

प्रकार-1

घन और घनाभ-आधारित

1. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई का अनुपात 19 : 11 : 13 है। यदि लंबाई, ऊंचाई से 30 सेमी. अधिक है, तो घनाभ का आयतन (सेमी.³ में) कितना है ?
 (a) 81510 (b) 89665
 (c) 195300 (d) 339625

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना घनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई क्रमशः 19x, 11x, तथा 13x है।

प्रश्नानुसार

घनाभ की लंबाई – घनाभ की ऊंचाई = 30 सेमी.

$$\text{या } 19x - 13x = 30$$

$$x = 5 \text{ सेमी.}$$

 \therefore घनाभ की लंबाई (19x) = 19 × 5 = 95 सेमी.

घनाभ की चौड़ाई (11x) = 11 × 5 = 55 सेमी.

तथा घनाभ की ऊंचाई (13x) = 13 × 5 = 65 सेमी.

अतः घनाभ का आयतन = ल. × चौ. × ऊं.

$$= 95 \times 55 \times 65 = 339625 \text{ सेमी.}^3$$

2. यदि एक घन की भुजा 12 सेमी. है, तो घन का आयतन (सेमी.³ में) क्या है ?
 (a) 144 (b) 1728
 (c) 864 (d) 432

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी टैस्किंग परीक्षा, 17 सितंबर, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— घन का आयतन = (भुजा)³
 $= (12)^3$

$$= 12 \times 12 \times 12 = 1728 \text{ सेमी.}^3$$

3. एक घनाभ जिसकी भुजाएं 5 सेमी., 10 सेमी. तथा 20 सेमी. हैं, को पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है। घनाभ और घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल का क्या अनुपात होगा ?
 (a) 6 : 5 (b) 7 : 6
 (c) 11 : 10 (d) 9 : 7

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + hl)
 $= 2 (5 \times 10 + 10 \times 20 + 20 \times 5)$
 (जहां, l = 5 सेमी., b = 10 सेमी. तथा h = 20 सेमी.)
 $= 2 (50 + 200 + 100)$
 $= 700 \text{ सेमी.}^2$

घन का आयतन = घनाभ का आयतन

$$a^3 = l \times b \times h$$

$$= 5 \times 10 \times 20 = 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$a = 10 \text{ सेमी.}$$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6a²

$$= 6 \times 10^2 = 600$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{700}{600} = 7 : 6$$

4. एक घनाभ जिसकी भुजाएं 6 सेमी., 9 सेमी. तथा 32 सेमी. है, को पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है। घनाभ और घन के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का क्या अनुपात है ?
 (a) 93 : 71 (b) 108 : 113
 (c) 297 : 220 (d) 89 : 72

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— नए घन की भुजा = $\sqrt[3]{6 \times 9 \times 32}$

$$= \sqrt[3]{3 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

नए घन की भुजा (a) = 12 सेमी.

$$\therefore \frac{\text{घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{2(6 \times 9 + 9 \times 32 + 32 \times 6)}{6 \times (12)^2}$$

$$= \frac{54 + 288 + 192}{3 \times 144}$$

$$= \frac{534}{3 \times 144} = \frac{178}{144}$$

$$\therefore \frac{\text{घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{89}{72}$$

5. एक 6 मीटर लंबाई, 8 मीटर चौड़ाई और 20 मीटर ऊंचाई वाले कमरे में रखी जाने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई क्या है ?
 (a) $15\sqrt{5}$ (b) 20
 (c) 15 (d) $10\sqrt{5}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2004, 2006, 2010

उत्तर—(d)

व्याख्या— कमरे में रखी जाने वाली सबसे लंबी छड़ की लंबाई = कमरे के विकर्ण की लंबाई

$$\begin{aligned}\text{सबसे लंबी छड़ की लंबाई} &= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (8)^2 + (20)^2} \\ &= \sqrt{36 + 64 + 400} \\ &= \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \text{ मीटर}\end{aligned}$$

6. यदि एक घनाभ की लंबाई तथा चौड़ाई को 20% बढ़ाया जाए, तो उसकी ऊंचाई को कितना प्रतिशत कम किया जाना चाहिए जिससे कि उसका आयतन अपरिवर्तित रहे?

- (a) 40 (b) 44 (c) $30\frac{5}{9}$ (d) $33\frac{4}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पारी)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— लंबाई × चौड़ाई × ऊंचाई = आयतन

$$\begin{aligned}\text{पूर्व में} &\rightarrow 10 \times 10 \times 10 = 1000 \\ \text{परिवर्तित} &\rightarrow 12 \times 12 \times x = 1000\end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{1000}{144} = \frac{125}{18}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ऊंचाई में कमी} &= 10 - \frac{125}{18} \\ &= \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ऊंचाई में \% कमी} &= \left(\frac{\frac{55}{18}}{10} \times 100 \right) \% \\ &= \left(\frac{55}{18} \times 10 \right) \% \\ &= \frac{275}{9} \% = 30\frac{5}{9} \%\end{aligned}$$

7. यदि एक घन की भुजा को 10% से बढ़ाया जाता है, तो उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

- (a) 30 (b) 31.3 (c) 136.1 (d) 33.1

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 8 मार्च, 2018 (I-पारी)

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. जुलाई, 2017 (II-पारी)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना घन की भुजा 10 इकाई है।

$$\begin{aligned}\therefore \text{घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\ &= (10)^3 = 1000 \text{ घन इकाई}\end{aligned}$$

$$\text{घन की भुजा 10\% बढ़ाने पर} = 10 \times \frac{110}{100} = 11 \text{ इकाई}$$

$$\therefore \text{नए घन का आयतन} = (11)^3 \Rightarrow 1331 \text{ घन इकाई}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः घन के आयतन में \% वृद्धि} &= \frac{1331 - 1000}{1000} \times 100 \\ &= \frac{331}{10} = 33.1\%\end{aligned}$$

इस तरह देखें—

$$\text{भुजा} \times \text{भुजा} \times \text{भुजा} = \text{आयतन}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 11 \times 11 \times 11 = 1331$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{घन के आयतन में \% वृद्धि} &= \frac{1331 - 1000}{1000} \times 100 \\ &= \frac{331}{10} = 33.1\%\end{aligned}$$

8. एक घनाभ जिसकी भुजाएं 9 सेमी., 27 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया जाता है। घनाभ और घन के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का क्या अनुपात है?

- (a) 41 : 35 (b) 41 : 36
(c) 47 : 38 (d) 49 : 36

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पारी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— पिघलाए गए घनाभ से बने घन का आयतन (a^3)

$$= 9 \times 27 \times 24$$

$$a^3 = 5832$$

$$\therefore a = 18 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\text{घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{2(lb + bh + hl)}{6a^2}$$

$$= \frac{2(9 \times 27 + 27 \times 24 + 24 \times 9)}{6 \times 18 \times 18}$$

$$= \frac{2(243 + 648 + 216)}{6 \times 18 \times 18}$$

$$= \frac{1107}{6 \times 18 \times 9} = 41 : 36$$

9. एक 48 मी. लंबी और 31.5 मी. चौड़ी निम्न भूमि को 6.5 dm ऊंचा किया जाता है। इसके लिए मिट्टी को भूमि के पार्श्व में खोदे गए 27 मी. लंबे और 18.2 मी. चौड़े घनाकार विवर से निकाला जाता है। विवर की गहराई कितनी होगी?

- (a) 2.5 मी. (b) 2 मी.
(c) 3 मी. (d) 2.2 मी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना विवर की गहराई = h

प्रश्नानुसार

दोनों आकृति घनाकार हैं।

$$\therefore 48 \times 31.5 \times \frac{6.5}{10} = 27 \times 18.2 \times h \quad (\because 1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ मीटर})$$

$$\therefore h = \frac{48 \times 31.5 \times 6.5}{27 \times 18.2 \times 10} = 2 \text{ मीटर}$$

10. एक आयताकार समांतर षट्फलक के माप 2 : 2 : 1 के अनुपात में हैं और उसके संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 144 वर्ग सेमी. है। तदनुसार, उसका आयतन कितना होगा?
- (a) 72 घन सेमी. (b) 108 घन सेमी.
(c) 288 घन सेमी. (d) 144 घन सेमी.

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना आयताकार समांतर षट्फलक की भुजाएं क्रमशः $2x$, $2x$ और x हैं।

$$\begin{aligned}\therefore \text{षट्फलक का संपूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb + bh + hl) \\ 144 &= 2(2x \cdot 2x + 2x \cdot x + 2x \cdot x) \\ 144 &= 2(4x^2 + 2x^2 + 2x^2) \\ 144 &= 2(8x^2) \\ \therefore 16x^2 &= 144 \\ x^2 &= \frac{144}{16} = 9 \\ \therefore x &= 3 \\ \text{षट्फलक का आयतन} &= lbh \\ &= 2x \cdot 2x \cdot x \\ &= 4x^3 \\ &= 4(3)^3 = 108 \text{ घन सेमी.}\end{aligned}$$

11. 8 सेमी. \times 4 सेमी. \times 2 सेमी. आयाम वाले एक ठोस घनाभ को गलाकर 2 सेमी. की कोर वाले समान घनों में ढाला जाता है। इन समान घनों की संख्या कितनी होगी?
- (a) 8 (b) 4
(c) 10 (d) 16

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— अभीष्ट घनों की संख्या = $\frac{\text{घनाभ का आयतन}}{1 \text{ घन का आयतन}}$

$$\begin{aligned}&= \frac{8 \times 4 \times 2}{(2)^3} \\ &= \frac{64}{8} = 8\end{aligned}$$

12. एक घन के प्रत्येक पार्श्व को 25% घटा दिया जाता है। मूल घन और परिणामी घन के आयतन का अनुपात ज्ञात करें।
- (a) 27 : 64 (b) 64 : 27
(c) 8 : 1 (d) 64 : 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना घन की प्रत्येक पार्श्व कोर a है।

$$\begin{aligned}\therefore \text{घन का आयतन} &= a^3 \\ \text{घन की पार्श्वकोर 25\% घटाने पर नई पार्श्वकोर} \\ &= a \times \frac{(100 - 25)}{100} \\ &= \frac{75a}{100} = \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

$$\therefore \text{घन का नया आयतन} = \left(\frac{3}{4}a\right)^3 = \frac{27}{64}a^3$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{मूलघन और प्राप्त नया घन के आयतनों के बीच अनुपात} \\ &= a^3 : \frac{27}{64}a^3 \\ &= \frac{64}{64} : \frac{27}{64} \\ &= 64 : 27\end{aligned}$$

13. तीन संख्याएं 1 : 2 : 3 के अनुपात में हैं और उनके घनों का योग 4500 है। सबसे छोटी संख्या क्या है?

- (a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 10

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

तीन संख्या का अनुपात = 1 : 2 : 3

$$1x^3 + 8x^3 + 27x^3 = 4500$$

$$36x^3 = 4500$$

$$x^3 = \frac{4500}{36} = 125$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{125} = 5$$

14. एक समलंब घनाकार (घनाभ) बक्से के आधार का क्षेत्रफल 21 वर्ग सेमी. है और उसके एक फलक का क्षेत्रफल 30 वर्ग सेमी. है। तदनुसार, यदि इस बक्से की प्रत्येक विमा का संख्यात्मक मान पूर्णांक में, 1 से अधिक हो, तो उस समलंब घनाकार बक्से का आयतन कितने घन सेमी. होगा?

- (a) 210 (b) 630
(c) 105 (d) 120

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना घनाभ की लंबाई l , चौड़ाई b तथा ऊंचाई h है।

प्रश्नानुसार

$$l \times b = 21 = 3 \times 7 \dots\dots\dots(i)$$

$$b \times h = 30 = 3 \times 10 \dots\dots\dots(ii)$$

$$l, b, h > 1$$

\therefore समी. (i) और समी. (ii) से

$$b = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore l = 7 \text{ सेमी.}, h = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समलंब घनाकार बक्से का आयतन} = lbh$$

$$= 7 \times 3 \times 10$$

$$= 21 \times 10$$

$$= 210 \text{ घन सेमी.}$$

15. एक 15 मी. लंबी, 6 मी. ऊंची और 80 सेमी. चौड़ी दीवार ईंट, सीमेंट और रेत से निर्मित की जाती है जिसमें से 20% सीमेंट और रेत भरा जाता है। यदि प्रत्येक ईंट की विमा 30 सेमी. × 15 सेमी. × 8 सेमी. है, तो दीवार के निर्माण के लिए कुल कितनी ईंटों की आवश्यकता है?
- (a) 4000 (b) 8000
(c) 16000 (d) 4500

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(c)

व्याख्या— दीवार का आयतन = $15 \times 100 \times 6 \times 100 \times 80$
 \therefore ईंट का आयतन = कुल आयतन का $(100 - 20)\%$
 $= 80\%$
 $= \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ भाग
ईंटों की संख्या = $\frac{15 \times 100 \times 6 \times 100 \times 80 \times 4}{30 \times 15 \times 8 \times 5} = 16000$

16. पानी से पूरी तरह भरे हुए पानी के घनाकार टैंक से यदि 64 बाल्टी पानी निकाल लिया जाता है, तो $\frac{1}{3}$ टैंक पानी से भरा रहता है। टैंक की प्रत्येक भुजा की लंबाई 1.2 मी. है। माना कि सभी बाल्टियां समान माप की हैं, तो प्रत्येक बाल्टी में पानी का आयतन (लीटर में) कितना होगा?
- (a) 18 (b) 12
(c) 15 (d) 16

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— टैंक की प्रत्येक भुजा = 1.2 मीटर
 \therefore टैंक घनाकार है
 \therefore टैंक का आयतन = $(1.2)^3$
 $= 1.2 \times 1.2 \times 1.2$
 $= 1.728 \text{ मीटर}^3$
 $= 1.728 \times 1000 \text{ लीटर}$
 $= 1728 \text{ लीटर}$
 \therefore टैंक से निकाला गया पानी = $1728 - 1728 \times \frac{1}{3}$
 $= 1728 \left(1 - \frac{1}{3}\right)$
 $= 1728 \times \frac{2}{3} = 1152 \text{ लीटर}$
प्रश्न से
 \therefore 64 बाल्टी पानी = 1152 लीटर
1 बाल्टी पानी = $\frac{1152}{64} = 18 \text{ लीटर}$
अतः प्रत्येक बाल्टी पानी का आयतन = 18 लीटर

17. एक नदी जो 3 मी. गहरी और 40 मी. चौड़ी है 2 किमी. प्रति घंटे की गति से बह रही है। तदनुसार, उसका पानी सागर में एक मिनट में कितने लीटर गिरेगा?
- (a) 4,00,000 (b) 40,00,000
(c) 40,000 (d) 4,000

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— 1 घंटे में नदी द्वारा बहे पानी का आयतन
 $= 3 \times 40 \times 2 \text{ किमी.}$
 $= 3 \times 40 \times 2000 = 240000 \text{ घन मी.}$
 $= 240000 \times 1000 \text{ ली.}$
 \therefore 1 मिनट में नदी द्वारा सागर में गिरा पानी
 $= \frac{240000000}{60} = 4000000 \text{ ली.}$

18. एक हॉल 15 मीटर लंबा और 12 मीटर चौड़ा है। यदि उस हॉल के फर्श तथा छत के क्षेत्रफलों का योग उसकी चारों दीवारों के क्षेत्रफलों के बराबर हो, तो उस हॉल का आयतन कितने घन मीटर होगा?
- (a) 720 (b) 900
(c) 1200 (d) 1800

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्न से
 $2 \times (15 \times 12) = 2(15 + 12) \times \text{ऊंचाई}$
 $\text{ऊंचाई} = \frac{15 \times 12}{27}$
 $= \frac{20}{3} \text{ मीटर}$
 \therefore हॉल का आयतन = $15 \times 12 \times \frac{20}{3}$
 $= 1200 \text{ घन मीटर}$

19. 3.5 सेमी. भुजा वाले घन का आयतन (घन सेमी. में) ज्ञात करें।
- (a) 69.845 (b) 42.875
(c) 19.765 (d) 11.165

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 4 मार्च, 2018 (I-पार्टी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$
 \therefore 3.5 सेमी. भुजा वाले घन का आयतन = $(3.5)^3 \text{ घन सेमी.}$
 $= (3.5 \times 3.5 \times 3.5) \text{ घन सेमी.} = 42.875 \text{ घन सेमी.}$

20. 1.5 हेक्टेयर के मैदान में 5 सेमी. की वर्षा के पानी को जमा करने पर, उसका आयतन कितना क्यूबिक मीटर होगा?
- (a) 75 (b) 750
(c) 7500 (d) 75000

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $1.5 \text{ हेक्टेयर} = 1.5 \times 10000$
 $= 15000 \text{ वर्ग मी.}$
खेत में 5 सेमी. बर्फ के पानी को जमा करने पर पानी का आयतन
 $= 15000 \times \frac{5}{100} \text{ मी.}$
 $= 750 \text{ घन मी.}$

21. दो घनों के आयतन का अनुपात 8 : 125 है। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात है-
- (a) 4 : 25 (b) 2 : 75
(c) 2 : 15 (d) 4 : 15

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2001, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना दो घनों की भुजाएं क्रमशः a तथा b हैं।
प्रश्नानुसार

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{8}{125}$$

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{(2)^3}{(5)^3}$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore \text{पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात} = \frac{6a^2}{6b^2}$$

$$= \frac{6 \times 2^2}{6 \times 5^2} = \frac{4}{25}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = 4 : 25$$

22. तीन ठोस लोहे के घन, जिनकी भुजाएं 4 सेमी., 5 सेमी. तथा 6 सेमी. की हैं। एक साथ पिघलाकर एक नए घन में ढाले गए हैं। इस प्रक्रिया में खराब प्रबंधन के कारण 62 सेमी.³ पिघली हुई धातु गुम हो गई है। तदनुसार, नए बने घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने सेमी.² होगा?
- (a) 216 (b) 294
(c) 343 (d) 125

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore 4 सेमी., 5 सेमी. तथा 6 सेमी. की ठोस लोहे के घन बनाने में 62 सेमी.³ धातु गुम हो जाती है।

$$\therefore \text{नए घन का आयतन} = 4^3 + 5^3 + 6^3 - 62$$

$$= 64 + 125 + 216 - 62$$

$$= 405 - 62$$

$$= 343$$

$$\therefore \text{नए घन की भुजा} = \sqrt[3]{343} = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा नए घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6 \text{ भुजा}^2$$

$$= 6 \times 7^2$$

$$= 294 \text{ सेमी.}^2$$

23. एक घन के आयतन का उसके अंतःगोले का आयतन से अनुपात होगा—

- (a) 6 : π (b) 4 : π
(c) 5 : 3 π (d) 4 : 3

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005, 2008

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना घन की एक भुजा a है।

$$\therefore \text{घन का आयतन} = a^3$$

$$\text{अब घन के अंतःगोले का व्यास} = \text{घन की भुजा}$$

$$= a$$

$$\therefore \text{त्रिज्या} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3$$

$$= \frac{\pi a^3}{6}$$

$$\therefore \frac{\text{घन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{a^3}{\frac{\pi a^3}{6}} = 6a^3 : \pi a^3$$

$$= 6 : \pi$$

24. किसी कमरे में वायु का आयतन 204 मी.³ है। कमरे की ऊंचाई 6 मी. है। कमरे के फर्श का क्षेत्रफल क्या है?
- (a) 32 मी.² (b) 46 मी.²
(c) 44 मी.² (d) 34 मी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore कमरे का आयतन = घनत्व का आयतन

$$= l \times b \times h$$

(जहां l लंबाई, b चौड़ाई, h ऊंचाई है)

प्रश्नानुसार

$$204 = l \times b \times 6$$

$$\therefore l \times b = \frac{204}{6} = 34 \text{ मी.}^2$$

$$\therefore \text{कमरे के फर्श का क्षेत्रफल} = l \times b$$

$$\therefore \text{कमरे के फर्श का क्षेत्रफल} = 34 \text{ मी.}^2$$

25. प्रत्येक 216 मी.³ आयतन के तीन घन सिर-से-सिर मिले हुए हैं, तो परिणामी घनाकृति (ठोस) का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

- (a) 504 मी.² (b) 698 मी.²
(c) 432 मी.² (d) 216 मी.²

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—माना घन की भुजा a मीटर है।

$$\therefore a^3 = 216$$

$$a^3 = 6^3$$

$$a = 6 \text{ मीटर}$$

\therefore तीनों घन के सिरे एक-दूसरे से मिले हैं।

\therefore बनी आकृति घनाभ होगी

$$\text{तथा लंबाई} = 6 + 6 + 6 = 18 \text{ सेमी.}$$

$$\text{चौड़ाई} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\text{ऊंचाई} = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + hl)$$

$$= 2(18 \times 6 + 6 \times 6 + 6 \times 18)$$

$$= 2(108 + 36 + 108)$$

$$= 2 \times 252 = 504 \text{ मीटर}^2$$

26. यदि विमाओं a, b, c वाले घनाभ का आयतन V तथा इसका

संपूर्ण पृष्ठ S हो, तो $\frac{4}{5} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot V$ के पदों में बराबर होगा—

$$(a) \frac{8S}{5V}$$

$$(b) \frac{2S}{5V}$$

$$(c) \frac{4S}{5V}$$

$$(d) \frac{S}{5V}$$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(b)

व्याख्या— घनाभ की विमाएँ a, b, c हैं।

प्रश्नानुसार

$$\text{आयतन } V = a \cdot b \cdot c \dots\dots\dots (i)$$

सूत्र से

$$\text{संपूर्ण पृष्ठ } S = 2(ab + bc + ca) \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (ii) में (i) से भाग देने पर

$$\frac{S}{V} = \frac{2(ab + bc + ca)}{abc}$$

$$\frac{S}{V} = 2 \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\therefore \frac{S}{2V} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \dots\dots\dots (iii)$$

अब दोनों पक्षों में $\frac{4}{5}$ से गुणा करने पर

$$\frac{4}{5} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{4}{5} \left(\frac{S}{2V} \right)$$

$$\frac{4}{5} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{2S}{5V}$$

$$\text{अतः } \frac{4}{5} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot V \text{ के पदों में मान } \frac{2S}{5V} \text{ होगा।}$$

27. किसी घनाभ के तीन संलग्न तलों के पृष्ठीय क्षेत्रफल p, q, r हैं। उसका आयतन होगा—

$$(a) \sqrt{pq^2 + qr^2 + rp^2}$$

$$(b) \sqrt{pq} + \sqrt{qr} + \sqrt{rp} (p^2 + q^2 + r^2)$$

$$(c) \sqrt{(p^2 + q^2 + r^2)(p + q + r)}$$

$$(d) \sqrt{pqr}$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना घनाभ की लंबाई l ,

चौड़ाई b एवं ऊंचाई h है।

पुनः दिया है घनाभ के तीन संलग्न

तलों का क्षेत्रफल क्रमशः p, q एवं r है।

अतः पहले संलग्न तल का क्षेत्रफल $lb = p \dots\dots\dots (i)$

दूसरे संलग्न तल का क्षेत्रफल $bh = q \dots\dots\dots (ii)$

तीसरे संलग्न तल का क्षेत्रफल $lh = r \dots\dots\dots (iii)$

अब समी. (i), (ii) एवं (iii) के दोनों पक्षों का आपस में गुणा करने पर

$$lb \times bh \times lh = p \times q \times r$$

$$l^2 \times b^2 \times h^2 = pqr$$

$$(lbh)^2 = pqr$$

$$\therefore lbh = \sqrt{pqr}$$

$$lbh = \text{घनाभ का आयतन} = \sqrt{pqr}$$

28. एक लंबकोणिक समांतर षट्फलक के तीन फलकों के क्षेत्रफल क्रमशः 12 सेमी.², 20 सेमी.² तथा 15 सेमी.² हैं। तदनुसार, उसका आयतन कितने क्यूबिक सेंटीमीटर होगा?

$$(a) 3600$$

$$(b) 100$$

$$(c) 80$$

$$(d) 60$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore लंबकोणिक समांतर षट्फलक है। अतः माना इनकी भुजाएँ l, b तथा h हैं।

प्रश्नानुसार

$$lb = 12 \text{ सेमी.}^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$bh = 20 \text{ सेमी.}^2 \dots\dots\dots (ii)$$

$$hl = 15 \text{ सेमी.}^2 \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (i), समी. (ii) तथा समी. (iii) को आपस में गुणा करने पर

$$l^2 b^2 h^2 = 20 \times 15 \times 12$$

$$l^2 b^2 h^2 = 3600$$

$$lbh = 60 \text{ क्यूबिक सेमी.}$$

29. एक घन का पूर्ण पृष्ठ 150 सेमी.² है, तो घन का आयतन क्या होगा?

(a) 125 सेमी.³ (b) 216 सेमी.³
(c) 343 सेमी.³ (d) 512 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना घन की भुजा = a

$$\therefore \text{घन का संपूर्ण पृष्ठ} = 6a^2$$

प्रश्नानुसार

$$6a^2 = 150$$

$$a^2 \frac{150}{6} = 25$$

$$\therefore a = \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{घन का आयतन} = a^3 \\ = 5^3 = 125 \text{ सेमी.}^3$$

30. यदि एक घन का विकर्ण $\sqrt{12}$ सेमी. है, तो उसका आयतन (घन सेमी. में) क्या है?

(a) 8 (b) 12
(c) 24 (d) $3\sqrt{2}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2001

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

व्याख्या—घन का विकर्ण = $\sqrt{3} \times$ भुजा

$$\sqrt{12} = \sqrt{3} \times \text{भुजा}$$

$$\therefore \text{भुजा} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{आयतन} = \text{भुजा}^3 = 2^3 \\ = 8 \text{ घन सेमी.}$$

31. एक घन के एक फलक का परिमाण 20 सेमी. है। इसका आयतन कितना होगा?

(a) 625 सेमी.³ (b) 400 सेमी.³
(c) 100 सेमी.³ (d) 125 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना घन की भुजा = a सेमी.

$$\therefore \text{घन के एक फलक का परिमाण} = 2(a + a) \\ = 4a$$

प्रश्न से

$$4a = 20$$

$$a = \frac{20}{4} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 \\ = (5)^3 \\ = 125 \text{ सेमी.}^3$$

32. एक षट्फलक की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई 3 : 4 : 6 के अनुपात में है और इसका आयतन 576 सेमी.³ है। षट्फलक का पूरा पृष्ठ है—

(a) 216 सेमी.² (b) 324 सेमी.²
(c) 432 सेमी.² (d) 460 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना षट्फलक की लंबाई 3x, चौड़ाई 4x तथा ऊंचाई 6x है।

$$\therefore \text{षट्फलक का आयतन} = l \times b \times h$$

$$576 = 3x \times 4x \times 6x$$

$$\therefore 72x^3 = 576$$

$$x^3 = \frac{576}{72} = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8} = 2 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समष्टिफलक का संपूर्ण पृष्ठ} = 2(lb + bh + hl)$$

$$= 2(3x \times 4x + 4x \times 6x + 6x \times 3x)$$

$$= 2(12x^2 + 24x^2 + 18x^2)$$

$$= 2 \times 54x^2$$

$$= 108 \times 2^2$$

$$= 108 \times 4 = 432 \text{ सेमी.}^2$$

33. एक धातु की आयताकार चादर 40 सेमी. \times 15 सेमी. है। चारों कोनों से 4 सेमी. भुजा के समान वर्ग काटे गए हैं। शेष चादर को मोड़कर एक खुला आयताकार संदूक बनाया गया है। संदूक का आयतन होगा।

(a) 896 सेमी.³ (b) 986 सेमी.³
(c) 600 सेमी.³ (d) 916 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore चारों कोनों से 4 सेमी. भुजा का वर्ग काटकर संदूक बनाई जाती है।

$$\therefore \text{संदूक की लंबाई} = 40 - 4 - 4 \\ = 32 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{संदूक की चौड़ाई} = 15 - 4 - 4 \\ = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\text{संदूक की ऊंचाई} = 4 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{संदूक का आयतन} = 32 \times 7 \times 4 \\ = 896 \text{ सेमी.}^3$$

प्रकार-2

बेलन-आधारित

34. यदि बेलन की त्रिज्या में 20% की कमी की जाती है, तो उसकी ऊंचाई में कितने प्रतिशत की वृद्धि करनी चाहिए ताकि बेलन का आयतन समान रहे?

(a) 20 (b) 36.25
(c) 56.25 (d) 65

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाठ)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है।
तथा माना बेलन की ऊँचाई में x की वृद्धि हो जाती है।
प्रश्नानुसार

$$\pi r^2 h = \pi \left(\frac{80}{100} r \right)^2 \times (h + x)$$

$$\Rightarrow (80)^2 (h + x) = (100)^2 h \Rightarrow 64(h + x) = 100h$$

$$\Rightarrow \frac{h + x}{h} = \frac{100}{64} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{100}{64} - 1 \Rightarrow \frac{100 - 64}{64}$$

$$\Rightarrow x = \frac{36}{64} h \therefore x\% \text{ वृद्धि} = \frac{\left(\frac{36}{64} \times h \right) \times 100}{h} = \frac{9}{16} \times 100$$

$$x\% = \frac{9 \times 25}{4} = \frac{225}{4} = 56.25\%$$

अतः विकल्प (c) सही उत्तर है।

Trick—

माना बेलन की त्रिज्या = r तथा ऊँचाई = h

$$= \text{आयतन}$$

$$r \times r \times h = V$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

पूर्व $\rightarrow 10 \quad 10 \quad 10 = 1000$
परिवर्तित $\rightarrow 8 \quad 8 \quad x = 1000$

$$\therefore x = \frac{1000}{64} = 15.625$$

$$\therefore \text{ऊँचाई में अंतर} = 15.625 - 10 = 5.625$$

$$\therefore \text{ऊँचाई में \% वृद्धि} = \frac{5.625}{10} \times 100 = 56.25\%$$

35. 2 बेलनों के आयतन का अनुपात 7 : 3 है तथा उनकी ऊँचाई का अनुपात 7 : 9 है। यदि दूसरे बेलन के आधार का क्षेत्रफल 154 सेमी.² है, तो पहले बेलन की त्रिज्या (सेमी. में) क्या होगी?
- (a) $6\sqrt{2}$ (b) $6\sqrt{3}$
(c) $7\sqrt{2}$ (d) $7\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना दोनों बेलनों की त्रिज्या तथा ऊँचाई क्रमशः r_1, r_2 तथा h_1, h_2 हैं।
प्रश्नानुसार

$$\frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{7}{3} \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \times \frac{7}{9} = \frac{7}{3}$$

$$\left(\therefore \frac{h_1}{h_2} = \frac{7}{9} \text{ दिया है} \right)$$

$$\therefore \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 3 \quad \dots (i)$$

$$\text{दोनों बेलनों के आधारों के क्षेत्रफल का अनुपात} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$$

$$\therefore \text{दूसरे के आधार का क्षेत्रफल} = 154 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\therefore \pi r_2^2 = 154$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{154 \times 7}{22}} = \sqrt{7 \times 7} = 7 \text{ सेमी.}$$

r_2 का मान समी. (i) में रखने पर

$$\left(\frac{r_1}{7} \right)^2 = 3$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{7 \times 7 \times 3} \Rightarrow 7\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

अतः पहले के आधार की त्रिज्या $7\sqrt{3}$ सेमी. है।

36. एक बेलन जिसके आधार की त्रिज्या 7 सेमी. तथा ऊँचाई 15 सेमी. है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या होगा?
- (a) 814 (b) 616
(c) 968 (d) 780

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r (h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 (15 + 7)$$

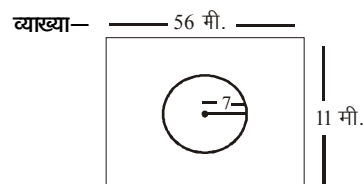
(जहाँ, $r = 7$ सेमी., $h = 15$ सेमी.)

$$= 44 \times 22 = 968 \text{ सेमी.}^2$$

37. 56 मीटर लंबे तथा 11 मीटर चौड़े खेत में एक 40 मीटर गहराई तथा 7 मीटर त्रिज्या वाले बेलनाकार कुएं को खोद गया। कुएं से निकाली गई मिट्टी को खेत में एक समान रूप से फैलाया गया है—
- (a) 12.5 (b) 10.66
(c) 11.5 (d) 13.33

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)



$$\begin{aligned}\text{कुएं से निकाली गई मिट्टी का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 40 \\ &= 22 \times 7 \times 40 \text{ मी.}^3\end{aligned}$$

माना खेत के स्तर में x मी. की बढ़ोतरी होगी
प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned}56 \times 11 \times x - \pi \times (7)^2 \times x &= 22 \times 7 \times 40 \\ 56 \times 11x - 22 \times 7x &= 22 \times 7 \times 40 \\ 11x(56 - 14) &= 22 \times 7 \times 40 \\ x &= \frac{22 \times 7 \times 40}{42 \times 11} = 13.33 \text{ मी.}\end{aligned}$$

38. एक बेलन जिसके आधार की त्रिज्या 21 सेमी. तथा ऊंचाई 30 सेमी. है, का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या होगा?
(a) 3740 (b) 3850
(c) 1980 (d) 3960

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 21 सेमी.
ऊंचाई (h) = 30 सेमी.
बेलन का वक्रपृष्ठ = ?
∴ बेलन का वक्रपृष्ठ = $2\pi rh$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 30 \Rightarrow 3960 \text{ सेमी.}^2$

39. 28 मीटर लंबे तथा 22 मीटर चौड़े खेत में एक 80 मीटर गहराई तथा 7 मीटर त्रिज्या वाले बेलनाकार कुएं को खोदा गया है। कुएं से निकाली गई मिट्टी को खेत में एक समान रूप से फैलाया गया है। खेत के स्तर में कितनी बढ़ोतरी (मीटर में) हो जाएगी?
(a) 13.33 (b) 26.66
(c) 18.17 (d) 28.17

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— खेत का क्षेत्रफल = $28 \times 22 = 616 \text{ मीटर}^2$
कुएं का आयतन = $\pi r^2 h$ से
 $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 80 = 154 \times 80$
∴ कुएं की मिट्टी को पूरे खेत में फैलाया जाता है लेकिन कुएं के क्षेत्र को छोड़कर ही मिट्टी फैलाई जाएगी।
∴ वह क्षेत्र जिस पर मिट्टी फैलाई जाएगी।
 $= 616 - \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) = 616 - 154$
 $= 462 \text{ मीटर}^2$
अतः खेत में मिट्टी का स्तर = $\frac{\text{कुएं का आयतन}}{\text{क्षेत्र जिस पर मिट्टी फैलाई गई}}$
 $= \frac{154 \times 80}{462} = 26.66 \text{ मी.}$

40. एक बेलन की त्रिज्या और ऊंचाई का अनुपात 5 : 7 है और उसका आयतन 550 सेमी.³ है। तदनुसार, उसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल कितने सेमी.² है?

- (a) 110 (b) 444
(c) 220 (d) 616

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या $5x$ तथा ऊंचाई $7x$ है।

∴ बेलन का आयतन = 550

$$\therefore \pi r^2 h = 550$$

$$\pi (5x)^2 \times 7x = 550$$

$$\pi \times 25x^2 \times 7x = 550$$

$$\therefore 175x^3 \times \frac{22}{7} = 550$$

$$\therefore 25x^3 = \frac{550}{22}$$

$$25x^3 = 25$$

$$x^3 = 1 = 1^3$$

$$\therefore x = 1$$

∴ बेलन का वक्र पृष्ठ = $2\pi rh$

$$= 2\pi \times 5 \times 7$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 7$$

$$= 220 \text{ सेमी.}^2$$

41. एक 1 सेमी. मोटी पाइप की बाहरी परिधि 44 cm है। 7 सेमी.

पाइप कितना पानी रखेगी? $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लें} \right)$

- (a) 308 c.c. (b) 792 c.c.
(c) 1078 c.c. (d) 1792 c.c.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना पाइप की आंतरिक त्रिज्या r है।

$$\therefore 2\pi (r + 1) = 44$$

$$r + 1 = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$

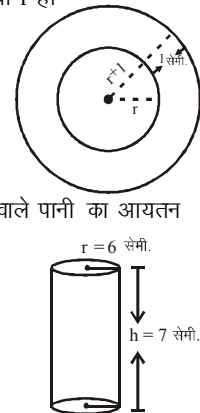
$$\therefore r = 6 \text{ सेमी.}$$

7 सेमी. लंबी पाइप में रखा जा सकने वाले पानी का आयतन

$$= \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7$$

$$= 132 \times 6 = 792 \text{ घन सेमी.}$$



42. यदि एक लंब वृत्तीय बेलन के आयतन और उसके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान बराबर है, तो उसकी त्रिज्या है—
 (a) 3 एकक (b) 6 एकक
 (c) 2 एकक (d) 4 एकक

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r और ऊँचाई h है।
 प्रश्नानुसार
 बेलन का आयतन = बेलन का वक्र पृष्ठ
 $\pi r^2 h = 2\pi r h$
 $r = 2$ एकक

43. 21 सेमी. ऊँचे और 5 सेमी. की आधार त्रिज्या वाले लंब वृत्तीय सिलेंडर का आयतन कितना होगा?
 (a) 1255 सेमी.³ (b) 1650 सेमी.³
 (c) 1175 सेमी.³ (d) 1050 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— लंब वृत्तीय बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$
 (जहाँ r बेलन की त्रिज्या तथा h बेलन की ऊँचाई)
 $= \frac{22}{7} \times 5^2 \times 21$
 $= 1650$ सेमी.³

44. एक लंब वृत्तीय बेलन के आधार का परिमाप a एकक है। तदनुसार, यदि उस बेलन का आयतन V घन एकक हो, तो बेलन की ऊँचाई कितनी होगी?

- (a) $\frac{4a^2V}{\pi}$ एकक (b) $\frac{4\pi a^2}{V}$ एकक
 (c) $\frac{\pi a^2V}{4}$ एकक (d) $\frac{4\pi V}{a^2}$ एकक

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— बेलन के आधार का परिमाप $= 2\pi r$
 प्रश्नानुसार
 $2\pi r = a$
 $\therefore r = \frac{a}{2\pi}$ (i)
 माना बेलन की ऊँचाई h है।
 \therefore बेलन का आयतन $V = \pi r^2 h$
 $= \pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 h$
 $\therefore h = \frac{V \times 4\pi^2}{\pi a^2} = \frac{4\pi V}{a^2}$ एकक

45. धातु की एक पाइप 21 सेमी. लंबी है और उसका बाहरी व्यास 8 सेमी. है। यदि पाइप की मोटाई 1 सेमी. है और धातु का भार 8 gm/cm.³, तो पाइप का भार (kg में) है ($\pi = \frac{22}{7}$)—

- (a) 3.696 (b) 3.669
 (c) 3.966 (d) 3.699

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— पाइप की बाहरी त्रिज्या $= \frac{8}{2} = 4$ सेमी.
 \therefore पाइप का भार $= [\pi \times 4^2 \times 21 \pi \times (4-1)^2 \times 21] \times 8$ ग्राम
 $= \pi \times 21 (4^2 - 3^2) \times 8$
 $= \frac{22}{7} \times 21 \times 7 \times 8$
 $= 462 \times 8 = 3696$ ग्राम
 $= 3.696$ किग्रा.

46. समान मोटाई वाले धातु के बेलनाकार पाइप का आयतन 748 सेमी. है। उसकी लंबाई 14 सेमी. है और बाहरी त्रिज्या 9 सेमी. है। पाइप की मोटाई कितनी है?

- (a) 0.5 सेमी. (b) 1.5 सेमी.
 (c) 1 सेमी. (d) 2 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— बेलन का बाह्य आयतन — भीतरी आयतन
 $=$ बेलन का आयतन
 या $\pi h(r_1^2 - r_2^2) = 748$
 (यहाँ r_1 तथा r_2 बेलन की बाहरी और आंतरिक त्रिज्याएँ हैं)
 $\therefore r_1^2 - r_2^2 = \frac{748}{\pi h}$
 $= \frac{748}{\frac{22}{7} \times 14} = \frac{748}{44} = 17$
 $\therefore r_2^2 = r_1^2 - 17 = 9^2 - 17 = 64$ [\because दिया है $r_1 = 9$ सेमी.]
 $\therefore r_2 = \sqrt{64} = 8$ सेमी.
 मोटाई $= r_1 - r_2 = 9 - 8 = 1$ सेमी.

47. किसी बेलनाकार स्तंभ के वक्र तल का क्षेत्रफल 264 वर्ग मीटर है और उसका आयतन 924 घन मीटर है तदनुसार, उसके व्यास और ऊँचाई का अनुपात कितना होगा?

- (a) 3 : 7 (b) 7 : 3
 (c) 6 : 7 (d) 7 : 6

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore 2\pi rh = 264$

$$\pi rh = 132 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$\therefore \pi r^2 h = 924$$

या $\pi rh \times r = 924$

$$132 \times r = 924$$

$$r = 7$$

$$\therefore \text{व्यास} = 7 \times 2 = 14 \text{ सेमी.}$$

r का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{22}{7} \times 7 \times h = 132$$

$$h = \frac{132 \times 7}{22 \times 7} = 6$$

अतः व्यास एवं ऊँचाई में अनुपात = 14 : 6
= 7 : 3

48. एक बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' है और ऊँचाई 'h' है। उससे दोगुने आयतन परंतु उतनी ही ऊँचाई वाले किसी अन्य बेलन के आधार की त्रिज्या होगी-

- (a) $\frac{r}{\sqrt{2}}$ (b) 2r
(c) $r\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2}r$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना नए बेलन के आधार की त्रिज्या r_1 है।
प्रश्नानुसार

$$\pi r_1^2 h = 2\pi r^2 h$$

$$r_1^2 = 2r^2$$

$$r_1^2 = 2r^2$$

$$r_1 = r\sqrt{2}$$

अतः नए बेलन के आधार की त्रिज्या $r\sqrt{2}$ होगी।

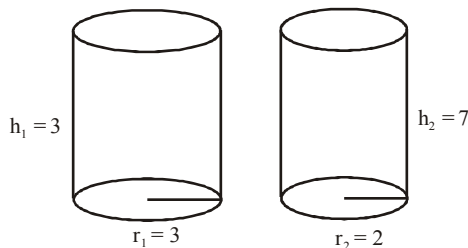
49. दो बेलनों की त्रिज्याओं के बीच 3 : 2 का अनुपात है और उनकी ऊँचाई में 3 : 7 का अनुपात है। उनके आयतनों का अनुपात बताइए?

- (a) 4 : 7 (b) 7 : 4
(c) 28 : 27 (d) 27 : 28

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि बेलनों के आयतन, त्रिज्याएं तथा ऊँचाइयां क्रमशः v_1, r_1, h_1 तथा v_2, r_2 तथा h_2 हैं।



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} \Rightarrow \frac{(3)^2 \times 3}{(2)^2 \times 7}$$

$$= \frac{9 \times 3}{4 \times 7} = \frac{27}{28}$$

$$v_1 : v_2 = 27 : 28$$

50. दो बेलनों का व्यास 3 : 2 के अनुपात में है और उनके आयतन बराबर हैं। उनकी ऊँचाई का अनुपात बताइए?

- (a) 2 : 3 (b) 3 : 2
(c) 9 : 4 (d) 4 : 9

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पहली)

उत्तर—(d)

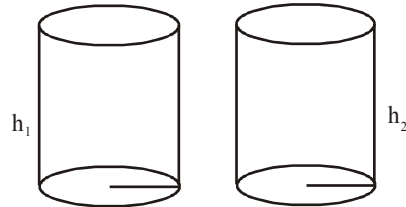
व्याख्या— दिया है

$$\text{प्रथम बेलन की त्रिज्या } (r_1) = \frac{3}{2}$$

$$\text{द्वितीय बेलन की त्रिज्या } r_2 = \frac{2}{2} = 1$$

माना कि बेलनों की ऊँचाइयां क्रमशः h_1 तथा h_2 हैं।

\therefore दोनों बेलन के आयतन बराबर हैं।



अर्थात् प्रथम बेलन का आयतन = द्वितीय बेलन का आयतन

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{(1)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}$$

$$h_1 : h_2 = 4 : 9$$

51. एक रस्सी, एक बेलन की परिधि के चारों ओर 140 बार लपेटी जाती है। उस बेलन के आधार की त्रिज्या 14 सेमी. है। तदनुसार, 20 सेमी. त्रिज्या वाले एक बेलन पर वह कितनी बार लपेटी जा सकेगी?

- (a) 89 (b) 78
(c) 87 (d) 98

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— r त्रिज्या वाले बेलन की परिधि $= 2\pi r$

$$\therefore 14 \text{ सेमी. त्रिज्या वाले बेलन की परिधि} = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

$$= 88 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{रस्सी की लंबाई} = 88 \times 140 = 12320 \text{ सेमी.}$$

$$\text{पुनः } 20 \text{ सेमी. त्रिज्या वाले बेलन की परिधि} = 2\pi \times 20$$

$$= 40\pi$$

\therefore रस्सी की बेलन की परिधि पर लपेटे जा सकने की संख्या

$$= \frac{12320}{40 \times \frac{22}{7}}$$

$$= \frac{12320 \times 7}{40 \times 22} = 98$$

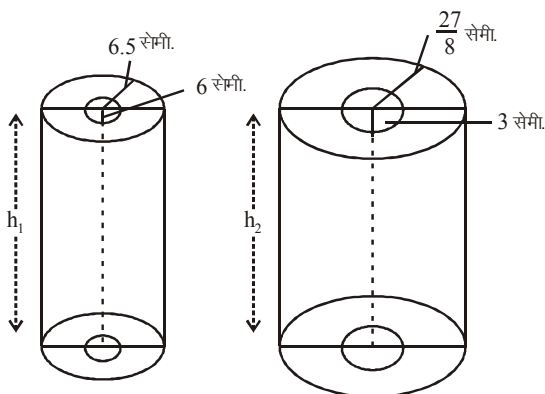
52. दो खोखले बेलनाकार धातु के ट्यूबों का आंतरिक आयतन बराबर है। उनमें से एक का बाह्य एवं आंतरिक व्यास क्रमशः 13 सेमी. और 12 सेमी. है और दूसरे का क्रमशः 6.75 सेमी., 6 सेमी. है। छोटे ट्यूब की लागत रु. 100 है। बड़े ट्यूब की लागत ज्ञात कीजिए।

- (a) रु. 153 (b) रु. 155
(c) रु. 145 (d) रु. 150

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या—



माना छोटे ट्यूब की ऊंचाई h_1 तथा बड़े ट्यूब की ऊंचाई h_2 है।
छोटे ट्यूब का आयतन = बड़े ट्यूब का आयतन

$$\pi r^2 h_1 = \pi r^2 h_2$$

$$\pi \times 6 \times 6 \times h_1 = \pi \times 3 \times 3 \times h_2$$

$$\therefore \frac{h_1}{h_2} = \frac{\pi \times 3 \times 3}{\pi \times 6 \times 6} = \frac{1}{4}$$

अब यदि छोटे ट्यूब की ऊंचाई x हो, तब बड़े ट्यूब की ऊंचाई $4x$ होगी।

$$\text{अब धातु से बने छोटे ट्यूब का आयतन} = \pi(R^2 - r^2)h$$

$$= \frac{22}{7} \left[\left(\frac{13}{2} \right)^2 - (6)^2 \right] x$$

$$= \frac{22}{7} \left(\frac{169}{4} - 36 \right) x$$

$$= \frac{22}{7} \left(\frac{169 - 144}{4} \right) x$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{25}{4} x \Rightarrow \frac{550}{28} x$$

$$\text{अब धातु से बने बड़े ट्यूब का आयतन} = \pi(R^2 - r^2)h$$

$$= \frac{22}{7} \left[\left(\frac{27}{8} \right)^2 - (3)^2 \right] 4x$$

$$= \frac{22}{7} \left(\frac{729}{64} - 9 \right) 4x$$

$$= \frac{22}{7} \left(\frac{729 - 576}{64} \right) 4x$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{153}{64} \times 4x$$

$$= \frac{1683}{56} x$$

$$\therefore \text{छोटे ट्यूब का आयतन } \frac{550}{28} x \text{ तब उसकी लागत} = 100 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{यदि छोटे ट्यूब का आयतन } x \text{ तब उसकी लागत} = \frac{100}{\frac{550}{28} x}$$

$$= \frac{2800}{550x}$$

$$\therefore \text{यदि छोटे ट्यूब का आयतन } \frac{1683}{56} x \text{ तब उसकी लागत}$$

$$= \frac{2800}{550x} \times \frac{1683x}{56} = 153 \text{ रु.}$$

53. एक बेलनाकार पाइप की धातु का आयतन 748 सेमी.³ है। पाइप की लंबाई 14 सेमी. तथा इसका बाहरी अर्द्धव्यास 9 सेमी. है। इसकी मोटाई होगी— ($\pi = \frac{22}{7}$ सेमी.)

- (a) 1 सेमी. (b) 5.2 सेमी.
(c) 2.3 सेमी. (d) 3.7 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— टंकी का संपूर्ण आयतन} = \frac{22}{7} \times 9 \times 9 \times 14$$

$$= 44 \times 9 \times 9$$

$$= 3564 \text{ घन सेमी.}$$

$$\text{धातु का आयतन} = 748 \text{ घन सेमी.}$$

$$\therefore \text{टंकी का आंतरिक आयतन} = 3564 - 748$$

$$= 2816 \text{ घन सेमी.}$$

$$\text{अतः टंकी का आंतरिक आयतन} = \pi r^2 \times 14$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{22}{7} \times 14 \times r^2 = 2816$$

$$r^2 = \frac{2816 \times 7}{22 \times 14}$$

$$r^2 = 64$$

$$\therefore r = 8$$

आंतरिक त्रिज्या = 8 सेमी.

$$\therefore \text{धातु की मोटाई} = 9 - 8 = 1 \text{ सेमी.}$$

54. 24 सेमी. लंबाई तथा 22 सेमी. चौड़ाई वाली धातु की एक आयताकार शीट को इसकी लंबाई के अनुदिश मोड़कर एक लंब वृत्तीय बेलन बनाया गया है। बेलन का आयतन होगा—

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए})$$

$$(a) 924 \text{ सेमी.}^3$$

$$(b) 462 \text{ सेमी.}^3$$

$$(c) 264 \text{ सेमी.}^3$$

$$(d) 528 \text{ सेमी.}^3$$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

व्याख्या— आयताकार शीट की लंबाई 24 सेमी. एवं चौड़ाई 22 सेमी. है। शीट को लंबाई के अनुदिश मोड़कर बनाए गए बेलन की ऊंचाई 24 सेमी. एवं आधार की परिधि 22 सेमी. (चौड़ाई के बराबर) होगी।

माना बेलन की त्रिज्या r है।

$$\text{बेलन के आधार की परिधि} = 2\pi r$$

$$2\pi r = 22 \text{ सेमी.}$$

$$r = \frac{22}{2\pi}$$

$$r = \frac{22}{2 \times \frac{22}{7}} = \frac{22}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$r = \frac{7}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 24$$

$$= 11 \times 7 \times 12 = 924 \text{ घन सेमी.}$$

55. यदि किसी बेलन के अर्द्धव्यास को 50% कम कर के तथा उसकी ऊंचाई को 50% बढ़ाकर एक नया बेलन बनाया जाए, तो नए बेलन के आयतन में कितनी कमी होगी?

$$(a) 0\%$$

$$(b) 25\%$$

$$(c) 62.5\%$$

$$(d) 75\%$$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना प्रारंभिक बेलन का अर्द्धव्यास r एवं ऊंचाई h है।

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{त्रिज्या में 50\% की कमी करने पर नई त्रिज्या} = r - r \text{ का } \frac{50}{100}$$

$$= r - \frac{r}{2} = \frac{r}{2}$$

$$\text{ऊंचाई में 50\% की वृद्धि से नई ऊंचाई} = h + h \text{ का } \frac{50}{100}$$

$$= h + \frac{h}{2}$$

$$= \frac{3h}{2}$$

$$\therefore \text{नया आयतन} = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{3h}{2}$$

$$= \pi \frac{r^2}{4} \cdot \frac{3h}{2} = \frac{3}{8} \pi r^2 h$$

$$\text{आयतन में कमी} = \pi r^2 h - \frac{3}{8} \pi r^2 h = \frac{5}{8} \pi r^2 h$$

$$\therefore \% \text{ कमी} = \frac{5/8 \pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100$$

$$= \frac{5 \times 100}{8} = \frac{500}{8} = 62.5\% \text{ कमी}$$

Trick—

\therefore बेलन का आयतन $\pi r^2 h$ होता है। अतः बेलन के अर्द्धव्यास में 50% की कमी करने पर

$$\text{अभीष्ट \%} = (-50) + (-50) + \frac{(-50) \times (-50)}{100}$$

$$= -100 + 25 = -75\%$$

पुनः ऊंचाई को 50% बढ़ाया गया है। अतः बेलन के आयतन में

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत वृद्धि या कमी} = -75 + 50 - \frac{75 \times 50}{100} = -25 - 37.5$$

$$= -62.5\% = 62.5\% \text{ की कमी}$$

Trick—

$$\text{त्रिज्या त्रिज्या ऊंचाई} = \text{आयतन}$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ r & r & h & = V \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \quad 10 \quad 10 = 1000$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 5 \quad 5 \quad 15 = 375$$

$$\text{आयतन में कमी} = 1000 - 375 = 625$$

$$\therefore \text{अभीष्ट \% कमी} = \frac{625}{1000} \times 1000 = 62.5\%$$

56. यदि एक तार के अनुप्रस्थ-खंड का व्यास 5% घटा दिया जाए, तो उसकी लंबाई को कितने प्रतिशत बढ़ाना होगा, ताकि उसका आयतन पहले जैसा रहे?

$$(a) 20\%$$

$$(b) 20.8\%$$

$$(c) 10.8\%$$

$$(d) 10\%$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना तार के अनुप्रस्थ खंड का व्यास = $2r$

∴ तार की त्रिज्या = r

∴ तार का आयतन = $\pi r^2 h$ (i)

(जहां h तार की लंबाई है)

$$\begin{aligned} \text{तार के व्यास को 5\% घटाने पर} &= 2r \frac{(100-5)}{100} \\ &= 2r \times \frac{95}{100} \Rightarrow 2r \times \frac{19}{20} \end{aligned}$$

∴ 5% घटाने पर तार की त्रिज्या = $r \times \frac{19}{20}$

माना तार की लंबाई को $x\%$ बढ़ाने पर आयतन समान रहता है।

∴ समी. (i) से $\pi r^2 h = \pi \left(\frac{r \times 19}{20} \right)^2 \times h \left(\frac{100+x}{100} \right)$

$$\pi r^2 h = \pi r^2 \frac{19^2}{20^2} \times h \left(\frac{100+x}{100} \right)$$

$$1 = \frac{19^2}{20^2} \times \left(\frac{100+x}{100} \right)$$

$$\frac{400}{361} = \frac{100+x}{100}$$

$$\frac{400}{361} = 1 + \frac{x}{100}$$

$$\frac{39}{361} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{39 \times 100}{361} = 10.8\%$$

Trick—

त्रिज्या और व्यास में प्रतिशत वृद्धि या कमी दोनों समान होता है।
(क्योंकि $d = 2r$)

$$\begin{aligned} \therefore \quad & \begin{array}{cccc} r & \times & r & \times & h & = & V \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow & 10 & & 10 & & 10 & = 1000 \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow & 9.5 & & 9.5 & & x & = 1000 \end{array} \\ & x = \frac{1000}{90.25} = 11.08 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ऊँचाई में वृद्धि} = 11.08 - 10 = 1.08$$

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{1.08}{10} \times 100 = 10.8\%$$

57. एक लंब वृत्तीय बेलन के आधार के अर्द्धव्यास तथा उसकी ऊँचाई में से प्रत्येक को 10% बढ़ाया गया है। इससे बेलन के आयतन में वृद्धि होगी—

- (a) 3.31% (b) 14.5%
(c) 33.1% (d) 19.5%

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है।

∴ बेलन का प्रारंभिक आयतन = $\pi r^2 h$

$$\begin{aligned} \text{नए बेलन की त्रिज्या} &= r + r \frac{10}{100} \\ &= 1.1r \end{aligned}$$

$$\text{नई ऊँचाई} = h + h \frac{10}{100} = 1.1h$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{नया आयतन} &= \pi (1.1r)^2 (1.1h) \\ &= \pi \times 1.21r^2 \times 1.1h \\ &= 1.331 \pi r^2 h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयतन में वृद्धि} &= 1.331 \pi r^2 h - \pi r^2 h \\ &= 0.331 \pi r^2 h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{प्रतिशत वृद्धि} &= \frac{0.331 \pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100 \\ &= 33.1\% \end{aligned}$$

Trick—

$$\% \text{ की वृद्धि} = \left[10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} \right] = 21$$

$$\begin{aligned} \text{अंतिम की वृद्धि} &= 21 + 10 + \frac{21 \times 10}{100} \\ &= 31 + 2.1 = 33.1\% \text{ की वृद्धि} \end{aligned}$$

58. दो बेलनों A तथा B के आधारों के अर्द्धव्यास 3: 2 तथा उनकी ऊँचाइयाँ $n:1$ के अनुपात में हैं। यदि बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन का 3 गुना हो, तो n का मान होगा—

- (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{3}{2}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि बेलन A एवं B अर्द्धव्यास क्रमशः $3x$ तथा $2x$ है तथा ऊँचाइयाँ nh एवं h हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{पहले बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \pi (3x)^2 (nh) \\ &= 9 \pi x^2 nh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरे बेलन का आयतन} &= \pi (2x)^2 \cdot h \\ &= 4 \pi x^2 h \end{aligned}$$

बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन का तीन गुना है।

प्रश्न से

$$9 \pi x^2 nh = 3(4 \pi x^2 h)$$

$$9 \pi x^2 nh = 12 \pi x^2 h$$

$$9n = 12$$

$$3n = 4$$

$$n = \frac{4}{3}$$

59. दो बेलनों की आधार त्रिज्याएं 2 : 3 के अनुपात में हैं और उनकी ऊँचाइयों का अनुपात 5 : 3 है, उनके आयतनों का अनुपात है—

- (a) 27 : 20 (b) 20 : 27
(c) 9 : 4 (d) 4 : 9

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2005

S.S.C. (लोअर डिवीजन क्लर्क) परीक्षा, 2005

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बेलनों की त्रिज्याएं क्रमशः $2x$ तथा $3x$ तथा ऊँचाई $5y$ तथा $3y$ हैं—

$$\begin{aligned}\text{तब उनके आयतनों का अनुपात} &= \pi(2x)^2 \times 5y : \pi(3x)^2 \times 3y \\ &= 20x^2y : 27x^2y \\ &= 20 : 27\end{aligned}$$

60. एक आयताकार टिन शीट 12 सेमी. लंबी और 5 सेमी. चौड़ी है। इसे लंबाई में इस प्रकार रोलड (वेल्लित) किया जाता है कि आमने-सामने के सिरों को एक-दूसरे से स्पर्श करते हुए बेलन बनाया जा सके, तो बेलन का आयतन क्या है?

- (a) $\frac{60}{\pi}$ सेमी.³ (b) $\frac{180}{\pi}$ सेमी.³
(c) $\frac{120}{\pi}$ सेमी.³ (d) $\frac{100}{\pi}$ सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— आयताकार टिन शीट की लंबाई को रोलड करके बेलन बनाया जाता है। यानी इसकी लंबाई बेलन का आधार होगा जो कि वृत्त है। इस प्रकार वृत्त की परिधि $(2\pi r) = 12$ सेमी.

$$\begin{aligned}2\pi r &= 12 \\ r &= \frac{6}{\pi} \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

अतः बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$\begin{aligned}&= \left(\pi \times \frac{6}{\pi} \times \frac{6}{\pi} \times 5 \right) \text{ सेमी.}^3 \\ &= \frac{180}{\pi} \text{ सेमी.}^3\end{aligned}$$

61. 20 मी. व्यास वाला एक कुआं 14 मी. की गहराई तक खोदा जाता है और इससे निकाली गई मिट्टी को उसके चारों ओर 5 मी. की चौड़ाई तक फैलाकर एक चबूतरा बना दिया जाता है।

इस चबूतरे की ऊँचाई होगी—

- (a) 10 मीटर (b) 11 मीटर
(c) 11.2 मीटर (d) 11.5 मीटर

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— कुएं से निकाली गई कुल मिट्टी का आयतन

$$\begin{aligned}&= \frac{22}{7} \times 10^2 \times 14 \\ &= 1400\pi \text{ घन मीटर}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{चबूतरे का क्षेत्रफल} &= \pi(R^2 - r^2) \\ &= \pi(15^2 - 10^2) \\ &= \pi(125) = 125\pi \text{ मीटर}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{चबूतरे की ऊँचाई} &= \frac{\text{कुल मिट्टी का आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} \\ &= \frac{1400\pi}{125\pi} = 11.2 \text{ मीटर}\end{aligned}$$

प्रकार-3

गोला/गोलाद्ध-आधारित

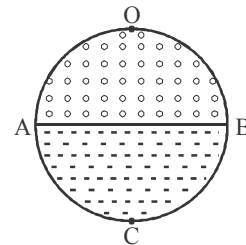
62. 17.5 सेमी. व्यास वाले एक ठोस गोले को दो बराबर भागों में काटा जाता है। कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितनी वृद्धि (सेमी.² में) होगी?

- (a) 289 (b) 361.5
(c) 481.25 (d) 962.5

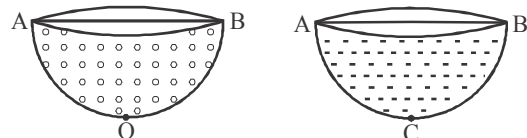
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



गोला को दो बराबर भागों में बांटने पर



$$\begin{aligned}\text{गोला OACB का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 4\pi (\text{त्रिज्या})^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{17.5}{2}\right)^2 \quad \left(\because \text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2}\right)\end{aligned}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{17.5}{2} \times \frac{17.5}{2}$$

$$= 22 \times 17.5 \times 2.5 = 962.5 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{अर्द्धगोला AOB का क्षेत्रफल} = 3\pi (\text{त्रिज्या})^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{17.5}{2}\right)^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times \frac{17.5 \times 17.5}{4}$$

$$= 721.875 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{तथा अर्द्धगोला ACB का क्षेत्रफल} = 3 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{17.5}{2}\right)^2$$

$$= 721.875 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\therefore \text{दोनों अर्द्धगोलों का क्षेत्रफल} = 721.875 + 721.875$$

$$= 1443.75 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट वृद्धि} = 1443.75 - 962.5 = 481.25 \text{ वर्ग सेमी.}$$

63. 6 सेमी. त्रिज्या वाले एक अर्धगोले को पिघलाकर 1 सेमी. त्रिज्या की कितनी गोलाकार गेंदें बनाई जा सकती हैं ?
- (a) 112 (b) 108
(c) 116 (d) 104

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना n गोलाकार गोलियां बनाई जाती हैं।

प्रश्नानुसार

अर्द्धगोले का आयतन = $n \times 1$ सेमी. त्रिज्या के गोलों का आयतन

$$\frac{2}{3} \pi (6)^3 = n \times \left\{ \frac{4}{3} \times \pi \times (1)^3 \right\}$$

$$n = \frac{6 \times 6 \times 6}{2} \Rightarrow n = 3 \times 36 = 108$$

64. एक गोले की त्रिज्या में 10% की कमी की जाती है, तो गोले के आयतन में कितने प्रतिशत की कमी होगी?
- (a) 30 (b) 27.1
(c) 29.3 (d) 28.5

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— गोले के क्षेत्रफल में हुई कमी = $\left[-10 - 10 + \frac{10 \times 10}{100} \right] \%$

$$= -19\%$$

$$\begin{aligned}\text{गोले के आयतन में हुई कमी} &= \left[-19 - 10 + \frac{19 \times 10}{100} \right] \% \\ &= [-29 + 1.9] \% \\ &= -27.1 \% \\ &(- \text{ चिह्न कमी को दर्शाता है})\end{aligned}$$

Trick—

माना गोले की त्रिज्या = 10

$$\therefore \begin{array}{cccc} & r & r & h = V \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow & 10 & 10 & 10 = 1000 \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow & 9 & 9 & 9 = 729 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{आयतन में कमी} &= 1000 - 729 \\ &= 271\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आयतन में \% कमी} &= \frac{271}{1000} \times 1000 \\ &= 27.1\%\end{aligned}$$

65. तीन गोले जिनकी त्रिज्याएं 2 सेमी., 4 सेमी. तथा 6 सेमी. हैं, को पिघलाकर एक नया गोला बनाया जाता है। इस प्रक्रिया में 25% पदार्थ का नुकसान हो जाता है। नए गोले की त्रिज्या (सेमी. में) क्या है ?
- (a) 6 (b) 8
(c) 12 (d) 16

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— तीनों गोलों को मिलाकर बने नए गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi (2^3 + 4^3 + 6^3)$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times (8 + 64 + 216)$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 288 \text{ सेमी.}^3$$

\therefore 25% नुकसान के बाद नया आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi \times 288 \times \frac{75}{100} = \frac{4}{3} \pi \times 288 \times \frac{3}{4} = 288 \pi \text{ सेमी.}$$

$$\frac{4}{3} \pi \times (r)^3 = 288 \pi$$

$$r^3 = 72 \times 3$$

$$r^3 = 9 \times 3 \times 8$$

$$\therefore r = 3 \times 2 = 6 \text{ सेमी.}$$

66. एक धात्विक गोले को पिघलाकर एक शंक्वाकार गोलियों में ढाला जाता है। यदि उस गोली की त्रिज्या उनकी ऊंचाई से दोगुनी हो तथा गोली की त्रिज्या धात्विक गोले की त्रिज्या से आधी हो, तो गोलियों की संख्या क्या है ?
- (a) 32 (b) 16
(c) 128 (d) 64

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— अभीष्ट शंक्वाकार गोलियों की संख्या

$$= \frac{\text{धात्विक गोले का आयतन}}{\text{एक शंक्वाकार गोला का आयतन}}$$
माना धात्विक गोले की त्रिज्या = R है

$$\therefore \text{शंक्वाकार गोला की त्रिज्या} = \frac{R}{2} \text{ तथा ऊँचाई} = \frac{R}{2 \times 2} = \frac{R}{4}$$

अभीष्ट शंक्वाकार गोलियों की संख्या

$$\therefore \text{शंक्वाकार गोला की त्रिज्या} = \frac{R}{2} \text{ तथा ऊँचाई} = \frac{R}{2 \times 2} \Rightarrow \frac{R}{4}$$

$$= \frac{4 \times R^3}{\left(\frac{R}{2}\right)^2 \times \left(\frac{R}{4}\right)} = \frac{4R^3}{\frac{R^3}{16}} = 4 \times 16 = 64$$

67. तीन गोले जिनकी त्रिज्याएं 3 सेमी., 2 सेमी. तथा 1 सेमी. हैं, को पिघलाकर एक नया गोला बनाया जाता है। इस प्रक्रिया में 25% पदार्थ का नुकसान हो जाता है। नए गोले की त्रिज्या (सेमी. में) क्या है?

- (a) 5 (b) 3
(c) 6 (d) 8

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना नए गोले की त्रिज्या R सेमी. है।

$$\text{तीनों गोले का कुल आयतन} = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$= \frac{4}{3} \pi (3^3 + 2^3 + 1^3) = \frac{4}{3} \pi (27 + 8 + 1)$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 36$$

25% पदार्थ का नुकसान होने पर नए गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi \times 36 \times \frac{75}{100}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 36 \times \frac{3}{4}$$

$$R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \text{ सेमी.}$$

68. दो गोलकों के वजन का अनुपात 8 : 27 है और दोनों की सामग्री के प्रति 1 घन सेमी. वजन का अनुपात 8 : 1 है। गोलकों की त्रिज्या का अनुपात ज्ञात कीजिए?

- (a) 2 : 3 (b) 1 : 3
(c) 3 : 1 (d) 3 : 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

वजन का अनुपात 8 : 27

$$\text{आयतन} = 8 \times \frac{1}{8} : 27 \times \frac{1}{1}$$

$$= 1 : 27$$

यदि गोलकों की त्रिज्याएं r_1 तथा r_2 हो, तो

$$\frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3}{\frac{4}{3} \pi r_2^3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$$

$$r_1 : r_2 = 1 : 3$$

69. यदि एक गोलक का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है, तो उसका व्यास है—

- (a) 3 सेमी. (b) 4 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 2 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना गोले की त्रिज्या = r

$$\therefore \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\frac{r^3}{r^2} = \frac{4\pi}{\frac{4}{3}\pi}$$

$$\frac{r}{1} = \frac{3}{1}$$

$$r = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{गोले का व्यास} = 2 \times \text{त्रिज्या} = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी.}$$

70. एक ठोस गोलाई का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है। उसकी त्रिज्या है—

- (a) 3 एकक (b) $1\frac{1}{2}$ एकक
(c) $4\frac{1}{2}$ एकक (d) 9 एकक

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना गोलाई की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{गोलाई का आयतन} = \text{गोलाई का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \pi r^3 = 3\pi r^2$$

$$\therefore \frac{2r}{3} = 1 \times 3$$

$$r = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ एकक}$$

71. एक गोला कटोरे की त्रिज्या 6 सेमी. है। कटोरे की धारिता है-
(मान लें $\pi = \frac{22}{7}$)
(a) 452.57 सेमी.³ (b) 495.51 सेमी.³
(c) 345.53 सेमी.³ (d) 452 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— गोला कटोरे का आयतन $= \frac{2}{3} \pi r^3$ (जहाँ r त्रिज्या है)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 216$$

$$= 44 \times \frac{72}{7} = 452.57 \text{ सेमी.}^3$$

72. किसी गोलक और अर्द्धगोलक की त्रिज्या एक समान है। उनके कुल पृष्ठ के क्षेत्रफल का अनुपात बताएं?
(a) 3 : 1 (b) 2 : 1
(c) 3 : 2 (d) 4 : 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि गोलक एवं अर्द्धगोलक की समान त्रिज्या r है।
 \therefore गोलक का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$
 तथा अर्द्धगोलक का संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$
 $\therefore \frac{\text{गोलक का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल (Ts)}}{\text{अर्द्धगोलक का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल (Ts)}} = \frac{4\pi r^2}{3\pi r^2} = 4 : 3$

73. यदि दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 4 : 9 हो, तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?
(a) 4 : 9 (b) 16 : 27
(c) 8 : 27 (d) 16 : 9

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना दो गोलों की त्रिज्याएं क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं।
 गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात $= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$
 $\therefore \frac{4}{9} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$
 $\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$
 $\therefore \text{गोलों के आयतन का अनुपात} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$
 $\therefore \text{गोलों के आयतनों का अभीष्ट अनुपात} = 8 : 27$

74. एक गोला दो गोलाकार कटोरे में कटा हुआ है। उनमें से एक का उपयोग कटोरे के रूप में किया जाता है। 12 सेमी. ऊंचाई और 6 सेमी. त्रिज्या वाले एक शंक्वाकार बर्तन को भरने के लिए इसके 8 कटोरे लगते हैं। गोले की त्रिज्या (सेमी.) में कितनी होगी?

- (a) 3 (b) 2
(c) 4 (d) 6

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना गोले की त्रिज्या = r
 \therefore अर्द्धगोले की त्रिज्या भी r होगी।
 प्रश्नानुसार
 शंकु का आयतन = 8 × अर्द्धगोले का आयतन
 (\because कटोरा अर्द्धगोले के आकार का है)
 $\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = 8 \times \frac{2}{3} \pi r^3$
 $\therefore \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 = 8 \times \frac{2}{3} \pi r^3$ ($\because r_1 = 6$ सेमी., $h_1 = 12$ सेमी.)
 $12 \times 36 = 16 \times r^3$
 $\therefore r^3 = 27$
 $r = 3$ सेमी.
 अतः गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

75. एक अर्द्ध गोलाकार कटोरे की आंतरिक त्रिज्या 6 सेमी. है। आंतरिक सतह क्षेत्रफल कितना होगा? (माना $\pi = 3.14$)
(a) 400 सेमी.² (b) 289.75 सेमी.²
(c) 225 सेमी.² (d) 226.08 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— अर्द्ध गोले के आंतरिक सतह का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$
 $= 2 \times 3.14 \times (6)^2$
 $= 2 \times 36 \times 3.14$
 $= 72 \times 3.14$
 $= 226.08 \text{ सेमी.}^2$

76. दो अर्द्धगोलाकार बर्तनों की धारिता 6.4 लीटर तथा 21.6 लीटर है। तदनुसार, उनकी आंतरिक त्रिज्याओं का अनुपात कितना है?
(a) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (b) 2 : 3
(c) 4 : 9 (d) 16 : 81

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— पहले अर्द्धगोले बर्तन की धारिता = 6.4 लीटर
 दूसरे अर्द्धगोले बर्तन की धारिता = 21.6 लीटर
 माना पहले अर्द्धगोले बर्तन की त्रिज्या = r_1

तथा दूसरे अर्द्धगोले बर्तन की त्रिज्या = r_2
प्रश्नानुसार

$$\frac{\frac{2}{3}\pi r_1^3}{\frac{2}{3}\pi r_2^3} = \frac{6.4}{21.6}$$

$$\frac{\pi r_1^3}{\pi r_2^3} = \frac{64}{216}$$

$$\frac{\pi r_1^3}{\pi r_2^3} = \frac{4^3}{6^3}$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

77. एक बाल्टी में 30 धात्विक गोले डालने पर 2000π सेमी.³ जल बाहर बहता है, तो गोलों की त्रिज्या है-

- (a) $\sqrt{50}$ सेमी. (b) $(50)^{1/3}$ सेमी.
(c) $5\sqrt{3}$ सेमी. (d) 50 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना गोलों की त्रिज्या r है।

प्रश्नानुसार

30 धात्विक गोलों का आयतन 2000π सेमी.³ है।

$$\therefore 30 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 2000\pi$$

$$\therefore 10 \times 4 \times r^3 = 2000$$

$$r^3 = \frac{2000}{40} = 50$$

$$\therefore r = (50)^{1/3} \text{ सेमी.}$$

78. 6 सेमी. त्रिज्या वाली एक गोल सीसे की बॉल को पिघला कर 3 मिमी. त्रिज्या वाली छोटी-छोटी सीसे की बॉलें बनाई जाती हैं। सीसे की छोटी बॉलों की संभावित संख्या क्या होगी?

- (a) 4250 (b) 4000
(c) 8005 (d) 8000

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— बड़े गोल की त्रिज्या = 6 सेमी. = 6×10 मिमी.

छोटे गोल की त्रिज्या = 3 मिमी.

$$\text{छोटे गोलों की संख्या} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 6 \times 10 \times 10 \times 10}{\frac{4}{3}\pi \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 1000 = 8000$$

79. धातु के 6 सेमी. व्यास वाले एक हजार ठोस गोलों को गलाकर उन्हें एक नए ठोस गोले में ढाला जाता है। नए गोले का व्यास कितना (सेमी.) होगा?

- (a) 30 (b) 90
(c) 45 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— छोटे गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

माना नए गोले की त्रिज्या r है।

1000 छोटे गोलों का आयतन = बड़े गोले का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi \times 3 \times 3 \times 3 \times 1000 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 10 \times 10 \times 10 = r^3$$

$$3 \times 10 = r$$

$$r = 30 \text{ सेमी.}$$

$$\text{व्यास} = 2r = 30 \times 2 = 60 \text{ सेमी.}$$

80. एक गोले का सतह क्षेत्रफल 616 सेमी.² है। गोले का आयतन कितना होगा?

- (a) 2100 सेमी.² (b) 2500 सेमी.²
(c) $1437\frac{1}{3}$ सेमी.² (d) $1225\frac{3}{5}$ सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना गोले की त्रिज्या = r

$$\therefore \text{गोले की सतह का क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$\therefore 4\pi r^2 = 616$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$$r^2 = \frac{616}{88} \times 7 = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 22 \times 49 = 1437\frac{1}{3} \text{ सेमी.}^2$$

81. एक गोले का व्यास दूसरे गोले के व्यास का दोगुना है। पहले का वक्रित सतही क्षेत्र दूसरे के आयतन के संख्या की दृष्टि से बराबर है। पहले गोले की त्रिज्या का संख्यात्मक मान कितना है?

- (a) 3 (b) 24
(c) 8 (d) 16

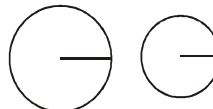
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

बड़े गोले की त्रिज्या $r = d$

तथा छोटे गोले की त्रिज्या $r = \frac{d}{2}$



\therefore बड़े गोले का वक्र पृष्ठ = छोटे गोले का आयतन

$$4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$4\pi \times d^2 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

$$d^2 = \frac{1}{3} \times \frac{d^3}{8}$$

$$d = 24$$

82. तीन ठोस गोलों की त्रिज्या क्रमशः r_1, r_2 और r_3 है। इन गोलों को बड़ी त्रिज्या वाला एक ठोस गोला बनाने के लिए गलाया जाता है। इस नए गोले की त्रिज्या क्या होगी?

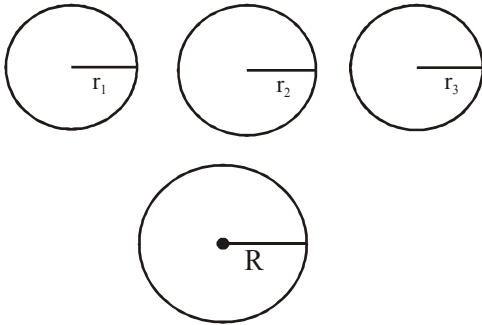
- (a) $(r_1 - r_2 + r_3)$ (b) $(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)^{\frac{1}{2}}$
(c) $(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)^{\frac{1}{3}}$ (d) $(r_1^4 + r_2^4 + r_3^4)^{\frac{1}{4}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पली)
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

क्रमशः गोलों की त्रिज्या $= r_1, r_2, r_3$

तीन छोटे गोलों के आयतन का योग = बड़े गोले का आयतन



$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{4}{3}\pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R = (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)^{\frac{1}{3}}$$

83. 8 सेमी. अर्धव्यास वाले एक ठोस धातु के गोले को पिघलाकर 64 बराबर छोटे ठोस गोले बनाए गए हैं। इस गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात होगा—

- (a) 4 : 1 (b) 1 : 16
(c) 16 : 1 (d) 1 : 4

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या—धातु के गोले की त्रिज्या $= 8$ सेमी.

$$\therefore \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi 8^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi 8 \times 8 \times 8 \text{ घन सेमी.}$$

$$= 64 \text{ छोटे गोले का आयतन}$$

$$\therefore \text{छोटे गोले का आयतन} = \frac{\frac{4}{3}\pi 8 \times 8 \times 8}{64}$$

$$= \frac{32}{3}\pi \text{ घन सेमी.}$$

माना छोटे गोले की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{छोटे गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{प्रश्नानुसार} \quad \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32}{3}\pi$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2 \text{ सेमी.}$$

$$\text{पुनः गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi \times 2 \times 2$$

$$= 16\pi \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{अब बड़े गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi \times 8 \times 8 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{दोनों का अनुपात} = \frac{4\pi \times 8 \times 8}{16\pi}$$

$$= \frac{16}{1}$$

$$\therefore \text{अनुपात} = 16 : 1$$

84. 7 सेमी. व्यास के गोले का आयतन (घन सेमी. में) ज्ञात करें।

- (a) 140.25 (b) 179.67
(c) 337.16 (d) 213.74

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 6, 8, 11, 14 मार्च, 2018 (I-पली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi (\text{त्रिज्या})^3$

$$= \left(\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right) \text{ घन सेमी.}$$

$$= \left(\frac{11 \times 49}{3}\right) \text{ घन सेमी.} = 179.67 \text{ घन सेमी.}$$

85. एक गोलक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 8π वर्ग एकक है। गोलक का आयतन है—

$$(a) 8\sqrt{3}\pi \text{ घन एकक} \quad (b) \frac{8\sqrt{3}}{5}\pi \text{ घन एकक}$$

$$(c) \frac{8\sqrt{2}}{3}\pi \text{ घन एकक} \quad (d) \frac{8}{3}\pi \text{ घन एकक}$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— गोलक का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

प्रश्नानुसार

$$4\pi r^2 = 8\pi$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{गोलक का आयतन} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (\sqrt{2})^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \times 2\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \pi \text{ घन एकक}\end{aligned}$$

प्रकार-4

शंकु एवं छिन्नक-आधारित

86. दो शंकुओं के वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 9 है तथा दोनों शंकुओं की तिरछी ऊँचाई का अनुपात 3 : 1 है। दोनों शंकुओं की त्रिज्या का अनुपात क्या है?

- (a) 1 : 3 (b) 1 : 9
(c) 1 : 27 (d) 1 : 1

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— शंकु का वक्रपृष्ठ $= \pi r l$

माना शंकु की तिरछी ऊँचाई क्रमशः $3x$ तथा x है

प्रश्नानुसार

$$\frac{\pi r_1 \times 3x}{\pi r_2 \times x} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{9 \times 3} = \frac{1}{27}$$

अतः दोनों शंकुओं की त्रिज्या का अनुपात $= 1 : 27$ है।

87. दो शंकुओं के वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 8 है तथा उनकी तिरछी ऊँचाई का अनुपात 1 : 4 है। दोनों शंकुओं की त्रिज्या का अनुपात क्या है?

- (a) 1 : 1 (b) 1 : 2
(c) 1 : 4 (d) 1 : 8

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना दोनों शंकुओं की त्रिज्याएं क्रमशः r_1 व r_2 हैं तथा उनकी तिरछी ऊँचाई क्रमशः l व $4l$ है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{\pi r_1 l_1}{\pi r_2 l_2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{r_1 \times l}{r_2 \times 4l} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_1 : r_2 = 1 : 2$$

88. एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार का परिमाप 44 सेमी. है। यदि शंकु की ऊँचाई 24 सेमी. है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या होगा?

- (a) 550 (b) 1100
(c) 2200 (d) 650

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$2\pi r = 44 \Rightarrow \pi r = 22 \Rightarrow r = 7 \text{ सेमी.}$$

तथा $h = 24$ सेमी.

$$\therefore l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$l = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625}$$

$$\therefore l = 25 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्र पृष्ठ} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ सेमी.}^2$$

89. एक शंक्वाकार टेंट का आयतन 154 सेमी.³ है तथा उसके आधार का क्षेत्रफल 38.5 सेमी.² है। यदि टेंट को बनाने वाले कपड़े की चौड़ाई 2 सेमी. हो, तो टेंट को बनाने के लिए कितने लंबे (सेमी. में) कपड़े की आवश्यकता है?

- (a) 71.35 (b) 68.75
(c) 73.25 (d) 75.75

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— शंकु का आयतन $= 154$ सेमी.³

तथा आधार का क्षेत्रफल $= 38.5$ सेमी.²

\therefore शंकु की ऊँचाई (h)

$$= \frac{\text{Volume}}{\text{Area of base}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \pi r^2 h}{\pi r^2} = \frac{154}{38.5}$$

$$\therefore h = \frac{154 \times 3}{38.5} = 4 \times 3 = 12 \text{ सेमी.}$$

आधार का क्षेत्रफल $(\pi r^2) = 38.5$

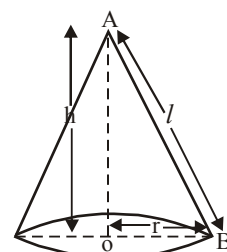
$$\therefore r^2 = \frac{38.5}{\frac{22}{7}} = 12.25 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore r = 3.50 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{शंकु की तिर्यक लंबाई (l)} = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{12.25 + 144}$$

$$\therefore l = \sqrt{156.25} = 12.50 \text{ सेमी.}$$



$$\begin{aligned}\therefore \text{कपड़े की अभीष्ट लंबाई} &= \frac{\text{Mugka bare}}{\text{kan skarku}} \\ &= \frac{\pi l}{2} \\ &= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 \\ &= \frac{137.50}{2} = 68.75\end{aligned}$$

90. एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार का परिमाप 88 सेमी. है। यदि शंकु की ऊँचाई 48 सेमी. है, तो इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है ?

- (a) 1000 (b) 1100
(c) 2200 (d) 2700

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

शंकु के आधार का परिमाप = 88 सेमी.

अतः $2\pi r = 88$ सेमी.

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$$

$$r = 14 \text{ सेमी.}$$

शंकु की त्रिज्या = 14 सेमी.

शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \pi r \sqrt{h^2 + r^2} \quad (\because l = \sqrt{h^2 + r^2})$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times \sqrt{(48)^2 + (14)^2}$$

$$= 22 \times 2 \times \sqrt{2304 + 196}$$

$$= 22 \times 2 \times \sqrt{2500}$$

$$= 22 \times 2 \times 50 = 2200 \text{ सेमी.}^2$$

91. एक शंकु के आधार का क्षेत्रफल 57 सेमी.² है और ऊँचाई 10 सेमी. है, तो उसका आयतन सेमी.³ में है—

- (a) 570 (b) 390
(c) 190 (d) 590

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— शंकु के आधार का क्षेत्रफल $\pi r^2 = 57$ सेमी.²

शंकु की ऊँचाई $h = 10$ सेमी.

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times 57 \times 10$$

$$= 19 \times 10 = 190 \text{ घन सेमी.}$$

92. 5 व्यक्ति एक टेंट में रहेंगे। यदि प्रत्येक व्यक्ति को 16 मी.² फर्शी क्षेत्र और वायु के लिए 100 मी.³ के अंतराल की आवश्यकता है, तो उन व्यक्तियों को उसमें जगह देने के लिए लघुतम आकार के शंकु की ऊँचाई कितनी होगी ?

- (a) 18.75 मी. (b) 16 मी.
(c) 10.25 मी. (d) 20 मी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore प्रत्येक व्यक्ति को 16 मीटर² फर्शी क्षेत्र की आवश्यकता है।

$$\therefore 5 \text{ व्यक्तियों को आवश्यक क्षेत्र} = 16 \times 5 = 80 \text{ मीटर}^2$$

$$\text{तथा 5 व्यक्तियों के लिए आवश्यक वायु का आयतन} = 100 \times 5 = 500 \text{ मी.}^3$$

$$\text{शंक्वाकार टेंट का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$500 = \frac{1}{3} (\pi r^2) h$$

(जहाँ $\pi r^2 =$ शंकु का क्षेत्रफल)

$$\therefore \pi r^2 = 80 \text{ रखने पर}$$

$$500 = \frac{1}{3} \times 80 \times h$$

$$h = \frac{500 \times 3}{80} = 18.75 \text{ मीटर}$$

93. एक शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई प्रत्येक को 20% बढ़ा दिया जाता है, तो शंकु का आयतन कितना बढ़ जाएगा ?

- (a) 20% (b) 20.5%
(c) 62% (d) 72.8%

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(d)

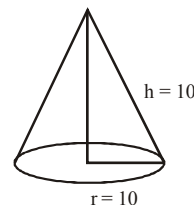
व्याख्या—

माना $r = 10$

$h = 10$

वृद्धि के बाद $r = 12$

$h = 12$



$$\text{प्रारंभ में शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 10$$

$$= \frac{1000}{3} \pi$$

$$\text{वृद्धि के पश्चात शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 12$$

$$= \frac{1728}{3} \pi$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{शंकु के आयतन में वृद्धि} &= \frac{1728}{3}\pi - \frac{1000}{3}\pi \\ &= \frac{1728\pi - 1000\pi}{3} \\ &= \frac{728\pi}{3} \\ \therefore \% \text{वृद्धि} &= \frac{\frac{728\pi}{3}}{\frac{1000\pi}{3}} \times 100 = 72.8\%\end{aligned}$$

Trick—

प्रश्नानुसार,

r	\times	r	\times	h	$=$	v
\downarrow		\downarrow		\downarrow		
पूर्व $\rightarrow 10$		10		10	$=$	1000
परिवर्तित $\rightarrow 12$		12		12	$=$	1728

आयतन में वृद्धि $= 1728 - 1000 = 728$

$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{728}{1000} \times 100 = 72.8\%$$

94. 20 सेमी. ऊँचे और 15 सेमी. आधार त्रिज्या वाले एक लंब-वृतीय शंकु को गलाया जाता है और उसे 5 सेमी. ऊँचे तथा 1.5 सेमी. आधार त्रिज्या वाले समान आकार के छोटे-छोटे शंकुओं में ढाला जाता है। ढले हुए शंकुओं की संख्या कितनी होगी?
- (a) 100 (b) 150
(c) 300 (d) 400

S.S.C. कांस्टेबल (G.D.) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— ढाले गए शंकुओं की अभीष्ट संख्या

$$\begin{aligned}&= \frac{\text{बड़े शंकु का आयतन}}{\text{छोटे शंकु का आयतन}} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \times \pi \times (15)^2 \times 20}{\frac{1}{3} \times \pi (1.5)^2 \times 5}\end{aligned}$$

(\therefore बड़े शंकु की त्रिज्या 15 सेमी. और ऊँचाई 20 सेमी. है तथा छोटे शंकु की त्रिज्या 1.5 सेमी. और ऊँचाई 5 सेमी. है)

$$= \frac{225 \times 20}{2.25 \times 5} = 400$$

95. किसी लंब वृतीय शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण 30° है। यदि आयतन और तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल के संख्यात्मक मान का अनुपात 1 : 2 है, तो आधार की त्रिज्या है—
- (a) 1 एकक (b) 2 एकक
(c) $\sqrt{3}$ एकक (d) 3 एकक

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना $AB = h$ एवं

$BC = r$ तथा तिर्यक ऊँचाई $AC = l$

अब $\triangle ABC$ से

$$\tan 30^\circ = \frac{r}{h}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{h}$$

$$h = \sqrt{3}r \dots \dots \dots (i)$$

या $r = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (ii)$

अब $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2}$

$$\sqrt{\frac{h^2}{3} + h^2} = \sqrt{\frac{4h^2}{3}} = 2h\sqrt{\frac{1}{3}}$$

अब प्रश्न से

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{2} \pi l$$

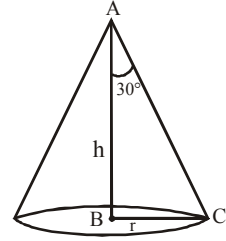
$$\frac{1}{3} rh = \frac{1}{2} l$$

$$rh = \frac{3}{2} \times 2h\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$r = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$r = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{त्रिज्या} = \sqrt{3} \text{ एकक}$$



96. एक लंब वृतीय शंकु की आधार त्रिज्या 6 सेमी. है और उसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी. है, तो उसका आयतन क्या होगा? ($\pi = 22/7$ का प्रयोग करें)

- (a) 301.71 सेमी.³ (b) 310.71 सेमी.³
(c) 301.17 सेमी.³ (d) 310.17 सेमी.³

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

शंकु की त्रिज्या = 6 सेमी.

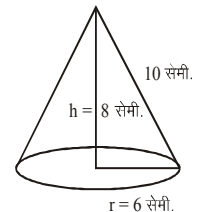
तिर्यक ऊँचाई = 10 सेमी.

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 8$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 8$$

$$= 301.71 \text{ सेमी.}^3$$



97. यदि एक समलंबी वृत्ताकार शंकु को V_1, V_2, V_3 आयतन वाले 3 ऐसे ठोस खंडों में बांट दिया जाए, जिनके दो आधार, मूल आधार के समांतर हों और ऊँचाइयां भी समत्रिभाजित हों, तो $V_1 : V_2 : V_3$ का अनुपात कितना होगा?

- (a) 1 : 2 : 3 (b) 1 : 4 : 6
(c) 1 : 6 : 9 (d) 1 : 7 : 19

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— V_1 भाग का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi h r^2}{3}$

V_2 का आयतन $= \frac{1}{3} \pi h \left[(2r)^2 + r^2 + 2r^2 \right]$

$= \frac{1}{3} \pi h \times 7r^2$

$= \frac{\pi h}{3} 7r^2$

V_3 का आयतन $= \frac{1}{3} \pi h \left[(3r)^2 + (2r)^2 + 6r^2 \right]$

$= \frac{\pi h}{3} 19r^2$

$\therefore V_1 : V_2 : V_3 = \frac{\pi h r^2}{3} : \frac{\pi h}{3} 7r^2 : \frac{\pi h}{3} 19r^2$

$= 1 : 7 : 19$

98. 9 सेमी., 12 सेमी. और 15 सेमी. की भुजाओं वाले लंब त्रिभुज को यदि 9 सेमी. भुजा पर घुमाया जाए जिससे शंकु बन सके। इस प्रकार बने शंकु का आयतन कितना होगा?

- (a) 324π सेमी.³ (b) 330π सेमी.³
(c) 334π सेमी.³ (d) 327π सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या—
प्रश्नानुसार
9 सेमी. भुजा पर त्रिभुज को घुमाने पर शंक्वाकार आकृति बनेगी
 \therefore शंकु की त्रिज्या = 9 सेमी. तथा शंकु की ऊँचाई = 12 सेमी.

\therefore शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (9)^2 \times 12$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 81 \times 12$

$= 324 \pi$ सेमी.³

99. एक धातु की 28 सेमी. व्यास वाली अर्द्धवृत्ताकार चादर को मोड़कर खुले शंक्वाकार प्याले में बदल दिया गया है। तदनुसार, उस प्याले की गहराई लगभग कितनी होगी?

- (a) 11 सेमी. (b) 12 सेमी.
(c) 13 सेमी. (d) 14 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना शंक्वाकार प्याले की ऊँचाई l = अर्द्धवृत्ताकार चादर की त्रिज्या $R = 14$ सेमी.

माना शंक्वाकार प्याले की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r और h है।
 \therefore शंकु की आधार की परिधि = अर्द्धवृत्ताकार चाप की लंबाई

$2\pi r = \frac{1}{2} \times 2\pi R$

$2\pi r = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 14$

या $r = 7$

$\therefore l^2 = r^2 + h^2$

$14^2 = 7^2 + h^2$

$h^2 = 14^2 - 7^2$

$= 196 - 49$

$= 147$

$\therefore h = \sqrt{147} = 12.124$ सेमी. (लगभग)

अतः प्याले की गहराई = 12.124 (लगभग)

100. एक शंक्वाकार तंबू के आधार की त्रिज्या 16 मीटर है। तदनुसार, यदि उस तंबू को बनाने में $427\frac{2}{7}$ वर्ग मीटर कैनवास की आवश्यकता पड़ी हो, तो उस तंबू की तिरछी ऊँचाई $\left(\pi = \frac{22}{7} \right)$ कितनी रही होगी ?

- (a) 1 मीटर (b) 15 मीटर
(c) 19 मीटर (d) 8.5 मीटर

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना तिरछी ऊँचाई $= l$

तो शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$427\frac{2}{7} = \pi r l$

$\frac{22}{7} \times 16 \times l = \frac{2992}{7}$

$l = \frac{2992}{7} \times \frac{7}{22 \times 16}$

\therefore तिरछी ऊँचाई $= 8.5$ मीटर

101. एक सम वृत्तीय शंकु जिसकी ऊँचाई 21 सेमी. है और तल की त्रिज्या 154 सेमी.² क्षेत्रफल के वृत्त की त्रिज्या है, तो उसके आयतन का $\frac{2}{3}$ कितना होगा?

- (a) $726\frac{3}{2}$ सेमी.³ (b) $627\frac{2}{3}$ सेमी.³
(c) $817\frac{3}{2}$ सेमी.³ (d) $718\frac{2}{3}$ सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— शंकु की त्रिज्या = वृत्त की त्रिज्या

माना वृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$\therefore \pi r^2 = 154$$

$$r^2 = 154 \times \frac{7}{22}$$

$$\therefore r = \sqrt{49} = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 21 \\ &= 22 \times 49 = 1078 \text{ सेमी.}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु के आयतन का } \frac{2}{3} \text{ भाग} &= \frac{2}{3} \times 1078 \\ &= \frac{2156}{3} = 718 \frac{2}{3} \text{ सेमी.}^3 \end{aligned}$$

102. एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार का परिमाण 8 सेमी. है। यदि उस शंकु की ऊँचाई 21 सेमी. हो, तो उसका आयतन कितना होगा?

- (a) 108π सेमी.³ (b) $\frac{112}{\pi}$ सेमी.³
(c) 112π सेमी.³ (d) $\frac{108}{\pi}$ सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— लंब वृत्तीय शंकु के आधार का परिमाण = 8 सेमी.

माना शंकु की त्रिज्या r है।

$$\therefore 2\pi r = 8$$

$$r = \frac{8}{2\pi} = \frac{4}{\pi}$$

$$\text{अब लंब वृत्तीय शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \times 21$$

(जहाँ $h = 21$ सेमी.)

$$= \pi \times \frac{16}{\pi^2} \times 7 = \frac{112}{\pi} \text{ सेमी.}^3$$

103. एक लंब वृत्तीय शंकवाकार ढाँचा 21 मी. व्यास वाले वृत्ताकार आधार पर खड़ा है जिसकी ऊँचाई 14 मी. है। रु. 6 प्रति वर्ग मीटर के हिसाब से तिरछी सतह की रंगई की कुल लागत कितनी होगी? (जहाँ $\pi = 22/7$)

- (a) 4365 (b) 4465 (c) 3465 (d) 3365

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पल्ली)

उत्तर—(c)

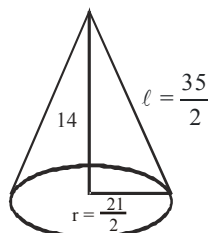
व्याख्या— वृत्तीय शंकवाकार ढाँचे का व्यास = 21 मीटर

ऊँचाई = 14 मीटर

रंगई की दर = 6 रुपया/मी.²

$$\text{कर्ण}^2 = \text{लंब}^2 + \text{आधार}^2$$

$$l^2 = (14)^2 + \left(\frac{21}{2}\right)^2$$



$$l^2 = 196 + \frac{441}{4}$$

$$l^2 = \frac{1225}{4}$$

$$l = \sqrt{\frac{1225}{4}} = \frac{35}{2}$$

$$\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{35}{2} \times 6 \\ &= 33 \times 35 \times 3 \\ &= 3465 \end{aligned}$$

104. एक लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई में 200% की वृद्धि और उसके आधार के अर्द्धव्यास में 50% की कमी करने पर उस शंकु के आयतन में—

- (a) 25 % की वृद्धि होगी। (b) 50 % की वृद्धि होगी।
(c) कोई परिवर्तन नहीं होगा। (d) 25 % की कमी होगी।

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003, 2006

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना प्रारंभिक शंकु की ऊँचाई h एवं त्रिज्या r है।

$$\text{अतः शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{नए शंकु की ऊँचाई} = h + h \text{ का } \frac{200}{100} = 3h$$

$$\text{नए शंकु की त्रिज्या} = r - r \text{ का } \frac{50}{100} = \frac{r}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{नए शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \times 3h \\ &= \frac{\pi r^2 h}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयतन में कमी} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h - \frac{1}{4} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{12} \pi r^2 h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{प्रतिशत कमी} &= \frac{\frac{1}{12} \pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} \times 100 \\ &= \frac{3}{12} \times 100 = 25\% \end{aligned}$$

Trick—

\therefore शंकु के आयतन में त्रिज्या वर्ग (Square) के रूप में होती है

$$\begin{aligned} \text{अतः अभीष्ट कमी} &= \left((-50) + (-50) + \frac{(-50) \times (-50)}{100} \right) \% \\ &= -100 + 25 = -75\% \end{aligned}$$

पुनः $(-75)\%$ तथा 200% के अभीष्ट प्रतिशत वृद्धि या कमी

$$\begin{aligned} &= -75 + 200 - \frac{75 \times 200}{100} \\ &= 125 - 150 \\ &= -25\% \end{aligned}$$

अतः 25% की कमी होगी।

105. यदि किसी शंकु के आधार का क्षेत्रफल 770 सेमी.² तथा उसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 814 सेमी.² हो, तो उसका आयतन (सेमी.³ में) होगा—

- (a) $213\sqrt{5}$ (b) $392\sqrt{5}$
(c) $550\sqrt{5}$ (d) $616\sqrt{5}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर—(d)

व्याख्या— शंकु के आधार का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = 770$

$$r^2 = \frac{770 \times 7}{22}$$

$$r^2 = 245$$

$$r = 7\sqrt{5}$$

पुनः शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $\pi rl = 814$ सेमी.²

$$l = \frac{814}{\frac{22}{7} \times 7\sqrt{5}}$$

$$= \frac{814 \times 7}{7\sqrt{5} \times 22}$$

$$= \frac{37}{\sqrt{5}} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{शंकु की ऊँचाई } h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{37}{\sqrt{5}}\right)^2 - (7\sqrt{5})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{37 \times 37}{5} - 49 \times 5}$$

$$= \sqrt{\frac{1369 - 1225}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{144}{5}}$$

$$= \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$\text{अतः शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{5} \times 7\sqrt{5} \times \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$= 22 \times 7\sqrt{5} \times 4$$

$$= 88 \times 7\sqrt{5}$$

$$= 616\sqrt{5} \text{ घन सेमी.}$$

106. यदि एक ऊँचाई h तथा अर्द्ध शीर्ष कोण α वाले लंब वृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल निरूपित करता है, तो S बराबर है—

- (a) $\pi h^2 \tan^2 \alpha$ (b) $\frac{1}{2} \pi h^2 \tan^2 \alpha$
(c) $\pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$ (d) $\frac{1}{3} \pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{h}{l} = \cos \alpha$

$$l = \frac{h}{\cos \alpha}$$

पुनः $\tan \alpha = \frac{r}{h}$

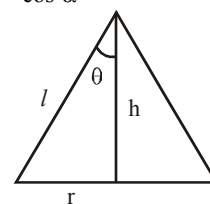
$$r = h \tan \alpha$$

$$\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} = \pi rl$$

$$= \pi \times h \tan \alpha \times \frac{h}{\cos \alpha}$$

(r एवं l का मान रखने पर)

$$= \pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$$



107. यदि दो एक समान ऊँचाई के लंब वृत्तीय शंकुओं के व्यासों का अनुपात 3 : 4 हो, तो उनके आयतनों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 3 : 4 (b) 9 : 16
(c) 16 : 9 (d) 27 : 64

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— शंकुओं की ऊँचाई = h

$$\text{शंकुओं के व्यासों का अनुपात} = 3 : 4$$

$$\therefore \text{शंकुओं के त्रिज्याओं का अनुपात} = \frac{3}{2} : \frac{4}{2}$$

$$\therefore \text{शंकुओं के आयतन का अनुपात} = \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = 9 : 16$$

108. यदि दो शंकुओं के आयतनों का अनुपात 2 : 3 है और उनके आधारों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तो उनकी ऊँचाइयों का अनुपात होगा—

- (a) 4 : 3 (b) 3 : 4
(c) 8 : 3 (d) 3 : 8

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2016, 2009

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या—माना शंकुओं की त्रिज्याएँ r तथा $2r$ हैं तथा ऊँचाई h_1 और h_2 हैं।

$$\frac{\text{पहले शंकु का आयतन}}{\text{दूसरे शंकु का आयतन}} = \frac{\pi r^2 h_1}{\pi (2r)^2 h_2}$$

$$\text{या } \frac{2}{3} = \frac{h_1}{4h_2}$$

$$\therefore \frac{h_1}{h_2} = \frac{8}{3}$$

$$\therefore h_1 : h_2 = 8 : 3$$

109. किसी शंकु की ऊँचाई 30 सेमी. है। शंकु के आधार के समांतर एक समतल द्वारा शंकु के ऊपरी भाग से एक छोटा शंकु काटा गया है। यदि इसका आयतन शंकु के आयतन का $\frac{1}{27}$ हो, तो आधार से कितनी ऊँचाई पर शंकु को काटा गया है—

- (a) 6 सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) 10 सेमी. (d) 20 सेमी.

S.S.C. (झाटा एंट्री ऑपरटर) परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— बड़े शंकु की ऊँचाई 30 सेमी. एवं त्रिज्या R सेमी. तथा छोटे शंकु की त्रिज्या r सेमी. है।

चित्र में AOB तथा AMN समरूप हैं।

$$\text{अतः } \frac{AO}{AM} = \frac{BO}{MN} \text{ या, } \frac{30}{h} = \frac{R}{r} \dots (i)$$

$$\text{छोटे शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{बड़े शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \left(\frac{1}{3} \pi R^2 H \right) \frac{1}{27}$$

$$\text{या } r^2 h = \frac{R^2 H}{27}$$

$$\text{या } \frac{27h}{H} = \frac{R^2}{r^2}$$

$$\text{या } \frac{27h}{H} = \left(\frac{30}{h} \right)^2 \text{ समीकरण (i) से}$$

$$\text{या } \frac{27h}{30} = \frac{30 \times 30}{h \times h}$$

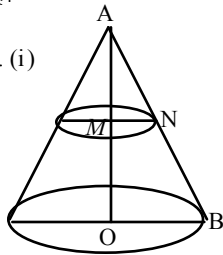
$$\text{या } 27h^3 = 30 \times 30 \times 30$$

$$\text{या } h^3 = \frac{30 \times 30 \times 30}{3 \times 3 \times 3}$$

$$\text{या } h = \frac{30}{3} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{छोटे शंकु की ऊँचाई} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{आधार से काटे गए छोटे शंकु की ऊँचाई} = 30 - 10 = 20 \text{ सेमी.}$$



110. एक बाल्टी के दो सिरों का व्यास 20 सेमी. और 10 सेमी. है और ऊँचाई 24 सेमी. है, तो बाल्टी का आयतन (cc में) क्या होगा?

- (a) 4000 (b) 4400

- (c) 4040 (d) $1885 \frac{5}{7}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बाल्टी ABCD है।

$$\text{व्यास AB} = 20 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AO = \frac{20}{2} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{व्यास CD} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा CP} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore OP = 24 \text{ तथा माना PE} = x$$

$$\therefore \text{शंकु AEB और CDE समरूप हैं।}$$

$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{PE}{PC}$$

$$\text{या } \frac{24+x}{10} = \frac{x}{5}$$

$$\therefore 120 + 5x = 10x$$

$$\therefore x = \frac{120}{5} = 24 \text{ सेमी.}$$

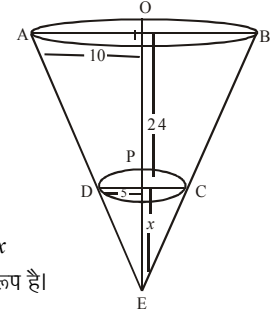
$$\therefore \text{आकृति ABCD का आयतन} = \text{शंकु AEB का आयतन} - \text{शंकु CDE का आयतन}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 (24 + 24) - \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 24$$

$$= \frac{1}{3} \pi (4800 - 600)$$

$$= \frac{22}{7} \times 4200$$

$$= 22 \times 200 = 4400$$



111. यदि किसी शंकु के आधार का अर्द्धव्यास दोगुना कर दिया जाए तथा उसकी ऊँचाई में कोई परिवर्तन न किया जाए, तो नए शंकु के आयतन का प्रारंभिक शंकु के आयतन से अनुपात होगा—

- (a) 1 : 4 (b) 2 : 1 (c) 1 : 2 (d) 4 : 1

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना प्रारंभिक शंकु के आधार का अर्द्धव्यास x है तथा

$$\text{ऊँचाई h है, तब आयतन} = \frac{1}{3} \pi x^2 h$$

$$\text{नया आयतन} = \frac{1}{3} \pi (2x)^2 h$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\frac{1}{3} \pi (4x^2) h}{\frac{1}{3} \pi x^2 h} = 4 : 1$$

प्रकार-5

दो या दो से अधिक आकृति-आधारित

112. ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle A = 90^\circ$, AB = 5 सेमी. तथा AC = 12 सेमी. है। त्रिभुज को उसके कर्ण के आधार पर घुमाए जाने से प्राप्त हुए द्विशंकु के आयतन (सेमी.³ में) का मान लगभग क्या है?

- (a) 145 (b) 290 (c) 435 (d) 580

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाठी)

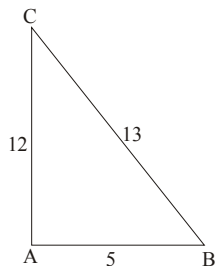
उत्तर—(b)

व्याख्या—

आधार = 5

लंब = 12

कर्ण = 13



किसी समकोण त्रिभुज को कर्ण के परितः घुमाने पर बने द्विशंकु

का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 \times \text{कर्ण}$

$$r = \frac{\text{लंब} \times \text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$r = \frac{12 \times 5}{13} = \frac{60}{13}$$

$$\text{अभीष्ट आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{60}{13} \times \frac{60}{13} \times 13$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{60}{13} \times 20 = \frac{26400}{91} = 290.1 \text{ (290 लगभग)}$$

[Note—प्रश्न में मान लगभग में निकालना है]

113. एक लंब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या और एक गोलक की त्रिज्या a के बराबर हैं। उस गोलक और शंकु के आयतन भी एक समान हैं। तदनुसार, उस शंकु की ऊंचाई कितनी है?

- (a) $3a$ (b) $4a$
(c) $\frac{7}{4}a$ (d) $\frac{7}{3}a$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना शंकु की ऊंचाई h है।

\therefore प्रश्नानुसार

शंकु का आयतन = गोले का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi a^2 h = \frac{4}{3} \pi a^3$$

(जहां a शंकु तथा गोले की त्रिज्या है)

$$\therefore h = 4a$$

114. यदि किसी गोलाकार तथा लंब वृत्तीय बेलन की ऊंचाई तथा त्रिज्या क्रमशः बराबर हैं, तो गोलाकार तथा बेलन के आयतन का अनुपात है—

- (a) $2 : 3$ (b) $3 : 2$
(c) $1 : 2$ (d) $1 : 1$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना गोलाकार की त्रिज्या r है।

\therefore लंब वृत्तीय बेलन की ऊंचाई तथा त्रिज्या r होंगे।

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \frac{\text{गोलाकार का आयतन}}{\text{लंब वृत्तीय बेलन का आयतन}} &= \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{\pi r^2 \cdot r} \\ &= \frac{4 \pi r^3}{3 \pi r^3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

अतः गोलाकार तथा लंब वृत्तीय बेलन के आयतन का अनुपात $= 4 : 3$ है।

115. 3 सेमी. त्रिज्या के आधार और 5 सेमी. ऊंचाई वाले एक ठोस धातु के बेलन को पिघलाकर, 1 सेमी. ऊंचाई और 1 मिमी. त्रिज्या के आधार वाले शंकु बनाए गए हैं। तदनुसार, उन शंकुओं की संख्या कितनी है?

- (a) 3500 (b) 4500
(c) 7500 (d) 13500

S.S.C. F.C.I परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \pi (3)^2 h \\ &= 45 \pi \dots\dots\dots(i) \end{aligned}$$

$$\text{तथा शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\left(\text{जहां } h = 1, r = \frac{1}{10} \right)$$

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{1}{10} \right)^2 \times 1$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \text{बनाए जा सकने वाले शंकुओं की संख्या} &= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}} \\ &= \frac{45 \pi}{\frac{1}{3} \pi \left(\frac{1}{10} \right)^2 \times 1} \\ &= \frac{45 \pi}{\frac{1}{3} \pi \frac{1}{100}} \\ &= 300 \times 45 \\ &= 13500 \end{aligned}$$

116. एक लंब वृत्तीय बेलनाकार छड़ के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या 3.2 dm है। छड़ को गलाकर 8 सेमी. वाले बराबर-बराबर के 44 ठोस घन बनाए जाते हैं। छड़ की लंबाई कितनी है?

- (a) 56 सेमी. (b) 7 सेमी.
(c) 5.6 सेमी. (d) 0.7 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पारी)

उत्तर—(b)

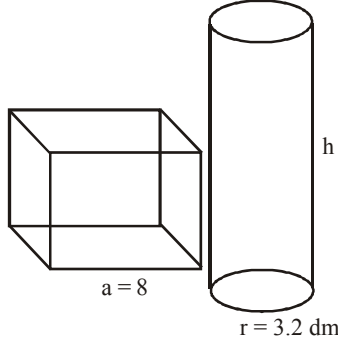
व्याख्या— दिया है

घन की भुजा = 8 सेमी.

बेलन की त्रिज्या = 3.2 dm.

= 32 सेमी.

माना कि छड़ की लंबाई h है।



44 ठोस घनों तथा बेलनाकार छड़ दोनों का आयतन बराबर होगा।

$$8^3 \times 44 = \pi \times 32 \times 32 \times h \times 10 \times 10$$

$$h = \frac{8 \times 8 \times 8 \times 44}{\pi \times 32 \times 32} = \frac{22}{\pi}$$

∴ h = 7 सेमी.

117. ऐसे वृहत्तम लंब वृत्तीय शंकु का आयतन क्या होगा जिसे 7 सेमी.

की कोर वाले घन में से काटा जा सकता है? ($\pi = \frac{22}{7}$ लें)

- (a) 13.6 सेमी.³ (b) 121 सेमी.³
(c) 147.68 सेमी.³ (d) 89.8 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—घन में से काटे जाने वाले वृहत्तम शंकु का व्यास = ऊंचाई
= घन की भुजा

∴ शंकु की त्रिज्या = $\frac{7}{2} = 3.5$ सेमी. तथा ऊंचाई = 7.0 सेमी.

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 7 \\ &= \frac{22}{3} \times 12.25 = 89.8 \text{ घन सेमी.} \end{aligned}$$

118. ऐसे लंब वृत्तीय शंकु का आयतन जिसे 4.2 dm कोर के लकड़ी के घन से बनाया गया हो और जिसमें कम-से-कम लकड़ी व्यर्थ हुई हो, है—

- (a) 194.04 cu. dm (b) 19.404 cu. dm
(c) 1940.4 cu. dm (d) 19404 cu. dm

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— अधिकतम आयतन के शंकु के लिए ऊंचाई = घन की भुजा
= 4.2 dm

$$\begin{aligned} \text{तथा शंकु की त्रिज्या} &= \frac{\text{घन की भुजा}}{2} \\ &= \frac{4.2}{2} = 2.1 \text{ dm} \\ \therefore \text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 4.2 \\ &= \frac{22}{21} \times 2.1 \times 2.1 \times 4.2 \\ &= 19.404 \text{ cu. dm} \end{aligned}$$

119. 13.5 सेमी. व्यास वाले एक अर्द्धगोलीय प्याले में भरा पानी, 9 सेमी. व्यास वाले एक समलंब वृत्ताकार बेलनाकार खाली गिलास में उड़ेला गया है। तदनुसार, उस गिलास में पानी की गहराई कितनी होगी?

- (a) 8 सेमी. (b) $12\frac{1}{3}$ सेमी.
(c) $10\frac{1}{8}$ सेमी. (d) $7\frac{3}{8}$ सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— अर्द्धगोलीय प्याले में भरे पानी का आयतन} &= \frac{2}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{13.5}{2} \times \frac{13.5}{2} \times \frac{13.5}{2} \\ &= \frac{11 \times 4.5 \times 13.5 \times 13.5}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{9}{2} \times \frac{9}{2} \times h \\ &= \frac{11 \times 81}{14} \times h \end{aligned}$$

अब प्रश्न से

$$\begin{aligned} \frac{11 \times 81}{14} \times h &= \frac{11 \times 4.5 \times 13.5 \times 13.5}{14} \\ h &= \frac{11 \times 4.5 \times 13.5 \times 13.5}{11 \times 81} \\ &= \frac{81}{8} \\ &= 10\frac{1}{8} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

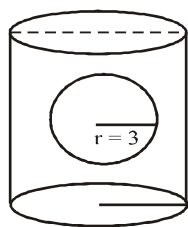
120. एक 4 सेमी. त्रिज्या वाले बेलनाकार बर्तन में पानी है। 3 सेमी. त्रिज्या वाला एक ठोस गोला पानी में तब तक डुबाया जाता है जब तक वह पूरी तरह न डूब जाए। बर्तन में जल का स्तर कितना बढ़ जाएगा?

- (a) 3.5 सेमी. (b) 2.25 सेमी.
(c) 2 सेमी. (d) 3.8 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है



$r = 4$ सेमी.

बेलन की त्रिज्या = 4 सेमी.

गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

∴ बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi \times 4 \times 4 \times h = \frac{4}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 3$$

$$h = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ सेमी.}$$

121. 32 सेमी. ऊँचाई और 18 सेमी. की त्रिज्या वाला एक बेलनाकार पात्र रेत से भरा है। यह सारी रेत एक शंकु आकार का ढेर बनाने के लिए प्रयोग की जाती है। यदि इस शंकु आकार के ढेर की ऊँचाई 24 सेमी. हो, तो उसके तल की त्रिज्या क्या होगी?

- (a) 12 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 36 सेमी. (d) 48 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाली)

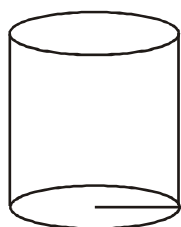
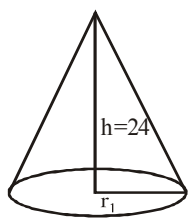
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

बेलन की ऊँचाई = 32 सेमी.

बेलन की त्रिज्या = 18 सेमी.

शंकु की ऊँचाई = 24 सेमी.



$h = 32$ सेमी.

$r_2 = 18$ सेमी.

माना कि शंकु के तल की त्रिज्या r_1 है।

∴ शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r_1^2 \times 24 = \pi \times 18 \times 18 \times 32$$

$$r_1^2 = \frac{18 \times 18 \times 32}{8}$$

$$r_1 = \sqrt{1296} = 36 \text{ सेमी.}$$

122. एक गोलक और एक लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या 'r' है। उनके आयतन बराबर हैं। बेलन की ऊँचाई और त्रिज्या का अनुपात ज्ञात कीजिए?

- (a) 3 : 1 (b) 2 : 1
(c) 3 : 2 (d) 4 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— गोले की त्रिज्या = r तथा बेलन की त्रिज्या = r

माना कि बेलन की ऊँचाई h है तथा गोले का आयतन v_1 तथा बेलन का आयतन v_2 है।

प्रश्नानुसार

$$v_1 = v_2$$

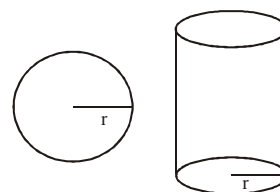
$$\text{तथा } r = r$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{\pi r^2 h}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{4r}{3h} = 1 \quad (\because v_1 = v_2)$$

$$\frac{h}{r} = \frac{4}{3}$$

या $h : r = 4 : 3$



123. एक गोलाकार और एक लंब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई और आयतन बराबर हैं, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात है—

- (a) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3} : 1$
(c) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ (d) $2 : \sqrt{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना गोलाकार और लंब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई h है।

∴ गोलाकार की त्रिज्या h होगी तथा माना बेलन की त्रिज्या r_1 है।

प्रश्नानुसार

गोलाकार का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi (h)^3 = \pi r_1^2 h$$

$$\frac{4}{3} h^2 = r_1^2$$

$$\therefore \frac{h^2}{r_1^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{h}{r_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h : r_1 = \sqrt{3} : \sqrt{2}$$

124. एक घन और एक ठोस के आयतनों का अनुपात 363 : 49 है। तदनुसार, उस घन के एक सिरे की लंबाई और गोले की त्रिज्या का अनुपात कितना होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$ मानकर)

- (a) 7 : 11 (b) 22 : 7
(c) 11 : 7 (d) 7 : 22

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{363}{49}$

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{363}{49}$$

$$\frac{3 \times 7 \times a^3}{4 \times 22 r^3} = \frac{363}{49}$$

$$\frac{a^3}{r^3} = \frac{363}{49} \times \frac{4 \times 22}{3 \times 7}$$

$$\frac{a^3}{r^3} = \frac{121 \times 4 \times 2 \times 11}{7 \times 7 \times 7}$$

या $\frac{a}{r} = \frac{11 \times 2}{7} = \frac{22}{7}$

अतः $a : r = 22 : 7$

125. एक समलंबी वृत्ताकार बेलन और एक गोले के वक्रिय तल के क्षेत्रफल परस्पर बराबर हैं। तदनुसार, यदि उस बेलन तथा गोले की त्रिज्याएं भी एक समान हों, तो उनके आयतनों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 2 : 3 (b) 3 : 2
(c) 3 : 4 (d) 4 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$2\pi rh = 4\pi r^2 \quad (\text{त्रिज्याएं समान हैं})$$

$$h = 2r$$

अब $\pi r^2 h : \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 (2r) : \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= 2\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= 2 : \frac{4}{3}$$

$$= 3 : 2$$

126. यदि एक समान त्रिज्या वाले एक गोले तथा एक बेलन के आयतन एक समान हों, तो उस बेलन की त्रिज्या तथा ऊंचाई का अनुपात कितना होगा?

- (a) 4 : 3 (b) 3 : 2
(c) 3 : 4 (d) 2 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊंचाई h है।

अतः प्रश्नानुसार गोले की त्रिज्या r होगी।

\therefore गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\therefore \frac{4}{3}r = h \quad \text{या} \quad \frac{r}{h} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore r : h = 3 : 4$$

अतः त्रिज्या तथा ऊंचाई का अनुपात = 3 : 4

127. 10 सेमी. ऊंचाई और 6 सेमी. त्रिज्या के आधार वाले एक ठोस बेलन से उसी ऊंचाई और उसी जैसा आधार वाला एक शंकु निकाल लिया गया है। तदनुसार, शेष बचे ठोस का आयतन कितना रह गया है ?

- (a) 240π घन सेमी. (b) 5280 घन सेमी.
(c) 620π घन सेमी. (d) 360π घन सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— शेष बचे ठोस का आयतन $= \pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{2}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 10$$

$$= 240\pi \text{ घन सेमी.}$$

128. यदि V_1, V_2 और V_3 ऐसे लंब वृत्तीय शंकु, गोलक और लंब वृत्तीय बेलन के आयतन हैं, जिनकी त्रिज्या और ऊंचाई समान है, तो-

(a) $V_1 = \frac{V_2}{2} = \frac{V_3}{3}$ (b) $\frac{V_1}{2} = \frac{V_2}{3} = V_3$

(c) $\frac{V_1}{3} = \frac{V_2}{2} = V_3$ (d) $\frac{V_1}{3} = V_2 = \frac{V_3}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बेलन, शंकु तथा गोले के त्रिज्या r है तथा उनकी ऊंचाई h है।

$$\therefore \text{लंब वृत्तीय शंकु का आयतन } V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\therefore 3V_1 = \pi r^2 h \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{गोलक का आयतन } V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \frac{3}{4}V_2 = \pi r^2 \cdot r$$

$$\therefore \frac{3}{4}V_2 = \frac{\pi r^2 \cdot 2r}{2} \quad (\because \text{गोले की ऊंचाई} = \text{त्रिज्या का दोगुना होता है})$$

$$\frac{3}{2} V_2 = \pi r^2 h \dots\dots\dots (ii)$$

तथा लंब वृत्तीय बेलन का आयतन $V_3 = \pi r^2 h$

$$\therefore V_3 = \pi r^2 h \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (i), समी. (ii) और समी. (iii) से

$$3V_1 = \frac{3}{2} V_2 = V_3$$

$$\therefore V_1 = \frac{V_2}{2} = \frac{V_3}{3}$$

129. 24 सेमी. व्यास वाले एक बेलनाकार बर्तन में, जिसमें पर्याप्त पानी भरा है, 6 सेमी. त्रिज्या वाली एक ठोस गोलाकार गेंद पूरी तरह डुबा दी जाती है। तदनुसार, पानी के स्तर की ऊंचाई कितनी बढ़ जाएगी?

- (a) 1.5 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 4.2 सेमी.

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना 24 सेमी. व्यास वाले बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊंचाई h है।

$$\therefore \text{पानी का आयतन} = \pi \times \left(\frac{24}{2}\right)^2 \cdot h$$

$$= \pi \times 12 \times 12 \times h$$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi \times 6^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 6$$

प्रश्न से

$$\pi \times 12 \times 12 \times h = \frac{4}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 6$$

$$h = \frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 12 \times 12} = 2 \text{ सेमी.}$$

130. एक शंक्वाकार फ्लास्क पानी से भरी हुई है। फ्लास्क की आधार त्रिज्या r है और ऊंचाई h है। यह पानी एक बेलनाकार फ्लास्क में डाला गया जिसकी आधार त्रिज्या mr है। बेलनाकार फ्लास्क में पानी की ऊंचाई है-

- (a) $\frac{2h}{m}$ (b) $\frac{h}{3m^2}$
(c) $\frac{m}{2h}$ (d) $\frac{h}{2} m^2$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— शंक्वाकार फ्लास्क का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

माना बेलनाकार फ्लास्क की ऊंचाई H है।

प्रश्नानुसार

$$\pi (mr)^2 H = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$m^2 r^2 H = \frac{1}{3} r^2 h$$

$$m^2 H = \frac{h}{3}$$

$$H = \frac{h}{3m^2}$$

131. एक बेलनाकार बीकर में, जिसमें थोड़ा पानी भी है, 1.4 सेमी.

व्यास के गोले डाले जाते हैं, जो पूरी तरह डूब जाते हैं। यदि बीकर का व्यास 7 सेमी. हो, तो कितने गोले डालने पर बीकर के पानी का तल 5.6 सेमी. बढ़ जाएगा?

- (a) 50 (b) 150
(c) 250 (d) 350

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— बीकर बेलनाकार है जिसकी त्रिज्या $= \frac{7}{2}$ सेमी. है।

पानी के तल में वृद्धि = ऊंचाई
 $= 5.6$ सेमी.

$$\therefore \text{पानी का आयतन} = \pi \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 5.6$$

$$1.4 \text{ सेमी. व्यास वाले गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1.4}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (0.7)^3$$

$$\text{अतः बीकर में पड़े गोलों की संख्या} = \frac{\pi \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 5.6}{\frac{4}{3} \pi (0.7)^3}$$

$$= \frac{7 \times 7 \times 5.6 \times 3}{2 \times 2 \times 4 \times .7 \times .7 \times .7}$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 8 \times 3}{2 \times 2 \times 4} = 150$$

132. 20 सेमी. आंतरिक व्यास वाली एक वृत्ताकार नली से 3 किमी./घं. की गति से पानी को 10 मी. व्यास वाली और 2 मी. गहरी एक वृत्ताकार टंकी में डाला जा रहा है। तदनुसार, उस टंकी को पूरा भरने में कितना समय लगेगा?

- (a) एक घंटा (b) एक घंटा 40 मिनट
(c) एक घंटा 20 मिनट (d) दो घंटे 40 मिनट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— 20 सेमी. आंतरिक व्यास वाली नली से एक घंटे में निकले

$$\text{जल की मात्रा} = \pi \times \frac{20}{2} \times \frac{20}{2} \times 300000 \text{ सेमी.}/\text{घंटा}$$

$$= 30000000 \pi \text{ घन सेमी.}/\text{घंटा}$$

$$\text{टंकी का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times \left(\frac{1000}{2}\right)^2 \times 200$$

$$= \pi \times 500 \times 500 \times 200$$

$$= 50000000\pi \text{ घन सेमी.}$$

अतः टंकी को भरने में लगा समय

$$= \frac{50000000\pi}{30000000\pi}$$

$$= \frac{5}{3} \text{ घंटा} = 1\frac{2}{3} \text{ घंटा} = 1 \text{ घंटा } 40 \text{ मिनट}$$

133. r त्रिज्या वाले एक गोले तथा r त्रिज्या के आधार वाले एक बेलन का आयतन एक समान है। यदि उस बेलन की ऊंचाई h हो, तो निम्न में से कौन-सा समीकरण सही है?

- (a) $4r = 3h$ (b) $4r = h$
(c) $h = 3r$ (d) $h = 2r$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— r त्रिज्या वाले गोले एवं r त्रिज्या तथा h ऊंचाई वाले बेलन का आयतन समान है।

अतः प्रश्न से

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3}r = h$$

अतः $4r = 3h$

134. उस बेलन की ऊंचाई क्या है जिसके आयतन और त्रिज्या वही हैं, जो 12 सेमी. व्यास वाले गोलक के हैं?
- (a) 7 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 9 सेमी. (d) 8 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— गोलक का व्यास = 12 सेमी.

$$\therefore \text{गोलक की त्रिज्या} = \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

प्रश्नानुसार

गोलक का आयतन = बेलन का आयतन

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$$

(\therefore गोलक की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या)

$$\therefore \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = \pi \times 6^2 \times h$$

$$\therefore h = \frac{4}{3} \times 6 = 8 \text{ सेमी.}$$

135. किसी ठोस लंब वृत्ताकार बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल किसी ठोस गोले के क्षेत्रफल का दोगुना है। यदि उन दोनों की त्रिज्या एक समान हो, तो उस बेलन तथा गोले के आयतनों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 9 : 4 (b) 2 : 1
(c) 3 : 1 (d) 4 : 9

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— पहली शर्त से

$$2\pi r(h+r) = 2 \times 4\pi r^2$$

$$h+r = 4r$$

$$\therefore h = 3r \dots\dots\dots (i)$$

दूसरी शर्त से

माना दोनों की त्रिज्याएं r हैं।

$$\therefore \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$\text{या} = \frac{3r^2 h}{4r^3}$$

$$\text{या} = \frac{3r^2 \cdot (3r)}{4r^3}$$

$$= \frac{9r^3}{4r^3}$$

$$= 9 : 4$$

136. 7 सेमी. भुजा वाले घन से सबसे बड़ा गोला काटा गया है। गोले का आयतन (सेमी.³ में) होगा-

- (a) 718.66 (b) 543.72
(c) 481.34 (d) 179.67

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(d)

व्याख्या— घन के अंदर काटे गए सबसे बड़े गोले का व्यास घन की भुजा के बराबर होगा।

$$\text{अतः काटे गए गोले की त्रिज्या} = \frac{\text{घन की भुजा}}{2}$$

$$= \frac{7}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{11 \times 7 \times 7}{3}$$

$$= \frac{539}{3} = 179.67 \text{ सेमी.}$$

137. एक बेलनाकार लोहे की छड़, जिसकी ऊँचाई उसके अर्द्धव्यास की 4 गुनी है, को पिघलाकर छड़ के अर्द्धव्यास के बराबर अर्द्धव्यास वाले गोलों में ढाला गया है। गोलों की संख्या होगी-

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 8

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बेलनाकार लोहे की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{इसकी ऊँचाई} = 4r$$

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 4r = 4\pi r^3$$

गोले का अर्द्धव्यास $= r =$ छड़ का अर्द्धव्यास

$$\therefore \text{एक गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

अतः बेलन को पिघलाकर बने अभीष्ट गोलों की संख्या

$$= \frac{4\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = 3$$

138. एक लंब वृत्तीय बेलन का आयतन एक गोले के आयतन के बराबर है तथा उनके अर्द्धव्यास भी बराबर हैं। यदि बेलन की ऊँचाई h तथा गोले का व्यास d हो, तो निम्नलिखित में से कौन-सा संबंध सही है?

- (a) $h = d$ (b) $2h = d$
(c) $2h = 3d$ (d) $3h = 2d$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— लंब वृत्तीय बेलन एवं गोले का अर्द्धव्यास बराबर है।

अर्द्धव्यास $= d/2$ सेमी.,

बेलन की ऊँचाई $= h$ सेमी.

दोनों का आयतन बराबर है इसलिए

लंब वृत्तीय बेलन का आयतन $=$ गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (r \text{ का मान रखने पर})$$

$$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

$$\frac{d^2}{4} h = \frac{4}{3} \times \frac{d^3}{8}$$

$$\frac{h}{4} = \frac{d}{6}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{d}{3}$$

$$\therefore 3h = 2d$$

139. एक लंब वृत्तीय बेलन गोलार्द्ध में इस प्रकार परिगत है कि उनका आधार समान है। बेलन और गोलार्द्ध के आयतन का अनुपात कितना है?

- (a) 4 : 3 (b) 3 : 1
(c) 3 : 4 (d) 3 : 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना बेलन A B C D है तथा $OA = r$

\therefore बेलन की ऊँचाई r है।

$$\therefore \text{बेलन और गोलार्द्ध के आयतन का अनुपात} = \pi r^2 \times r : \frac{2}{3} \pi r^3 \\ = 3\pi r^3 : 2\pi r^3 \\ = 3 : 2$$

140. एक बेलन की ऊँचाई तथा एक शंकु की ऊँचाई 2:3 तथा उनके आधार के अर्द्धव्यास 3:4 के अनुपात में हैं। उनके आयतनों का अनुपात होगा—

- (a) 1 : 9 (b) 2 : 9
(c) 9 : 8 (d) 3 : 8

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना बेलन की ऊँचाई $2x$ एवं त्रिज्या $3r$ तथा शंकु की

ऊँचाई $3x$ एवं त्रिज्या $4r$ है।

दोनों का आयतन बराबर है।

$$\therefore \text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h \\ = \pi (3r)^2 (2x) \\ = 18\pi r^2 x$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ = \frac{1}{3} \pi (4r)^2 (3x) \\ = 16\pi r^2 x$$

$$\therefore \text{अनुपात} = \frac{18\pi r^2 x}{16\pi r^2 x} = \frac{9}{8} \\ = 9 : 8$$

141. एक फ्लास्क (थर्मस) जो लंब वृत्तीय शंकु आकार का है और उसकी ऊँचाई 24 सेमी. है, वह पानी से भरा है। इस पानी को एक लंब वृत्तीय बेलनाकार फ्लास्क में उड़ेला जाता है, जिसकी

त्रिज्या वृत्तीय शंकु के तल की त्रिज्या का $\frac{1}{3}$ है, तो बेलनाकार फ्लास्क में पानी की ऊँचाई क्या होगी?

- (a) 32 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 48 सेमी. (d) 72 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना शंकु की त्रिज्या = r

$$\therefore \text{बेलनाकार फ्लास्क की त्रिज्या} = \frac{r}{3}$$

माना बेलनाकार फ्लास्क की ऊँचाई h है।

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \text{बेलन का आयतन}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \times 24 = \pi \left(\frac{r}{3} \right)^2 \times h$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \times 24 = \frac{\pi r^2 h}{9}$$

$$\therefore h = \frac{24 \times 9}{3} = 72 \text{ सेमी.}$$

142. एक बेलन और एक शंकु के आयतन 3 : 1 के अनुपात में हैं। उनके व्यास ज्ञात करें और उनकी तुलना करें जब उनकी ऊँचाइयाँ बराबर हैं।

- (a) बेलन का व्यास = शंकु के व्यास का दोगुना
(b) बेलन का व्यास = शंकु का व्यास
(c) बेलन का व्यास > शंकु का व्यास
(d) बेलन का व्यास < शंकु का व्यास

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बेलन का व्यास $2r_1$ है।

तथा शंकु का व्यास $2r_2$ है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{\pi r_1^2 h}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h} = \frac{3}{1} \quad \left(\because \text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} \right)$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{1}{1} \quad \text{या} \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{1}$$

$$r_1 = r_2$$

$$\therefore 2r_1 = 2r_2$$

अतः बेलन का व्यास = शंकु का व्यास

143. एक अर्धवृत्त कटोरा है जिसमें तरल पदार्थ भरा है और उसकी आंतरिक त्रिज्या 15 सेमी. है। उस तरल पदार्थ को 5 सेमी. व्यास और 6 सेमी. ऊँचाई वाली बेलनाकार बोतलों में भरा जाता है। उस कटोरे को खाली करने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?

- (a) 30 (b) 40
(c) 50 (d) 60

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— अभीष्ट बोतलों की संख्या

$$= \frac{\text{अर्धवृत्ताकार कटोरे का आयतन}}{\text{बेलनाकार बोतल का आयतन}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \pi r^3}{\pi R^2 h}$$

$$(\because \text{बेलन का व्यास } 2R = 5 \text{ तथा } r = 15 \text{ सेमी.})$$

$$= \frac{2 \pi \times (15)^3}{3 \times \pi \left(\frac{5}{2} \right)^2 \times 6} = \frac{2 \times (15)^3}{3 \times \frac{25}{4} \times 6}$$

$$= \frac{2 \times 225 \times 15 \times 4}{3 \times 25 \times 6} = 60$$

144. एक लोहे के गोलाई को गलाया जाता है और 18 सेमी. व्यास और 162 सेमी. ऊँचाई वाले लंब वृत्तीय बेलन के आकार में पुनः ढाला जाता है। गोलाई का व्यास कितना है?

- (a) 27 सेमी. (b) 9 सेमी.
(c) 6 सेमी. (d) 12 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना गोलाई की त्रिज्या = r

$$\therefore \text{गोलाई का आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

तथा बेलन की ऊँचाई = 162 सेमी.

बेलन का व्यास = 18 सेमी.

$$\therefore \text{बेलन की त्रिज्या} = \frac{18}{2} = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{गोलाई का आयतन} = \text{बेलन का आयतन}$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3 = \pi \times 9^2 \times 162$$

$$\frac{2}{3} r^3 = 9^2 \times 162$$

$$r^3 = \frac{9^2 \times 81 \times 2 \times 3}{2}$$

$$= 9^2 \times 243$$

$$\therefore r^3 = 81 \times 243$$

$$= \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\therefore r^3 = (27)^3$$

$$\therefore r = 27 \text{ सेमी.}$$

नोट:- दिए गए प्रश्न में अंग्रेजी भाग में त्रिज्या पूछा गया है। अतः अंग्रेजी भाग मान्य होगा।

145. एक सम वृत्तीय सिलिंडर और एक गोले का आयतन बराबर है। सिलिंडर की त्रिज्या और गोले का व्यास बराबर है। सिलिंडर की ऊँचाई और त्रिज्या का अनुपात क्या है?

- (a) 3 : 1 (b) 1 : 3
(c) 6 : 1 (d) 1 : 6

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या = r

∴ गोले का व्यास = r

∴ गोले की त्रिज्या = $\frac{r}{2}$

माना बेलन की ऊँचाई = h

$$\therefore \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^3$$

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{8}$$

$$h = \frac{4}{3 \times 8} \times r$$

$$\frac{h}{r} = \frac{1}{6}$$

∴ अभीष्ट अनुपात = 1 : 6

146. धातु के कुछ ठोस लंब वृत्तीय शंकुओं, जिनमें से प्रत्येक के आधार की त्रिज्या 3 सेमी. और ऊँचाई 4 सेमी. है, को पिघलाकर 6 सेमी. त्रिज्या का एक ठोस गोला बनाया जाता है। लंब वृत्तीय शंकुओं की संख्या क्या होगी?

- (a) 12 (b) 24
(c) 48 (d) 6

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

व्याख्या— एक शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 4$$

$$= 12 \pi \text{ घन सेमी.}$$

परिणामी ठोस गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \pi 6^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 6$$

$$= 288 \pi \text{ घन सेमी.}$$

$$\text{अतः अभीष्ट शंकुओं की संख्या} = \frac{288\pi}{12\pi} = 24$$

147. 9 सेमी. त्रिज्या वाले एक ठोस गोलक को पिघलाकर 6 सेमी.

त्रिज्या वाला एक गोला और समान त्रिज्या का लंब वृत्तीय बेलन बनाया जाता है। इस प्रकार बने बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए?

- (a) 19 सेमी. (b) 21 सेमी.
(c) 23 सेमी. (d) 25 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पार्टी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— 9 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का आयतन

= 6 सेमी. त्रिज्या के गोले का आयतन + बेलन (6 सेमी. त्रिज्या) का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi (9)^3 = \frac{4}{3} \pi (6)^3 + \pi (6)^2 h$$

$$\therefore \text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h, \text{ गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

जहाँ h बेलन की ऊँचाई है।

$$4 \times 81 \times 3 = 4 \times 36 \times 2 + 36h$$

$$81 = 24 + 3h$$

$$3h = 81 - 24$$

$$= 57$$

$$h = \frac{57}{3} = 19 \text{ सेमी.}$$

148. 6 सेमी. व्यास की एक ठोस धात्विक गोल बॉल को पिघलाकर पुनः ढाला जाता है और शंकु का आकार दिया जाता है जिसके आधार (बेस) का व्यास 12 सेमी. है। शंकु की ऊँचाई बताएं।

- (a) 2 सेमी. (b) 3 सेमी.
(c) 4 सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना शंकु की ऊँचाई h है।

प्रश्नानुसार

गोले का आयतन = शंकु का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 = \frac{1}{3} \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times h$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi \frac{6^3}{2^3} = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times h$$

$$\therefore h = \frac{4 \times 6}{8} = 3 \text{ सेमी.}$$

149. एक अर्द्धगोले पर चढ़ाए गए एक लंब वृत्तीय शंकु, जिसका आधार अर्द्धगोले के समतल पृष्ठ सम्पाती है, के रूप में एक खिलौना बनाया गया है। शंकु के आधार का अर्द्धव्यास 1.5 मी. तथा इसकी ऊँचाई 4 मी. है। खिलौने का आयतन होगा

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}) -$$

- (a) 14.75 मी.³ (b) 16.75 मी.³
(c) 16.5 मी.³ (d) 17.5 मी.³

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— अर्द्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{11 \times 3 \times 3}{7 \times 2}$$

$$= \frac{99}{14} \text{ घन मी.}$$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 4$$

$$= \frac{66}{7} \text{ घन मी.}$$

खिलौने का आयतन $= \left(\frac{66}{7} + \frac{99}{14} \right) \text{ घन मी.}$

$$= \frac{99 + 132}{14}$$

$$= \frac{231}{14} = 16.5 \text{ लगभग}$$

150. किसी धातु के एक ठोस बेलन के आधार का अर्द्धव्यास तथा उसकी ऊँचाई क्रमशः r सेमी. तथा 6 सेमी. है। इसे पिघलाकर उतने ही आधार के अर्द्धव्यास वाला एक ठोस शंकु बनाया जाता है। शंकु की ऊँचाई होगी—

- (a) 54 सेमी. (b) 27 सेमी.
(c) 18 सेमी. (d) 9 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 20 07

उत्तर—(c)

व्याख्या— शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r^2 \times 6$$

$$h = 6 \times 3 = 18 \text{ सेमी.}$$

151. लोहे की एक ठोस बेलनाकार छड़ के अनुप्रस्थ खंड की त्रिज्या 50 सेमी. है। उस बेलन को पिघलाकर 6 ऐसी गोलाकार गेंदों में ढाला गया है, जिनकी त्रिज्या बेलन की त्रिज्या के बराबर है। तदनुसार, उस छड़ की लंबाई कितने मीटर होगी?

- (a) 0.8 (b) 2
(c) 3 (d) 4

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999, 2010

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore लोहे की छड़ बेलनाकार है।

\therefore छड़ की लंबाई = बेलन की ऊँचाई

माना छड़ की लंबाई h है।

प्रश्नानुसार

बेलनाकार छड़ का आयतन = 6 × गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = 6 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

जहाँ r बेलनाकार छड़ की त्रिज्या तथा गोले की त्रिज्या है।

$\therefore r = 50$ सेमी.

प्रश्न से

$$\therefore \pi \times 50^2 \times h = 6 \times \frac{4}{3} \pi \times 50^3$$

$$\therefore h = \frac{\frac{24}{3} \times \pi \times 50^3}{\pi \times 50^2} = 8 \times 50 = 400 \text{ सेमी.}$$

$$h = 400 \times \frac{1}{100} \text{ मीटर} = 4 \text{ मीटर}$$

152. 28 सेमी. व्यास और 30 सेमी. ऊँचाई वाले एक शंकुनुमा लोहे के टुकड़े को एक बेलनाकार पात्र के जल में पूर्णतया डुबो दिया जाता है, जिसके परिणामस्वरूप जल का स्तर 6.4 सेमी. बढ़ जाता है। पात्र का व्यास, सेमी. में कितना है?

- (a) 32 (b) 35
(c) $\frac{35}{2}$ (d) 3.5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बेलनाकार पात्र की त्रिज्या r_1 है।

$$\text{शंकु की त्रिज्या} = \frac{28}{2} = 14 \text{ सेमी.}$$

\therefore शंकुनुमा लोहे का आयतन

= बेलनाकार बर्तन में हटाए गए जल का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r_1^2 h_1$$

$$\therefore \frac{1}{3} \times \pi \times 14^2 \times 30 = \pi \times r_1^2 \times 6.4$$

$$10 \times 196 = r_1^2 \times 6.4$$

$$\therefore r_1^2 = \frac{1960}{6.4}$$

$$r_1^2 = \frac{19600}{64}$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{\frac{19600}{64}} = \frac{35}{2}$$

$$\therefore \text{पात्र का व्यास} = 2r_1$$

$$= 2 \times \frac{35}{2} = 35 \text{ सेमी.}$$

153. यदि त्रिज्या 30 सेमी. और ऊँचाई 45 सेमी. का एक धातु पिघलाकर 5 सेमी. त्रिज्या वाले गोलों में बनाया जाए, तो गोलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 81 (b) 41
(c) 80 (d) 40

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

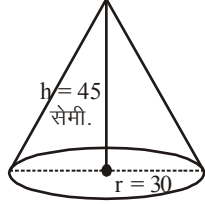
उत्तर—(a)

व्याख्या—

$$\begin{aligned}\text{धातु का आयतन अर्थात शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \pi \times (30)^2 \times 45\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{धातु को पिघलाने पर 5 सेमी. वाले गोले का आयतन} &\left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \\ &= \frac{4}{3} \pi (5)^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{गोलों की संख्या} &= \frac{\text{धातु का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \pi \times (30)^2 \times 45}{\frac{4}{3} \pi (5)^3} \\ &= \frac{900 \times 45}{4 \times 5 \times 5 \times 5} = 81\end{aligned}$$



154. 5 सेमी. त्रिज्या वाले एक गोले को समान त्रिज्या के आधार वाला एक शंकु बनाने के लिए गलाया जाता है। शंकु की ऊँचाई (सेमी. में) कितनी होगी?

- (a) 5 (b) 10
(c) 20 (d) 22

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

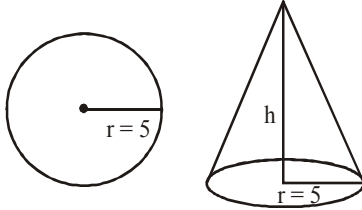
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पहली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

गोले की त्रिज्या = 5 सेमी.

शंकु की त्रिज्या = 5 सेमी.



माना कि शंकु की ऊँचाई h है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3} \pi \times 5 \times 5 \times 5 = \frac{1}{3} \pi \times 5 \times 5 \times h$$

$$h = 4 \times 5 = 20 \text{ सेमी.}$$

155. एक पात्र उल्टे शंकु के रूप में है। इसकी ऊँचाई 11 सेमी. है और इसका शीर्ष भाग, जो खुला है, उसकी त्रिज्या 2.5 सेमी. है। यह किनारे तक पानी से भरा है। जब सीसा गोलिकाएँ, जो 0.25 सेमी. त्रिज्या के गोलक हैं, चलाई जाती हैं और पात्र में गिरती हैं, जिससे पानी का 2/5 भाग बाहर गिरता है। पात्र में कितने सीसा गोलक डाले गए?

- (a) 880 (b) 440
(c) 220 (d) 110

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 2.5^2 \times 11$$

$$= \frac{6.25 \times 11 \times \pi}{3}$$

$$= \frac{68.75\pi}{3}$$

$$\text{तथा एक गोलक का आयतन} = \frac{4}{3} \pi (0.25)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 0.25 \times 0.25 \times 0.25$$

प्रश्नानुसार

$$\text{कुल गोले का आयतन} = \frac{2}{5} \times \text{शंकु का आयतन}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{68.75\pi}{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{डाले गए गोलों की संख्या} &= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{68.75}{3} \times \pi}{\frac{4}{3} \pi \times 0.25 \times 0.25 \times 0.25} \\ &= \frac{\frac{137.50\pi}{3 \times 5}}{\frac{4 \times 0.25 \times 0.25 \times 0.25 \times \pi}{3}} \\ &= \frac{27.50}{4 \times 0.25 \times 0.25 \times 0.25} = 440\end{aligned}$$

156. 3 डेसीमीटर अर्धव्यास वाले एक ठोस धातु के गोले को पिघलाकर 1 मिलीमीटर मोटाई की वृत्ताकार शीट बनाई गई है। इस प्रकार बनाई गई शीट का व्यास होगा—

- (a) 26 मीटर (b) 24 मीटर
(c) 12 मीटर (d) 6 मीटर

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— ठोस धातु के गोले का अर्धव्यास} &= 3 \text{ डेसीमीटर} \\ &= 30 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

$$\text{इसलिए गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi (30)^3$$

$$\text{माना वृत्ताकार का व्यास} = d$$

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 h$$

$$= \pi \frac{d^2}{4} \times \frac{1}{10} \text{ घन सेमी.}$$

अतः प्रश्न से

$$\pi \frac{d^2}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{3} \pi (30)^3$$

$$\frac{d^2}{4} = \frac{4}{3} \times 30 \times 30 \times 30 \times 10$$

$$d^2 = 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$\therefore d = 4 \times 3 \times 10 \times 10$$

$$d = 1200 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore d = 12 \text{ मीटर}$$

अतः शीट की व्यास = 12 मीटर

157. व्यास 6 सेमी. वाली दो लोहे की गोलियाँ एक 6 सेमी. अर्द्धव्यास वाले एक बेलनाकार बर्तन में डाले गए पानी में डुबोई जाती है, बर्तन में पानी का तल कितना ऊपर उठेगा?

- (a) 1 सेमी. (b) 2 सेमी. (c) 3 सेमी. (d) 6 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2005

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— लोहे की एक गोली की त्रिज्या = $\frac{6}{2} = 3$ सेमी.

$$\begin{aligned} \text{लोहे की एक गोली का आयतन} &= \frac{4}{3} \pi (3)^3 \\ &= 4 \times 9 \pi \text{ घन सेमी.} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{लोहे की दो गोली का आयतन} = 2 \times 4 \times 9 \pi \text{ घन सेमी.}$$

$$= 72 \pi \text{ घन सेमी.}$$

$$\text{बेलनाकार बर्तन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times 6^2 \times h$$

$$= 36 \pi h \text{ घन सेमी.}$$

दोनों गोलियों को पानी में डुबाने पर पानी के तल में हुई वृद्धि

$$36 \pi h = 72 \pi$$

$$h = 2 \text{ सेमी.}$$

158. आंशिक रूप से पानी से भरे एक लंब वृत्तीय बेलनाकार बर्तन में 6 सेमी. व्यास के एक गोले को डुबोया गया है। उस बेलनाकार बर्तन का व्यास 12 सेमी. है। तदनुसार, यदि वह गोला पूरी तरह डूब जाए, तो उस बेलनाकार बर्तन का पानी कितना ऊंचा बढ़ जाएगा?

- (a) 2 सेमी. (b) 1 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 4 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. मल्टी टॉक्सिंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बेलन की ऊंचाई h है।

$$\therefore \text{बेलन के पानी का आयतन} = \pi 6^2 h$$

$$= 36 \pi h \quad \dots (i)$$

माना गोले को डुबाने पर बेलन के पानी की ऊंचाई H हो जाती है।

$$\therefore \text{नए बेलन का आयतन} \pi r^2 H = 36 \pi h + \frac{4}{3} \pi 3^3$$

$$= 36 \pi h + \frac{4}{3} \pi \times 3^3$$

$$= 36 \pi h + 36 \pi$$

$$= 36 \pi (h + 1) \quad \dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) से स्पष्ट है कि बेलन की ऊंचाई 1 सेमी. बढ़ जाती है।

159. एक खोखला अर्द्धगोलाकार कटोरा सिल्वर का बना है जिसकी बाह्य त्रिज्या 8 सेमी. और आंतरिक त्रिज्या 4 सेमी. की है। कटोरे को 8 सेमी. त्रिज्या वाला एक ठोस समकोणिक शंकु बनाने के लिए गलाया जाता है। बने हुए शंकु की ऊंचाई कितनी होगी?

- (a) 7 सेमी. (b) 9 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 14 सेमी.

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पहली)

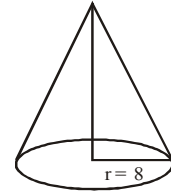
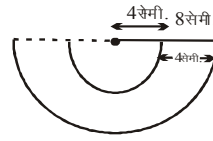
उत्तर—(d)

व्याख्या— अर्द्धगोले की बाह्य त्रिज्या = 8 सेमी.

अर्द्धगोले की आंतरिक त्रिज्या = 4 सेमी.

शंकु की त्रिज्या = 8 सेमी.

अर्द्धगोले का आयतन = शंकु का आयतन



$$\frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$2(8^3 - 4^3) = r^2 \times h$$

$$2(512 - 64) = 8 \times 8 \times h$$

$$h = \frac{448 \times 2}{8 \times 8} = 14 \text{ सेमी.}$$

160. एक अर्द्धगोले का आयतन, उस लंब वृत्तीय बेलन के आयतन के बराबर है, जिसके आधार की त्रिज्या, उक्त अर्द्धगोले की त्रिज्या के बराबर है। तदनुसार, उस लंब वृत्तीय बेलन की ऊंचाई तथा आधार की त्रिज्या का अनुपात कितना होगा?

- (a) 2 : 3 (b) 3 : 2
(c) 1 : 3 (d) 1 : 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या = अर्द्धगोले की त्रिज्या

माना लंब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या r तथा ऊंचाई h है।

प्रश्नानुसार

अर्द्धगोले का आयतन = लंब वृत्तीय बेलन का आयतन

$$\therefore \frac{2}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\therefore \frac{2}{3} r = h$$

$$\therefore \frac{h}{r} = \frac{2}{3} \text{ या } h : r = 2 : 3$$

161. 27 सेमी. त्रिज्या वाले एक लोहे के गोलक को 729 सेमी. लंबा तार बनाने के लिए पिघलाया जाता है। तार की त्रिज्या कितनी है?

(a) 6 सेमी. (b) 9 सेमी.
(c) 18 सेमी. (d) 36 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore तार बेलनाकार होता है।

\therefore माना बेलन की त्रिज्या = r

प्रश्नानुसार

गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi(27)^3 = \pi r^2 \times 729$$

$$\therefore \frac{4}{3} \times (27)^3 = r^2 \times 27^2$$

$$r^2 = \frac{4}{3} \times 27 = 36$$

$$\therefore r = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

162. 6 सेमी. व्यास वाले एक ठोस लोहे के गोले को पिघलाकर एक खोखली बेलनाकार नली बनाई गई है, जिसका बाह्य व्यास 10 सेमी. है और लंबाई 4 सेमी. है। तदनुसार, उस नली के फलक की मोटाई कितनी होगी?

(a) 1 सेमी. (b) 2 सेमी.
(c) 3 सेमी. (d) 4 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore गोले का व्यास = 6 सेमी.

$$\therefore \text{गोले की त्रिज्या} = \frac{6}{2} \text{ सेमी.} = 3 \text{ सेमी.}$$

खोखली बेलनाकार नली का बाह्य व्यास = 10 सेमी.

$$\therefore \text{खोखली बेलनाकार नली की बाह्य त्रिज्या} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

बेलनाकार नली की लंबाई = 4 सेमी.

माना बेलनाकार नली की आंतरिक त्रिज्या = r

प्रश्नानुसार

गोले का आयतन = खोखले बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi(3)^3 = \pi(5^2 - r^2) \times 4$$

$$\therefore 3^2 = 25 - r^2$$

$$r^2 = 25 - 9$$

$$r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 \text{ सेमी.}$$

प्रकार-6

प्रिज्म, पिरामिड व बहुभुज-आधारित

163. एक सम चतुष्फलक के प्रत्येक कोर की लंबाई 1 सेमी. है। इसका आयतन है—

(a) $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ घन सेमी. (b) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ घन सेमी.

(c) $\frac{1}{12}\sqrt{2}$ घन सेमी. (d) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ घन सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2014, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— समचतुष्फलक का आयतन = $\frac{\sqrt{2}}{12}$ भुजा³
 $= \frac{\sqrt{2}}{12} \times (1)^3$
 $= \frac{1}{12}\sqrt{2}$ घन सेमी.

164. एक लंब प्रिज्म का आधार एक ट्रैपेजियम है जिसके दो समांतर पार्श्वों की लंबाई 10 सेमी. और 6 सेमी. है और उनके बीच की दूरी 5 सेमी. है। यदि प्रिज्म की ऊंचाई 8 सेमी. है, तो इसका आयतन है—

(a) 320 सेमी.³ (b) 300.5 सेमी.³
(c) 300 सेमी.³ (d) 310 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore लंब प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊंचाई
 \therefore लंब प्रिज्म का आधार समलंब चतुर्भुज है।
 \therefore समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल
 $= \frac{1}{2} \times \text{समांतर पार्श्व की लंबाई का योग} \times \text{ऊंचाई}$
 $= \frac{1}{2} \times (10 + 6) \times 5$
 $= 40 \text{ सेमी.}^2$
 \therefore लंब प्रिज्म का आयतन = 40×8
 $= 320 \text{ सेमी.}^3$

165. एक समलंबी प्रिज्म का आधार 173 सेमी.² क्षेत्रफल वाला एक समबाहु त्रिभुज है। उस प्रिज्म का आयतन 10380 सेमी.³ है। तदनुसार, उस प्रिज्म की पार्श्व सतह का क्षेत्रफल कितना होगा? ($\sqrt{3} = 1.73$ का प्रयोग करके)

(a) 1200 सेमी.² (b) 2400 सेमी.²
(c) 3600 सेमी.² (d) 4380 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$\therefore 10380 = 173 \times \text{ऊँचाई}$$

$$\therefore \text{ऊँचाई} = \frac{10380}{173} = 60 \text{ सेमी.}$$

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ भुजा}^2$$

$$\text{अतः } \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ भुजा}^2 = 173$$

$$\text{भुजा}^2 = \frac{173 \times 4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{भुजा} = \sqrt{\frac{173 \times 4}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{173 \times 4}{1.73}}$$

$$= \sqrt{100 \times 4} = 20 \text{ सेमी.}$$

अतः प्रिज्म के पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \text{आधार का परिमाप} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 3 \times \text{भुजा} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 3 \times 20 \times 60$$

$$= 3600 \text{ वर्ग सेमी.}$$

166. यदि सम प्रिज्म का आधार उतना ही रहे और पार्श्व कोरों का माप आधा कर दिया जाए तो उसका आयतन कितना कम हो जाएगा?

(a) 33.33%

(b) 66%

(c) 25%

(d) 50%

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

माना आधार का क्षेत्रफल a तथा ऊँचाई h है।

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = a \times h$$

$$\therefore \text{पार्श्व कोरों की माप आधा अर्थात् } \frac{h}{2} \text{ करने पर}$$

$$\text{प्रिज्म का नया आयतन} = a \times \frac{h}{2}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट आयतन में प्रतिशत कमी} = \frac{ah - \frac{ah}{2}}{ah} \times 100$$

$$= \frac{ah}{2ah} \times 100 = 50\%$$

167. एक समलंबी प्रिज्म के त्रिभुजाकार आधार का परिमाप 15 सेमी. है और उस त्रिभुजाकार आधार के अंतःवृत्त की त्रिज्या 3 सेमी. है। तदनुसार, यदि उस प्रिज्म का आयतन 270 सेमी.³ हो, तो प्रिज्म की ऊँचाई कितनी होगी?

(a) 6 सेमी.

(b) 7.5 सेमी.

(c) 10 सेमी.

(d) 12 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है

आधार का परिमाप = 15 सेमी.

\therefore आधार त्रिभुजाकार है।

\therefore माना इसके अंतःवृत्त की त्रिज्या r है।

त्रिभुज का क्षेत्रफल $(\Delta) = s \cdot r$

$$\text{जहाँ } S = \frac{\text{क्षेत्रफल}}{2}$$

$$\text{अतः आधार का क्षेत्रफल } (\Delta) = \frac{15}{2} \times 3 = \frac{45}{2}$$

समलंबी प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$270 = \frac{45}{2} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\therefore \text{ऊँचाई} = \frac{270 \times 2}{45} = 12 \text{ सेमी.}$$

168. एक समलंब प्रिज्म 6 सेमी. आधार वाले समबाहु त्रिभुज पर स्थित है और उसका आयतन $81\sqrt{3}$ सेमी.³ है। तदनुसार, उस प्रिज्म की ऊँचाई कितने सेमी. होगी?

(a) 9

(b) 10

(c) 12

(d) 15

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— समलंब प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई(i)

\therefore आधार एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

(जहाँ a समबाहु त्रिभुज की भुजा है।)

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6)^2$$

$$= 9\sqrt{3}$$

\therefore समी. (i) में आधार के क्षेत्रफल का मान रखने पर

$$81\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \times h$$

$$\therefore h = 9 \text{ सेमी.}$$

169. यदि 20 सेमी. ऊँचाई वाले एक समलंब प्रिज्म का आधार 14 सेमी. तथा 18 सेमी. के विकर्णों वाला एक समवर्तुर्भुज हो, तो उस प्रिज्म का आयतन कितने सेमी.³ होगा?

(a) 2520

(b) 2250

(c) 3520

(d) 1250

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

आधार का क्षेत्रफल = समवर्तुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 18 = 126$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = 126 \times 20 = 2520 \text{ सेमी.}^3$$

170. किसी समकोणीय प्रिज्म का आधार एक समलंब है। उसकी समांतर भुजाओं की लंबाई 8 सेमी. तथा 14 सेमी. है और समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 8 सेमी. है। तदनुसार, यदि प्रिज्म का आयतन 1056 सेमी.³ हो, तो उसकी ऊंचाई कितनी होगी?

- (a) 44 सेमी. (b) 16.5 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 10.56 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\text{लंब} \times (\text{ऊपर की भुजा} + \text{नीचे की भुजा})}{2}$$

$$= \frac{8+14}{2} \times 8 = 88 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अब प्रश्न से—

$$88 \times \text{प्रिज्म की ऊंचाई} = \text{प्रिज्म का आयतन}$$

$$88 \times \text{ऊंचाई} = 1056$$

$$\text{ऊंचाई} = \frac{1056}{88} = 12 \text{ सेमी.}$$

171. लोहे से बने एक ठोस लंब प्रिज्म में 5 सेमी., 10 सेमी., 13 सेमी. भुजाओं वाले और 10 सेमी. ऊंचे त्रिभुज की अनुप्रस्थ-काट है। यदि एक घन सेमी. लोहे का वजन 7 ग्राम है, तो प्रिज्म का वजन (लगभग) कितना होगा?

- (a) 1371.32 ग्राम (b) 1100.68 ग्राम
(c) 1470.8 ग्राम (d) 1570.8 ग्राम

S.S.C. कान्टेबल (G.D.) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— ∴ लोहे से बने प्रिज्म में आधार एक विषमबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\left(\text{पैरिमीटर} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+10+13}{2} = 14 \right)$$

$$= \sqrt{14(14-5)(14-10)(14-13)}$$

$$= \sqrt{14 \times 9 \times 4 \times 1} = 6\sqrt{14}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= 6\sqrt{14} \times 10 = 60\sqrt{14}$$

$$= 60 \times 3.74 = 224.4 \text{ घन सेमी.}$$

$$\therefore 1 \text{ घन सेमी. लोहे का वजन 7 ग्राम है।}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का कुल वजन} = 224.4 \times 7 = 1570.8 \text{ ग्राम}$$

172. एक लंब प्रिज्म का आधार एक आयत है जिसमें लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है। यदि प्रिज्म की ऊंचाई 12 सेमी. है और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 288 वर्ग सेमी. है, तो प्रिज्म का आयतन क्या है?

- (a) 288 सेमी.³ (b) 290 सेमी.³
(c) 286 सेमी.³ (d) 291 सेमी.³

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना प्रिज्म के आयताकार आधार की भुजाएं क्रमशः 3x और 2x हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{आधार का परिमाण} &= 2(3x + 2x) \\ &= 2 \times 5x \\ &= 10x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{पार्श्व पृष्ठ} &= \text{आधार का परिमाण} \times \text{ऊंचाई} \\ &= 10x \times 12 = 120x \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठ} = \text{पार्श्व पृष्ठ} + \text{आधार का क्षेत्रफल} \times 2$$

प्रश्न से

$$288 = 120x + 2 \times 3x \times 2x$$

$$(\because \text{आयताकार आधार का क्षेत्रफल} = 3x \times 2x)$$

$$288 = 120x + 12x^2$$

$$x^2 + 10x = 24$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x^2 + 12x - 2x - 24 = 0$$

$$x(x + 12) - 2(x + 12) = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ या } x = 2$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= 6x^2 \times 12$$

$$= 72 \times (2)^2 (\because x = 2)$$

$$= 72 \times 4$$

$$= 288 \text{ सेमी.}^3$$

173. यदि एक लंब प्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्रफल, आयतन, ऊंचाई, आधार-क्षेत्रफल और परिमाण क्रमशः S वर्ग यूनिट, V घन यूनिट, h यूनिट, A वर्ग यूनिट और P यूनिट हो, तो—

- (a) $P = AVS$ (b) $SP = AV$
(c) $V = \frac{AP}{S}$ (d) $A = \frac{VP}{S}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— लंब प्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का परिमाण × ऊंचाई

$$S = P \times h$$

$$S = Ph$$

$$\text{या } h = S/P \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{तथा लंब प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$V = A \times h$$

$$\therefore h = \frac{V}{A}$$

$$\frac{S}{P} = \frac{V}{A} \text{ [समी. (i) से } h = \frac{S}{P} \text{ रखने पर]} \\ \therefore SA = VP \\ A = \frac{VP}{S}$$

174. 10 सेमी. ऊंचाई वाले प्रिज्म का आधार वर्गाकार है। प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 192 वर्ग सेमी. है। प्रिज्म का आयतन है—
 (a) 640 सेमी.³ (b) 90 सेमी.³
 (c) 120 सेमी.³ (d) 160 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना प्रिज्म के आधार की भुजा a है।

∴ प्रिज्म का आधार वर्गाकार है।

∴ वर्गाकार आधार का क्षेत्रफल = a²

तथा आधार का परिमाप = वर्ग का परिमाप = 4a

∴ प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व पृष्ठ + 2 × आधार का क्षेत्रफल

= आधार का परिमाप × ऊंचाई + 2 × आधार का क्षेत्रफल

$$192 = 4a \times 10 + 2 \times a^2$$

$$192 = 40a + 2a^2$$

$$\therefore a^2 + 20a - 96 = 0$$

$$a^2 + 24a - 4a - 96 = 0$$

$$a(a + 24) - 4(a + 24) = 0$$

$$(a + 24)(a - 4) = 0$$

$$a = -24 \text{ या } a = 4$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई} \\ = a^2 \times 10 \\ = (4)^2 \times 10 \quad (\because a = 4) \\ = 16 \times 10 = 160 \text{ सेमी.}^3$$

175. सम पिरामिड का आधार 4 सेमी. प्रति भुजा वाला एक समभुज त्रिभुज है। प्रत्येक तिरछा सिरा 5 सेमी. लंबा है। पिरामिड का आयतन कितना है?

- (a) $\frac{4\sqrt{8}}{3}$ सेमी.³ (b) $\frac{4\sqrt{60}}{3}$ सेमी.³
 (c) $\frac{4\sqrt{59}}{3}$ सेमी.³ (d) $\frac{4\sqrt{61}}{3}$ सेमी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— सम पिरामिड का तिरछा पृष्ठ = AB = 5 सेमी.
 ΔBDC में

$$BE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \times \frac{2}{3}$$

(जहां a = समबाहु त्रिभुज की भुजा)

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \times \frac{2}{3} \\ = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म की ऊंचाई } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$$

$$AE = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ = \sqrt{25 - \frac{16}{3}} \\ = \sqrt{\frac{75 - 16}{3}} \\ = \sqrt{\frac{59}{3}}$$

$$\therefore \text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2 \times \sqrt{\frac{59}{3}}$$

$$= \frac{1 \times \sqrt{3} \times 16 \times \sqrt{59}}{3 \times 4 \times \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{59}}{3} \text{ सेमी.}^3$$

176. एक लंब प्रिज्म का आधार एक ट्रैपेजियम है जिसके दो समांतर पार्श्वों की लंबाई 10 सेमी. और 6 सेमी. है और उनके बीच की दूरी 5 सेमी. है। यदि प्रिज्म की ऊंचाई 8 सेमी. है, तो इसका आयतन है—

- (a) 300 सेमी.³
 (b) 310 सेमी.³
 (c) 320 सेमी.³
 (d) 300.5 सेमी.³

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— ∴ प्रिज्म का आधार एक ट्रैपेजियम (समलंब) है।

$$\therefore \text{प्रिज्म के आधार का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (a + b) h$$

जहां a, b समांतर भुजाएं तथा h भुजाओं के बीच की दूरी है।

$$= \frac{1}{2} (10 + 6) \times 5$$

$$= \frac{16 \times 5}{2} = 40 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= 40 \times 8$$

$$= 320 \text{ सेमी.}^3$$

177. एक लंब पिरामिड के तल का क्षेत्रफल 57 वर्ग यूनिट है और ऊंचाई 10 यूनिट है। पिरामिड का आयतन कितना है?

- (a) 190 घन यूनिट
(b) 380 घन यूनिट
(c) 540 घन यूनिट
(d) 570 घन यूनिट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

पिरामिड के तल का क्षेत्रफल = 57 वर्ग यूनिट तथा ऊंचाई = 10 यूनिट

$$\text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times 57 \times 10 = 190 \text{ घन यूनिट}$$

178. 6 मी. ऊंचे एक राइट पिरामिड का आधार एक वर्ग है जिसका विकर्ण $\sqrt{1152}$ मी. है। पिरामिड का आयतन है—

- (a) 576 मी.³
(b) 1152 मी.³
(c) 144 मी.³
(d) 288 मी.³

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore पिरामिड का आधार वर्ग है।

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{\text{विकर्ण}^2}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{1152})^2}{2}$$

$$= \frac{1152}{2} = 576 \text{ मी.}^2$$

$$\therefore \text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times 576 \times 6 = 1152 \text{ मीटर}^3$$

179. वर्गाकार आधार पर लगी एक पीतल की प्लेट की लंबाई x सेमी. और चौड़ाई 1 मिमी. है। प्लेट का वजन 4725 ग्राम है। यदि 1 घन सेमी. पीतल का वजन 8.4 ग्राम है, तो x का मान क्या है?

- (a) 76
(b) 72
(c) 74
(d) 75

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore प्रश्न में दिया गया पीतल का प्लेट प्रिज्म के आकार का है। जिसका आधार x सेमी. भुजा की वर्गाकार आकृति है तथा लंबाई 1 मिमी. है।

$$\therefore \text{प्लेट का वजन} = 4725 \text{ ग्राम}$$

$$\therefore 1 \text{ घन सेमी. पीतल का वजन} = 8.4 \text{ ग्राम}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म के आकार के पीतल का आयतन} = \frac{4725}{8.4}$$

$$\text{तथा प्रिज्म की ऊंचाई} = 1 \text{ मिमी.}$$

$$= \frac{1}{10} \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा आधार का क्षेत्रफल} = x^2$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$\therefore \frac{4725}{8.4} = x^2 \times \frac{1}{10}$$

$$\therefore x^2 = \frac{472500}{84} = 5625$$

$$\therefore x = \sqrt{5625} = 75 \text{ सेमी.}$$

180. एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है जिसके समकोण के आसन्न भुजाएं 10 सेमी. और 12 सेमी. लंबी हैं। प्रिज्म की ऊंचाई 20 सेमी. है। प्रिज्म की सामग्री का घनत्व 6 ग्राम/घन सेमी. है। प्रिज्म का भार है—

- (a) 6.4 किग्रा. (b) 7.2 किग्रा.
(c) 3.4 किग्रा. (d) 4.8 किग्रा.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— प्रिज्म के आधार का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$

$$= 60 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}$$

$$= 60 \times 20$$

$$= 1200 \text{ सेमी.}^3$$

$$\therefore \text{प्रिज्म की सामग्री का घनत्व} = 6 \text{ ग्राम/घन सेमी.}$$

$$\therefore \text{प्रिज्म का भार} = \text{घनत्व} \times \text{आयतन}$$

$$= 1200 \times 6 \text{ ग्राम}$$

$$= 7200 \text{ ग्राम}$$

$$= 7.2 \text{ किग्रा.}$$