \frac{1}{2} \angle BIC = \frac{1}{2} \times 120$$

$$= 60^\circ$$



286.



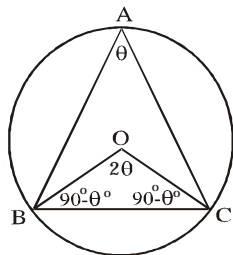
O केंद्र वाले एक वृत्त की एक जीवा BC है। उसमें बड़ी चाप BC पर A एक ऐसा बिंदु है, जो ऊपर चित्र में दिखाया गया है। तदनुसार, $\angle BAC + \angle OBC$ किसके बराबर होगा?

- (a) 120° (b) 60°
(c) 90° (d) 180°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि $\angle BAC = \theta$ तो $\angle BOC = 2\theta$



OB = OC से $\angle OBC = \angle OCB$

$\therefore \Delta BOC$ में,

$$\angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - \angle BOC$$

$$\therefore 2\angle OBC = 180^\circ - 2\theta$$

$$\text{या } \angle OBC = 90^\circ - \theta$$

$$\text{अतः } \angle BAC + \angle OBC = \theta + 90^\circ - \theta$$

$$= 90^\circ$$

287. एक वृत्त, ΔABC की भुजा BC को P पर स्पर्श कर रहा है और AB तथा AC को बढ़ाने पर क्रमशः Q तथा R पर स्पर्श कर रहा है। तदनुसार, यदि $AQ = 6$ सेमी. हो, तो ΔABC का परिमाण क्या होगा?

- (a) 6 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 18 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई समान होती है।

अतः $AQ = AR$, $BQ = BP$, $CR = CP$

पुनः $AQ = AB + BQ = AB + BP$ (i)

और $AQ = AR = AC + CR = AC + CP$ (ii)

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2AQ = AB + AC + BP + CP \quad (\because BP + CP = BC)$$

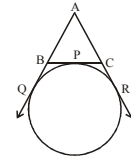
$$2AQ = AB + AC + BC \text{ (सूत्र)}$$

$$\therefore AQ = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore 2AQ = AB + BC + CA$$

$$\Delta \text{ का परिमाण} = AB + BC + CA = 2AQ$$

$$\text{अतः } 2AQ = 2 \times 6 = 12 \text{ सेमी.}$$



288. यदि किसी समभुज त्रिकोण की आंतरिक त्रिज्या (inradius) $\sqrt{3}$ सेमी. है, तो उस त्रिकोण का परिमाण बताएं।

- (a) 18 सेमी. (b) 15 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— समभुज की आंतरिक त्रिज्या $= \sqrt{3}$ सेमी.

$$\therefore \text{समभुज की ऊंचाई} = 3 \times \text{आंतरिक त्रिज्या}$$

$$= 3\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore a \text{ भुजा वाले समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3\sqrt{3}$$

$$a = 6 \text{ सेमी.}$$

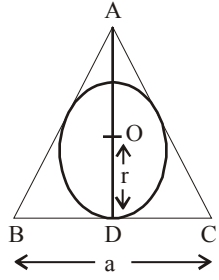
$$\therefore \text{समभुज का परिमाण} = 3a$$

$$= 3 \times 6 = 18 \text{ सेमी.}$$

Trick—

माना समभुज त्रिकोण की भुजा a सेमी. है।

तथा वृत्त की आंतरिक त्रिज्या (r) $= \sqrt{3}$ सेमी.



∴ समबाहु ΔABC की ऊँचाई (AD)

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \dots\dots\dots (i)$$

तथा बिंदु O त्रिभुज ABC का केंद्रक भी है।

$$\therefore OD = r = \frac{1}{3} AD$$

(∵ किसी त्रिभुज का केंद्रक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है)

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{3} AD \quad (\because r = \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow AD = 3\sqrt{3} \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) से

$$3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \Rightarrow a = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का परिमाप} = 3 \times \text{भुजा} = 3 \times 6 = 18 \text{ सेमी.}$$

289 एक वृत्त के बहरी बिंदु से स्पर्शज्या की लंबाई $5\sqrt{3}$ यूनिट है। यदि वृत्त की त्रिज्या 5 यूनिट है, तो वृत्त से बिंदु की दूरी कितनी होगी?

- (a) 5 यूनिट (b) 15 यूनिट
(c) -5 यूनिट (d) -15 यूनिट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना O केंद्र वाले वृत्त से बिंदु की दूरी = OP

तथा प्रश्न से $OQ = 5, PQ = 5\sqrt{3}$

∴ स्पर्श रेखा तथा वृत्त की त्रिज्या परस्पर लंबवत होती है।

$$\therefore OP^2 = OQ^2 + PQ^2$$

$$= 5^2 + (5\sqrt{3})^2$$

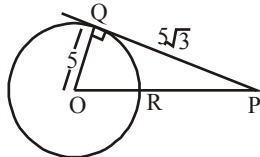
$$= 25 + 75 = 100$$

$$\therefore OP = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त से दूरी} = PR$$

$$= OP - OR$$

$$= 10 - 5 = 5 \text{ यूनिट}$$



290. AB किसी वृत्त का व्यास है। A पर खींची गई एक स्पर्श रेखा पर C एक बिंदु है। यदि $AB = 8$ सेमी. और $AC = 6$ सेमी. हो तो BC की लंबाई बताइए?

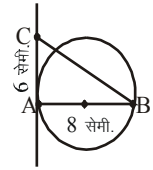
- (a) 10 सेमी. (b) 14 सेमी.
(c) 5 सेमी. (d) 7 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—माना कि AB वृत्त का व्यास है। A बिंदु पर स्पर्श रेखा

खींची गई है। C स्पर्श रेखा पर एक बिंदु है।



प्रश्नानुसार, $AB = 8$ सेमी., $CA = 6$ सेमी.

∴ ΔBAC एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} \\ = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी.}$$

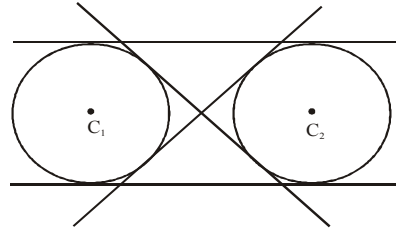
291. दो असंयुक्त वृत्तों से अधिकतम संख्या में कितनी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं?

- (a) 1 (b) 2
(c) 4 (d) Infinitely many

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



अतः चित्र से स्पष्ट है कि दो असंयुक्त वृत्तों से 4 उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा खींची जा सकती हैं।

292. दो वृत्त बाहर से स्पर्श करते हैं। उनके क्षेत्रफल का योगफल

130π वर्ग सेमी. है। (यह मानते हुए कि $\pi = \frac{22}{7}$) और उनके

केंद्रों के बीच की दूरी 14 सेमी. है। बड़े वाले वृत्त की त्रिज्या बताएं?

- (a) 22 सेमी. (b) 11 सेमी.
(c) 33 सेमी. (d) 44 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2010 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—माना कि वृत्तों की त्रिज्या r_1 तथा r_2 है।

प्रश्नानुसार शर्तों से—

$$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi$$

$$r_1^2 + r_2^2 = 130 \dots\dots(i)$$

तथा दोनों वृत्त द्वारा बाह्य स्पर्श करने से

$$r_1 + r_2 = 14 \text{ सेमी.} \quad \dots(ii)$$

r_2 का मान समी. (i) में रखने पर

$$r_1^2 + (14 - r_1)^2 = 130$$

$$\text{या } r_1^2 + 196 + r_1^2 - 28r_1 = 130$$

$$\text{या } 2r_1^2 - 28r_1 + 66 = 0$$

$$\text{या } r_1^2 - 14r_1 + 33 = 0$$

$$\text{या } r_1^2 - 11r_1 - 3r_1 + 33 = 0$$

$$\text{या } r_1(r_1 - 11) - 3(r_1 - 11) = 0$$

$$\text{या } (r_1 - 3)(r_1 - 11) = 0$$

$$\text{या } r_1 = 3, 11$$

चूँकि विकल्प में 3 नहीं है। अतः बड़े वृत्त की त्रिज्या 11 होगी।

Trick—

विकल्प से—

$$r_1^2 + r_2^2 = 130$$

$$r_1 + r_2 = 14$$

$$\text{अतः } r_1 = 11$$

$$r_2 = 3$$

$$\text{चूँकि } 11^2 + 3^2 = 130 \text{ (वर्गों का योग)}$$

$$11 + 3 = 14 \text{ योग}$$

$$\text{अतः } r_1 = 11, r_2 = 3$$

293. दो वृत्त, जिनकी त्रिज्या 9 सेमी. और 16 सेमी. है, के केंद्रों के बीच की दूरी 25 सेमी. है। उनके बीच स्पर्श रेखाखंड की लंबाई ज्ञात करें।

$$(a) 24 \text{ सेमी.} \quad (b) 25 \text{ सेमी.}$$

$$(c) \frac{50}{3} \text{ सेमी.} \quad (d) 12 \text{ सेमी.}$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— वृत्तों के बीच स्पर्श रेखा की लंबाई

$$= \sqrt{(\text{केंद्रों के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं का अंतर})^2}$$

$$= \sqrt{(25)^2 - (16 - 9)^2}$$

$$= \sqrt{625 - 7^2}$$

$$= \sqrt{625 - 49}$$

$$= \sqrt{576} = 24 \text{ सेमी.}$$

294. यदि 9 सेमी. और 4 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त बाहर से स्पर्श करते हैं, तो सार्व स्पर्शज्या की लंबाई क्या है?

$$(a) 5 \text{ सेमी.} \quad (b) 7 \text{ सेमी.}$$

$$(c) 8 \text{ सेमी.} \quad (d) 12 \text{ सेमी.}$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— r_1 तथा r_2 त्रिज्या वाले दो वृत्त यदि एक-दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं तो स्पर्श रेखा की लंबाई

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} \\ &= \sqrt{(9 + 4)^2 - (9 - 4)^2} \\ &= \sqrt{13^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{169 - 25} \\ &= \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

295. O और P केंद्रों पर तथा क्रमशः 8 सेमी. और 4 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को बाहरी ओर से स्पर्श करते हैं। उनकी उभयनिष्ठ स्पर्शज्या की लंबाई कितनी है?

$$(a) 8.5 \text{ सेमी.} \quad (b) \frac{8}{\sqrt{2}} \text{ सेमी.}$$

$$(c) 8\sqrt{2} \text{ सेमी.} \quad (d) 8 \text{ सेमी.}$$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई = AB

$$\therefore AB = \sqrt{PO^2 - (AO - PB)^2}$$

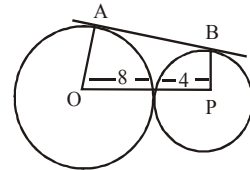
$$= \sqrt{(8 + 4)^2 - (8 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{12^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{144 - 16}$$

$$= \sqrt{128}$$

$$= 8\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$



296. 6 सेमी. और 3 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्तों के केंद्रों के बीच दूरी 15 सेमी. है। वृत्त की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई कितनी है?

$$(a) 7 \text{ सेमी.} \quad (b) 18 \text{ सेमी.}$$

$$(c) 6 \text{ सेमी.} \quad (d) 12 \text{ सेमी.}$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— वृत्त की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा CD की लंबाई

$$= (\text{केंद्रों के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं के योग का वर्ग}) =$$

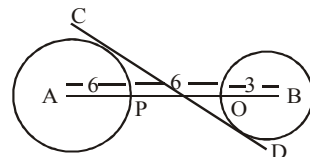
$$= \sqrt{AB^2 - (AP + BO)^2}$$

$$= \sqrt{15^2 - (6 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{225 - 81}$$

$$= \sqrt{144}$$

$$= 12 \text{ सेमी.}$$

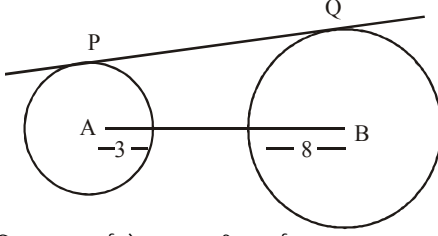


297. 3 सेमी और 8 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्तों के केंद्रों के बीच दूरी 13 सेमी. है। यदि वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा के स्पर्श बिंदु P और Q हैं, तो रेखाखंड PQ की लंबाई क्या होगी?
 (a) 11.9 सेमी. (b) 11.5 सेमी.
 (c) 12 सेमी. (d) 11.58 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— दो वृत्त जिनके केंद्र A तथा B हैं। जिनकी त्रिज्याएं 3 सेमी. और 8 सेमी. हैं। तथा प्रश्न से केंद्र के बीच की दूरी = 13 सेमी.



उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा PQ की लंबाई

$$= \sqrt{\text{केंद्रों के बीच दूरी का वर्ग} - \text{त्रिज्याओं के अंतर का वर्ग}}$$

$$= \sqrt{13^2 - (8-3)^2}$$

$$= \sqrt{169 - 25}$$

$$PQ = \sqrt{144} = 12$$

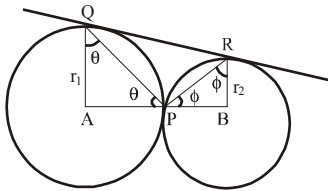
अतः अनुस्पर्श रेखा की लंबाई = 12 सेमी.

298. दो वृत्त किसी बाह्य बिंदु P पर स्पर्श करते हैं। QR उभयनिष्ठ स्पर्शक है, जो वृत्तों को Q और R पर स्पर्श करता है। तो $\angle QPR$ का माप है—
 (a) 60° (b) 30° (c) 90° (d) 45°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—



माना दो वृत्त जिनके केंद्र A तथा B हैं।

जिनकी त्रिज्याएं क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं।

$$\text{माना } \angle AQP = \theta$$

$$\therefore \angle APQ = \theta$$

$$\text{तथा } \angle BPR = \phi, \angle BRP = \phi$$

\therefore स्पर्श रेखा वृत्त की त्रिज्या पर लंबवत होगी।

$$\therefore \angle PQR = 90^\circ - \theta$$

$$\text{तथा } \angle PRQ = 90^\circ - \phi$$

\therefore पुनः

$$\angle QPR = 180^\circ - (\angle QPA + \angle BPR)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - \theta + 90^\circ - \phi)$$

$$= 180^\circ - (180^\circ - \theta - \phi)$$

$$= 180^\circ - 180^\circ + \theta + \phi$$

$$= \theta + \phi$$

$$\text{तथा } \angle APQ + \angle QPR + \angle BPR = 180^\circ$$

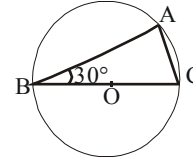
$$\theta + \phi + \theta + \phi = 180$$

$$2(\theta + \phi) = 180$$

$$\theta + \phi = 90^\circ$$

$$\angle QPR = 90^\circ$$

299. दिए गए चित्र में त्रिभुज ABC को एक वृत्त जिसका केंद्र बिंदु O है, उसके अंदर बनाया गया है और यदि कोण $\angle ABC = 30^\circ$ हो, तो कोण ACB का मान बताइए?



$$(a) 30^\circ$$

$$(b) 60^\circ$$

$$(c) 50^\circ$$

$$(d) 90^\circ$$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\angle A = 90^\circ$ [अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है]

तथा $\angle B = 30^\circ$ (दिया है)

$\therefore \triangle ABC$ में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad \dots (i)$$

$$\therefore 90^\circ + 30^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$= \angle C = 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ$$

300. ABCD एक चक्रीय समलंब है जिसकी भुजाएं AD और BC एक दूसरे के समांतर हैं; यदि $\angle ABC = 75^\circ$, तो $\angle BCD$ का माप क्या होगा?

$$(a) 45^\circ$$

$$(b) 105^\circ$$

$$(c) 75^\circ$$

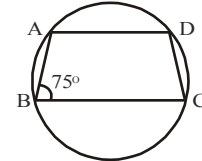
$$(d) 95^\circ$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

चित्र बनाने पर



चक्रीय समलंब के आमने-सामने के कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore \angle ABC = 75^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 75^\circ$$

$$= 105^\circ$$

$$\text{अब } \angle D + \angle C = 180^\circ \quad (\because AD \parallel BC)$$

$$\angle C = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\angle C = 75^\circ$$

नोट- चक्रीय समलंब में समांतर भुजाओं के साथ के कोण समान होते हैं।

$$\angle BCD = \angle ABC$$

$$\angle BAD = \angle ADC$$

301. यदि एक समभुज त्रिभुज की भुजा 24 सेमी. है, तो उस त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या कितनी होगी?

- (a) $12\sqrt{3}$ सेमी. (b) $10\sqrt{3}$ सेमी.
(c) $8\sqrt{3}$ सेमी. (d) $6\sqrt{3}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज की भुजा = 24 सेमी.

$$\begin{aligned} \therefore \text{समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई} &= \frac{\sqrt{3}}{2} a \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 24 \\ &= 12\sqrt{3} \text{ सेमी.} \\ \therefore \text{समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या} &= \frac{2}{3} \times 12\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

302. एक वृत्त का केंद्र O है। AC तथा BD वृत्त की दो जीवाएं हैं जो P पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle AOB = 15^\circ$ और $\angle APB = 30^\circ$ तो $\tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD$ का मान है—

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{10}{3}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\angle AOB = 2\angle ACB$

$$\therefore \angle ACB = 7\frac{1}{2}^\circ$$

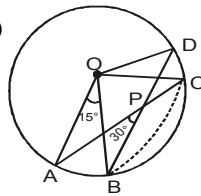
तथा कोण $BPC = 150^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle DBC &= 180 - (150^\circ + 7\frac{1}{2}^\circ) \\ &= 22\frac{1}{2}^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा } \angle COD &= 2\angle CBD \\ &= 2 \times 22\frac{1}{2}^\circ \end{aligned}$$

$$\angle COD = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD &= \tan^2 30^\circ + \cot^2 45^\circ \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1^2 \\ &= \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$



303. एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। वृत्त के लघु चाप पर इस जीवा द्वारा अंतरित कोण कितना होगा?

- (a) 150° (b) 60°
(c) 75° (d) 120°

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वृत्त जिसका केंद्र O है।

तथा $OA = AB = OB = r$

$\therefore \triangle OAB$ में प्रत्येक भुजा समान है।

\therefore त्रिभुज समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle AOB = 2\angle APB$$

$$60^\circ = 2\angle APB$$

$$\angle APB = 30^\circ$$

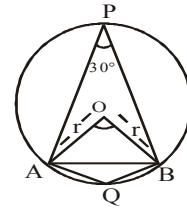
\therefore एक वृत्तीय चतुर्भुज PAQB में

$$\angle APB + \angle AQB = 180^\circ$$

$$30^\circ + \angle AQB = 180^\circ$$

$$\angle AQB = 180^\circ - 30^\circ$$

$$= 150^\circ$$



304. यदि किसी वृत्त जिसका केंद्र O है, से दो स्पर्श रेखाएं PQ और PR ऐसी हों कि $\angle QPR = 120^\circ$, तो कोण $\angle POQ$ क्या होगा?

- (a) 90° (b) 45°
(c) 30° (d) 60°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—प्रश्नानुसार,

$OQ = OR$ त्रिज्या

PQ, PR स्पर्शी है।

तथा $\angle QPR = 120^\circ$

$$\therefore \angle QPO = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

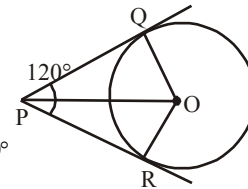
$$\angle OQP = 90^\circ$$

$\therefore \triangle OQP$ में,

$$\angle OQP + \angle QPO + \angle POQ = 180^\circ$$

$$\text{या } 90^\circ + 60^\circ + \angle POQ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{या } \angle POQ &= 180^\circ - 150^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$



305. एक बाहरी बिंदु से किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं खींची गई हैं। संपर्क बिंदुओं से होकर गुजरने वाली जीवा 72° कोण को केंद्र पर अंतरित करती है। स्पर्श रेखाओं के बीच कोण कितने माप का होगा?

- (a) 36° (b) 72°
(c) 108° (d) 144°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(c)

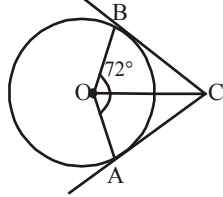
व्याख्या-दिया है $\angle AOB = 72^\circ$

\therefore OACB एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$\therefore \angle BOA + \angle BCA = 180^\circ$

या $72^\circ + \angle BCA = 180^\circ$

$\angle BCA = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$



306. PR, O केंद्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखा है और Q बिंदु पर त्रिज्या 4 सेमी. है। यदि $\angle POR = 90^\circ$, OR = 5 सेमी. और OP = $20/3$ सेमी. हो तो PR की लंबाई बताइए?

- (a) 3 सेमी. (b) $\frac{16}{3}$ सेमी.
(c) $\frac{23}{3}$ सेमी. (d) $\frac{25}{3}$ सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

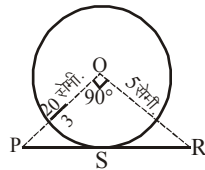
उत्तर-(d)

व्याख्या-प्रश्नानुसार,

$\angle POR = 90^\circ$

$OP = \frac{20}{3}$ सेमी.

OR = 5 सेमी.



माना रेखा PR बिंदु S पर वृत्त को स्पर्श करती है।

\therefore समकोण ΔPOR में,

$(PR)^2 = (OP)^2 + (OR)^2$ (\therefore पाइथागोरस प्रमेय से)

या $(PR)^2 = \left(\frac{20}{3}\right)^2 + (5)^2$

या $(PR)^2 = \frac{400 + 225}{9}$

या $(PR)^2 = \frac{625}{9}$

या $PR = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3}$ सेमी.

307. O केंद्र वाले वृत्त की जीवा AB वृत्त को A पर स्पर्श रेखा के साथ कोण θ को अंतरित करती है, तो $\angle ABO$ की माप क्या होगी?

- (a) θ (b) $90^\circ - \theta$
(c) $90^\circ + \theta$ (d) $2(180^\circ - \theta)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या-माना रेखा PQ, वृत्त को बिंदु A पर स्पर्श करती है।

प्रश्नानुसार

$\angle BAQ = \theta$

$\therefore \angle OAQ = 90^\circ$

(\therefore वृत्त की त्रिज्या स्पर्श बिंदु पर लंब होती है।)

$\therefore \angle OAB = \angle OAQ - \angle BAQ$

$\angle OAB = 90^\circ - \theta$ (i)

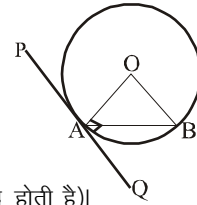
त्रिभुज AOB में, OA = OB (\therefore वृत्त की त्रिज्या है।)

$\therefore \angle OAB = \angle ABO$ (ii)

(\therefore बराबर भुजाओं के सामने का कोण बराबर होता है।)

\therefore समी. (i) तथा समी. (ii) से,

$\angle ABO = 90^\circ - \theta$



308. यदि 'O' ΔPQR का अंतःकेंद्र हो और $\angle POR = 115^\circ$ हो, तो $\angle PQR$ का मान क्या है?

- (a) 40° (b) 65° (c) 50° (d) 25°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-III-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या-माना ΔPQR का अंतःकेंद्र O है।

त्रिभुज OPR में,

$\angle OPR + \angle POR + \angle PRO = 180^\circ$

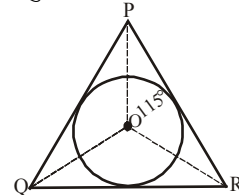
या $\angle OPR + \angle PRO = 180^\circ - 115^\circ$ ($\therefore \angle POR = 115^\circ$ दिया है)

या $\angle OPR + \angle PRO = 65^\circ$

या $2\angle OPR + 2\angle PRO = 130^\circ$ (\therefore दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर)

या $\angle RPQ + \angle QRP = 130^\circ$ (i)

(\therefore त्रिभुज के आंतरिक कोणों के अर्द्धक हैं।)



अब ΔPQR में,

$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$ ($\therefore \Delta$ के तीनों अंतःकोणों का योगफल 180° होता है।)

या $\angle PQR = 180^\circ - 130^\circ$ (समी. (i) से)

या $\angle PQR = 50^\circ$

Trick—

$$\begin{aligned}\angle POR &= 90 + \frac{\angle PQR}{2} \\ \Rightarrow 115 &= 90 + \frac{\angle PQR}{2} \\ \Rightarrow \frac{\angle PQR}{2} &= 25 \\ \angle PQR &= 50^\circ\end{aligned}$$

309. AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र O है और P उस पर एक बिंदु है। यदि $\angle POA = 120^\circ$, तो $\angle PBO$ की माप है—
(a) 30° (b) 50° (c) 60° (d) 40°

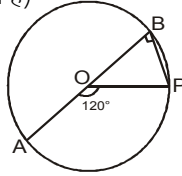
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— AB व्यास है, अतः BO, AO और PO वृत्त की त्रिज्याएं होंगी।

$$\begin{aligned}\therefore \angle OPB &= \angle OBP = x^\circ \\ \text{तथा } \angle POB &= 60^\circ \text{ (AB एक सरल रेखा है)} \\ \therefore \angle PBO + \angle BOP + \angle OPB &= 180^\circ \\ x + 60 + x &= 180^\circ \\ 2x &= 120^\circ \\ x &= 60^\circ\end{aligned}$$

अतः $\angle PBO = 60^\circ$



310. AB एक वृत्त का व्यास है, जिसका केंद्र O है। P वृत्त की परिधि पर एक बिंदु है। यदि $\angle POA = 120^\circ$ है, तो $\angle PBO$ का माप है—

- (a) 70° (b) 60°
(c) 68° (d) 75°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

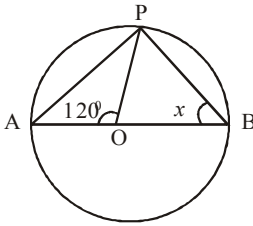
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना $\angle PBO = x^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle POB \text{ में} \\ \angle POB &= 180 - \angle POA \\ \text{(चित्र से)} \\ &= 180 - 120 \\ &= 60^\circ\end{aligned}$$

$\therefore \triangle POB$ में $PO = BO$ वृत्त की त्रिज्या
 \therefore यदि किसी त्रिभुज का एक कोण 60° हो तथा उसके साथ की दोनों भुजाएं समान हो तो त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होता है।
 $\therefore \angle PBO = 60^\circ$



311. O केंद्र वाले वृत्त में, AB जीवा है और AP वृत्त की स्पर्शज्या है। यदि $\angle AOB = 140^\circ$ तो $\angle PAB$ का माप क्या है?
(a) 35° (b) 55° (c) 70° (d) 75°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— O केंद्र वाले वृत्त में $\angle AOB = 140^\circ$

$\therefore \triangle AOB$ में

$OA = OB =$ वृत्त की त्रिज्या

\therefore यदि किसी त्रिभुज में दो भुजाएं समान हो तो उनके सामने के कोण समान होंगे।

अर्थात् $\angle A = \angle B$

अब $\triangle OAB$ में

$$\therefore \angle A + \angle B + 140^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle A = 180^\circ - 140^\circ$$

$$2\angle A = 40^\circ$$

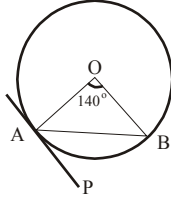
$$\therefore \angle A = 20^\circ = \angle B$$

वृत्त के केंद्र से स्पर्श रेखा के स्पर्श बिंदु को मिलाने वाली रेखा स्पर्श रेखा पर लंब होती है।

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PAO - \angle OAB$$

$$= 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$



312. एक वृत्त की $2a$ तथा $2b$ लंबाई की दो जीवाएं एक-दूसरे पर लंब हैं। दोनों जीवाएं जहां प्रतिच्छेद करती हैं, यदि वृत्त के केंद्र से बिंदु की दूरी c है ($c <$ वृत्त की त्रिज्या), तो वृत्त की त्रिज्या है—

- (a) $a + b - c$ (b) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{2}$
(c) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{ab}}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

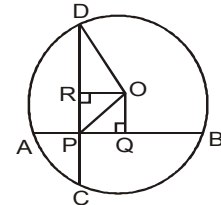
व्याख्या— OR तथा OQ लंब हैं।

अतः $DR = RC = b$

$QB = AQ = a$

$\therefore OD$ त्रिज्या है तथा $OP = c$

$$\begin{aligned}\therefore (OD)^2 &= (r)^2 = b^2 + OR^2 \\ &= b^2 + c^2 - RP^2 \\ &= b^2 + c^2 - \frac{c^2}{2}\end{aligned}$$



$$\triangle ORP \cong \triangle QOP$$

और $RO = PQ$

अतः ROQP वर्ग है।

$$\text{अतः } RP^2 = \frac{C^2}{2}$$

$$r^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - c^2}{2}$$

$$r^2 = \frac{b^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$[\because (b + RP)(b - RP) = (a + QP)(a - QP)]$$

$$b^2 - RP^2 = a^2 - QP^2$$

$$b^2 = a^2 \Rightarrow b = a$$

$$[\because RP = QP]$$

$$\therefore r^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

313. एक वृत्त पर A, B और C तीन बिंदु इस प्रकार हैं कि केंद्र O पर AB और AC जीवाओं द्वारा अंतरित कोण क्रमशः 90° और 110° के हैं। आगे माना कि केंद्र 'O' $\angle BAC$ के भीतर स्थित है तो $\angle BAC$ कितना है?
- (a) 80° (b) 160°
(c) 20° (d) 40°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वृत्त का केंद्र O है तथा A, B और C तीन बिंदु वृत्त पर इस प्रकार हैं कि जीवा AB द्वारा केंद्र O पर बना कोण $\angle AOB = 90^\circ$

तथा जीवा AC द्वारा केंद्र O पर बना कोण $\angle AOC = 110^\circ$

ΔAOB में

$$OA = OB \quad (\text{त्रिज्या})$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = x \quad (\text{माना})$$

$$\text{अतः} \quad x + x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore 2x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

इसी प्रकार ΔAOC में

$$OA = OC \quad (\text{त्रिज्या})$$

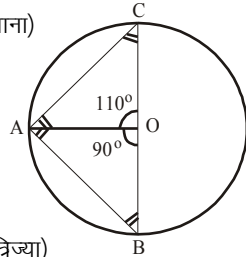
$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = y \quad (\text{माना})$$

$$\text{अतः} \quad y + y + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore 2y = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\therefore y = 35^\circ$$

$$\text{अतः} \quad \angle BAC = x + y = 45^\circ + 35^\circ = 80^\circ$$



314. $\angle ACB$ व्यास AB = 5 सेमी. के अर्धवृत्त में एक कोण है और $AC : BC = 3 : 4$ है। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल कितना होगा?
- (a) 4 वर्ग सेमी. (b) 12 वर्ग सेमी.
(c) 6 वर्ग सेमी. (d) $6\sqrt{2}$ वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $AC = 3x$, $BC = 4x$

ΔABC में $\angle C$ समकोण होगा

(अर्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है)

समकोण ΔABC में

$$AB^2 = (3x)^2 + (4x)^2$$

$$= 9x^2 + 16x^2$$

$$= 25x^2$$

$$AB = 5x$$

जबकि प्रश्नानुसार

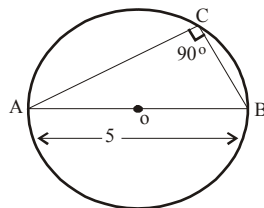
$$AB = 5$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore AC = 3 \times 1 = 3 \text{ तथा } BC = 4 \times 1 = 4$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AC \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ वर्ग सेमी.}$$



315. एक वृत्त में यदि PQ वृत्त का व्यास है और R वृत्त की परिधि पर है जिससे $\angle PQR = 30^\circ$ तो $\angle RPQ =$

(a) 90°

(b) 60°

(c) 30°

(d) 45°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना वृत्त जिसका केंद्र O तथा व्यास PQ है। R एक बिंदु वृत्त की परिधि पर है।

$\therefore \Delta PRQ$ अर्धवृत्त पर बना त्रिभुज है।

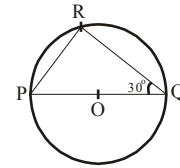
\therefore अर्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle QRP = 90^\circ$$

तथा प्रश्न से

$$\angle PQR = 30^\circ$$

$$\therefore \angle RPQ = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$



316. AC, एक ΔABC के परिवृत्त का व्यास है। उसमें जीवा ED व्यास AC के समांतर है। तदनुसार यदि $\angle CBE = 50^\circ$ हो, तो $\angle DEC$ का माप क्या होगा?

(a) 50°

(b) 90°

(c) 60°

(d) 40°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है

$$\angle CBE = 50^\circ$$

\therefore AC व्यास है— अतः $\angle ABE + 50^\circ = 90^\circ$

$$\therefore \angle ABE = 40^\circ$$

चाप AE द्वारा $\angle ABE$ तथा

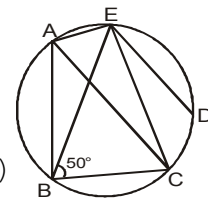
$\angle ACE$ दोनों बन रहे हैं।

$$\therefore \angle ACE = 40^\circ$$

$$\therefore DE \parallel AC$$

अतः $\angle ACE = \angle DEC$ (एकांतर कोण)

$$\text{या } \angle DEC = 40^\circ$$



317. ΔABC का परिकेंद्र O है। यदि $\angle BAC = 85^\circ$, $\angle BCA = 75^\circ$ है, तो $\angle OAC$ किसके बराबर होगा?

(a) 70°

(b) 40°

(c) 50°

(d) 60°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

ΔABC में

$$\angle ABC = 180^\circ - (\angle BAC + \angle BCA)$$

$$= 180^\circ - (85^\circ + 75^\circ)$$

$$= 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 2 \times \angle ABC$$

(\because O त्रिभुज ABC का परिकेंद्र है)

$$= 2 \times 20^\circ$$

$$= 40^\circ$$

$\therefore \angle AOC$ में $AO = OC$ (त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या)

$\therefore \triangle AOC$ में AO और OC के सामने के कोण बराबर होंगे।

माना $\angle OAC = x = \angle OCA$

$\therefore \triangle OAC$ में

$$\angle OAC + \angle OCA + \angle AOC = 180^\circ$$

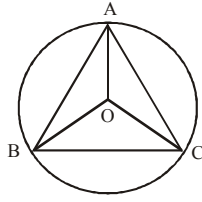
$$x + x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 40^\circ$$

$$2x = 140^\circ$$

$$x = 70^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 70^\circ$$



318. यदि PA और PB एक वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं जिसमें केंद्र O है जिससे $\angle AOB = 110^\circ$ है, तो $\angle APB$ है-

(a) 90°

(b) 70°

(c) 60°

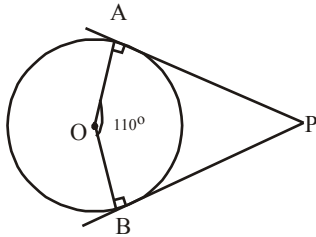
(d) 55°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—



प्रश्नानुसार

बिंदु P से O केंद्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखा PA तथा PB है।

\therefore स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच 90° का कोण बनता है।

\therefore चतुर्भुज OAPB में

$$\angle OAP + \angle APB + \angle PBO + \angle BOA = 360^\circ$$

$$\angle APB + 90^\circ + 90^\circ + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\angle APB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 110^\circ)$$

$$= 360^\circ - 290^\circ$$

$$= 70^\circ$$

319. AB, O केंद्र वाले वृत्त की जीवा है और DOC वृत्त पर D बिंदु से शुरू होने वाला और C पर AB को इस प्रकार काटने वाला रेखाखंड है कि $BC = OD$ । यदि $\angle BCD = 20^\circ$ तो $\angle AOD =$ कितना होगा?

(a) 20°

(b) 30°

(c) 40°

(d) 60°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\triangle OBC$ में $BC = OD = OB$

$$\therefore \angle BOC = \angle BCO = 20^\circ$$

तथा $\angle ABO = \angle BOC + \angle BCO$

$$= 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$\therefore OA = OB$ (वृत्त की त्रिज्या)

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 40^\circ \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle OAB - \angle OBA$$

$$= 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

\therefore DOC एक रेखा है।

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle AOB - \angle BOC$$

$$= 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$$

320. AC ऐसे वृत्त की जीवा है जिसका केंद्र O है। यदि B चाप AC पर कोई बिंदु है और $\angle OCA = 20^\circ$, तो $\angle ABC$ का परिमाण क्या होगा?

(a) 110°

(b) 100°

(c) 40°

(d) 140°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— O केंद्र वाले वृत्त में $OA = OC$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle OAC - \angle OCA$$

$$= 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ$$

$$= 140^\circ$$

(\because केंद्र पर बना कोण शेष परिधि पर बने कोण का दोगुना होता है)

$$\therefore \angle ADC = \frac{\angle AOC}{2}$$

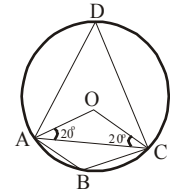
$$= \frac{140}{2} = 70^\circ$$

चतुर्भुज ABCD चक्रीय चतुर्भुज है।

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ADC$$

$$= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



Trick— दिए गए चित्र से-

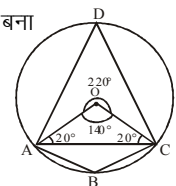
$$\angle AOC = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

चाप ADC (\widehat{ABC}) द्वारा वृत्त के केंद्र पर बना

$$\angle AOC = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \times 220^\circ$$

$$\text{अतः } \angle AOB = 110^\circ$$

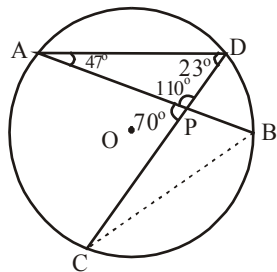


321. O केंद्र वाले एक वृत्त की दो जीवाएं AB, CD एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेद करती हैं। $\angle ADP = 23^\circ$ और $\angle APC = 70^\circ$, तो $\angle BCD$ है-
- (a) 45° (b) 47°
(c) 57° (d) 67°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या—



जब $\angle APC = 70^\circ$ तब $\angle APD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ होगा तथा $\angle ADP = 23^\circ$ दिया है।

तब $\angle PAD = 180^\circ - (110^\circ + 23^\circ)$
 $= 180^\circ - 133^\circ = 47^\circ$ होगा

अर्थात् $\angle PAD = \angle BAD$

अतः $\angle BAD = 47^\circ$

चाप DB द्वारा वृत्तखंड के शेष भाग पर बना कोण $\angle BAD = 47^\circ$

अतः $\angle BCD = 47^\circ$

नोट- वृत्त के किसी चाप द्वारा वृत्त के एकान्तर (एक ही तरफ) भाग पर बने सभी कोण आपस में बराबर होते हैं।

Trick- चित्र से,

$\angle ADC = \angle ABC = 23^\circ$ (i) (एक ही वृत्त खंड के कोण हैं।)

$\angle APD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ (ii) (शीर्षाभिमुखकोण है)

ΔBPC में-

$\angle PBC = \angle BCP + \angle BPC = 180^\circ$

$\Rightarrow 23^\circ + \angle BCP + 110^\circ = 180^\circ$ (समी. (i) तथा समी. (ii))

$\Rightarrow \angle BCP = 180^\circ - 133^\circ$

अतः $\angle BCD = 47^\circ$ ($\because \angle BCD = \angle BCP$)

322. O एक त्रिभुज ΔABC का परिकेंद्र है। बिंदु A और जीवा BC बिंदु O की विपरीत दिशा में हैं। यदि $\angle BOC = 150^\circ$, तो $\angle BAC$ कितनी डिग्री का है?

- (a) 65° (b) 60°
(c) 70° (d) 75°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पार्टी)

उत्तर—(d)

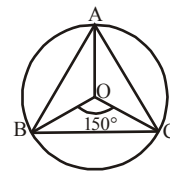
व्याख्या—दिया है

$\angle BOC = 150^\circ$

$\therefore \angle BAC$, BC चाप द्वारा परिधि पर बना कोण है।

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 150 = 75^\circ$$



323. ΔABC का अंतर्केंद्र I है तथा $\angle ABC = 90^\circ$ और $\angle ACB = 70^\circ$ हो तो $\angle AIC$ कितना है?

- (a) 115° (b) 100°
(c) 135° (d) 105°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पार्टी)
उत्तर—(c)

व्याख्या—माना त्रिभुज ABC का अंतःकेंद्र I है।

तथा $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 70^\circ$

अब ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

($\because \Delta$ के तीनों अंतःकोणों का योगफल 180° होता है।)

या $\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ)$
 $= 180^\circ - 160^\circ$

$\angle A = 20^\circ$ या $\angle BAC = 20^\circ$

$\therefore \frac{1}{2} \angle BAC = \angle IAC = 10^\circ$ (i)

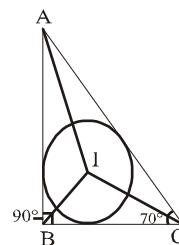
$\therefore \Delta AIC$ में,

$\angle IAC + \angle ICA + \angle AIC = 180^\circ$

या $\angle AIC = 180^\circ - (10^\circ + 35^\circ)$ ($\because \angle ICA = \frac{1}{2} \angle ACB$)

या $\angle AIC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

अतः $\angle AIC = 135^\circ$ होगा।



324. एक वृत्त में जिसके केंद्र में O (0,0) है और जिसकी त्रिज्या 5 सेमी. है। AB 8 सेमी. लंबी जीवा है। यदि OM, AB के लंब है, तो OM की लंबाई कितनी है?

- (a) 3 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) 1 सेमी. (d) 2.5 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या—प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

ΔAOM में $AO =$ वृत्त की त्रिज्या

\therefore समकोण ΔAOM में

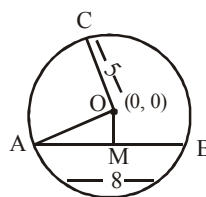
$AO^2 = AM^2 + OM^2$

$$5^2 = 4^2 + OM^2 \quad \left(\because AM = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ सेमी.} \right)$$

$$OM^2 = 5^2 - 4^2$$

$$25 - 16 = 9$$

$$\therefore OM = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}$$



325. 'O' वृत्त का केंद्र है, AB वृत्त की जीवा है। $OM \perp AB$ । यदि $AB = 20$ सेमी., $OM = 2\sqrt{11}$ सेमी., तो वृत्त की त्रिज्या कितनी है?

- (a) 15 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 10 सेमी. (d) 11 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$AB = 20$ सेमी.

$$\therefore MB = \frac{20}{2} = 10 \text{ सेमी.}$$

(\because वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है)

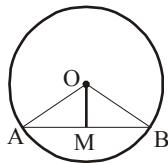
\therefore त्रिभुज OMB में

$$OB^2 = OM^2 + MB^2$$

$$= (2\sqrt{11})^2 + 10^2$$

$$= 44 + 100 = 144$$

$$\therefore OB = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी.}$$



326. O केंद्र वाले वृत्त की त्रिज्या की लंबाई 5 सेमी. है और जीवा AB की लंबाई 8 सेमी. है। जीवा AB की O से दूरी कितनी है?

- (a) 2 सेमी. (b) 3 सेमी.
(c) 4 सेमी. (d) 15 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

जीवा $AB = 8$ सेमी.

$$\therefore AC = BC = \frac{AB}{2}$$

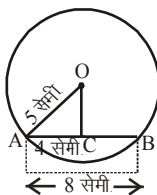
$$= \frac{8}{2} = 4 \text{ सेमी.}$$

तथा त्रिज्या $OA = 5$ सेमी.

$$\therefore OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{25 - 16}$$

$$OC = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी.}$$



327. एक वृत्त की दो जीवाएं AB तथा AC क्रमशः 8 सेमी. तथा 6 सेमी. लंबी हैं और उनका $\angle BAC = 90^\circ$ है। तदनुसार उस वृत्त की त्रिज्या कितनी है।

- (a) 25 सेमी. (b) 20 सेमी.
(c) 4 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

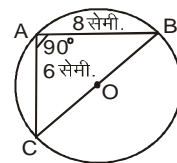
व्याख्या— $\triangle ABC$ से $\angle A = 90^\circ$ जो अर्धवृत्त का कोण है।

$\therefore BC$ वृत्त का व्यास होगा।

$$\therefore \triangle ABC \text{ से } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$\therefore BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{10^2} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$



328. वृत्त के एक व्यास AB पर, 7 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के बिंदु P से लंब का पाद N है। यदि जीवा PB की लंबाई 12 सेमी. है, तो बिंदु B से बिंदु N की दूरी है—

- (a) $3\frac{5}{7}$ सेमी. (b) $10\frac{2}{7}$ सेमी.
(c) $6\frac{5}{7}$ सेमी. (d) $12\frac{2}{7}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— PN लंब तथा O वृत्त का केंद्र है।

$OP = OB = 7$ सेमी.

$$\text{अतः } OP^2 = PN^2 + NO^2 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$PB^2 = NB^2 + PN^2 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) से

$$PN^2 = OP^2 - NO^2 \quad \dots\dots\dots(iii)$$

तथा समी. (ii) से $PN^2 = PB^2 - NB^2 \quad \dots\dots\dots(iv)$

उपरोक्त समी. (iii) और (iv) से $OP^2 - NO^2 = PB^2 - NB^2$

$$49 - NO^2 = 144 - NB^2$$

$$NB^2 = 144 - 49 + NO^2$$

$$NB^2 = 95 + (NB - OB)^2$$

$$NB^2 = 95 + NB^2 + OB^2 - 2NB \times OB$$

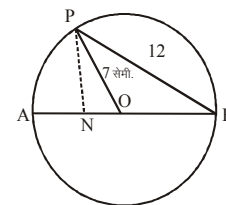
$$\text{या } 2NB \times OB = 95 + 49$$

$$2NB \times 7 = 144$$

$$14 NB = 144$$

$$NB = \frac{144}{14} = \frac{72}{7}$$

$$NB = 10\frac{2}{7} \text{ सेमी.}$$



329. दो वृत्तों के केंद्रों पर दो बराबर लंबाई की चापें क्रमशः 60° तथा 75° के कोण बनाती हैं। तदनुसार उन दोनों वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात कितना होगा?

- (a) 5 : 2 (b) 5 : 4
(c) 3 : 2 (d) 2 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना दो वृत्तों की त्रिज्याएं क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं
माना वृत्तों के केंद्रों पर बराबर लंबाई के चाप $= x$

$$\therefore \text{चाप की लंबाई} = \frac{2\pi R \theta}{360^\circ}$$

$$r_1 \text{ त्रिज्या के वृत्त में } x = \frac{2\pi r_1 60^\circ}{360^\circ}$$

$$r_2 \text{ त्रिज्या के वृत्त में चाप } x = \frac{2\pi r_2 75^\circ}{360^\circ}$$

$$x = \frac{2\pi r_1 60^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi r_2 75^\circ}{360^\circ}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{75^\circ}{60^\circ}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow r_1 : r_2 = 5 : 4$$

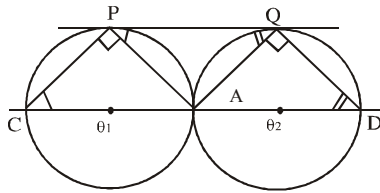
330. दो वृत्त एक-दूसरे को बाहर से A बिंदु पर स्पर्श करते हैं और PQ एक सीधी उभयनिष्ठ स्पर्श-रेखा है जो वृत्तों को क्रमशः P तथा Q पर स्पर्श करती है। तदनुसार, $\angle PAQ$ कितने के बराबर होगा?

- (a) 45° (b) 90° (c) 80° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या—



चित्र में PC एवं QD को मिलाया, AP एवं AQ को भी मिलाया।

$\angle APQ = \angle PCA$ (प्रमेय से)

$\angle AQP = \angle ADQ$ (प्रमेय से)

$\angle CPA = \angle AQD = 90^\circ$ (क्योंकि अर्द्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।)

अब चतुर्भुज PQCD में

$$\angle P + \angle Q + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$90^\circ + \angle PCA + 90^\circ + \angle ADQ + \angle PCA + \angle ADQ = 360^\circ$$

$$2\angle PCA + 2\angle ADQ = 180^\circ$$

$$\angle PCA + \angle ADQ = 90^\circ$$

अब त्रिभुज PAQ में

$$\angle APQ + \angle AQP + \angle PAQ = 180^\circ$$

$$\angle PCA + \angle ADQ + \angle PAQ = 180^\circ$$

$$90^\circ + \angle PAQ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PAQ = 90^\circ$$

331. यदि 12 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को एक संकेंद्रित वृत्त द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित किया जाता है, तो आंतरिक वृत्त की त्रिज्या कितनी होगी?

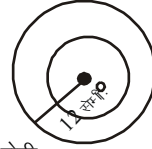
- (a) 6 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) $6\sqrt{2}$ सेमी. (d) $4\sqrt{2}$ सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— बड़े वृत्त की त्रिज्या = 12 सेमी.

$$\begin{aligned} \therefore \text{बड़े वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 12^2 \\ &= 144\pi \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$



माना कि संकेंद्रित गोले की त्रिज्या r_1 है।

$$\therefore \text{संकेंद्र गोले का क्षेत्रफल} = \pi r_1^2$$

\therefore 12 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त को दो बराबर संकेंद्रित वृत्तों में बांटा गया है।

$$\therefore \text{छोटे, वृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{144\pi}{2} = 72\pi \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\therefore \pi r_1^2 = 72\pi$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

332. दो वृत्त बाह्य रूप से स्पर्श कर रहे हैं। उनके क्षेत्रफल का योग 130π वर्ग सेमी. और उनके केंद्रों के बीच की दूरी 14 सेमी. है। उनमें से अपेक्षाकृत छोटे वृत्त की त्रिज्या है—

- (a) 5 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 4 सेमी. (d) 3 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— मान दो वृत्त जिनके केंद्र O एवं A हैं तथा P स्पर्श बिंदु है।
प्रश्नानुसार

$$OA = 14$$

$$OP + AP = 14 \dots\dots\dots(i)$$

$$\therefore \text{वृत्त OP त्रिज्या तथा PA त्रिज्या के वृत्तों का क्षेत्रफल} \\ = \pi OP^2 + \pi AP^2$$

$$\therefore 130\pi = \pi(OP^2 + AP^2)$$

$$OP^2 + AP^2 = 130$$

समी. (i) का वर्ग करने पर

$$OP^2 + AP^2 + 2OP \cdot AP = 196$$

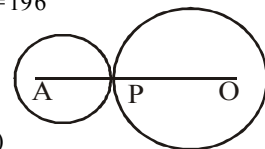
$$130 + 2OP \cdot AP = 196$$

$$2OP \cdot AP = 196 - 130$$

$$2OP \cdot AP = 66$$

$$\therefore OP \cdot AP = 33 \dots\dots(ii)$$

\therefore हम जानते हैं कि



$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$\begin{aligned}\therefore (OP - AP)^2 &= (OP + AP)^2 - 4OP \cdot AP \\ &= (14)^2 - 4 \times 33 \text{ [समी. (i) और समी. (iii) से]} \\ &= 196 - 132 \\ &= 64\end{aligned}$$

$$\therefore OP - AP = \sqrt{64}$$

$$OP - AP = 8 \dots\dots\dots (iv)$$

समी. (i) और समी. (iv) को जोड़ने पर

$$2OP = 14 + 8 = 22$$

$$OP = \frac{22}{2} = 11$$

OP का मान समी. (i) में रखने पर

$$AP = 14 - 11 = 3$$

अतः छोटे वृत्त की त्रिज्या = 3 सेमी.

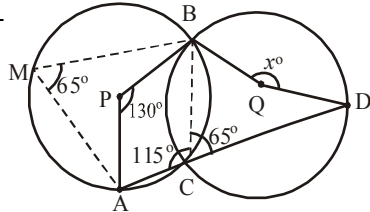
333. P तथा Q केंद्रों वाले दो वृत्त B तथा C पर प्रतिच्छेद करते हैं। P तथा Q केंद्रों वाले दो वृत्त पर क्रमशः A, D बिंदु इस प्रकार हैं कि A, C, D संरेख हैं। यदि $\angle APB = 130^\circ$ और $\angle BQD = x^\circ$, तो x का मान है-

- (a) 65 (b) 130 (c) 195 (d) 135

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या—



नोट-(I) किसी चाप द्वारा केंद्र पर बनाया गया कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के परिधि पर स्थित किसी बिंदु पर बनाए गए कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore \angle APB = 2 \angle AMB$$

$$130^\circ = 2 \angle AMB$$

$$\angle AMB = 65^\circ$$

नोट-(II) किसी वृत्त में चतुर्भुज के संमुख कोणों का योग = 180°
चतुर्भुज BMAC में

$$\angle AMB + \angle ACB = 180^\circ \quad (\angle AMB = 65^\circ)$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

\therefore रेखा ACD संरेख है। इसलिए $\angle BCD = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$$2 \times \angle BCD = \angle BQD \dots\dots\dots (\text{नोट-I से})$$

$$2 \times 65^\circ = \angle BQD$$

$$\angle BQD = 130^\circ$$

334. 10 सेमी. और 8 सेमी. त्रिज्या वाले दो वृत्त परस्पर अंतः काट करते हैं और उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 12 सेमी. है, तो उनके केंद्रों के बीच की दूरी कितनी होगी?

- (a) 10 (b) 8 (c) 13.3 (d) 15

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना दो वृत्त P तथा Q हैं तथा जिनके केंद्र उभयनिष्ठ जीवा AB है।

\therefore वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore AR = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

\therefore समकोण त्रिभुज ARP में

$$AP^2 = AR^2 + PR^2$$

$$10^2 = 6^2 + PR^2$$

$$\begin{aligned}\therefore PR^2 &= 10^2 - 6^2 \\ &= (10 - 6)(10 + 6) \\ &= 64\end{aligned}$$

$$\therefore PR = \sqrt{64} = 8 \text{ सेमी.}$$

पुनः समकोण त्रिभुज ARQ में

$$AQ^2 = AR^2 + RQ^2$$

$$8^2 = 6^2 + RQ^2$$

$$\begin{aligned}RQ &= \sqrt{64 - 36} \\ &= \sqrt{28}\end{aligned}$$

$$RQ = 2\sqrt{7}$$

$$= 2 \times 2.64$$

$$(\because \sqrt{7} = 2.64 \text{ लगभग})$$

$$= 5.28 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{केंद्रों के बीच की दूरी} = PQ$$

$$= PR + RQ$$

$$= 8 + 5.28 = 13.28$$

$$= 13.3 \text{ लगभग}$$

335. त्रिज्या 30 सेमी. और 40 सेमी. वाले दो वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई जिनके केंद्र 50 सेमी. दूरी पर हैं, (सेमी. में)

- (a) 12 (b) 24
(c) 36 (d) 48

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— OP = 50 सेमी.

माना ON = x सेमी. तो NP = 50 - x

$$OA = 30, AP = 40 \text{ सेमी.}$$

समकोण $\triangle ANO$ में

समकोण $\triangle ANP$ में

$$OA^2 = ON^2 + AN^2$$

$$AP^2 = AN^2 + NP^2$$

$$(30)^2 = x^2 + AN^2$$

$$(40)^2 = AN^2 + (50 - x)^2$$

$$900 = x^2 + AN^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$1600 = AN^2 + 2500 + x^2 - 100x$$

$$-900 = AN^2 + x^2 - 100x \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) में से समीकरण (ii) को घटाने पर

$$100x = 1800 \Rightarrow x = 18$$

समीकरण (i) में x का मान रखने पर

$$900 = (18)^2 + AN^2$$

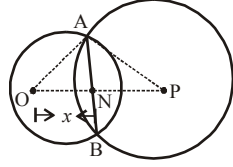
$$AN^2 = 900 - 324 = 576$$

$$AN = \sqrt{576} = 24$$

$$\text{जीवा (AB)} = AN + NB$$

$$\text{जीवा (AB)} = 24 + 24 = 48 \text{ सेमी.}$$

AN = NB क्योंकि जीवा पर केंद्र से डाला गया लंब जीवा को दो बराबर भागों में बांटती है।



336. दो वृत्त अंदर से एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं। बड़े वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी. है और वृत्तों के केंद्रों के बीच की दूरी 2 सेमी. है तो दूसरे वृत्त की त्रिज्या कितनी है?

- (a) 3 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) 2 सेमी. (d) 5 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर-(b)

व्याख्या-माना कि बड़े एवं

छोटे वृत्त की त्रिज्याएं r_1 तथा r_2 हैं

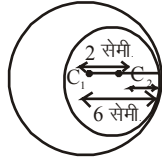
तथा इनके केंद्रों के बीच की दूरी $c_1 c_2$ है।

प्रश्नानुसार, $r_1 = 6$ सेमी., $r_2 = ?$

$$c_1 c_2 = 2 \text{ सेमी.}$$

∴ छोटे वृत्त की त्रिज्या $r_2 =$ बड़े वृत्त की त्रिज्या - दोनों वृत्तों के केंद्रों के बीच की दूरी

$$= 6 - 2 = 4 \text{ सेमी.}$$



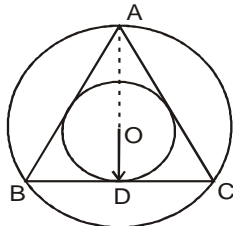
337. एक समत्रिबाहु त्रिभुज की आंतरिक त्रिज्या 3 सेमी. है। तदनुसार उस त्रिभुज की प्रत्येक माध्यिका की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 12 सेमी. (b) $\frac{9}{2}$ सेमी.
(c) 4 सेमी. (d) 9 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर-(d)

व्याख्या—

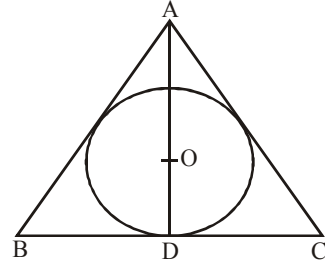


समत्रिबाहु त्रिभुज की आंतरिक त्रिज्या एवं समत्रिबाहु त्रिभुज की माध्यिका में अनुपात = 1 : 3

तब यदि समत्रिबाहु त्रिभुज की आंतरिक त्रिज्या 3 सेमी. है।

$$\text{तब माध्यिका} = 3 \times 3 = 9 \text{ सेमी.}$$

Trick- माना समबाहु ΔABC की आंतरिक त्रिज्या $OD = r = 3$ सेमी. है।



$$\therefore OD = \frac{1}{3} \times AD \Rightarrow AD = 3 \times OD$$

$$\Rightarrow AD = 3 \times 3 = 9 \text{ सेमी.}$$

अतः समबाहु ΔABC की प्रत्येक माध्यिका 9 सेमी. होगी।

338. मान लें कि C_1 और C_2 एक त्रिभुज के अंतःवृत्त और परिवृत्त हैं जिनकी भुजाएं 3 सेमी. 4 सेमी. और 5 सेमी. है, तो $\frac{C_1 \text{ का क्षेत्रफल}}{C_2 \text{ का क्षेत्रफल}}$ है-

- (a) $\frac{4}{25}$ (b) $\frac{3}{25}$ (c) $\frac{21}{16}$ (d) $\frac{20}{25}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर-(a)

व्याख्या— माना त्रिभुज ABC है।

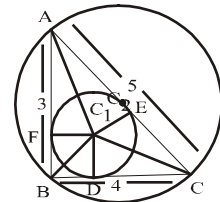
∴ त्रिभुज की भुजाएं 3 सेमी., 4 सेमी., और 5 सेमी. है।

$$\therefore 5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25$$

अतः त्रिभुज समकोण त्रिभुज है।



$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ सेमी.}^2$$

माना आंतरिक वृत्त की त्रिज्या r है।

∴ त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$$6 = \frac{1}{2} \times BC \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times OE + \frac{1}{2} \times AB \times OF$$

$$6 = \frac{1}{2} \times (BC + AC + AB) \times OD$$

(∵ $OD = OE = OF =$ वृत्त की त्रिज्या)

$$12 = (3 + 4 + 5) \times OD$$

$$\therefore OD = \frac{12}{12} = 1 \text{ सेमी.}$$

अतः आंतरिक वृत्त का क्षेत्रफल $C_1 = \pi r^2$

$$C_1 = \pi \times 1^2$$

$$C_1 = \pi$$

∴ समकोण त्रिभुज का परिवृत्त कर्ण का मध्य बिंदु होता है।

$$\therefore \text{ समकोण त्रिभुज के परिकेंद्र की त्रिज्या} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow 2.5$$

$$\therefore \text{ परिवृत्त का क्षेत्रफल} = \pi (2.5)^2 = 6.25\pi$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{C_1 \text{ का क्षेत्रफल}}{C_2 \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{6.25} = \frac{100}{625} = \frac{4}{25}$$

Trick—

त्रिभुज की भुजाएं 3, 4 तथा 5 सेमी. है

\therefore त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा

$$\therefore \text{ त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

$$\therefore \text{ अंतः वृत्त की त्रिज्या } r = \frac{\Delta}{S}$$

$$\therefore r = \frac{6}{3+4+5} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ परिवृत्त की त्रिज्या } R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$$R = \frac{3 \times 4 \times 5}{4 \times 6}$$

$$R = 5/2$$

$$\frac{\text{अंतः वृत्त का क्षेत्रफल}}{\text{परिवृत्त का क्षेत्रफल}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{4}{25}$$

339. O एक वृत्त का केंद्र है और AB उसको B पर स्पर्श कर रही स्पर्श रेखा है। यदि OB = 3 सेमी., OA = 5 सेमी. हो, तो AB की सेमी. में माप क्या है?

- (a) $\sqrt{34}$ (b) 2
(c) 8 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

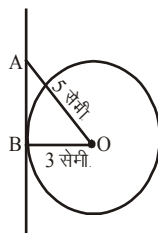
व्याख्या—माना कि O वृत्त का केंद्र है। इस पर AB स्पर्श रेखा खींची गई है। जो वृत्त को B बिंदु पर स्पर्श करती है।

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ$$

प्रश्नानुसार, OA = 5 सेमी.

OB = 3 सेमी.

$\therefore \triangle OAB$ समकोण त्रिभुज है।



$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$= \sqrt{25 - 9}$$

$$= \sqrt{16} \text{ सेमी.}$$

$$= 4 \text{ सेमी.}$$

340. O केंद्र और 4 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के Q बिंदु पर PR एक स्पर्श रेखा है। तदनुसार यदि $\angle POR = 90^\circ$, $OR = 5$ सेमी. तथा $OP = \frac{20}{3}$ सेमी. हो, तो PR की लंबाई कितने सेमी. होगी?

- (a) 3 (b) $\frac{16}{3}$ (c) $\frac{23}{3}$ (d) $\frac{25}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— चित्र से $\angle POR = 90^\circ$

$\therefore \triangle POR$ एक समकोण \triangle हुआ।

$$\text{अतः } PR = \sqrt{(OP)^2 + (OR)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{20}{3}\right)^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{\frac{400}{9} + 25} = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3} \text{ सेमी.}$$



341. 6 मीटर त्रिज्या वाले अर्धवृत्त में बनाए जा सकने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 36 मीटर² (b) 72 मीटर²
(c) 18 मीटर² (d) 12 मीटर²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार OA = OC = 6 मी.

$$\therefore AC = 12 \text{ मी.}$$

\therefore अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle OAB = \angle OCB = 45^\circ$$

समकोण त्रिभुज ABC में, $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore CA^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= AB^2 + AB^2 [AB = BC]$$

$$CA^2 = 2AB^2$$

$$\therefore 12^2 = 2AB^2 \Rightarrow AB^2 = \frac{144}{2} = 72$$

$$\therefore \text{ ABC का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \text{लंब}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times AB$$

$$= \frac{1}{2} \times AB^2$$

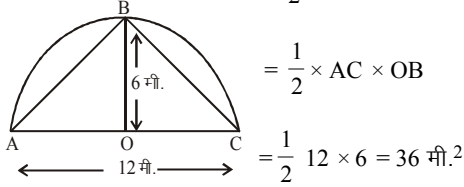
$$= \frac{1}{2} \times 72 = 36 \text{ मी.}^2$$

नोट- r मीटर त्रिज्या वाले अर्धवृत्त में बनाए जा सकने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल r^2 होता है।

अतः 6 मीटर त्रिज्या वाले अर्धवृत्त में बनाए जा सकने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल $= 6^2$
 $= 36 \text{ मीटर}^2$

Trick-

चित्र से त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$



342. A, B, C एक वृत्त की परिधि के तीन बिंदु हैं और यदि $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\sqrt{2}$ सेमी. और $\angle BAC = 90^\circ$ है, तो त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 10 सेमी.
 (b) 5 सेमी.
 (c) 20 सेमी.
 (d) 15 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर-(b)

व्याख्या- \therefore अर्ध वृत्त पर कोण समकोण होता है।

$\therefore \triangle BAC$ समकोण त्रिभुज है।

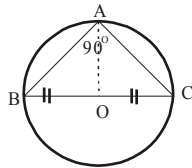
$$\therefore BA^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\therefore (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = BC^2$$

$$BC^2 = 50 + 50 = 100$$

$$\therefore BC = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$



Trick- समकोण $\triangle AOB$ में-

$$\angle ABO = 45^\circ \quad (\because AB = AC \text{ दिया है।})$$

$$\Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{OB}{AB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{OB}{5\sqrt{2}} \Rightarrow OB = 5 \text{ सेमी.}$$

343. $\triangle ABC$ में $DE \parallel AC$ है। उसमें D तथा E क्रमशः AB तथा CB पर दो बिंदु हैं। तदनुसार, यदि $AB = 10$ सेमी. तथा $AD = 4$ सेमी. हो, तो $BE : CE$ कितना होगा?

- (a) 2 : 3
 (b) 2 : 5
 (c) 5 : 2
 (d) 3 : 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर-(d)

व्याख्या- त्रिभुज ABC में $DE \parallel AC$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC} \quad (\text{समरूपता की प्रमेय से}) \quad \dots(i)$$

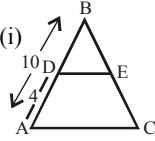
$$\therefore AB = 10 \text{ सेमी. तथा } AD = 4 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore BD = AB - AD = 10 - 4 = 6 \text{ सेमी.}$$

$\therefore BD$ और AD का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{BE}{CE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore BE : CE = 3 : 2$$



344. किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त और उसकी त्रिज्या में क्या अनुपात होगा?

- (a) 1 : 2
 (b) 3 : 1
 (c) 2 : 1
 (d) 1 : 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या-

माना समबाहु $\triangle ABC$ में

$OA = \text{परिवृत्त} = R$ एवं $OD = \text{त्रिज्या} = r$ है।

समकोण $\triangle ADB$ में

$$AD = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\therefore OA = R = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right)$$

{ \therefore बिंदु O माध्यिका, AD को 2 : 1 के अनुपात में बांटती है }

$$\text{तथा } OD = r = \frac{1}{3} AD = \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right)$$

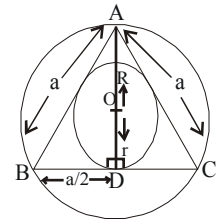
$$\therefore R : r = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right) : \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right) = 2 : 1$$

Trick-

समबाहु $\triangle ABC$ में

$$A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$$\text{सूत्र } \therefore r = 4R \sin\left(\frac{A}{2}\right) \sin\left(\frac{B}{2}\right) \sin\left(\frac{C}{2}\right)$$



$$\text{या } r = 4R \sin 30^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= 4R \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{R}{2}$$

$$\text{या } 2r = R \text{ या } \frac{R}{r} = \frac{2}{1}$$

$$\text{या } \boxed{R:r = 2:1}$$

Trick—

चित्र में

AD समबाहु $\triangle ABC$ की माधिका है और O इसका केंद्रक है।

$$\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{R}{r} = \frac{2}{1} \quad \{\because \text{केंद्रक बिंदु माधिका को } 2:1 \text{ के अनुपात में काटती है}\}$$

$$\text{या } \boxed{R:r = 2:1}$$

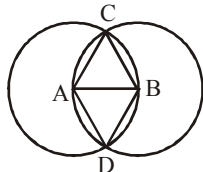
345. A तथा B केंद्रों वाले समान त्रिज्याओं के दो वृत्तों में से प्रत्येक एक-दूसरे के केंद्र से गुजरते हैं। यदि वे C और D पर काटें तो $\angle DBC$ का मान है—

- (a) 120° (b) 140° (c) 60° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—



$\triangle ABC$ में $AB = BC = CA$

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

इसी प्रकार $\triangle ADB$

$$\angle A = \angle D = \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \text{दोनों त्रिभुज में कोण B के मान का योग} \\ = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

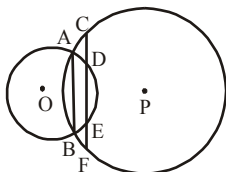
346. दो वृत्त एक-दूसरे को A और B बिंदु पर काटते हैं। AB के समांतर एक सीधी रेखा, वृत्तों को C, D, E और F पर काटती है। यदि $CD = 4.5$ सेमी. है, तो EF का माप बताएं।

- (a) 1.50 सेमी. (b) 2.25 सेमी.
(c) 4.50 सेमी. (d) 9.00 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या—



माना दो वृत्त O तथा P हैं।

तथा प्रतिच्छेद बिंदु A तथा B हैं।

तथा AB के समांतर प्रतिच्छेद बिंदु CDEF हैं।

$$\therefore CD = EF \quad (\text{क्योंकि AB और DE समान्तर हैं।})$$

$$\therefore CD = 4.5$$

$$\therefore EF = 4.5 \text{ सेमी.}$$

347. एक वृत्त में $\triangle ABC$ इस प्रकार बना है कि BC व्यास है। स्पर्श रेखा बिंदु C पर BA को तब काटती है, जब उसे बिंदु D तक खींचा जाए। यदि $\angle ABC = 36^\circ$ तो $\angle ADC$ का मान क्या है?

- (a) 36° (b) 44°
(c) 48° (d) 54°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाली) उत्तर—(d)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

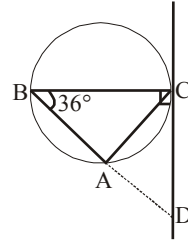
$$\angle ABC = 36^\circ \text{ तथा } \angle C = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore \angle D + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle D + 36^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle D = 180^\circ - 126^\circ \\ = 54^\circ$$



348. PT, एक वृत्त जिसका केंद्र O और त्रिज्या 6 सेमी. है, की स्पर्श रेखा है। यदि PT, 8 सेमी. हो, तो OP की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 10 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 16 सेमी. (d) 9 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

वृत्त की त्रिज्या (OT) = 6 सेमी.

स्पर्श रेखा (PT) = 8 सेमी.

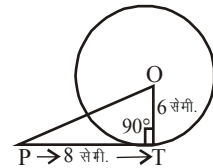
$\therefore \triangle OTP$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore OP^2 = PT^2 + OT^2$$

$$\text{या } OP^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$\text{या } OP^2 = 64 + 36$$

$$\text{या } OP = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी.}$$



349. किसी त्रिभुज के अंतर्वृत्त की त्रिज्या 2 सेमी. है। यदि उस त्रिभुज का क्षेत्रफल 6 सेमी.² हो, तो उसका परिमाप कितना होगा?

- (a) 2 सेमी. (b) 3 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 9 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— किसी त्रिभुज के अंतःवृत्त की त्रिज्या $r = \frac{\Delta}{s}$

जहाँ Δ = त्रिभुज का क्षेत्रफल

s = त्रिभुज की अर्द्धपरिमिति

प्रश्नानुसार

$$r = 2 \text{ सेमी.}$$

$$\Delta = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अतः } r = \frac{\Delta}{s}$$

$$2 = \frac{6}{s}$$

$$S = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अतः } \Delta \text{ की परिमिति} = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी.}$$

350. यदि 16 सेमी. लंबी एक जीवा अपने वृत्त के केंद्र से 15 सेमी. की दूरी पर है, तो उसी वृत्त की उस जीवा की लंबाई कितनी होगी, जो केंद्र से 8 सेमी. की दूरी पर है?

- (a) 10 सेमी. (b) 20 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 40 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore CM = \frac{CD}{2} = 8$

ΔOMC में

$$OC^2 = OM^2 + CM^2$$

$$= 15^2 + 8^2$$

$$= 225 + 64$$

$$= 289$$

$$OC = 17$$

अब

$$\therefore OC = OA \text{ (त्रिज्या)}$$

$$\therefore \Delta OAN \text{ में}$$

$$AN^2 = OA^2 - ON^2$$

$$= 17^2 - 8^2$$

$$= 289 - 64$$

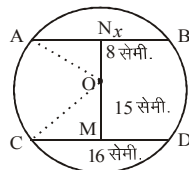
$$= 225$$

$$AN = 15$$

अतः

$$\text{जीवा } AB = 2 \times AN$$

$$= 2 \times 15 = 30 \text{ सेमी.}$$



351. यदि PA और PB केंद्र O वाले वृत्त की स्पर्श रेखा इस प्रकार है कि

$$\angle APB = 50^\circ, \text{ तो } \angle OAB = ?$$

- (a) 25° (b) 30°
(c) 40° (d) 50°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार O वृत्त का केंद्र है।

जिस पर स्पर्श रेखा, PA, PB हैं।

$$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

चतुर्भुज OAPB में—

$$\angle APB + \angle OAP + \angle OBP + \angle AOB = 360^\circ$$

(\because किसी भी चतुर्भुज के चारों कोणों का योगफल 360° होता है।)

$$\text{या } 50^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle AOB = 360^\circ$$

$$\text{या } \angle AOB = 360^\circ - 230^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 130^\circ$$

ΔOAB में,

$$\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180^\circ$$

(त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल 180° होता है।)

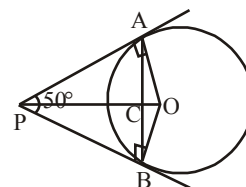
$$\text{या } \angle OAB + \angle OBA + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle OAB + \angle OAB = 180^\circ - 130^\circ$$

(\because OA = OB = वृत्त की त्रिज्या है)

$$\text{या } 2 \angle OAB = 50^\circ$$

$$\text{या } \angle OAB = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$



352. A, B तथा C एक वृत्त पर तीन ऐसे बिंदु हैं कि AB तथा AC जीवाओं द्वारा केंद्र O पर बने कोण क्रमशः 90° तथा 110° हैं। तदनुसार, $\angle BAC$ किसके बराबर है ?

- (a) 70° (b) 80°
(c) 90° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है—

वृत्त का केंद्र O है तथा AB और AC दो जीवाएं हैं।

चाप BDC (\widehat{BDC}) द्वारा केंद्र पर बनाया गया कोण

$$= 360^\circ - (110^\circ + 90^\circ)$$

$$= 360^\circ - 200$$

$$= 160^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$$

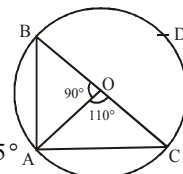
Trick— ΔAOB में—

$$\angle BAO = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\text{तथा } \angle OAC = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\text{अतः } \angle BAC = \angle BAO + \angle OAC$$

$$= 45^\circ + 35^\circ = 80^\circ$$



353. चित्र में प्रदर्शित 10 सेमी. व्यास वाले तीन वृत्त एक रबड़-बैंड से जोड़ दिए हैं।



दिखाए अनुसार उस पूरे खींचे हुए रबड़-बैंड की लंबाई कितने सेमी. है?

- (a) 30 (b) $30 + 10\pi$
(c) 10π (d) $60 + 20\pi$

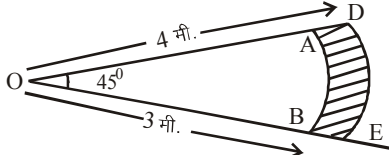
S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— रबड़ बैंड की लंबाई

$$\begin{aligned} &= \text{एक वृत्त का परिमाप} + 3 \times \text{किसी एक आयत की लंबाई} \\ &= (2\pi r + 3 \times 10) \\ &= 2\pi \times 5 + 30 \\ &= 10\pi + 30 \\ &= 30 + 10\pi \end{aligned}$$

354. निम्नलिखित आकृति में, OED और OBA केंद्र O वाले वृत्त के क्षेत्र हैं। छायाित भाग का क्षेत्रफल बताइए।



- (a) $\frac{11}{16}$ मीटर² (b) $\frac{11}{2}$ मीटर²
(c) $\frac{11}{8}$ मीटर² (d) $\frac{11}{4}$ मीटर²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— यहां $\theta = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \text{छायाित भाग का क्षेत्रफल} &= \pi (r_2^2 - r_1^2) \frac{\theta}{360^\circ} \\ (\text{जहां पर } r_2 > r_1 \text{ तथा } \theta \text{ कोण है}) \\ &= \frac{22}{7} \times (4^2 - 3^2) \times \frac{45^\circ}{360^\circ} \text{ (चित्र से)} \\ &= \frac{22}{7} \times (16 - 9) \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{22}{8} = \frac{11}{4} \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

355. परस्पर बाह्यतः स्पर्श करने वाले समान त्रिज्या वाले तीन वृत्तों के केंद्र क्या बनाते हैं?

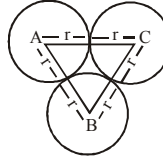
- (a) समकोणीय त्रिभुज (b) समद्विभुज त्रिभुज
(c) समभुज त्रिभुज (d) विषमबाहु त्रिभुज

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या r है।

\therefore चित्र से



$$AB = BC = CA = 2r$$

अतः त्रिभुज समभुज त्रिभुज होगा।

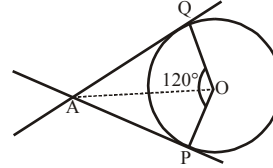
356. एक वृत्त जिसका केंद्र O है, के बिंदु P तथा Q पर एक स्पर्श रेखा खींची जाती है, जो बिंदु A पर मिलती है। यदि $\angle POQ = 120^\circ$ हो, तो $\angle PAQ : \angle PAO$ का अनुपात क्या है?

- (a) 2 : 3 (b) 4 : 1
(c) 2 : 1 (d) 5 : 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर,

\therefore बिंदु PAQO एक चक्रीय चतुर्भुज के बिंदु है।

$$\therefore \angle PAQ = 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ \quad \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle PAO = \frac{1}{2} \angle PAQ$$

$$= 30^\circ \quad \dots\dots(ii)$$

\therefore समी. (i) तथा समी. (ii) से

$$\angle PAQ : \angle PAO = 2 : 1$$

Trick—

प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर—

OP तथा OQ वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं।

$$\therefore \angle OPA = \angle OQA = 90^\circ$$

समकोण $\triangle OPA$ तथा समकोण $\triangle OQA$ में,

$$AP = AQ \quad (\because \text{वृत्त की स्पर्श रेखा है})$$

$$\angle P = \angle Q = 90^\circ$$

$$OP = OQ \quad (\text{वृत्त की त्रिज्या है})$$

\therefore भुजा-कोण-भुजा से,

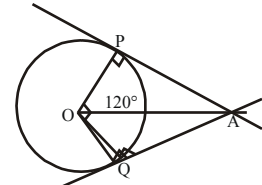
$$\triangle OPA \cong \triangle OQA$$

$$\therefore \angle AOQ = \angle POA$$

$$= 60^\circ$$

$$\text{तथा } \angle OAQ = \angle OAP = 30^\circ$$

$$\angle PAQ : \angle PAO = 60 : 30 = 2 : 1$$



357. P तथा Q, एक वृत्त, जिसका केंद्र O है, पर स्थित दो बिंदु हैं। P तथा Q के बीच उस वृत्त की छोटी चाप पर एक बिंदु R है। उस वृत्त की P तथा Q बिंदुओं की स्पर्श रेखाएं एक-दूसरे से बिंदु S पर मिलती हैं। तदनुसार, यदि $\angle PSQ = 20^\circ$ हो, तो $\angle PRQ$ किसके बराबर होगा?

- (a) 80° (b) 200°
(c) 160° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— त्रिज्या OP तथा OQ, PS तथा QS पर क्रमशः लंब है। चतुर्भुज OPSQ में

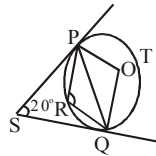
$$\angle OPS + \angle OQS = 90 + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle POQ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle POQ = 160^\circ$$

अब चाप PTQ द्वारा केंद्र पर बना कोण $360 - 160^\circ = 200^\circ$

अतः शेष परिधि पर बना $\angle PRQ = 100^\circ$



358. यदि 8 सेमी. आधार वाले किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल उतना ही हो जितना कि एक 8 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का, तो त्रिभुज का संगत शीर्षलंब (सेमी. में) होगा—

- (a) 12π (b) 20π
(c) 16π (d) 32π

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना त्रिभुज का शीर्ष लंब x सेमी. है।

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 8 \times x \text{ सेमी.}^2$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 8^2 = 64\pi \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार—

$$\frac{1}{2} \times 8 \times x = 64\pi$$

$$x = \frac{64\pi}{4}$$

$$\therefore \text{शीर्षलंब} = 16\pi \text{ सेमी.}$$

359. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। AB भुजा E तक इस प्रकार बढ़ाई गई है कि $BE = BC$ है। यदि $\angle ADC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$, तो $\angle DCE =$ क्या होगा?

- (a) 140° (b) 120°
(c) 165° (d) 110°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— चतुर्भुज ABCD चक्रीय चतुर्भुज है।

\therefore चतुर्भुज के आमने-सामने के कोणों का योग 180° होता है।

$$\begin{aligned} \therefore \angle ABC &= 180^\circ - \angle ADC \\ &= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \end{aligned}$$

तथा $\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD$

$$= 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$\therefore BC = BE$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CBE &= 180^\circ - \angle ABC \\ &= 180^\circ - 110^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

$\therefore \Delta BCE$ में

$$\angle BCE + \angle CEB + \angle CBE = 180^\circ$$

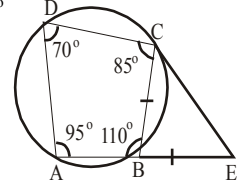
$$\angle BCE + \angle BCE + 70^\circ = 180^\circ$$

$$(\because \angle BCE = \angle CEB)$$

$$2\angle BCE = 110^\circ$$

$$\angle BCE = 55^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle DCE &= \angle BCD + \angle BCE \\ &= 85^\circ + 55^\circ \\ &= 140^\circ \end{aligned}$$



360. एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 6 सेमी. है, के क्षेत्रफल को दो संकेन्द्री वृत्तों द्वारा समन्विभाजित किया गया है। सबसे छोटे वृत्त की त्रिज्या की माप होगी—

- (a) $2\sqrt{3}$ सेमी. (b) $2\sqrt{6}$ सेमी.
(c) 2 सेमी. (d) 3 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

व्याख्या— बड़े वृत्त की त्रिज्या = 6 सेमी.

$$\begin{aligned} \therefore \text{बड़े वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 6 \times 6 \\ &= 36\pi \end{aligned}$$

अब इस वृत्त को दो संकेन्द्री वृत्तों द्वारा समन्विभाजित किया जाता है।

$$\therefore \text{सबसे छोटे वृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{36\pi}{3} = 12\pi$$

अब माना छोटे वृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{छोटे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

प्रश्न से—

$$\pi r^2 = 12\pi$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{4 \times 3}$$

$$= 2\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

प्रकार-3

बहुभुज-आधारित

361. यदि किसी समभुजाकार बहुभुज का अंतःकोण 170° है, तो बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है?

- (a) 36 (b) 20
(c) 18 (d) 27

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (11-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि समभुजाकार बहुभुज के भुजाओं की संख्या n हो,

$$\text{तो अंतःकोण} = \frac{(2n-4)}{n} \times 90^\circ$$

$$\text{या } 170^\circ = \frac{(2n-4)}{n} \times 90^\circ$$

$$\text{या } 2 - \frac{4}{n} = \frac{17}{9}$$

$$\text{या } 2 - \frac{17}{9} = \frac{4}{n}$$

$$\text{या } \frac{18-17}{9} = \frac{4}{n}$$

$$\text{या } \frac{1}{9} = \frac{4}{n}$$

$$\text{या } n=36$$

अर्थात् बहुभुज के भुजाओं की संख्या $n=36$

Trick—

बहुभुज के अंतःकोण और बाह्य कोण का योग $= 180^\circ$

चूँकि अंतःकोण $= 170^\circ$

$$\therefore \text{बाह्य} = 10^\circ$$

$$\text{भुजाओं की संख्या} = \frac{360}{10} = 36$$

362. ABCDEF, 2 फीट भुजा वाली समषट्भुज है। आयत BCEF का क्षेत्रफल, वर्ग फीट में, है—

- (a) 8 (b) $4 + 4\sqrt{3}$
(c) 4 (d) $4\sqrt{3}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— समषट्भुज ABCDEF में

BF तथा CE छोटे विकर्ण हैं

$$\text{अतः समषट्भुज की भुजा} = \frac{\text{Diagonal (BF)}}{\sqrt{3}}$$

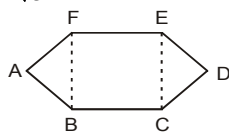
$$\therefore 2 = \frac{BF}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BF = 2\sqrt{3} = CE$$

अतः आयत BCEF का क्षेत्रफल $= BF \times BC$

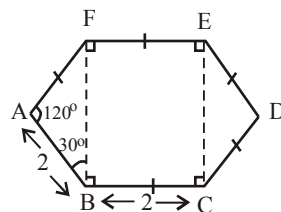
$$= 2\sqrt{3} \times 2$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ वर्ग फीट}$$



Trick—

त्रिभुज ABF में



$$\frac{\sin 30^\circ}{AF} = \frac{\sin 120^\circ}{BF}$$

$$(\because \text{sin Rule से } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{BF} \Rightarrow BF = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BF = 2\sqrt{3} \text{ फीट}$$

\therefore आयत BC EF का क्षेत्रफल $= BC \times BF$

$$= 2 \times 2\sqrt{3} (\because BC = 2 \text{ फीट})$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ फीट}^2$$

363. एक बहुभुज के प्रत्येक दो कोण 90° है और अन्य प्रत्येक कोण 120° है, तो बहुभुज की भुजाएं कितनी हैं?

- (a) 5 (b) 10
(c) 6 (d) 7

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= 5$

$$\therefore \text{पंचभुज के कोणों का योग} = (2n-4) 90^\circ$$

$$= (2 \times 5 - 4) 90^\circ$$

$$= 540^\circ$$

पुनः प्रश्न से प्रत्येक दो कोण 90° हैं

$$\therefore 90^\circ \text{ के कोणों का कुल योग} = 90^\circ \times 2$$

$$= 180^\circ$$

\therefore शेष तीन में प्रत्येक कोणों का मान 120° है।

$$\therefore \text{शेष तीन कोणों का योग} = 120^\circ \times 3$$

$$= 360^\circ$$

$$\text{अतः कुल कोणों का योग} = 360^\circ + 180^\circ$$

$$= 540^\circ$$

अतः पंचभुज प्रश्न के कथन को संतुष्ट करता है।

अतः विकल्प (a) सही उत्तर है।

Trick—

माना बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= x$

अतः बहुभुज में कोणों की संख्या $= x$

$$\text{दो कोण } 90^\circ \text{ के हैं। अतः दो कोणों का योगफल} = 90^\circ \times 2$$

$$= 180^\circ$$

अन्य शेष प्रत्येक कोण $= 120^\circ$

शेष कोणों की संख्या $= x - 2$

$$\text{शेष कोणों का योगफल} = (x - 2) \times 120^\circ$$

$$\text{बहुभुज के कोणों का योगफल} = (2x - 4) \times 90^\circ$$

(जहां $x =$ भुजाओं की संख्या)

$$180 + (x - 2) \times 120 = (2x - 4) \times 90$$

$$180 + 120x - 240 = 180x - 360$$

$$180 - 240 + 360 = 180x - 120x$$

$$300 = 60x$$

$$x = \frac{300}{60}$$

$$x = 5$$

∴ बहुभुज की भुजाओं की संख्या = 5

364. एक समबहुभुज के आंतरिक कोणों का योग 1440° है। भुजाओं की संख्या कितनी है ?

- (a) 8 (b) 12 (c) 6 (d) 10

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समबहुभुज में भुजाओं की संख्या = n

∴ समबहुभुज के आंतरिक कोणों का योग = $(2n - 4) 90^\circ$

प्रश्नानुसार

$$1440^\circ = (2n - 4) 90^\circ$$

$$2n - 4 = 16$$

$$2n = 16 + 4$$

$$2n = 20$$

$$n = 10$$

Trick—

समबहुभुज के भुजाओं की संख्या

$$= \frac{\text{आंतरिक कोणों का योग}}{180^\circ} + 2$$

$$= \frac{1440^\circ}{180^\circ} + 2 = 10$$

365. यदि ABCD एक समचतुर्भुज है, AC लघुतम विकर्ण है, $\angle ABC = 60^\circ$ और AC = 6 सेमी. है तो समचतुर्भुज की भुजा की लंबाई ज्ञात करें।

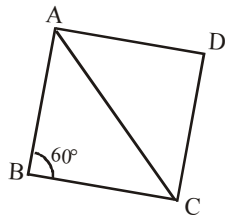
- (a) 3 सेमी. (b) $6\sqrt{2}$ सेमी.
(c) $3\sqrt{3}$ सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना ABCD समचतुर्भुज है जिसका विकर्ण AC है।



∴ समचतुर्भुज की भुजाएं समान होती हैं।

∴ AB = BC = CD = AD

Δ ABC में,

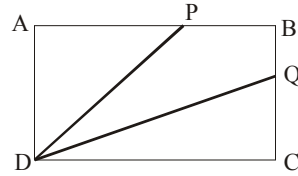
AB = BC तथा $\angle ABC = 60^\circ$

∴ Δ ABC एक समबाहु त्रिभुज होगा क्योंकि किसी त्रिभुज में यदि दो भुजाएं समान हों तथा उनके बीच का कोण 60° हो, तो वह Δ समबाहु त्रिभुज होता है।

∴ AB = BC = AC = 6 सेमी.

∴ समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई 6 सेमी. है।

366. दी गई आकृति में, PB, AB का एक-तिहाई है तथा BQ, BC का एक-तिहाई है। यदि BPDQ का क्षेत्रफल 20 सेमी.² है, तो ABCD का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या होगा?

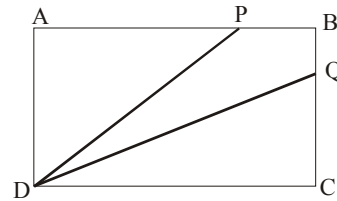


- (a) 45 (b) 30
(c) 40 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (1-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है



$$PB = \frac{1}{3} AB \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } BQ = \frac{1}{3} BC \quad \dots(ii)$$

∴ $PB \times BQ = 20$ (दिया है)

BPDQ का क्षेत्रफल = समलंब चतुर्भुज PBCD का क्षेत्रफल - समकोण ΔDCQ का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} \times (CD + PB) \times BC - \frac{1}{2} \times CD \times QC = 20$$

$$\frac{1}{2} (CD \times BC + \frac{AB}{3} \times BC - CD \times \frac{2}{3} BC) = 20$$

$$\frac{1}{2} CD \times BC + \frac{1}{6} CD \times BC - \frac{1}{3} CD \times BC = 20$$

$$CD \times BC \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) = 20$$

$$\frac{CD \times BC}{3} \Rightarrow CD \times BC = 60 \text{ सेमी.}^2$$

367. एक चतुर्भुज ABCD में $\angle A$ और $\angle B$ के द्विभाजक O पर मिलते हैं। यदि $\angle C = 70^\circ$ और $\angle D = 130^\circ$, तो $\angle AOB$ का माप क्या है?
 (a) 40° (b) 60° (c) 80° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— चतुर्भुज ABCD में

$$\angle C = 70^\circ, \angle D = 130^\circ$$

चतुर्भुज के चारों कोणों का योग $= 360^\circ$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + 70^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + 200^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

$\therefore \angle A$ और $\angle B$ के द्विभाजक का योग

$$\angle OAB + \angle ABO = \frac{160^\circ}{2}$$

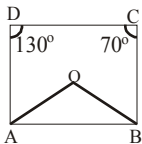
$$\angle OAB + \angle ABO = 80^\circ \dots\dots (i)$$

ΔAOB में

$$\therefore \angle ABO + \angle OAB + \angle AOB = 180^\circ$$

$$\therefore 80^\circ + \angle AOB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$



368. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें AC और BD विकर्ण O पर काटते हैं। यदि E, F, G और H क्रमशः AO, BO, OC और OD के मध्य बिंदु हैं, तो चतुर्भुज EFGH के परिमाण और समांतर चतुर्भुज ABCD के परिमाण का अनुपात क्या होगा?

- (a) 1 : 4 (b) 2 : 3
 (c) 1 : 2 (d) 1 : 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— समांतर चतुर्भुज ABCD में ΔAOD में AO तथा OD का मध्य बिंदु क्रमशः E तथा H है।

$$\therefore AO = 2 \times OE \text{ तथा } OD = 2 \times OH$$

$$\therefore EH \parallel AD$$

$$\therefore EH = \frac{AD}{2}$$

(\because AO तथा OD का मध्य बिंदु E तथा H है)

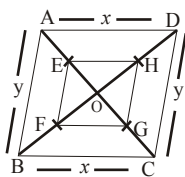
माना समांतर चतुर्भुज की भुजा $AD = BC = x$

$$\text{तथा } AB = CD = y$$

$$\therefore EH = \frac{x}{2} \dots\dots\dots (i)$$

इसी प्रकार

$$EF = \frac{y}{2}, FG = \frac{x}{2}, GH = \frac{y}{2}$$



$$\therefore \text{चतुर्भुज ABCD का परिमाण} = 2(x + y)$$

$$\text{तथा चतुर्भुज EFGH का परिमाण} = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = x + y$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = (x + y) : 2(x + y) = 1 : 2$$

Trick— ΔBOC में,

$$\therefore FG \parallel BC$$

$$\therefore BC = 2FG$$

$$\Rightarrow FG : BC = 1 : 2 \dots\dots (i)$$

$$\frac{\text{समान्तर चतुर्भुज EFGH का परिमाण}}{\text{समान्तर चतुर्भुज ABCD का परिमाण}}$$

$$= \text{संगत भुजाओं का अनुपात} = 1 : 2 \text{ (समी. (i) से)}$$

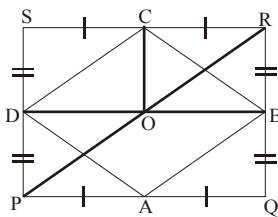
369. PQRS एक आयत है, A, B, C तथा D क्रमशः भुजाओं PQ, QR, RS तथा PS के मध्य बिंदु हैं। यदि ΔPQR का क्षेत्रफल 48 सेमी.² है, तो ΔBCD का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

- (a) 24 (b) 6
 (c) 16 (d) 12

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार, चित्र बनाने पर—



दिया है

$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} = 48 \text{ सेमी.}^2$$

तथा ΔBCD का क्षेत्रफल = ?

$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times PQ \times QR$$

$$\frac{1}{2} \times PQ \times QR = 48$$

$$\frac{1}{2} \times BD \times (2CO) = 48$$

$$(\because PQ = BD \text{ तथा } QR = 2BR = 2CO)$$

$$BD \times CO = 48 \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore \Delta BCD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BD \times CO$$

$$= \frac{1}{2} \times 48 = 24 \text{ सेमी.}^2 \text{ (समी. (i) से)}$$

370. ΔABC में, यदि $AD \perp BC$, तो $AB^2 + CD^2$ किसके बराबर होगा?

- (a) $2AC^2$ (b) $BD^2 + AC^2$
 (c) $2BD^2$ (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\triangle ADB$ समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots\dots(i)$$

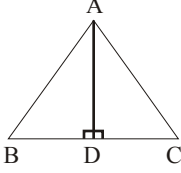
तथा $\triangle ADC$ में

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$\text{या } CD^2 = AC^2 - AD^2 \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BD^2 + AC^2 - AD^2 = BD^2 + AC^2$$



371. एक समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 10 सेमी. है और विकर्ण माप 16 सेमी. है। समचतुर्भुज का क्षेत्रफल है-

- (a) 96 वर्ग सेमी. (b) 160 वर्ग सेमी.
(c) 100 वर्ग सेमी. (d) 40 वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना समचतुर्भुज ABCD है तथा विकर्ण $BD = 16$ सेमी.

\therefore समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर एक-दूसरे को लंबवत समद्विभाजित करते हैं।

$$\therefore \triangle BOC \text{ में } BO^2 + OC^2 = BC^2$$

$$8^2 + OC^2 = 10^2$$

$$OC^2 = 100 - 64$$

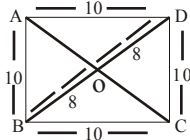
$$= 36$$

$$\therefore OC = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AC = 2 \times OC = 2 \times 6 = 12 \text{ सेमी.}$$

$$\text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{विकर्णों का गुणनफल}$$

$$\therefore \text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96 \text{ वर्ग सेमी.}$$



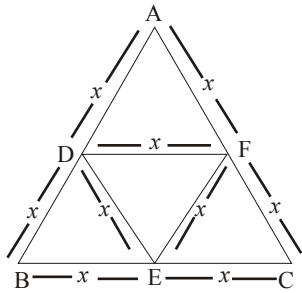
372. एक दिए गए समभुज $\triangle ABC$ में, D, E, F क्रमशः AB, BC और AC के मध्य बिंदु हैं। तो चतुर्भुज BEFD पूर्णतः क्या है ?

- (a) समचतुर्भुज (b) वर्ग
(c) आयत (d) समलंब

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—



समबाहु त्रिभुज ABC में— $AB = BC = CA = 2x$

$$\therefore AD = DB = BE = EC = CF = FA = x$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC \text{ (किसी } \triangle \text{ के दो भुजाओं के मध्य बिंदु को)}$$

मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समान्तर तथा लंबाई में उसकी आधी होती है।)

$$= \frac{1}{2} (2x) = x$$

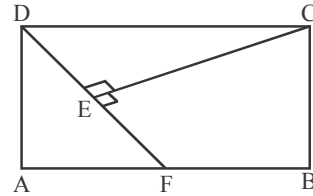
\therefore समबाहु त्रिभुज के मध्य बिंदु से चार समान छोटे समबाहु त्रिभुज बनते हैं।

$$\therefore DE = EF = DF = x$$

\therefore चतुर्भुज BEFD की चारों भुजाएं समान हैं तथा सभी कोण समकोण नहीं हैं।

अतः चतुर्भुज BEFD समचतुर्भुज है।

373. दी गई आकृति में, ABCD एक आयत है। E, AB पर एक बिंदु है तथा CE, DF पर लंब है। यदि $CE = 60$ सेमी. तथा $DF = 40$ सेमी. है, तो आयत ABCD का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

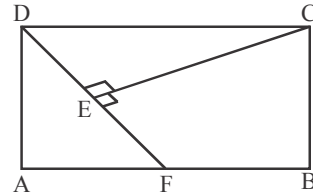


- (a) 1200 (b) 1800
(c) 2400 (d) 2800

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



दिया है, $CE = 60$ सेमी.

तथा $DF = 40$ सेमी.

$$\angle CDF + \angle FDA = 90^\circ \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle FDA + \angle DFA = 90^\circ \dots\dots(ii)$$

स्पष्ट है, समी. (i) = समी. (ii)

$$\therefore \angle CDF = \angle DFA \dots\dots(ii i)$$

अब समकोण $\triangle CED$ तथा समकोण $\triangle DAF$ में,

$$\triangle CED \sim \triangle DAF$$

$$\frac{CD}{DF} = \frac{CE}{DA}$$

$$\frac{CD}{40} = \frac{60}{DA}$$

$$CD \times DA = 60 \times 40 \dots\dots(iv)$$

$$\therefore \text{आयत का क्षेत्रफल} = DA \times CD$$

$$= 40 \times 60 = 2400 \text{ वर्ग सेमी.}$$

374. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD की लंबाई 36 सेमी. है। त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज ADC का केंद्रक क्रमशः P तथा Q है। PQ की लंबाई (सेमी. में) कितनी है?
- (a) 6 (b) 9
(c) 12 (d) 18

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—

∴ समांतर चतुर्भुज के विकर्ण 90° पर समद्विभाजित होते हैं।

∴ $DO = OB$ तथा $AO = OC$
 $BD = 36 \text{ cm}$
 $OB = 18 \text{ cm}$

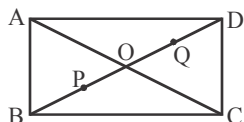
ΔABC का केंद्रक P है।

∴ केंद्रक Δ की माधिका को शीर्ष से आधार की ओर 2 : 1 में विभक्त करता है।

$$\begin{aligned}\therefore OP &= OB \times \frac{1}{3} \\ OP &= 18 \times \frac{1}{3} \\ &= 6 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

इसी प्रकार ΔADC का केंद्रक Q है।

$$\begin{aligned}\therefore OQ &= \frac{1}{3} OD \\ OQ &= \frac{1}{3} \times 18 = 6 \text{ सेमी.} \\ PQ &= OP + OQ \\ &= 6 + 6 = 12 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

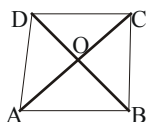


375. ABCD एक चतुर्भुज है, जिसमें BD और AC विकर्ण हैं, तो-
- (a) $AB + BC + CD + AD < AC + BD$
 (b) $AB + BC + CD + DA > AC + BD$
 (c) $AB + BC + CD + DA = AC + BD$
 (d) $AB + BC + CD + DA > 2(AC + BD)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(*)

व्याख्या—माना ABCD के विकर्ण एक-दूसरे को बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।



ΔAOB में

$OA + OB > AB$... (i) (∵ किसी Δ में दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है)

इसी प्रकार से

ΔBOC में

$OB + OC > BC$... (ii)

ΔCOD में

$OC + OD > CD$... (iii)

एवं ΔAOD में

$OA + OD > AD$ (iv)

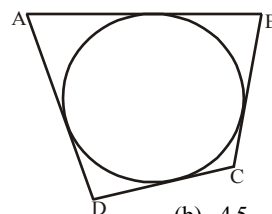
अब, समी. (i), (ii), (iii) एवं (iv) को जोड़ने पर—

$$(OA + OB) + (OB + OC) + (OC + OD) + (OA + OD) > AB + BC + CD + DA$$

$$2(OA + OC + OB + OD) > AB + BC + CD + DA$$

$$\text{या } 2(AC + BD) > AB + BC + CD + DA$$

376. दी गई आकृति में, एक वृत्त चतुर्भुज ABCD को स्पर्श कर रहा है। यदि $AB = 2x + 3$, $BC = 3x - 1$, $CD = x + 6$ तथा $DA = x + 4$ हो, तो x का मान क्या है?

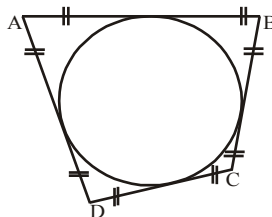


- (a) 3 (b) 4.5
(c) 6 (d) 6.5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



$$\therefore AB + CD = AD + BC$$

$$(2x + 3) + (x + 6) = (x + 4) + (3x - 1)$$

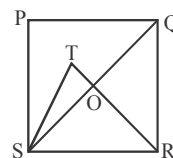
$$2x + 3 + x + 6 = x + 4 + 3x - 1$$

$$3x + 9 = 4x + 3$$

$$9 - 3 = x$$

$$\Rightarrow x = 6$$

377. दी गई आकृति में, PQRS एक वर्ग है तथा SRT एक समबाहु त्रिभुज है। $\angle SOR$ का मान (डिग्री में) क्या है?

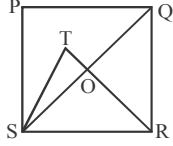


- (a) 45 (b) 55
(c) 60 (d) 75

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



- \therefore PQRS वर्ग है।
 \therefore प्रत्येक कोण समकोण अर्थात् 90° होगा।
 \therefore SRT एक समबाहु Δ है।
 \therefore प्रत्येक कोण 60° का होगा।
 $\therefore \angle STR = 60^\circ$ (i)
 $\angle RST = 60^\circ$ (ii)
 $\angle TRS = 60^\circ$ (iii)
 \therefore वर्ग का विकर्ण, कोण को समद्विभाजित करता है।
 $\therefore \angle OSR = 45^\circ$ तथा $\angle TRS = 60^\circ$ समी. (ii) से
 $\angle SOR = 180^\circ - (\angle OSR + \angle TRS)$
 $= 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ)$
 $= 75^\circ$

Trick—

- $\therefore \angle TRS = 60^\circ$
 $\therefore \angle TRQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 तथा $\angle SQR = 45^\circ$ (\therefore SQ वर्ग SRQP का विकर्ण है)
 $\therefore \angle SOR = \angle OQR + \angle TRQ$
 $= 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$

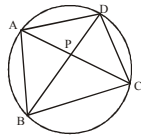
378. एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC तथा BD एक-दूसरे को बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो यह सदा सच होता है कि—

- (a) AP.BP = CP.DP (b) AP.CD = AB.CP
 (c) BP.AB = CD.CP (d) AP.CP = BP.DP

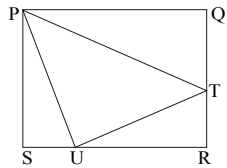
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— चक्रीय चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC तथा BD एक-दूसरे को बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं तो चक्रीय चतुर्भुज के विकर्णों के भागों के गुणनखंड आपस में बराबर होते हैं अर्थात् AP.CP = BP.DP



379. दी गई आकृति में, PQRS एक आयत है तथा PTU एक त्रिभुज है। यदि PQ = 11 सेमी., UR = 8 सेमी., TR = 1 सेमी. तथा QT = 3 सेमी. है, तो PT तथा TU के मध्य बिंदु को मिलाने वाली रेखा की लंबाई (सेमी. में) क्या है?



- (a) 2.5 (b) 3
 (c) 4.5 (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना रेखाखंड PT तथा UT का मध्य बिंदु क्रमशः O तथा O' है OO' को मिलया।

$$\therefore PU = 2 \times OO'$$

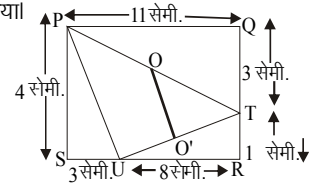
$$\Rightarrow OO' = \frac{1}{2}(PU) \dots(i)$$

समकोण ΔPSU में,

$$PU^2 = PS^2 + SU^2 \Rightarrow PU^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$(PU)^2 = 16 + 9 \Rightarrow (PU) = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \text{समी. (i) से, } OO' = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5 \text{ सेमी.}$$



380. यदि किसी चक्रीय चतुर्भुज के तीन उत्तरोत्तर कोण 1 : 3 : 4 के अनुपात में हों, तो चौथे कोण का माप बताइए?

- (a) 30° (b) 72°
 (c) 36° (d) 108°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना चक्रीय चतुर्भुज ABCD है।

जिसमें तीन कोण का अनुपात = 1 : 3 : 4

$$\therefore \text{माना } \angle A = x, \angle B = 3x, \angle C = 4x$$

चक्रीय चतुर्भुज के आमने- सामने के कोण सम्पूरक होते हैं।

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore x + 4x = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ$$

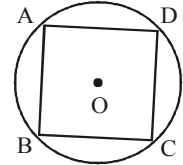
$$x = 36^\circ$$

$$\therefore \text{तीनों कोणों का योग} = x + 3x + 4x$$

$$= 8x$$

$$= 8 \times 36^\circ = 288^\circ$$

$$\therefore \text{चौथे कोण का मान} = 360^\circ - 288^\circ = 72^\circ$$



381. यदि एक चक्रीय समलंब का एक कोण, अपने सम्मुख कोण का तिगुना हो तो उनमें बड़े कोण का मान क्या होगा?

- (a) 90° (b) 105°
 (c) 120° (d) 135°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना चक्रीय समलंब ABCD है।

$$\therefore \angle B + \angle D = \angle A + \angle C = 180^\circ$$

माना कोण B कोण D का तिगुना है।

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\therefore 3\angle D + \angle D = 180^\circ$$

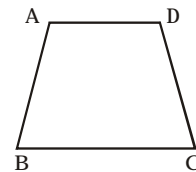
$$4\angle D = 180^\circ$$

$$\angle D = \frac{180}{4}$$

$$\angle D = 45^\circ$$

$$\therefore \text{बड़े कोण का मान} = 3 \times \text{छोटा कोण}$$

$$= 3 \times 45^\circ = 135^\circ$$



382. यदि PQRSTU एक चक्रीय षट्भुज है, तब $\angle P + \angle R + \angle T$ किसके बराबर होगा?

- (a) 72° (b) 360°
(c) 54° (d) 180°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

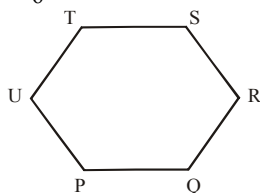
उत्तर—(b)

व्याख्या— चक्रीय षट्भुज के प्रत्येक अंतःकोणों का मान

$$= \frac{(2n-4)}{n} \times 90^\circ$$

जहां n भुजाओं की संख्या है।

$$\therefore \frac{2 \times 6 - 4}{6} \times 90^\circ = 120^\circ$$



$$\begin{aligned} \therefore \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S + \angle T + \angle U &= 720^\circ \\ \therefore \angle P + \angle R + \angle T &= 720^\circ - (\angle Q + \angle S + \angle U) \\ &= 720^\circ - (120^\circ + 120^\circ + 120^\circ) \\ &= 720^\circ - 360^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} 6 \text{ भुजाओं वाले चक्रीय षट्भुज के तीनों कोणों का योग} \\ &= 3 \times \frac{(2n-4)}{n} \times 90^\circ \text{ (जहां n भुजाओं की संख्या है)} \\ &= 3 \times \frac{(2 \times 6 - 4)}{6} \times 90^\circ \\ &= \frac{8 \times 90^\circ}{2} = 360^\circ \end{aligned}$$

383. यदि PQRS एक समचतुर्भुज है और $\angle SPQ = 50^\circ$ तो $\angle RSQ$ है—

- (a) 45° (b) 55° (c) 65° (d) 75°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या—

प्रश्नानुसार PQRS समचतुर्भुज है।

\therefore समचतुर्भुज के आमने-सामने के कोण समान होते हैं।

$$\therefore \angle PQR = \angle PSR \text{ तथा } \angle SPQ = \angle QRS$$

समचतुर्भुज के विकर्ण कोणों को समद्विभाजित करते हैं।

$$\therefore \angle PQR + \angle PSR + \angle SPQ + \angle QRS = 360^\circ$$

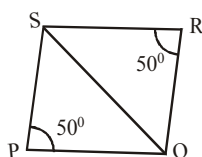
$$\angle PQR + \angle PSR + 50^\circ + 50^\circ = 360^\circ$$

$$\angle PSR + \angle PSR = 360^\circ - 100^\circ$$

$$2\angle PSR = 260^\circ$$

$$\angle PSR = 130^\circ$$

$$\therefore \angle RSQ = \frac{\angle PSR}{2} = 65^\circ$$



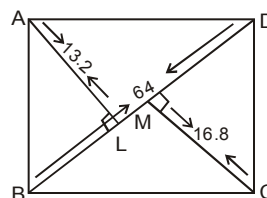
384. ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें विकर्ण $BD = 64$ सेमी., $AL \perp BD$ और $CM \perp BD$, $AL = 13.2$ सेमी. और $CM = 16.8$ सेमी.। चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल, वर्ग सेंटीमीटर में, है—

- (a) 422.4 (b) 690.0
(c) 537.6 (d) 960.0

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार, एक चतुर्भुज ABCD है।



$\therefore AL \perp BD$

\therefore चतुर्भुज ABCD में $\triangle ABD$ तथा $\triangle BCD$ दो त्रिभुज बनते हैं।

$\therefore \triangle ABD$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times BD \times AL$ (जहां AL त्रिभुज की ऊँचाई है)

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times 64 \times 13.2 = 32 \times 13.2 \\ &= 422.4 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पुनः त्रिभुज BCD का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BD \times CM \\ &\text{(जहां CM त्रिभुज की ऊँचाई है)} \\ &= \frac{1}{2} \times 64 \times 16.8 \\ &= 32 \times 16.8 = 537.6 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

\therefore चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle BCD \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 422.4 + 537.6 \\ &= 960.0 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} \text{चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \text{विकर्ण} \times (\text{विकर्ण पर डाले गए लंबों का योग}) \\ &= \frac{1}{2} \times 64 \times (13.2 + 16.8) \\ &= 32 \times 30 = 960 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

385. ABCD एक वर्ग है। भुजा BC को आधार मानकर BC पर त्रिभुज QBC बनाइए और AC पर उसे आधार मानकर त्रिभुज PAC बनाइए जिससे $\triangle QBC \cong \triangle PAC$ हो, तब

$\frac{\triangle QBC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle PAC \text{ का क्षेत्रफल}}$ किसके बराबर होगा? (a)

- $\frac{2}{1}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

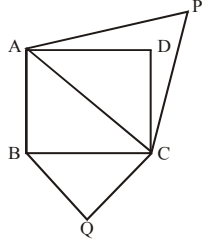
व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

माना वर्ग की भुजा = a

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \text{भुजा} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{2} a$$

$$\therefore \Delta QBC \sim \Delta PAC$$

$$\therefore \frac{\Delta QBC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta PAC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{BC^2}{AC^2} \\ = \frac{a^2}{(a\sqrt{2})^2} \\ = \frac{a^2}{a^2 \times 2} = \frac{1}{2}$$



386. सरल रेखा में $2x=6$ का ग्राफ कैसा है?

- (a) x अक्ष के समांतर
- (b) y अक्ष के समांतर
- (c) मूल बिंदु पर लंबवत
- (d) मूल बिंदु से होकर गुजरता हुआ

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

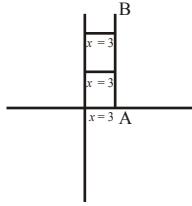
उत्तर—(b)

व्याख्या— $2x=6$

या $x=3$

अतः स्पष्ट है कि $x=3$

y अक्ष के समांतर होगा।



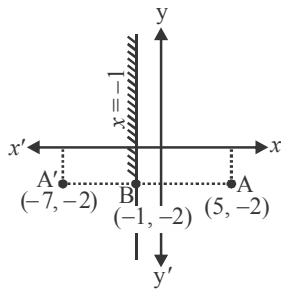
387. रेखा $x=-1$ में बिंदु $(5, -2)$ का प्रतिबिंब क्या होगा?

- (a) $(-7, -2)$
- (b) $(5, 0)$
- (c) $(7, -2)$
- (d) $(5, 2)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—



$$\therefore \text{रेखा } x=-1 \text{ में बिंदु } (5, -2) \text{ का प्रतिबिंब} = [-5-1-1, -2] \\ = (-7, -2)$$

Trick— माना बिंदु A(5, -2) के प्रतिबिंब का निर्देशांक $A'(\alpha, \beta)$ हैं।

$$\therefore \frac{\alpha+5}{2} = -1 \Rightarrow \alpha+5 = -2 \Rightarrow \alpha = -7$$

$$\text{तथा } \frac{\beta-2}{2} = -2 \Rightarrow \beta-2 = -4 \Rightarrow \beta = -2$$

\therefore रेखा $x=-1$ में बिंदु $(5, -2)$ का प्रतिबिंब $(-7, -2)$ होगा।

388. रेखा $y=2$ में बिंदु $(5, -1)$ का प्रतिबिंब क्या है?

- (a) $(5, -5)$
- (b) $(-5, -5)$
- (c) $(5, 5)$
- (d) $(-5, 5)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दी गई रेखा का समी.

$$y=2 \quad \dots(i)$$

माना बिंदु $(5, -1)$ का प्रतिबिंब (α, β) है।

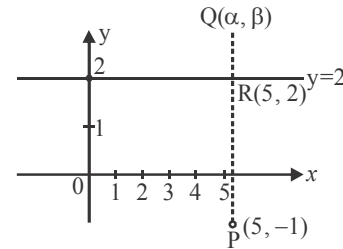
तथा बिंदु R, बिंदु P तथा Q का मध्य बिंदु होगा।

इसलिए बिंदु R का निर्देशांक $(5, 2)$ होगा।

$$\therefore 5 = \frac{5+\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 5$$

$$2 = \frac{\beta-1}{2} \Rightarrow \beta = 5$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (5, 5)$$



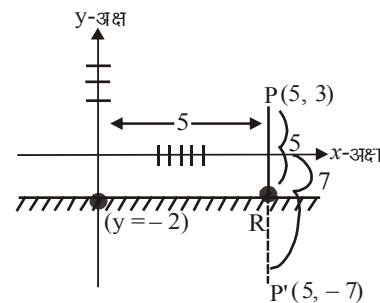
389. रेखा $y=-2$ में बिंदु $(5, 3)$ का प्रतिबिंब क्या है?

- (a) $(-9, 3)$
- (b) $(-5, -7)$
- (c) $(-9, -3)$
- (d) $(5, -7)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—



स्पष्ट है रेखा $y=-2$ में बिंदु $P(5, 3)$ का प्रतिबिंब $P'(5, -7)$ होगा।

Trick-

माना बिंदु $(5, 3)$ का प्रतिबिंब (α, β) है।

\therefore रेखा के कटान बिंदु के निर्देशांक $R(5, -2)$ होंगे।

$$\therefore 5 = \frac{\alpha + 5}{2} \Rightarrow \alpha = 10 - 5 = 5$$

$$\text{तथा } -2 = \frac{\beta + 3}{2} \Rightarrow \beta = -4 - 3 = -7$$

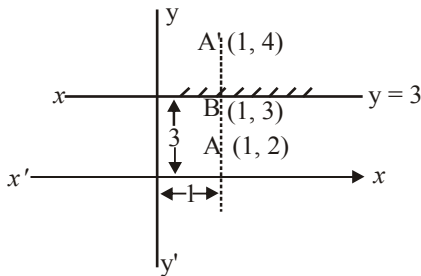
$$\therefore (\alpha, \beta) = (5, -7)$$

390. रेखा $y = 3$ में बिंदु $(1, 2)$ का प्रतिबिंब क्या है?

- (a) $(1, -4)$ (b) $(1, 4)$
(c) $(-1, -4)$ (d) $(-1, 4)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या-

बिंदु A के निर्देशांक $= (1, 2)$

अतः रेखा $y = 3$ के सापेक्ष बिंदु A $(1, 2)$ के प्रतिबिंब $A'(1, 4)$ होंगे।

Trick-

माना A $(1, 2)$ व $A'(\alpha, \beta)$ तथा मध्य बिंदु R $(1, 3)$ रेखाखंड के निर्देशांक हैं।

$$\therefore 1 = \frac{1 + \alpha}{2} \Rightarrow 1 + \alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\text{तथा } 3 = \frac{2 + \beta}{2} \Rightarrow \beta + 2 = 6 \Rightarrow \beta = 4$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (1, 4)$$

अतः बिंदु $(1, 2)$ के रेखा $y = 3$ के सापेक्ष बिंदु के प्रतिबिंब $(1, 4)$ होंगे।

391. x-अक्ष पर बिंदु $(-0.5, 6)$ का प्रतिबिंब क्या है?

- (a) $(0.5, -6)$ (b) $(-6, 0.5)$
(c) $(6, -0.5)$ (d) $(-0.5, -6)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(d)

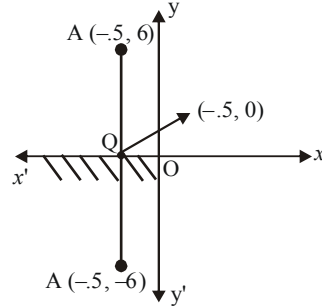
व्याख्या- माना बिंदु A $(-0.5, 6)$ तथा प्रतिबिंब बिंदु के निर्देशांक $A'(\alpha, \beta)$ हैं।

$$\frac{\alpha + (-0.5)}{2} = -0.5 \text{ (चित्र से)}$$

$$\alpha - 0.5 = -1.0$$

$$\alpha = -1.0 + 0.5$$

$$\alpha = -0.5$$



$$\text{तथा } \frac{6 + \beta}{2} = 0 \Rightarrow \beta + 6 = 0 \Rightarrow \beta = -6$$

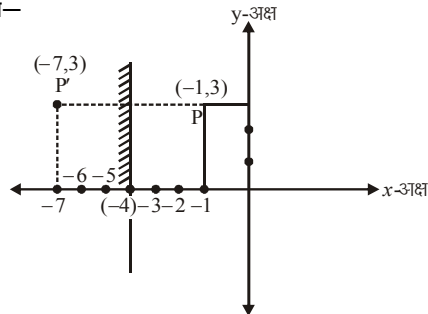
अतः प्रतिबिंब बिंदु के निर्देशांक $(\alpha, \beta) = (-0.5, -6)$ है।

392. रेखा $x = -4$ में बिंदु $(-1, 3)$ का प्रतिबिंब क्या है?

- (a) $(-7, -3)$ (b) $(-7, 3)$
(c) $(7, -3)$ (d) $(7, 3)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या-

बिंदु P $(-1, 3)$ का रेखा $x = -4$ में प्रतिबिंब P' $(-7, 3)$ होगा।

393. रैखिक समीकरण $239x - 239y + 5 = 0$ और x-अक्ष के ग्राफ के बीच कोण कितने अंश का होगा?

- (a) 0° (b) 60° (c) 30° (d) 45°

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर-(d)

व्याख्या- रैखिक समी. $239x - 239y + 5 = 0$

दोनों पक्षों में 239 से भाग देने पर

$$\frac{239x}{239} - \frac{239y}{239} + \frac{5}{239} = 0$$

$$\text{अथवा } x - y = -\frac{5}{239}$$

$$\text{या } y - x = \frac{5}{239}$$

$$\therefore y = x + \frac{5}{239} \dots\dots\dots(i)$$

$y = m_1 x + C_1$ से तुलना करने पर

$$m_1 = 1$$

पुनः x -अक्ष का ग्राफ

$$y = 0$$

$$\text{या } y = 0 \times x + 0$$

पुनः तुलना करने पर

$$y = m_2 x + C \text{ से}$$

$$m_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दो रेखाओं के बीच का कोण, } \tan \theta &= \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \\ &= \frac{1 - 0}{(1 + 1 \times 0)} \\ &= \frac{1}{1 + 0} = 1 \\ \tan \theta &= \tan 45^\circ \quad (\because \tan 45^\circ = 1) \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

394. $x = 0$, $2x + 3y = 6$ और $x + y = 3$ समीकरण ग्राफों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है—

- (a) 3 वर्ग यूनिट (b) $4\frac{1}{2}$ वर्ग यूनिट
(c) $1\frac{1}{2}$ वर्ग यूनिट (d) 1 वर्ग यूनिट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया गया समी.

$$x = 0 \text{(i)}$$

$$2x + 3y = 6 \text{(ii)}$$

$$x + y = 3 \text{(iii)}$$

$x = 0$ समी. (ii) में रखने पर

$$2 \times 0 + 3y = 6$$

$$y = 2$$

$x = 0$ समी. (iii) में रखने पर

$$0 + y = 3$$

$$\therefore y = 3$$

समी (ii) और समी. (iii) को हल करने पर

$$x = 3$$

\therefore ग्राफ में बना त्रिभुज ABP है।

$\therefore \Delta ABP$ का क्षेत्रफल

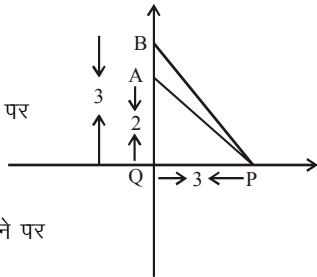
$$= \Delta QBP \text{ का क्षेत्रफल} - \Delta QAP \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times QB \times QP - \frac{1}{2} \times QA \times QP \quad (\because QP = 3)$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{6}{2}$$

$$= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ वर्ग यूनिट}$$



395. बिंदु A रेखाखंड BC को 4 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

B के निर्देशांक (6, 1) और C के $(\frac{7}{2}, 6)$ हैं। बिंदु A के निर्देशांक क्या हैं?

- (a) (4, 3) (b) (4, 5)
(c) (2, 5) (d) (3, 5)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— यदि बिंदु A रेखाखंड BC को $m_1 : m_2$ अनुपात में विभाजित करता है जहाँ B के निर्देशांक (x_1, y_1) तथा C के (x_2, y_2) हैं, तो A के निर्देशांक $(x, y) \Rightarrow$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$\text{तथा } y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

प्रश्नानुसार, A के निर्देशांक

$$x = \frac{4 \times \frac{7}{2} + 1 \times 6}{4 + 1} = \frac{20}{5} = 4$$

$$y = \frac{4 \times 6 + 1 \times 1}{4 + 1} = \frac{25}{5} = 5$$

अतः A के निर्देशांक (4, 5) हैं।

396. ऋजुरेखा $y = 3x$ को किस बिंदु से गुजरना होगा?

- (a) (0, 1) (b) (2, 0)
(c) (0, 0) (d) (1, 2)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— ऋजुरेखा का समी. $y = 3x$

x अक्ष पर ऋजुरेखा का समी. $y = 0$

$\therefore y = 0$ समी. में रखने पर

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

अतः ऋजुरेखा $y = 3x$ को बिंदु (0, 0) से गुजरना होगा।

397. PQRS समांतर चतुर्भुज में P कोण Q का चार गुना है, तो $\angle R$ का माप क्या है?

- (a) 130° (b) 72°
(c) 144° (d) 36°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— समांतर चतुर्भुज PQRS में माना $\angle Q = x$

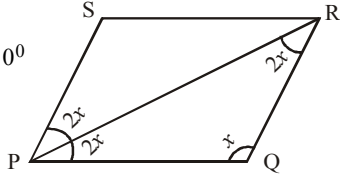
$\therefore \angle P = 4x$ (प्रश्न से)

\therefore समांतर चतुर्भुज के विकर्ण आसने सामने के कोणों को समद्विभाजित

करता है तथा समांतर चतुर्भुज में आमने-सामने के कोण समान होते हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \Delta PQR \text{ में} \\ \angle P + \angle Q + \angle R &= 180^\circ \\ 2x + x + 2x &= 180^\circ \\ 5x &= 180^\circ \\ x &= 36^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{समांतर चतुर्भुज PQRS में} \\ \angle R &= \angle P \\ \angle R &= 4x \\ R &= 4 \times 36 = 144^\circ \end{aligned}$$



398. एक वृत्त चतुर्भुज ABCD की चार भुजाओं को स्पर्श करता है। $\frac{(AB+CD)}{CB+DA}$ का मान किसके बराबर है?

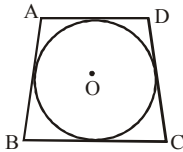
- (a) $\frac{1}{3}$ (b) 1
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार चतुर्भुज ABCD बनाने पर



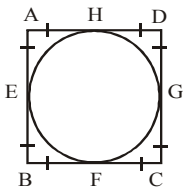
O केंद्र के वृत्त की परिधि चारों भुजाओं को स्पर्श करती है।
 \therefore चतुर्भुज के नियम से आमने-सामने की भुजाओं का योगफल समान होगा अर्थात्
 $AB + CD = CB + DA$

$$\therefore \frac{(AB+CD)}{CB+DA} = 1$$

Trick—

माना चतुर्भुज की रेखा AB, BC, CD, DA क्रमशः E, F, G, H पर वृत्त को स्पर्श करती है।

\therefore एक ही बिंदु से वृत्त पर डाली गई स्पर्श रेखा की माप समान होती है।



$$\begin{aligned} \text{अतः } AE &= AH \dots\dots\dots (i) \\ BE &= BF \dots\dots\dots (ii) \\ CG &= CF \dots\dots\dots (iii) \end{aligned}$$

$$GD = DH \dots\dots\dots (iv)$$

समी. (i), (ii), (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$$AE + BE + CG + GD = AH + BF + CF + DH$$

$$AB + CD = AD + BC$$

$$= \frac{AB + CD}{CB + DA} = 1$$

399. ABCD एक चक्रीय समलंब (ट्रैपेज़ियम) है जिसमें $AD \parallel BC$ है। यदि $\angle A = 105^\circ$ हो, तो अन्य तीन कोण क्या होंगे?

- (a) $\angle B = 75^\circ, \angle C = 75^\circ, \angle D = 105^\circ$
(b) $\angle B = 105^\circ, \angle C = 75^\circ, \angle D = 75^\circ$
(c) $\angle B = 75^\circ, \angle C = 105^\circ, \angle D = 75^\circ$
(d) $\angle B = 105^\circ, \angle C = 105^\circ, \angle D = 75^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

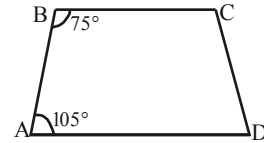
चतुर्भुज ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, $AD \parallel BC$ हैं।

तथा $\angle A = 105^\circ$

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ ($\because AD \parallel BC$ एवं तिर्यक रेखा AB उन्हें काट रही है। अतः एक ही तरफ बने कोणों का योगफल 180° होता है)

$$\text{या } \angle B = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\text{या } \angle B = 75^\circ$$



$\angle A + \angle C = 180^\circ$ (\because चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण संपूरक होते हैं)

$$\text{या } \angle C = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$ (\because चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योगफल 180° होता है)

$$\text{या } \angle D = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$\text{अतः } \angle A = \angle D = 105^\circ \text{ एवं } \angle B = \angle C = 75^\circ$$

400. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की एक भुजा AB को E तक इस तरह बढ़ाया जाता है कि $BE = AB$ हो जाए। तब DE भुजा यदि BC को Q पर काटती हो, तो Q बिंदु BC भुजा को किस अनुपात में विभाजित कर देगा?

- (a) 1 : 2 (b) 1 : 1
(c) 2 : 3 (d) 2 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार निम्न चित्र बनेगा

ΔBEQ एवं ΔDCQ से—

$$BE = DC \quad (\because BE = AB = DC)$$

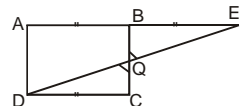
$$\angle BQE = \angle DQC \quad (\text{शीर्षाभिमुख कोण हैं})$$

$$\angle BEQ = \angle CDQ \quad (\text{एकान्तर कोण})$$

$$\text{अतः } \Delta BEQ \cong \Delta DCQ$$

$$\text{अतः } BQ = QC$$

अतः Q बिंदु BC भुजा को 1:1 के अनुपात में विभाजित करेगा।

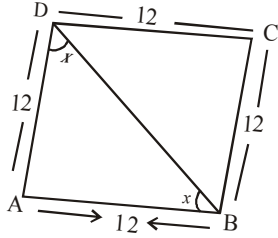


401. एक समचतुर्भुज ABCD में $\angle A = 60^\circ$ और $AB = 12$ सेमी. है, तो विकर्ण BD है—
 (a) $2\sqrt{3}$ सेमी. (b) 6 सेमी.
 (c) 10 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— समचतुर्भुज ABCD में $\angle A = 60^\circ$
 \therefore समचतुर्भुज की चारों भुजाएं समान होती हैं।



- $\therefore AB = BC = CD = DA = 12$ सेमी.
 $\therefore \triangle ABD$ भुजा $AB = AD = 12$
 \therefore समान भुजा के सामने का कोण समान होता है।
 \therefore माना $\angle ABD = \angle ADB = x$
 $\therefore \triangle ABD$ में $\angle A + \angle B + \angle D = 180^\circ$
 $60^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$
 $2\angle x = 180^\circ - 60^\circ$
 $2\angle x = 120^\circ$
 $\angle x = 60^\circ$
 $\therefore \angle A = \angle B = \angle D = 60^\circ$
 \therefore त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होगा। क्योंकि समबाहु त्रिभुज में सभी कोण 60° का होता है।
 $\therefore AD = AB = BD = 12$
 अतः विकर्ण $BD = 12$ सेमी.

402. एक समद्विबाहु त्रैपीजियम का क्षेत्रफल 176 सेमी.² है और उसकी ऊंचाई, उसकी समांतर भुजाओं के योग की $\frac{2}{11}$ है। तदनुसार, यदि समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात $4 : 7$ हो, तो उसके विकर्ण की लंबाई कितनी होगी?

- (a) $\sqrt{168}$ सेमी. (b) $2\sqrt{147}$ सेमी.
 (c) $\sqrt{137}$ सेमी. (d) $2\sqrt{137}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समद्विबाहु त्रैपीजियम ABCD है तथा ऊंचाई AE है।

समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} (AD + BC) \times AE$

$$176 = \frac{1}{2} (4x + 7x) \times 11x \times \frac{2}{11}$$

$$(\text{माना } AD = 4x, BC = 7x, AE = 11x \times \frac{2}{11})$$

$$176 = \frac{11x}{2} \times \frac{11x}{11} \times 2$$

$$176 = 11x^2$$

$$x^2 = \frac{176}{11} = 16$$

$$x = 4 \text{ सेमी.} \dots\dots(i)$$

$$\therefore AD = 4x = 4 \times 4 = 16 \text{ सेमी. (i) से}$$

$$BC = 7x = 28$$

$$AE = \frac{11x}{11} \times 2 = 8$$

$$\therefore BE = FC$$

$$\therefore EF = BC - (BE + FC)$$

$$16 = 28 - (2BE)$$

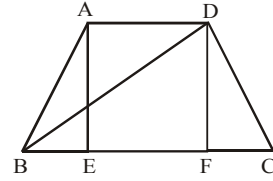
$$BE = \frac{12}{2} = 6 \therefore BF = 28 - 6 = 22$$

$$\therefore \text{विकर्ण} = BD$$

$$\therefore BD^2 = BF^2 + DF^2 = 22^2 + 8^2$$

$$= 484 + 64 = 548$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{137} \text{ सेमी.}$$



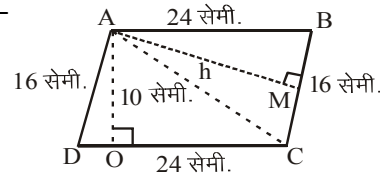
403. एक समान्तर चतुर्भुज ABCD की एक भुजा $AB = 24$ सेमी और दूसरी भुजा $AD = 16$ सेमी. है। भुजाओं AB तथा DC की दूरी 10 सेमी. है। तदनुसार AD तथा BC भुजाओं के बीच की दूरी कितनी होगी?

- (a) 16 सेमी. (b) 18 सेमी.
 (c) 15 सेमी. (d) 26 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या—



\therefore ABCD एक समान्तर चतुर्भुज जिसमें $AB \parallel DC$ तथा $AD \parallel BC$
 AB तथा DC के बीच की लंबवत दूरी 10 सेमी. है।

माना AD तथा BC के बीच की लंबवत दूरी = h

$$\triangle ADC \cong \triangle ABC$$

अर्थात् क्षेत्र. $\triangle ADC$ = क्षेत्र. $\triangle ABC$

$$\frac{1}{2} \times DC \times AO = \frac{1}{2} \times BC \times AM$$

$$DC \times AO = BC \times AM$$

$$\text{अतः } 24 \times 10 = 16 \times h$$

$$\therefore h = \frac{24 \times 10}{16}$$

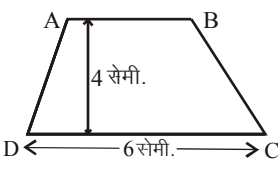
$$\text{अतः } h = 15 \text{ सेमी.}$$

404. किसी समलंब ABCD में $AB \parallel CD$, $AB < CD$, $CD = 6$ सेमी. और समांतर भुजाओं के बीच दूरी 4 सेमी. है। यदि ABCD का क्षेत्रफल 16 सेमी.² हो, तो AB का मान क्या होगा?

- (a) 1 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 8 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)
उत्तर—(b)

व्याख्या—



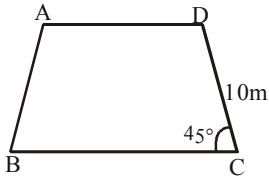
दिया है- ABCD का क्षेत्रफल = 16 सेमी.²

$$\therefore 16 = \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times (\text{समांतर भुजाओं का योग})$$

$$16 = \frac{1}{2} \times 4 \times (6 + AB)$$

या $8 = 6 + AB$
या $AB = 2$ सेमी.

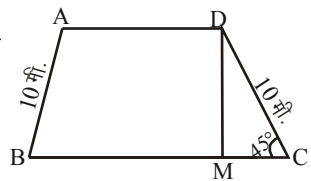
405. ABCD एक समलंब है जिसमें $AD \parallel BC$ और $AB = DC = 10$ मी. हो, तो AD से BC की दूरी ज्ञात कीजिए?



- (a) $10\sqrt{2}$ मी. (b) $4\sqrt{2}$ मी.
(c) $5\sqrt{2}$ मी. (d) $6\sqrt{2}$ मी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I&III-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या—



D से BC पर लंब DM खींचा।
ΔDMC में

$$\sin 45^\circ = \frac{DM}{CD}$$

या $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{DM}{10}$
या $DM = \frac{10}{\sqrt{2}}$
AD से BC की दूरी (DM) = $5\sqrt{2}$ मी.

406. ABCD एक समलंब है, जिसमें $AB \parallel DC$ है तथा $AB = 2$ CD है। इसके विकर्ण AC तथा BD परस्पर O पर मिलते हैं। तदनुसार, त्रिभुजों AOB तथा COD के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 1 : 4 (b) 1 : 2 (c) $1 : \sqrt{2}$ (d) 4 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— समलंब के विकर्ण एक दूसरे को 'O' पर काटते हैं।

$$\therefore \angle AOB = \angle DOC \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

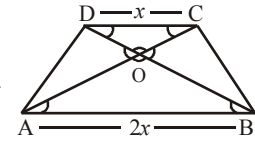
(समान त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होती है।)

$$\angle ODC = \angle OBA \text{ (एकान्तर कोण)}$$

$$\angle OCD = \angle OAB \text{ (एकान्तर कोण)}$$

$$\therefore \Delta AOB \sim \Delta COD$$

$$\therefore \frac{\Delta AOB \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta COD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AB^2}{DC^2}$$



$$= \frac{(2x)^2}{(x)^2} = \frac{4}{1}$$

$$= 4 : 1$$

407. ABCD एक समवतुर्भुज है। उसमें C से गुजरने वाली एक सरल रेखा AD को आगे बढ़ाकर P पर काटती है और AB को आगे बढ़ाकर Q पर काटती है। तदनुसार यदि $DP = \frac{1}{2} AB$ हो, तो BQ तथा AB की लंबाइयों का अनुपात कितना होगा?
- (a) 2 : 1 (b) 1 : 2 (c) 1 : 1 (d) 3 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore DP = \frac{1}{2} AB$

ΔCDP एवं CBQ से-

$$BC = CD$$

$$\angle CDP = \angle QBC$$

$$\angle P = \angle CQB$$

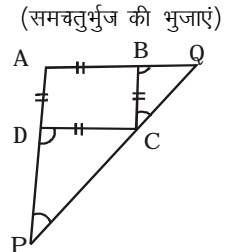
$$\therefore \Delta CDP \cong \Delta CBQ$$

$$\therefore DP = BQ$$

$$\therefore BQ = DP = \frac{AB}{2}$$

$$\therefore \frac{BQ}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow BQ : AB = 1 : 2$$

अतः विकल्प (b) सही उत्तर होगा।



408. दो सम बहुभुजों में भुजाओं की संख्या का अनुपात 5 : 6 है और उनके प्रत्येक आंतरिक कोणों का अनुपात 24 : 25 है। तदनुसार उन बहुभुजों की भुजाओं की संख्या वास्तव में कितनी है?

- (a) 20, 24 (b) 15, 18
(c) 10, 12 (d) 5, 6

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना भुजाएं $5x$ एवं $6x$ हैं।

अतः प्रश्न से—

$$\frac{(5x-2)180}{5x} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{(5x-2)6x}{(6x-2)5x} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{(5x-2)}{(6x-2)} = \frac{24 \times 5}{25 \times 6}$$

$$\frac{5x-2}{6x-2} = \frac{4}{5}$$

$$25x - 10 = 24x - 8$$

$$25x - 24x = 10 - 8$$

$$x = 2$$

$$\therefore \text{भुजाएं } 5x = 5 \times 2 = 10$$

$$6x = 6 \times 2 = 12$$

अतः भुजाएं क्रमशः 10 एवं 12 होंगी।

409. एक समांतर चतुर्भुज की निकटवर्ती भुजाएं 36 सेमी. तथा 27 सेमी. हैं। तदनुसार यदि उस चतुर्भुज की छोटी भुजाओं की दूरी 12 सेमी. हो, तो बड़ी भुजाओं की दूरी कितनी होगी?

- (a) 10 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 16 सेमी. (d) 9 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

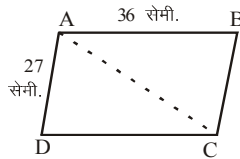
व्याख्या— माना बड़ी भुजाओं की दूरी x सेमी. है।

अतः प्रश्न से—

$$36 \times x = 27 \times 12$$

$$x = \frac{27 \times 12}{36} = 9 \text{ सेमी.}$$

अतः बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी = 9 सेमी.



410. एक समवर्तुभुज के प्रत्येक आंतरिक कोण का माप है—

- (a) 60° (b) 45°
(c) 120° (d) 100°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 14, 15

उत्तर—(c)

व्याख्या— n भुजाओं वाले समभुज का आंतरिक कोण $= \frac{(2n-4)90^\circ}{n}$

$$= \frac{(2 \times 6 - 4)90^\circ}{6}$$

$$= \frac{(12-4)90^\circ}{6} = 120^\circ$$

411. यदि पांच भुजाओं वाले किसी बहुभुज के अंतःकोण $2:3:3:3:5$ के अनुपात में हैं, तो सबसे छोटे कोण का माप है—

- (a) 20° (b) 30°
(c) 60° (d) 90°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— n भुजा के सभी अंतःकोणों का योग $= (n-2) \times 180^\circ$

$$\text{पांच-भुजाओं के सभी अंतःकोणों का योग} = (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

इनके अंतःकोणों का अनुपात $= 2:3:3:3:5$ है।

माना बहुभुज के अंतःकोण क्रमशः $2x, 3x, 3x, 3x$ तथा $5x$ हैं।

$$\text{अतः } 2x + 3x + 3x + 3x + 5x = 540^\circ$$

$$18x = 540^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

$$\text{सबसे छोटा कोण} = 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Trick— अभीष्ट सबसे छोटा कोण} = \frac{2}{18} \times 540^\circ$$

$$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

412. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसकी भुजा AB = 4 सेमी. है और $\angle ABC = 120^\circ$, तदनुसार उसके विकर्ण BD की लंबाई कितनी होगी?

- (a) 1 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 4 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— चित्र से—

$$\angle CBD = 60^\circ = \angle CDB$$

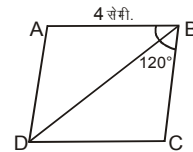
$$\therefore \angle BCD = 180 - 120 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 60^\circ$$

$$\text{अब त्रिभुज } ABD \text{ में } \angle ABD = \angle ADB = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

अतः $\triangle ABD$ एक समबाहु त्रिभुज हुआ।

$$\therefore BD = AB = AD = 4 \text{ सेमी.}$$



413. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 24 सेमी. और 10 सेमी. हैं। इस समचतुर्भुज की परिमाप (सेमी. में) है—

- (a) 68 (b) 65
(c) 54 (d) 52

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2006

S.S.C. (लोअर डिवीजन क्लर्क) परीक्षा, 2005

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है $AC = 24$ सेमी.

$BC = 10$ सेमी.

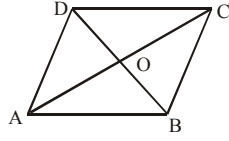
$$\therefore AO = \frac{AC}{2} = 12 \text{ सेमी.}$$

$$BO = \frac{BD}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

\therefore समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लम्बवत् एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

$$\therefore AB = \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = 13 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{परिमाप} = 13 \times 4 = 52 \text{ सेमी.}$$



414. एक समचतुर्भुज के चार कोणों में से एक कोण 60° का है। यदि समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई 8 सेमी. है तो लंबे विकर्ण की लंबाई क्या होगी?

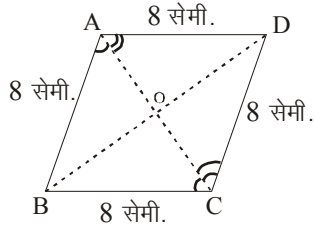
- (a) $8\sqrt{3}$ सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) $4\sqrt{3}$ सेमी. (d) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. C.P.O.(S.I.) परीक्षा, 2007

उत्तर—(a)

व्याख्या—



\therefore समचतुर्भुज की सभी भुजाएं समान होती हैं।

$\therefore \Delta ABC$ में $\angle BAC = \angle BCA$

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \angle ABC = 60^\circ$

अतः ΔABC समबाहु त्रिभुज हुआ।

$\therefore AC = AB = BC = 8$ सेमी.

\therefore चित्र के अनुसार समचतुर्भुज का बड़ा विकर्ण BD है।

\therefore समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं तथा एक-दूसरे पर लंबवत् होते हैं।

\therefore समकोण ΔBOC में

$$\angle OBC = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{4}{BO}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{BO}$$

$$\therefore BO = 4\sqrt{3}$$

$$\text{अतः } BD = 2 \times BO = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

415. एक समांतर चतुर्भुज की भुजाएं 60 मीटर और 40 मीटर हैं और उसका एक विकर्ण 80 मीटर लंबा है। उसका क्षेत्रफल कितना होगा?

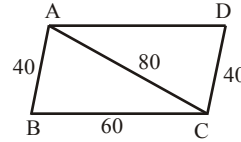
- (a) $600\sqrt{15}$ मीटर² (b) $400\sqrt{15}$ मीटर²
(c) $450\sqrt{15}$ मीटर² (d) $500\sqrt{15}$ मीटर²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(a)

व्याख्या—



समांतर चतुर्भुज ABCD में

भुजा $AB = 40$ मी.

भुजा $BC = 60$ मी.

तथा विकर्ण $AC = 80$ मी.

ΔABC में माना

$$a = 40, b = 60, c = 80$$

$$\Delta ABC \text{ का अर्ध परिमाप } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{40+60+80}{2} = 90 \text{ मी.}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{90(90-40)(90-60)(90-80)} \\ &= \sqrt{90 \times 50 \times 30 \times 10} \\ &= 300\sqrt{15} \text{ मी.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= 2 \times \text{क्षेत्रफल } \Delta ABC \\ &= 2 \times 300\sqrt{15} \\ &= 600\sqrt{15} \text{ मी.}^2 \end{aligned}$$

प्रकार-4

निर्देशांक ज्यामिति-आधारित

416. यदि $x = at^2$ और $y = 2at$ हो, तो-

- (a) $x^2 = 4ay$ (b) $y^2 = 4ax$
(c) $x^2 + y^2 = a^2$ (d) $x^2 - y^2 = a^2$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $y^2 = 4ax$ में प्रश्नानुसार दिया गया मान $x = at^2$ तथा $y = 2at$ संतुष्ट करता है

अर्थात् बायां पक्ष, दाहिने पक्ष के बराबर हो जाता है।

Trick— $x = at^2$ तथा $y = 2at$

परवलय $y^2 = 4ax$ का प्राचलिक समीकरण है।

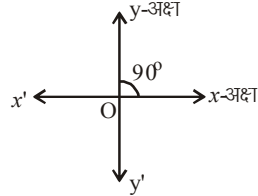
417. x -अक्ष और y -अक्ष के बीच के कोण का मान रेडियन में क्या होगा?

- (a) $\frac{\pi^c}{6}$ (b) $\frac{\pi^c}{3}$
(c) $\frac{\pi^c}{4}$ (d) $\frac{\pi^c}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore x$ अक्ष और y अक्ष के बीच का कोण $= 90^\circ$



$$\Rightarrow 90 \times \frac{x^c}{180} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^c$$

418. xy -तल में, P तथा Q दो ऐसे बिंदु हैं, जिनके निर्देशांक क्रमशः (2, 0) तथा (5, 4) हैं। तदनुसार, PQ त्रिज्या वाले वृत्त के क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान कितना होगा ?

- (a) 14π (b) 25π
(c) 16π (d) 32π

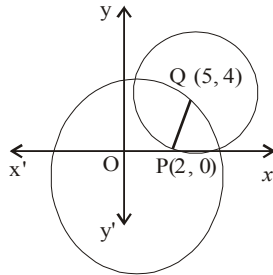
S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— बिंदु (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



\therefore बिंदु (2, 0) तथा (5, 4) के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(2-5)^2 + (0-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9+16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$PQ = 5 \text{ मात्रक}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \\ = \pi (5)^2 \\ = 25\pi$$

419. एक समकोण त्रिभुज की दो भुजाओं वाली ऋजु रेखाओं के समीकरण $y = x$ और $y = 0$ द्वारा दिए जाते हैं। निम्न में से तीसरी भुजा को निरूपित न कर सकने वाला समीकरण है—

- (a) $x = 5$ (b) $x = 2$
(c) $x = 0$ (d) $x = -3$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore y = 0$ (x अक्ष का समी. दर्शाता है)

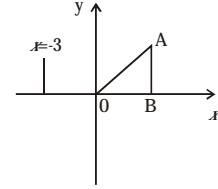
पुनः $y = x$

यदि $x = 0, 1, 2, 3 \dots\dots\dots$

तो $y = 0, 1, 2, 3 \dots\dots\dots$ है।

\therefore OAB पर $x = -3$ निरूपित

नहीं करता है।



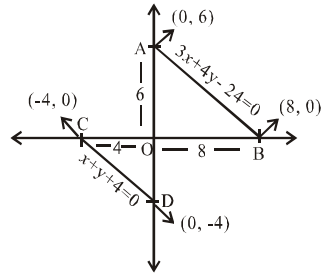
420. यदि $3x + 4y - 24 = 0$ का ग्राफ निर्देशांक अक्ष वाला त्रिभुज OAB बनाता है, यहाँ O मूल है और $x + y + 4 = 0$ का ग्राफ निर्देशांक अक्ष वाला त्रिभुज OCD बनाता है, तो ΔOCD का क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) ΔOAB के क्षेत्रफल का $\frac{1}{2}$
(b) ΔOAB के क्षेत्रफल का $\frac{2}{3}$
(c) ΔOAB का क्षेत्रफल
(d) ΔOAB के क्षेत्रफल का $\frac{1}{3}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या—



समी. $3x + 4y - 24 = 0$ का ग्राफ x अक्ष को $y = 0$ पर काटेगा

$\therefore 3x - 24 = 0$ या $x = 8$

इसी प्रकार y अक्ष पर काटेगा $x = 0$

$\therefore y = 6$

$\therefore \Delta OAB$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AO \times OB$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \dots\dots\dots(i)$$

पुनः समी. $x + y + 4 = 0$ का ग्राफ x को $y = 0$ पर काटेगा

$\therefore x = -4$ इसी प्रकार $y = -4$

$\therefore \Delta OCD$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times OC \times OD$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \dots\dots\dots(ii)$$

\therefore समी. (i) तथा समी. (ii) से

$$\Delta OCD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{3} \times \Delta OAB \text{ का क्षेत्रफल}$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

421. ऐसे त्रिकोण, जिसके ऊर्ध्व A (0,8), O (0, 0), और B (5, 0) हो, तो क्षेत्रफल क्या होगा?
 (a) 8 वर्ग यूनिट (b) 13 वर्ग यूनिट
 (c) 20 वर्ग यूनिट (d) 40 वर्ग यूनिट

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— त्रिभुज के शीर्षों को अक्षों पर व्यवस्थित करने पर

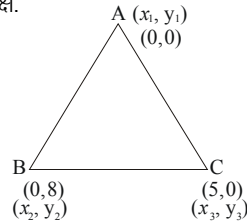
$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{लंब} \times \text{आधार} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

Trick—

माना ΔABC के शीर्षों के निर्देशांक

क्रमशः $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ एवं $C = (x_3, y_3)$ हैं।

$\therefore \Delta ABC$ का क्षेत्रफल



$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) - x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \text{ (सूत्र)}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [0(8 - 0) - 0(0 - 0) + 5(0 - 8)]$$

$$= \frac{1}{2} (|-40|) = \frac{1}{2} \times 40 = 20 \text{ वर्ग इकाई}$$

422. यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज के आधार की लंबाई $2x - 2y + 4z$ और उसका परिमाप $4x - 2y + 6z$ हो, तो प्रत्येक समभुजा की लंबाई कितनी होगी?

- (a) $x + y$ (b) $x + y + z$
 (c) $2(x + y)$ (d) $x + z$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—प्रश्नानुसार

समद्विबाहु त्रिभुज का आधार

$$= 2x - 2y + 4z$$

तथा परिमाप $= 4x - 2y + 6z$

माना कि त्रिभुज के एक भुजा की लंबाई p है।

\therefore समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप $= 2p +$ आधार

या $4x - 2y + 6z = 2p +$ आधार

या $4x - 2y + 6z -$ आधार $= 2p$

या $4x - 2y + 6z - 2x + 2y - 4z = 2p$

या $2x + 2z = 2p$

या $p = (x + z)$

423. एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक P (3, 4), Q (7, 4) और R (3, 8) हैं, समकोण P पर है। ΔPQR के लंबकेंद्र के निर्देशांक क्या हैं?

- (a) (5, 6) (b) (3, 4) (c) (7, 4) (d) (3, 8)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

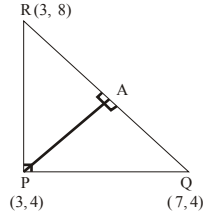
$$\text{व्याख्या— } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(7 - 3)^2 + (4 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{तथा } PR = \sqrt{(3 - 3)^2 + (8 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{16} = 4$$



\therefore समकोण त्रिभुज की भुजाएं PQ तथा PR समान हैं।

\therefore समकोण त्रिभुज का लंब केंद्र कर्ण का मध्य बिंदु होगा।

\therefore माना कर्ण का मध्य बिंदु = A

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ बिंदु के निर्देशांक} &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{7 + 3}{2}, \frac{4 + 8}{2} \right) \\ &= \left(\frac{10}{2}, \frac{12}{2} \right) = (5, 6) \end{aligned}$$

424. दो सम बहुभुजों की भुजाओं की संख्या का अनुपात 1 : 2 है। यदि पहले बहुभुज का प्रत्येक भीतरी कोण 120° है, तो दूसरे बहुभुज के प्रत्येक भीतरी कोण की माप है—

- (a) 140° (b) 135° (c) 150° (d) 160°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना पहले बहुभुज की भुजाओं की संख्या x है।

\therefore दूसरे बहुभुज की भुजाओं की संख्या $2x$ है।

\therefore प्रश्नानुसार

$$\frac{(2x - 4)90^\circ}{x} = 120^\circ$$

$$\frac{2x - 4}{x} = \frac{120}{90}$$

$$2 - \frac{4}{x} = \frac{12}{9}$$

$$2 - \frac{12}{9} = \frac{4}{x}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$$

\therefore दूसरे बहुभुज के भुजाओं की संख्या $= 2 \times 6 = 12$

\therefore दूसरे बहुभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण $= \left(\frac{2x - 4}{x} \right) \times 90^\circ$

$$= \left(\frac{2 \times 12 - 4}{12} \right) \times 90^\circ$$

$$= \frac{20}{12} \times 90^\circ = 150^\circ$$

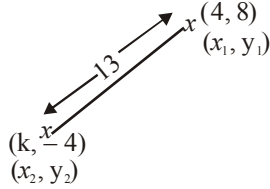
425. बिंदु (4, 8) और (k-4) के बीच की दूरी 13 है। k का मान क्या है?

- (a) 1 (b) 3
(c) -1 (d) -3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाली)
S.S.C. C.P.O. परीक्षा 2012

उत्तर-(c)

व्याख्या—



∴ दो बिंदुओं के बीच दूरी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (सूत्र)

$$13 = \sqrt{(k-4)^2 + (-4-8)^2}$$

$$(13)^2 = k^2 + 16 - 8k + (-12)^2$$

$$k^2 - 8k + 16 = 169 - 144$$

$$k^2 - 8k + 16 - 25 = 0$$

$$k^2 - 8k - 9 = 0$$

$$k^2 + k - 9k - 9 = 0$$

$$k(k+1) - 9(k+1) = 0$$

$$(k-9)(k+1) = 0$$

$$\therefore k-9=0 \Rightarrow k=9$$

$$\text{या } k+1=0 \Rightarrow k=-1$$

अतः विकल्पानुसार $k = -1$ होगा।

426. एक सम अष्टभुज का प्रत्येक अंतःकोण क्या होगा?

- (a) 120° (b) 108°
(c) 135° (d) 45°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर-(c)

व्याख्या— n भुजा वाले समबहुभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण

$$= \frac{(2n-4)90^\circ}{n} = \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ$$

$$\therefore \text{ समअष्टभुज का प्रत्येक अंतःकोण } = \frac{(2 \times 8 - 4)90}{8}$$

$$= \frac{12}{8} \times 90 = 135^\circ$$

427. बिंदु A (2, 1) रेखाखंड BC को 2 : 3 अनुपात में अंतःविभाजित करता है। B के निर्देशांक (1, -3) और C के निर्देशांक (4, y) हैं। y का मान क्या है?

- (a) 8 (b) -7
(c) -8 (d) 7

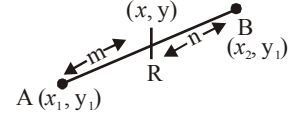
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाली)

उत्तर-(d)

व्याख्या— माना बिंदु R (x, y) रेखा AB को m : n के अनुपात में आंतरिक विभाजित करते हैं, तो

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{(m+n)}$$

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{(m+n)}$$



यहां पर, m = 2, n = 3

$$x_1 = 1, \quad y_1 = -3$$

$$x_2 = 4, \quad y_2 = y$$

$$x = 2, \quad y = 1$$

$$1 = \frac{2y + 3(-3)}{5}$$

$$5 = 2y - 9$$

$$2y = 14$$

$$y = 7$$

अतः (d) विकल्प सही उत्तर है।

428. रेखा $2x + 5y = -6$ किस बिंदु पर x-अक्ष को काटती है?

- (a) (3, 0) (b) (0, 3)
(c) (-3, 0) (d) (0, -3)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाली)

उत्तर-(c)

व्याख्या— ∴ x अक्ष पर (y = 0)

$$\therefore 2x + 5(0) = -6$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

$$\text{अतः } x = -3, y = 0$$

$$\therefore \text{ अतः बिंदु } (-3, 0)$$

429. $2x + 3y = -6$ रेखा के लिए अभिलंब और y-प्रतिच्छेद 3 होने वाली रेखा के समीकरण का क्या है?

- (a) $3x - 2y = 6$ (b) $3x - 2y = -6$
(c) $2x - 3y = -6$ (d) $2x - 3y = 6$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाली)

उत्तर-(b)

व्याख्या— दिए गए रेखा $2x + 3y = -6$ की ढलान $m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{3}$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ (जहां } m_2 \text{ अभिलंब रेखा की ढलान है)}$$

$$\therefore m_2 = -\frac{1}{\frac{-2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$y = mx + c \text{ में } m = m_2 = \frac{3}{2} \text{ रखने पर}$$

$$y = \frac{3}{2}x + c$$

$$3 = \frac{3}{2} \times 0 + c$$

∴ रेखा $y = 3$ पर प्रतिच्छेद करती है

∴ $y = 3$ तथा $x = 0$ अर्थात् प्रतिच्छेद बिंदु का निर्देशांक $(0, 3)$ होगा।

∴ $c = 3$

इस प्रकार दिए गए रेखा पर अभिलंब रेखा का समीकरण

$$y = \frac{3}{2}(x) + 3$$

$$\left(\because m = \frac{3}{2} \text{ के लंबवत रेखा की ढलान } m_2 = -\frac{2}{3} \text{ है} \right)$$

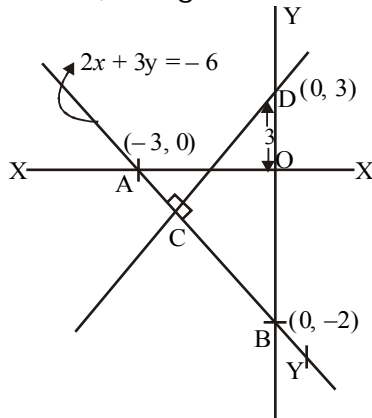
$$2y = 3x + 6$$

$$3x - 2y = -6$$

Trick—

दी हुई रेखा के समीकरण $2x + 3y = -6$ (i)

$$\therefore \text{ प्रवणता } (m_1) = \frac{-x \text{ के गुणांक}}{y \text{ के गुणांक}} = \frac{-2}{3}$$



रेखा (i) के लंबवत रेखा की प्रवणता $(m_2) = -\frac{1}{m_1}$

$$\therefore m_2 = \frac{3}{2}$$

∴ $m_2 = \frac{3}{2}$ बिंदु $(0, 3)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण—

$$(y - 3) = \frac{3}{2}(x - 0)$$

$$\therefore 3x - 2y = -6$$

430. बिंदु $(2, 3)$ और बिंदु $(-2, 1)$ को जोड़ने वाला रेखाखंड Y-अक्ष द्वारा किस अनुपात में विभाजित किया जाता है?

- (a) 1 : 2 (b) 1 : 1 (c) 3 : 1 (d) 2 : 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

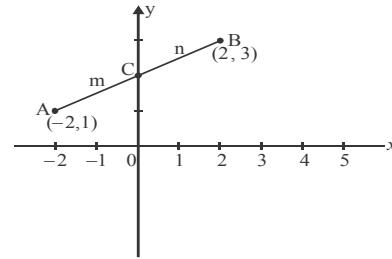
व्याख्या— रेखा AB जिस बिंदु पर y-अक्ष को काटेगी उस बिंदु का भुज (अर्थात् x निर्देशांक) शून्य होगा।

माना बिंदु $(2, 3)$ तथा $(-2, 1)$ को जोड़ने वाला रेखाखंड AB, y-अक्ष को m : n के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore \frac{2 \times m + (-2) \times n}{m + n} = 0$$

$$2m = 2n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{1} = 1 : 1$$



431. $(5, -1)$ और $(4, -4)$ बिंदुओं के माध्यम से गुजरने वाली रेखा के समानांतर रेखा की ढलान क्या है?

- (a) -3 (b) $-\frac{1}{3}$
(c) 3 (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिए गए बिंदुओं के माध्यम से गुजरने वाली रेखा की

$$\begin{aligned} \text{ढलान } (m_1) &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ (सूत्र)} \\ &= \frac{-4 - (-1)}{4 - 5} = \frac{-3}{-1} = 3 \end{aligned}$$

माना दिए गए बिंदुओं से जाने वाली रेखा के समानांतर रेखा की प्रवणता (m_2) है, तो

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 \text{ (सूत्र)} \\ \therefore m_2 &= 3 \end{aligned}$$

432. रेखा $2x - 5y = 12$ की ढलान क्या है?

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $-\frac{2}{5}$ (d) $-\frac{5}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दी गई रेखा का समीकरण

$$2x - 5y = 12$$

$$5y = 2x - 12$$

$$\therefore y = \frac{2}{5}x - \frac{12}{5}$$

रेखा के समी. $y = mx + c$ से तुलना करने पर,

$$\text{रेखा का ढलान } (m) = \frac{2}{5}$$

Trick—

माना दी हुई रेखा का समी. $ax + by = c$ है।

∴ इस रेखा का ढलान (प्रवणता) = $-\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$

$$= -\frac{a}{b} \text{ (सूत्र)}$$

∴ $2x - 5y = 12$ का ढलान (m) = $-\frac{2}{(-5)} = \frac{2}{5}$

433. S (-4, -1) और U (1, 4) बिंदुओं को जोड़ने वाले रेखाखंड को

बिंदु T (x, 0) किस अनुपात में विभाजित करता है?

- (a) 1 : 4 (b) 4 : 1
(c) 1 : 2 (d) 2 : 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बिंदु S (-4, -1) तथा बिंदु U (1, 4) को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिंदु T (x, 0), $m_1 : m_2$ के अनुपात में अंतःविभाजित करता है।

$$\begin{array}{c} \overleftarrow{m_1} \quad \overrightarrow{m_2} \\ S(-4, -1) \quad T(x, 0) \quad U(1, 4) \end{array}$$

∴ अन्तः खंड प्रमेय से—

$$0 = \frac{m_1 \times 4 + m_2 \times (-1)}{m_1 + m_2} \quad \left[\because y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$4m_1 - m_2 = 0 \Rightarrow 4m_1 = m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore m_1 : m_2 = 1 : 4$$

434. $2x - 3y = 6$ रेखा Y-अक्ष को किस बिंदु पर काटती है?

- (a) (0, 2) (b) (-2, 0)
(c) (2, 0) (d) (0, -2)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— y-अक्ष पर $x = 0$ रखने पर

$$2 \times 0 - 3y = 6$$

$$y = -2$$

अतः रेखा $2x - 3y = 6$, y-अक्ष को (0, -2) पर काटेगी।

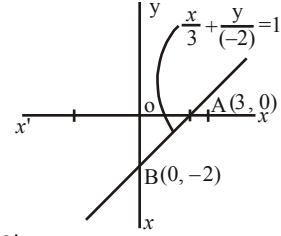
Trick—

दी हुई रेखा का समीकरण $2x - 3y = 6$

$$\therefore \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{(-2)} = 1 \dots\dots(i)$$

अतः चित्र से स्पष्ट है कि रेखा



(i) y-अक्ष को बिंदु B (0, -2)

पर काटेगी।

435. $ax + 5y = 8$ की ढलान $-\frac{4}{3}$ है। a का मान क्या है?

- (a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{3}{20}$
(c) $-\frac{20}{3}$ (d) $-\frac{3}{20}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया गया समीकरण $ax + 5y = 8$ में

$$\text{ढलान (m)} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$$

$$\therefore -\frac{4}{3} = \frac{-a}{5}$$

$$\therefore -a = \frac{-20}{3}$$

$$\therefore a = \frac{20}{3}$$

436. वह बिंदु कौन-सा है, जिस पर $2x + y = 5$ तथा $x + 2y = 4$ रेखाएं एक-दूसरे को काटती हैं?

- (a) (1, 2) (b) (2, 1)
(c) (5/2, 0) (d) (0, 2)

S.S.C. E.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— विकल्प (b) से बिंदु (2, 1) का मान समीकरण, (i) में रखने पर—

$$2x + y = 5$$

$$2 \times 2 + 1 = 5$$

$$4 + 1 = 5$$

$$5 = 5$$

जो रेखा (i) को संतुष्ट करता है। इसी प्रकार रेखा (ii) में बिंदु (2, 1) का मान रखने पर—

$$x + 2y = 4$$

$$2 + 2 \times 1 = 4$$

$$4 = 4$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

जो रेखा (ii) को संतुष्ट करता है। अतः बिंदु (2, 1) पर रेखाएं एक-दूसरे को काटती हैं।

Trick-

पहली रेखा का समीकरण $2x + y = 5$ (i)

दूसरी रेखा का समीकरण $x + 2y = 4$ (ii)

समी. (i) से

$$2x + y = 5$$

$$y = 5 - 2x$$

y का मान समी. (ii) में रखने पर

$$x + 2y = 4$$

$$x + 2(5 - 2x) = 4$$

$$x + 10 - 4x = 4$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

अब $x = 2$ समी. (i) में रखने पर

$$2 \times 2 + y = 5$$

$$y = 1$$

अतः रेखाएं (2, 1) पर प्रतिच्छेद करती हैं।

437. k के किस मान के लिए $kx + 2y = 2$ और $3x + y = 1$ समीकरणों की व्यवस्था सम्पाती होगी?

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना दो समी. $a_1x + b_1y + c = 0$ (i)

तथा $a_2x + b_2y + c = 0$ (ii)

तो सम्पाती मान के लिए

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\therefore kx + 2y = 2$$

$$kx + 2y - 2 = 0 \text{(iii)}$$

$$\text{तथा } 3x + y = 1$$

$$3x + y - 1 = 0 \text{(iv)}$$

$$\therefore \text{ सम्पाती मान के लिए } \frac{k}{3} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore k = 3 \times 2 = 6$$

438. (-2, 8) और (5, 7) बिंदुओं से गुजरने वाली रेखा

(a) केवल y-अक्ष को काटती है (b) दोनों अक्षों को काटती है
(c) किसी अक्ष को नहीं काटती (d) केवल x-अक्ष को काटती है

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— बिंदु (x_1, y_1) (x_2, y_2) से गुजरने वाली रेखा का समी.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

\therefore बिंदु (-2, 8), (5, 7) से गुजरने वाली रेखा का समी.

$$y - 8 = \frac{7 - 8}{5 - (-2)} \{x - (-2)\}$$

$$y - 8 = -\frac{1}{7} (x + 2)$$

$$7y - 56 = -(x + 2)$$

$$\therefore (x + 2) + 7y - 56 = 0$$

$$\therefore x + 7y - 54 = 0$$

$$\therefore x + 7y = 54$$

54 से भाग देने पर

$$\frac{x}{54} + \frac{y}{\left(\frac{54}{7}\right)} = 1$$

अतः स्पष्ट है कि (-2, 8) और (5, 7) x अक्ष और y अक्ष दोनों को काटती है।

439. $3x + 4y = 10$

$$-x + 2y = 0$$

के समीकरण का हल (a, b) है, तो a + b का मान क्या होगा?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $3x + 4y = 10$ (i)

$$-x + 2y = 0$$

$$\therefore x = 2y$$

\therefore x का मान समी. (i) में रखने पर

$$3 \times 2y + 4y = 10$$

$$6y + 4y = 10$$

$$10y = 10$$

$$y = 1$$

$$\therefore x = 2 \times 1 = 2$$

\therefore दोनों समी. के हल (2, 1) है।

प्रश्नानुसार

$$a = 2, b = 1$$

$$a + b = 2 + 1 = 3$$

440. हमेशा मूल बिंदु से गुजरने वाली ऋजु रेखा का व्यापक समीकरण है-

$$(a) ax + by + c = 0, c \neq 0$$

$$(b) ax + by = 0$$

$$(c) ax + c = 0, c \neq 0$$

$$(d) by + c = 0, c \neq 0$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— मूल बिंदु से गुजरने वाली ऋजु रेखा का व्यापक समी.

$$ax + by = 0$$

441. रैखिक समीकरण $3x - 2y = 6$ का ग्राफ x अक्ष को किस बिंदु पर काटता है?

$$(a) (2, 0)$$

$$(b) (2, -3)$$

$$(c) (0, -3)$$

$$(d) (0, 3)$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

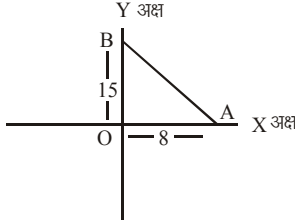
उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि रैखिक समी. $3x - 2y = 6$ का ग्राफ x -अक्ष पर काटेगा तो $y = 0$
 $\therefore 3x - 2 \times 0 = 6$
 $3x = 6$
 $x = 2$
 अतः रैखिक समी. $3x - 2y = 6$ का ग्राफ x -अक्ष को बिंदु $(2, 0)$ पर काटता है।

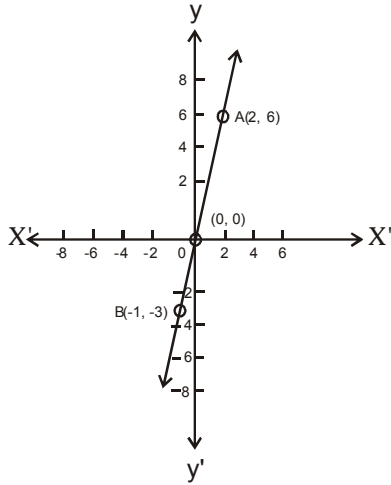
442. A भुज-8 वाले X-अक्ष पर बिंदु है और B भुजमान 15 वाले Y-अक्ष पर बिंदु है। की AB लंबाई कितनी है?
 (a) 19 यूनिट (b) 21 यूनिट
 (c) 17 यूनिट (d) 23 यूनिट
 S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर
 \therefore X-अक्ष और Y-अक्ष एक दूसरे पर लंबवत होते हैं।
 $\therefore \Delta OAB$ में
 $AB^2 = OA^2 + OB^2$
 $= 8^2 + 15^2$
 $AB^2 = 64 + 225$
 $AB^2 = 289$
 $AB = 17$ यूनिट



443. इस आलेख का समीकरण है—



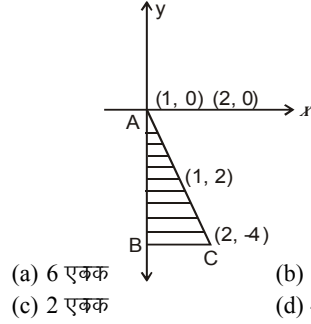
- (a) $y = x$ (b) $y = 3x$
 (c) $y = -x$ (d) $y = -3x$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— बिंदु A पर (x, y) के निर्देशांक $x = 2, y = 6$
 या $y = 3 \times x$ ($\because 2 \times 3 = 6$)
 $y = 3x$ (i)
 पुनः बिंदु B पर (x, y) के निर्देशांक $x = -1, y = -3$
 $\therefore y = -3 \times (-1) = (-3) \times (-1)$ ($\because -1 \times -3 = 3$)
 $y = 3x$ (ii)
 समी. (i) और समी. (ii) से स्पष्ट है कि आलेख का समी. $y = 3x$ है।

444. निम्न आलेख (ग्राफ) में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल है—



- (a) 6 एकक (b) 8 एकक
 (c) 2 एकक (d) 4 एकक

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना छायांकित क्षेत्र ABC जिसका आधार $AB = 4$ एकक तथा $BC = 2$ एकक है।
 \therefore छायांकित क्षेत्र एक समकोण त्रिभुज बनाता है।
 \therefore छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$ एकक

445. समीकरण $x + 2y + 9 = 0$; $5x - 4 = 0$; $2y - 13 = 0$; $2x - 3y = 0$ में मूल बिंदु से गुजरने वाली ऋजु रेखा का समीकरण है—

- (a) $2y - 13 = 0$ (b) $5x - 4 = 0$
 (c) $2x - 3y = 0$ (d) $x + 2y + 9 = 0$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— मूल बिंदु से गुजरने वाली रेखा का समी. $x = 0$ रखने पर $y = 0$ होगा या $y = 0$ रखने पर $x = 0$ होगा।
 \therefore सभी समी. में $x = 0$ में रखने
 $x + 2y + 9 = 0$
 $x = 0$ रखने पर $0 + 2y + 9 = 0$
 $2y = -9$
 $y = -\frac{9}{2}$
 तथा $5x - 4 = 0$, तो $x = \frac{4}{5}$
 $2y - 13 = 0$ या $y = \frac{13}{2}$
 $2x - 3y = 0$
 या $2 \times 0 - 3y = 0$ ($x = 0$ रखने पर)
 $3y = 0$
 $y = 0$
 $\therefore x = 0$ पर $y = 0$ है
 अतः मूल बिंदु से जाने वाली रेखा का समी. $2x - 3y = 0$ है।

446. सरल रेखा $4x + 3y = 12$, निम्न में किससे गुजरती है?

- (a) पहला, दूसरा तथा तीसरा चतुर्थांश
 (b) पहला, दूसरा तथा चौथा चतुर्थांश
 (c) दूसरा, तीसरा तथा चौथा चतुर्थांश
 (d) पहला, तीसरा तथा चौथा चतुर्थांश

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $4x + 3y = 12$ में $y = 0$ रखने पर

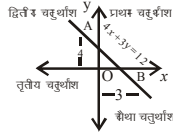
$$4x = 12 \therefore x = 3$$

इसी प्रकार समीकरण में $x = 0$ रखने पर

$$3y = 12 \therefore y = 4$$

\therefore किन्तु स्पष्ट है कि रेखा का समी.

पहले, दूसरे तथा चौथे चतुर्थांश में है।



प्रकार-5

विविध

447. एक वर्गाकार पतंग, जिसका विकर्ण 32 सेमी. है, 8 सेमी. आधार वाले एक समबाहु त्रिभुज से जोड़ी गई है। तदनुसार, उसे बनाने में लगभग कितना कागज इस्तेमाल हुआ होगा?

$$(\sqrt{3} = 1.732 \text{ मानकर})$$

- (a) 539.713 सेमी.² (b) 538.721 सेमी.²
(c) 540.712 सेमी.² (d) 539.217 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— वर्गाकार पतंग का विकर्ण = 32 सेमी.

$$\therefore \text{वर्गाकार पतंग की भुजा} = \frac{32}{\sqrt{2}} \text{ सेमी.}$$

$$= 16\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

\therefore वर्गाकार पतंग का क्षेत्रफल = भुजा का वर्ग

$$= 16\sqrt{2} \times 16\sqrt{2}$$

$$= 256 \times 2$$

$$= 512 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2$$

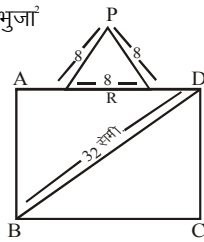
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{कुल क्षेत्रफल} = 512 + 16\sqrt{3}$$

$$= 512 + 16 \times 1.732$$

$$= 512 + 27.712$$

$$= 539.712 \text{ सेमी.}^2 (\text{लगभग})$$



448. एक वर्ग के विकर्ण की लंबाई 8 सेमी. है। उस वर्ग को परिगत करते हुए एक वृत्त खींचा गया है। तदनुसार, उस वृत्त तथा उस वर्ग के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल (सेमी.² में) कितना होगा?

- (a) $10\frac{2}{7}$ (b) $12\frac{2}{7}$ (c) $16\frac{2}{7}$ (d) $18\frac{2}{7}$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वर्ग ABCD जिसके परिगत वृत्त है जिसका केंद्र O है।

\therefore वृत्त की त्रिज्या = 4 सेमी.

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \text{भुजा}^2$$

$$= (4\sqrt{2})^2$$

$$= 32 \text{ सेमी.}^2$$

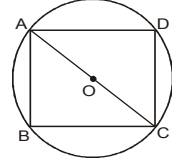
$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 4^2 = \frac{88}{7} \times 4$$

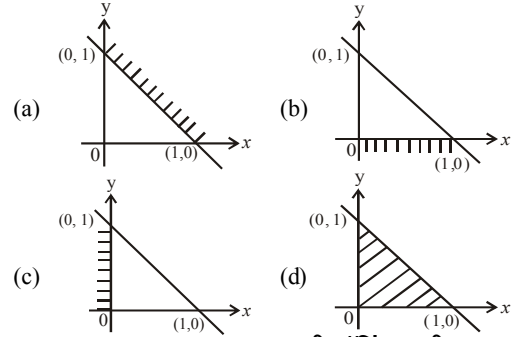
$$\therefore \text{शेष भाग का क्षेत्रफल} = \text{वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{वर्ग का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{88 \times 4}{7} - 32$$

$$= \frac{352 - 224}{7} = 18\frac{2}{7} \text{ सेमी.}^2$$



449. छायांकित चित्र द्वारा दर्शाया गया असमता $x \geq 0, y \geq 0$ $x + y \leq 1$ और का छायांकित ग्राफ है :



S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिए गए सर्व समिका का छायांकित भाग विकल्प (d) के समान होगा।

450. एक दीवार घड़ी की मिनट की सुई की लंबाई 7 सेमी. है। उसके द्वारा 30 मिनट में घेरा गया क्षेत्रफल है—

- (a) 77 सेमी.² (b) 210 सेमी.²
(c) 147 सेमी.² (d) 154 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore दीवार की घड़ी वृत्ताकार है।

\therefore 30 मिनट में सुई अर्द्ध वृत्ताकार होगा,

$$\therefore \text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2}$$

$$= \frac{154}{2} = 77 \text{ सेमी.}^2$$

451. उभयनिष्ठ केंद्र O वाले दो संकेंद्री वृत्त हैं और बाह्य वृत्त की जीवा AB भीतरी वृत्त का बिंदुओं C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। यदि केंद्र से जीवा की दूरी 3 सेमी. है, बाहरी त्रिज्या 13 सेमी. और भीतरी त्रिज्या 7 सेमी. है, तो AC की लंबाई (सेमी. में) है—

- (a) $8\sqrt{10}$ (b) $6\sqrt{10}$ (c) $4\sqrt{10}$ (d) $2\sqrt{10}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore केंद्र से जीवा (CD) की दूरी OE = 3 सेमी. है।
दिया है- OA = 13 सेमी., OC = 7 सेमी.

\therefore समकोण त्रिभुज OEA में

$$\begin{aligned} AE^2 &= AO^2 - OE^2 \\ &= 13^2 - 3^2 \\ &= 160 \end{aligned}$$

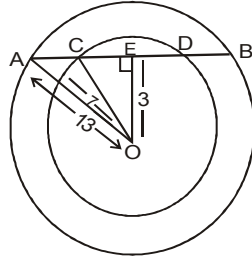
$\therefore AE = 4\sqrt{10}$ (i)

अब समकोण $\triangle OEC$ में

$$\begin{aligned} EC^2 &= OC^2 - OE^2 \\ EC^2 &= 7^2 - 3^2 \\ &= 49 - 9 \end{aligned}$$

$\therefore EC = 2\sqrt{10}$ (ii)

$$\begin{aligned} \therefore AC &= AE - EC \\ &= 4\sqrt{10} - 2\sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{10} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



452. एक वर्ग PQRS के भीतर एक समबाहु त्रिभुज TQR बनाया गया है। कोण PTS का मान डिग्री में है-

- (a) 120 (b) 150 (c) 75 (d) 90

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—

माना PQRS एक वर्ग है

यदि $\triangle TQR$ समबाहु है तो

$$\angle TQR = 60^\circ = \angle QRT = \angle RTQ$$

$$\therefore \angle PQT = 30^\circ$$

अब $\triangle PTQ$ में

$$PQ = QT$$

अतः $\angle QPT = \angle QTP = x$ (माना)

$\therefore \triangle PTQ$ में

$$30^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\therefore 2x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore 2x = 180^\circ - 30^\circ$$

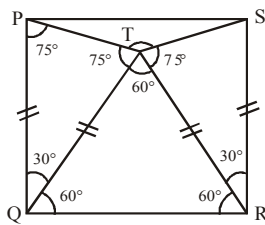
$$\therefore 2x = 150^\circ$$

$$\therefore x = 75^\circ = \angle QTP$$

इसी प्रकार

$$\angle RTS = 75^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{अतः } \angle PTS &= 360^\circ - (75^\circ + 75^\circ + 60^\circ) \\ &= 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ \end{aligned}$$



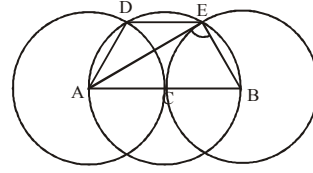
453. केंद्र A तथा B और त्रिज्या 2 यूनिट वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाहर से 'C' पर स्पर्श करते हैं। केंद्र 'C' और त्रिज्या '2' यूनिट वाला एक तीसरा वृत्त अन्य दो वृत्तों को D तथा E पर मिलता है, तो चतुर्भुज ABDE का क्षेत्रफल है-

- (a) $2\sqrt{2}$ वर्ग यूनिट (b) $3\sqrt{3}$ वर्ग यूनिट
(c) $3\sqrt{2}$ वर्ग यूनिट (d) $2\sqrt{3}$ वर्ग यूनिट

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—



केंद्र C वाले वृत्त का व्यास = AB

$$\therefore AB = (AC + BC) = 4, BE = 2$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore AE &= \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned} \quad (\because \text{अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है})$$

$$\begin{aligned} \text{अतः } \triangle AEB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\triangle DEA \text{ में } DE = AD = 2 \quad [\because AD = a, AE = b]$$

$$\therefore \triangle DEA \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} b \sqrt{4a^2 - b^2}$$

[जहां a दोनों समान भुजाएं हैं]

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DEA \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{4} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{16 - 12} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} b \sqrt{4a^2 - b^2} = \text{समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल}$$

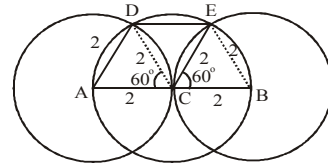
$$a = AD = AE \text{ तथा } b = AE$$

अतः चतुर्भुज ABED का क्षेत्रफल

$$= \triangle AEB \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle DEA \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ वर्ग यूनिट}$$

Trick—



चित्र से

$$AD = AC = CD = 2 \text{ यूनिट}$$

अतः $\triangle ADC$ समबाहु त्रिभुज है।

इसी प्रकार $\triangle BCE$ समबाहु त्रिभुज है।

$\triangle CDE$ में

$$\angle DCE = 180 - (\angle DCA + \angle BCE)$$

$$\angle DCE = 180 - 120$$

$$= 60^\circ$$

और $CD = CE = 2$ यूनिट

$$\angle CDE = \angle CED$$

$$\text{अतः } \angle CDE + \angle CED + \angle DCE = 180^\circ$$

$$2\angle CDE = 180 - 60$$

$$2\angle CDE = 120$$

$$\angle CDE = 60^\circ$$

अतः $\triangle CDE$ समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore DE = CD = CE = 2 \text{ यूनिट}$$

चतुर्भुज ABED का क्षेत्रफल = 3 \times समबाहु त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 = 3\sqrt{3} \text{ वर्ग यूनिट}$$

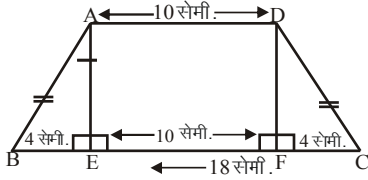
454. ABCD एक समलंब चतुर्भुज है, जिसमें $AB = CD$ तथा $AD \parallel BC$ है। $AD = 10$ सेमी. तथा $BC = 18$ सेमी. है। यदि ABCD का क्षेत्रफल 70 सेमी.² है, तो CD का मान (सेमी. में) क्या है ?

(a) 5 (b) $\sqrt{29}$ (c) $\sqrt{41}$ (d) 6

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर



$$\text{समलंब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (BC + AD) \times DF$$

$$\frac{1}{2} \times (18 + 10) \times DF = 70$$

$$14DF = 70$$

$$DF = 5 \text{ सेमी.}$$

समकोण $\triangle DFC$ में

$$CD = \sqrt{(DF)^2 + (FC)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 4^2}$$

$$\therefore CD = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \text{ सेमी.}$$

455. ABCD $AB \parallel DC$ और AB व्यास के वृत्त का एक चक्रीय समलंब है। यदि $\angle CAB = 30^\circ$ तो $\angle ADC$ कितना होगा ?

(a) 60° (b) 120° (c) 150° (d) 30°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore AB व्यास है

$\angle CAB = 30^\circ$ (ज्ञात है)

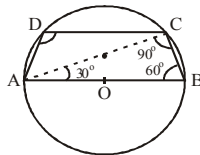
$\angle ACB = 90^\circ$ (अर्द्धवृत्त में बना कोण 90° होता है)

$\angle ABC = 180^\circ - (90 + 30)$

$\angle ABC = 60^\circ$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ$$

$$= 120^\circ$$



(\therefore चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है)

456. यदि A, B तथा C क्रमशः एक घन के शीर्षों, किनारों तथा फलकों की संख्या के द्योतक हों, तो $A + B + C$ कितना होगा ?

(a) 20 (b) 22 (c) 24 (d) 26

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— घन के शीर्षों की संख्या (A) = 8

घन के किनारों की संख्या (B) = 12

तथा घन के फलकों की संख्या (C) = 6

$$\text{अतः } A + B + C = 8 + 12 + 6 = 26$$

457. दो रेखा खंड PQ तथा RS एक-दूसरे को X पर इस तरह परिच्छेद करते हैं कि $XP = XR$, यदि $\angle PSX = \angle RQX$, तो हमें मिलेगा-

(a) $PR = QS$

(b) $PS = RQ$

(c) $\angle XSQ = \angle XRP$

(d) $(\angle PXR) = (\angle QXS)$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना रेखाखंड PQ एवं RS एक-दूसरे को X पर काटते हैं जिसमें $PX = RX$ अब PS एवं RQ को मिलाया। जिससे $\triangle PSX$ एवं $\triangle RQX$ का निर्माण हुआ।

दोनों त्रिभुजों की तुलना करने पर—

$PX = RX$ (दिया है)

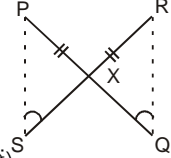
$\angle PSX = \angle RQX$ (दिया है)

तथा $\angle PXS = \angle RXQ$ (शीर्षाभिमुख कोण हैं)

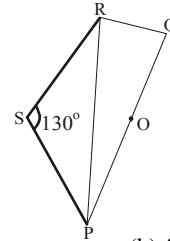
अतः $\triangle PSX$ एवं $\triangle RQX$ सर्वांगसम त्रिभुज हुए।

अतः दोनों त्रिभुज से $PS = RQ$

अतः विकल्प (b) सत्य है।



458. दी गई आकृति में, POQ व्यास है और PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle PSR = 130^\circ$, तो $\angle RPQ$ का मान क्या है ?



(a) 30°

(b) 40°

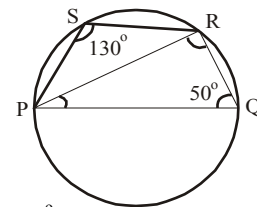
(c) 45°

(d) 35°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— चतुर्भुज के परिगत वृत्त बनाने पर



$$\therefore \angle PSR = 130^\circ$$

$$\therefore \angle PQR = 180^\circ - \angle PSR$$

$$= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$\therefore \triangle PQR$ अर्द्धवृत्त पर बना त्रिभुज है।

\therefore अर्द्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle PRQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle RPQ = 180^\circ - (\angle PQR + \angle PRQ)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ)$$

$$= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$