

1. $\left(\frac{1}{2}\right)\sec 30^\circ + \sqrt{2}\tan 60^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{(1+3\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}}$
(c) $\sqrt{3}+2$ (d) $\frac{(\sqrt{3}+2)}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{1}{2}\sec 30^\circ + \sqrt{2}\tan 60^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

$$\left(\because \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ तथा } \tan 60^\circ = \sqrt{3} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{(1+3\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$$

2. यदि $\sec \theta = \frac{25}{24}$, तो $\sin \theta$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{24}{25}$ (b) $\frac{7}{25}$
(c) $\frac{24}{7}$ (d) $\frac{25}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \sec \theta = \frac{\text{कर्ण (AC)}}{\text{आधार (BC)}} = \frac{25}{24}$

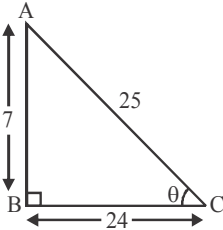
\therefore समकोण $\triangle ABC$ में

$$\therefore \text{लंब (AB)} = \sqrt{AC^2 - BC^2}$$

$$= \sqrt{25^2 - 24^2}$$

$$= \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49} \Rightarrow 7$$

$$\sin \theta = \frac{\text{लंब (AB)}}{\text{कर्ण (AC)}} \Rightarrow \frac{7}{25}$$



3. यदि $\cos^2 \theta - \sin \theta = \frac{1}{4}$, तो $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) $\frac{1}{2}$
(c) 1 (d) $\frac{3}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cos^2 \theta - \sin \theta = \frac{1}{4}$

$$1 - \sin^2 \theta - \sin \theta = \frac{1}{4} \quad (\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta)$$

$$1 - \frac{1}{4} = \sin^2 \theta + \sin \theta$$

$$\frac{3}{4} = \sin^2 \theta + \sin \theta$$

$$3 = 4 \sin^2 \theta + 4 \sin \theta$$

$$4 \sin^2 \theta + 4 \sin \theta - 3 = 0$$

$$4 \sin^2 \theta + 6 \sin \theta - 2 \sin \theta - 3 = 0$$

$$2 \sin \theta (2 \sin \theta + 3) - 1 (2 \sin \theta + 3) = 0$$

$$(2 \sin \theta - 1)(2 \sin \theta + 3) = 0$$

$$\text{यदि } (2 \sin \theta - 1) = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$2 \sin \theta + 3 = 0$$

$$\sin \theta = -\frac{3}{2}$$

अतः विकल्पानुसार अभीष्ट उत्तर (b) होगा।

4. यदि $\cot \theta = \frac{24}{7}$, तो $\sec \theta$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{7}{25}$ (b) $\frac{25}{24}$
(c) $\frac{8}{25}$ (d) $\frac{9}{25}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

$$\cot \theta = \frac{24}{7} \Rightarrow \tan \theta = \frac{7}{24}$$

$$\therefore \sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$$

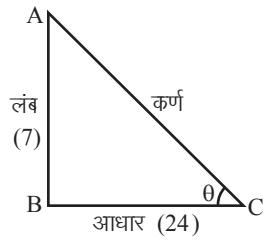
$$= \sqrt{1 + \left(\frac{7}{24}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{576 + 49}{576}} \Rightarrow \sqrt{\frac{625}{576}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{25}{24}\right)^2} \Rightarrow \frac{25}{24}$$

Trick- $\cot \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} \Rightarrow \frac{24}{7}$

$$\therefore \text{कर्ण} = \sqrt{(\text{लंब})^2 + (\text{आधार})^2}$$



$$= \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576}$$

$$\text{कर्ण} = \sqrt{625} \Rightarrow 25$$

$$\therefore \sec \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} \Rightarrow \frac{25}{24}$$

5. यदि $\cos \theta = 35/37$, तो $\cot \theta$ का मान क्या है?

- (a) 12/35 (b) 35/12 (c) 37/12 (d) 12/37

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या- $\cos \theta = \frac{35}{37}$

समकोण $\triangle ABC$ में

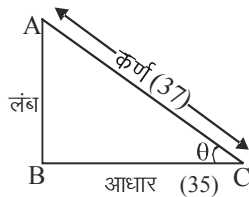
$$\text{लंब} = \sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{आधार})^2}$$

$$= \sqrt{(37)^2 - (35)^2}$$

$$= \sqrt{(37+35)(37-35)}$$

$$\text{लंब} = \sqrt{72 \times 2} = \sqrt{144} \Rightarrow 12$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} \Rightarrow \frac{12}{35}$$



6. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin (90^\circ - \theta)$ है, तो $\cot \theta$ किसके बराबर है-

- (a) $\sqrt{2}$ (b) 0
(c) $\sqrt{2} + 1$ (d) $\sqrt{2} - 1$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर-(c)

व्याख्या- $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin (90^\circ - \theta)$

$$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta \quad [\because \sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$\sin \theta = \cos \theta (\sqrt{2} - 1)$$

$$\therefore \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\cot \theta = \frac{(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + 1)}{(2 - 1)} \Rightarrow \sqrt{2} + 1$$

7. यदि $\sin \theta + \sin 5\theta = \sin 3\theta$ तथा $0 < \theta < \left(\frac{\pi}{2}\right)$, तो θ का मान

(डिग्री में) क्या होगा?

- (a) 30 (b) 45
(c) 60 (d) 75

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या- $\sin \theta + \sin 5\theta = \sin 3\theta$

$$\left[\because \sin C + \sin D = 2 \sin \left(\frac{C+D}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{C-D}{2} \right) \right]$$

$$\therefore 2 \sin \frac{5\theta + \theta}{2} \cdot \cos \frac{5\theta - \theta}{2} = \sin 3\theta$$

$$2 \sin 3\theta \cdot \cos 2\theta = \sin 3\theta$$

$$2 \cos 2\theta = \frac{\sin 3\theta}{\sin 3\theta} \Rightarrow 1$$

$$\therefore \cos 2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2\theta = \cos 60^\circ$$

$$2\theta = 60^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

8. यदि $2\cos^2 \theta - 1 = 0$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $(\cot^2 \theta - \tan^2 \theta)$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 2
(c) 10/3 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(a)

व्याख्या- दिया है

$$2 \cos^2 \theta - 1 = 0$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = 45^\circ \quad (\because \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\therefore \cot^2 \theta - \tan^2 \theta$$

$$= \cot^2 45^\circ - \tan^2 45^\circ$$

$$= (1)^2 - (1)^2 \quad (\because \cot 45^\circ = \tan 45^\circ = 1)$$

$$= 0$$

Trick— $2 \cos^2 \theta - 1 = 0$ समी. (i) से

$$\therefore \tan^2 \theta - \cot^2 \theta = \frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{-(2 \cos^2 \theta - 1)}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} = \frac{0}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} = 0 \text{ समी. (i) से}$$

9. यदि $\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{2}$ हो, तो $\sin \theta - \cos \theta$ का मान क्या होगा
जहाँ $0^\circ < \theta < 90^\circ$

(a) 0 (b) $\sqrt{2}$ (c) 2 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{2}$

$$2 \sin \theta \cos \theta = 1$$

या $\sin 2\theta = 1$ [$\because \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$]

$$= \sin \frac{\pi}{2}$$

या $2\theta = \frac{\pi}{2} \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

$$\therefore \sin \theta - \cos \theta = \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 0 \left[\because \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

10. $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ का मान क्या है?

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \pi = 180^\circ$

$$\therefore \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin 60^\circ + \cos 30^\circ$$

$$[\because \sin(-\theta) = -\sin \theta \text{ तथा } \cos(-\theta) = \cos \theta]$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

11. ΔLMN , M पर समकोण है। यदि $\angle N = 45^\circ$ है, तो MN की लंबाई (सेमी. में) क्या है, यदि $LN = 9\sqrt{2}$ सेमी. है?

(a) $9\sqrt{2}$ (b) $\frac{9}{\sqrt{2}}$
(c) 18 (d) 9

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

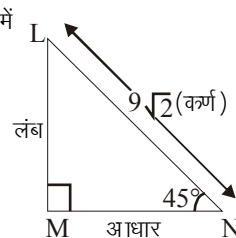
व्याख्या— समकोण ΔLMN में

$$\cos \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{MN}{9\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{MN}{9\sqrt{2}}$$

$$MN = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 9$$



Trick—

उपर्युक्त समकोण ΔLMN में,

$$\angle L = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 135^\circ \Rightarrow 45^\circ$$

$\therefore ML = MN$ (\because बराबर कोण के सामने की भुजाएं बराबर होती हैं)

$$\therefore LN^2 = (LM)^2 + (MN)^2$$

$$(9\sqrt{2})^2 = (MN)^2 + (MN)^2 \Rightarrow 2(MN)^2 = 81 \times 2$$

$$\therefore MN = 9 \text{ सेमी.}$$

12. $\tan 45^\circ + \frac{4}{\sqrt{3}} \sec 60^\circ$ का मान क्या है?

(a) $\frac{(\sqrt{3}+8)}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(\sqrt{3}+8)}{3}$
(c) $\frac{(\sqrt{3}-8)}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{(\sqrt{3}-8)}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\tan 45^\circ + \frac{4}{\sqrt{3}} \sec 60^\circ = 1 + \frac{4}{\sqrt{3}} \times 2$

$$= 1 + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+8}{\sqrt{3}}$$

13. $(\operatorname{cosec} A + \sin A)(\operatorname{cosec} A - \sin A)$ का सरलीकृत मान क्या है?

(a) $\cos^2 A + \cot^2 A$ (b) $2 \cos^2 A$
(c) $2 \cot^2 A$ (d) $2 \cos A \cot A$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(\operatorname{cosec} A + \sin A)(\operatorname{cosec} A - \sin A)$

$$= \left(\frac{1}{\sin A} + \sin A \right) \left(\frac{1}{\sin A} - \sin A \right)$$

$$= \left(\frac{1 + \sin^2 A}{\sin A} \right) \left(\frac{1 - \sin^2 A}{\sin A} \right)$$

$$= \frac{(1 + \sin^2 A)(1 - \sin^2 A)}{\sin^2 A}$$

$$= \frac{(1 + \sin^2 A)(1 - 1 + \cos^2 A)}{\sin^2 A}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 + \sin^2 A) \cdot \cot^2 A \\
&= \cot^2 A + \sin^2 A \cdot \cot^2 A \\
&= \cot^2 A + \sin^2 A \cdot \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \\
&= \cot^2 A + \cos^2 A \\
&= \cos^2 A + \cot^2 A
\end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned}
&(\operatorname{cosec} A + \sin A)(\operatorname{cosec} A - \sin A) \\
&= \operatorname{cosec}^2 A - \sin^2 A = 1 + \cot^2 A - (1 - \cos^2 A) \\
&= 1 + \cot^2 A - 1 + \cos^2 A \Rightarrow \cos^2 A + \cot^2 A
\end{aligned}$$

14. $\sqrt{\frac{\sec A}{\sec A - 1} + \frac{\sec A}{\sec A + 1}}$ का सरलीकृत मान क्या है ?

- (a) $\operatorname{cosec} A$ (b) $\sqrt{2} \operatorname{cosec} A$
(c) $2 \sec A$ (d) $\sec A$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर-(b)

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{\sec A}{\sec A - 1} + \frac{\sec A}{\sec A + 1}} &= \sqrt{\frac{\sec A((\sec A + 1) + (\sec A - 1))}{(\sec^2 A - 1)}} = \sqrt{\frac{2 \sec^2 A}{\tan^2 A}} \\
&= \sqrt{\frac{\sec A \cdot (2 \sec A)}{\sec^2 A - 1}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \sec^2 A}{\tan^2 A}} \Rightarrow \sqrt{2} \operatorname{cosec} A
\end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned}
\sqrt{\frac{\sec A}{\sec A - 1} + \frac{\sec A}{\sec A + 1}} &= \sqrt{\frac{1}{1 - \cos A} + \frac{1}{1 + \cos A}} \\
&= \sqrt{\frac{1 + \cos A + 1 - \cos A}{1 - \cos^2 A}} \\
&= \sqrt{\frac{2}{\sin^2 A}} \Rightarrow \sqrt{2} \operatorname{cosec} A
\end{aligned}$$

15. $\left[\frac{\cos A}{(1 - \tan A)} + \frac{\sin A}{(1 - \cot A)} \right]^2$ का सरलीकृत मान क्या है ?

- (a) $\sin A + \cos A$ (b) $1 + \sin 2A$
(c) $1 + \cos 2A$ (d) $\tan A + \cot A$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर-(b)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} &\left[\frac{\cos A}{(1 - \tan A)} + \frac{\sin A}{(1 - \cot A)} \right]^2 \\
&= \left[\frac{\cos A}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} \right]^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{\cos A \cdot \cos A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin A \cdot \sin A}{\sin A - \cos A} \right]^2 \\
&= \left(\frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} \right)^2 \\
&= \left(\frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A} \right)^2 = \left(\frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A - \sin A)} \right)^2 \\
&= (\cos A + \sin A)^2 = 1 + 2 \sin A \cos A \Rightarrow 1 + \sin 2A
\end{aligned}$$

16. $\frac{3}{2} \left(\frac{\cos 39^\circ}{\sin 51^\circ} \right) - \sqrt{\sin^2 39^\circ + \sin^2 51^\circ}$ का मान क्या है ?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$
(c) 0 (d) $\frac{1}{2}$ तथा $\frac{5}{2}$ दोनों

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(d)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} &\frac{3}{2} \left(\frac{\cos 39^\circ}{\sin 51^\circ} \right) - \sqrt{\sin^2 39^\circ + \sin^2 51^\circ} \\
&= \frac{3}{2} \left(\frac{\cos(90^\circ - 51^\circ)}{\sin 51^\circ} \right) - \sqrt{\sin^2(90^\circ - 51^\circ) + \sin^2 51^\circ} \\
&\left[\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta \right] \\
&\quad \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \\
&= \frac{3}{2} \left(\frac{\sin 51^\circ}{\sin 51^\circ} \right) - \sqrt{\cos^2 51^\circ + \sin^2 51^\circ} \\
&(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1) \\
&= \frac{3}{2} - (\pm 1) \\
&\Rightarrow \frac{3}{2} - (\pm 1) = (-) \Rightarrow \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2} \\
&(\Rightarrow) \Rightarrow \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)
\end{aligned}$$

17. $\left[\frac{(\sec^3 x - \tan^3 x)}{(\sec x - \tan x)} \right] - 2 \tan^2 x - \sec x \tan x$ का सरलीकृत मान क्या है ?

- (a) 0 (b) 2 (c) -1 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर-(d)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या—} &\left[\frac{\sec^3 x - \tan^3 x}{\sec x - \tan x} \right] - 2 \tan^2 x - \sec x \tan x \\
&= \frac{(\sec x - \tan x)(\sec^2 x + \sec x \tan x + \tan^2 x) - 2 \tan^2 x - \sec x \tan x}{(\sec x - \tan x)} \\
&= \sec^2 x + \tan^2 x + \sec x \tan x - 2 \tan^2 x - \sec x \tan x \\
&= \sec^2 x + \tan^2 x - 2 \tan^2 x \\
&= \sec^2 x - \tan^2 x \\
&= 1
\end{aligned}$$

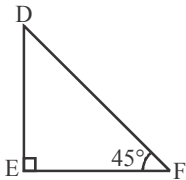
18. $\triangle DEF$ E पर समकोण है। यदि $\angle F = 45^\circ$ है, तो $2 \sin F \times \cot F$ का मान क्या है?

- (a) $\sqrt{2}$ (b) 2
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—



$\sin F = \sin 45^\circ$
 $\cot F = \cot 45^\circ$
 $\therefore 2 \sin F \times \cot F = 2 \sin 45^\circ \cdot \cot 45^\circ$
 $= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 \quad \left(\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ तथा } \cot 45^\circ \Rightarrow 1 \right)$
 $= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2} \quad (\because 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \text{ लिखा गया})$

19. $1 + \cot A \cot \left(\frac{A}{2} \right)$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $\cos \left(\frac{A}{2} \right)$ (b) $\sin^2 \left(\frac{A}{2} \right)$
(c) $\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \left(\frac{A}{2} \right)$ (d) $\cos A$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $1 + \cot A \cdot \cot \frac{A}{2}$

$$= 1 + \frac{\cot^2 \frac{A}{2} - 1}{2 \cot \frac{A}{2}} \cdot \cot \frac{A}{2} \quad \left(\because \cot A = \frac{\cot^2 \frac{A}{2} - 1}{2 \cot \frac{A}{2}} \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(\cot^2 \frac{A}{2} - 1 \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(\operatorname{cosec}^2 \frac{A}{2} - 1 - 1 \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(\operatorname{cosec}^2 \frac{A}{2} - 2 \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{A}{2} - 1$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{A}{2}$$

Trick— $1 + \cot A \cot (A/2) \dots\dots(i)$

समी. (i) में $A = 90^\circ$ रखने पर

$$1 + \cot 90^\circ \times \cot 45^\circ = 1 + 0 \times 1 \Rightarrow 1$$

\therefore विकल्प (c) से

$$\frac{1}{2} \times \operatorname{cosec}^2 (A/2) = \frac{1}{2} \times \operatorname{cosec}^2 (45^\circ) = \frac{1}{2} \times 2 \Rightarrow 1$$

अतः विकल्प (c) सही है।

20. $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{4} - \cot \frac{\pi}{3} \sec \frac{\pi}{6} + \frac{5 \tan \frac{\pi}{4}}{12 \sin \frac{\pi}{2}}$ का मान किसके बराबर है?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) $\frac{3}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{4} - \cot \frac{\pi}{3} \sec \frac{\pi}{6} + \frac{5 \tan \frac{\pi}{4}}{12 \sin \frac{\pi}{2}}$

त्रिकोणमितीय कोणों के मान रखने पर

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{5 \times 1}{12 \times 1}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{5}{12}$$

$$= \frac{3 - 8 + 5}{12} = \frac{0}{12} \Rightarrow 0$$

21. $\triangle DEF$, E पर समकोण है। यदि $\angle D = 45^\circ$ है, तो $\operatorname{cosec} F \cdot \cot D$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) 2
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

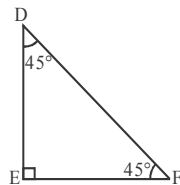
व्याख्या— $\triangle DEF$ से

$\angle F = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$

$= 45^\circ$

$\operatorname{cosec} F \times \cot D = \operatorname{cosec} 45^\circ \cdot \cot 45^\circ$

$= \sqrt{2} \cdot 1 \Rightarrow \sqrt{2}$



22. $\triangle ABC$, B पर समकोण है। यदि $\angle A = 30^\circ$ है, तो AB की लंबाई (सेंटीमीटर में) क्या है, यदि AC = 8 सेंटीमीटर है?

- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{3}$ (c) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

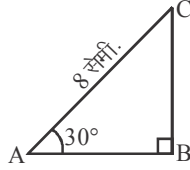
उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

त्रिभुज ABC एक समकोण है तथा
 $\angle B = 90^\circ, \angle A = 30^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ में

$$\cos 30^\circ = \frac{AB \text{ (आधार)}}{AC \text{ (कर्ण)}}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{8} \Rightarrow AB = 4\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

23. $\sin 30^\circ - \operatorname{cosec} 45^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{(2\sqrt{6}-1)}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(1-2\sqrt{3})}{2}$
 (c) $\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{6}}$ (d) $\frac{(1-2\sqrt{2})}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin 30^\circ - \operatorname{cosec} 45^\circ = \frac{1}{2} - \sqrt{2}$
 $= \frac{(1-2\sqrt{2})}{2}$
 $\left(\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ तथा } \operatorname{cosec} 45^\circ \Rightarrow \sqrt{2} \right)$

24. $\triangle LMN$ में M पर समकोण है। यदि $\angle MNL = 60^\circ$ है, तो $\tan L$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

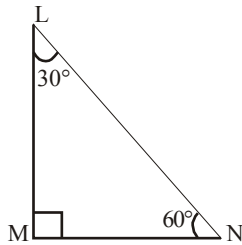
उत्तर—(b)

व्याख्या— समकोण $\triangle LMN$ में

$$\angle MLN = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

$$\tan L = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \tan L = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



25. $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $2 \operatorname{cosec} \theta$ (b) $2 \sec \theta$
 (c) $\sin \theta$ (d) $\operatorname{cosec} \theta$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\tan \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} + \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$

$$= \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$$

$$= \frac{1 \times 2}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$$

[$\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ तथा 2 से अंश एवं हर में गुणा किया गया]

$$= \frac{2}{\sin 2 \cdot \frac{\theta}{2}}$$

$$(\because 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \sin 2\theta)$$

$$= \frac{2}{\sin \theta} \Rightarrow 2 \operatorname{cosec} \theta$$

26. $\sec^6 A - \tan^6 A - 3 \sec^2 A \cdot \tan^2 A$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) $\sec A \tan A$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sec^6 A - \tan^6 A - 3 \sec^2 A \cdot \tan^2 A$
 $= (\sec^2 A)^3 - (\tan^2 A)^3 - 3 \sec^2 A \cdot \tan^2 A$
 $= (\sec^2 A - \tan^2 A) \{(\sec^4 A + \tan^4 A + \sec^2 A \cdot \tan^2 A)\} - 3 \sec^2 A \cdot \tan^2 A$
 $= \sec^4 A + \tan^4 A - 2 \sec^2 A \cdot \tan^2 A$
 $= (\sec^2 A - \tan^2 A)^2 = (1)^2 \Rightarrow 1$

27. $\tan 11^\circ \tan 17^\circ \tan 79^\circ \tan 73^\circ$ का मान है -

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan 11^\circ \tan 17^\circ \tan 79^\circ \tan 73^\circ$
 $= \tan 11^\circ \tan 17^\circ \tan (90^\circ - 11^\circ) \tan (90^\circ - 17^\circ)$
 $= \tan 11^\circ \tan 17^\circ \cot 11^\circ \cot 17^\circ$
 $(\because \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta)$
 $= \tan 11^\circ \cot 11^\circ \tan 17^\circ \cot 17^\circ$
 $= 1 \times 1 \quad (\because \tan \theta \cot \theta = 1)$
 $= 1$

28. $\tan 6^\circ \tan 36^\circ \tan 84^\circ \tan 54^\circ \tan 45^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (c) 1 (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan 6^\circ \tan 36^\circ \tan 84^\circ \tan 54^\circ \tan 45^\circ$
 $= \tan(90^\circ - 84^\circ) \cdot \tan(90^\circ - 54^\circ) \cdot \tan 84^\circ \cdot \tan 54^\circ \cdot \tan 45^\circ$
 $= \cot 84^\circ \cdot \cot 54^\circ \cdot \tan 84^\circ \cdot \tan 54^\circ \cdot 1$
 $[\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta \text{ तथा } \tan 45^\circ = 1]$
 $= 1 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow 1 \quad [\because \cot \theta \cdot \tan \theta = 1]$

29. $\tan 4^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ \tan 86^\circ$ का मान ज्ञात करें—

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan 4^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ \tan 86^\circ$
 $= \tan 4^\circ \tan 86^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ$
 $= \tan(90^\circ - 86^\circ) \tan 86^\circ \tan(90^\circ - 47^\circ) \tan 47^\circ$
 $= \cot 86^\circ \tan 86^\circ \cot 47^\circ \tan 47^\circ$
 $[\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$
 $= 1 \times 1 (\because \tan \theta \cot \theta = 1)$
 $= 1$

Trick— \tan तथा \cot में यदि पदों की संख्या सम तथा दो कोणों का संयुक्त योग 90° हो, तो कुल पदों का गुणनफल 1 होता है।
 अर्थात् $\tan 4^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ \tan 86^\circ$
 $= \tan 4^\circ \tan 86^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ$
 $= 1$ (अर्थात् $86^\circ + 4^\circ = 90^\circ$ तथा $43^\circ + 47^\circ = 90^\circ$ अतः पदों के गुणनफल का मान 1 आया है)

30. $3 \cos 80^\circ \operatorname{cosec} 10^\circ + 2 \cos 59^\circ \operatorname{cosec} 31^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 (b) 3
(c) 2 (d) 5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $3 \cos 80^\circ \operatorname{cosec} 10^\circ + 2 \cos 59^\circ \operatorname{cosec} 31^\circ$
 $= \frac{3 \cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} + 2 \frac{\cos 59^\circ}{\sin 31^\circ}$
 $= \frac{3 \cos 80^\circ}{\sin(90^\circ - 80^\circ)} + 2 \frac{\cos 59^\circ}{\sin(90^\circ - 59^\circ)}$
 $= \frac{3 \cos 80^\circ}{\cos 80^\circ} + 2 \frac{\cos 59^\circ}{\cos 59^\circ} \quad [\because \sin 90^\circ - \theta = \cos \theta]$
 $= 3 + 2 \Rightarrow 5$

31. यदि $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$, θ धन न्यूनकोण है, तो θ मान हैं—

- (a) $30^\circ, 90^\circ$ (b) $60^\circ, 55^\circ$
(c) $60^\circ, 45^\circ$ (d) $45^\circ, 50^\circ$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया गया समी. $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$
 गुणनखंड करने पर
 $2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta - \sin \theta + 1 = 0$
 $2 \sin \theta (\sin \theta - 1) - 1 (\sin \theta - 1) = 0$
 $(2 \sin \theta - 1)(\sin \theta - 1) = 0$

$\therefore 2 \sin \theta - 1 = 0$ या $\sin \theta - 1 = 0$

$\sin \theta = 1/2$ या $\sin \theta = 1$

$\sin \theta = \sin 30^\circ$ या $\sin \theta = 90^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ या $\theta = 90^\circ$

\therefore यदि θ धन न्यूनकोण है, तब θ का मान 30° और 90° होगा।

32. $(4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta)$ का न्यूनतम मान कितना होगा?

- (a) 1 (b) 19
(c) 25 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$
 $(\because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ तथा } \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta)$
 $= 4(1 + \tan^2 \theta) + 9(1 + \cot^2 \theta)$
 $= 4 + 4 \tan^2 \theta + 9 + 9 \cot^2 \theta$
 $= 13 + 4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$
 $= 13 + (2 \tan \theta)^2 + (3 \cot \theta)^2 + 12 - 12$
 $= 25 + (2 \tan \theta - 3 \cot \theta)^2$
 $\therefore (2 \tan \theta - 3 \cot \theta)^2$ एक वर्ग संख्या है।
 तथा वर्ग संख्या का मान हमेशा धनात्मक होता है।
 $\therefore 2 \tan \theta - 3 \cot \theta \geq 0$
 $\therefore 4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$
 के न्यूनतम मान के लिए
 $2 \tan \theta - 3 \cot \theta = 0$
 $\therefore 4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta = 25$

Trick—

$4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$

$(\because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ तथा } \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta)$

$\therefore 4(1 + \tan^2 \theta) + 9(1 + \cot^2 \theta)$

$= 4 + 4 \tan^2 \theta + 9 + 9 \cot^2 \theta$

$= 13 + 4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$

$= 13 + 12 (4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta \text{ का न्यूनतम मान } = 12)$

$= 25$

नोट— $ax + b \frac{1}{x}$ का न्यूनतम मान $= 2 \sqrt{ab}$

$4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$ का न्यूनतम मान $= 2 \sqrt{9 \times 4}$
 $= 2 \sqrt{36}$
 $= 12$

33. $\tan^2 x + \cot^2 x$ का न्यूनतम मान क्या है?

- (a) 3 (b) 2
(c) 0 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना कि $y = \tan^2 x + \cot^2 x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$\frac{dy}{dx} = 2 \tan x \cdot \sec^2 x - 2 \cot x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$

न्यूनतम मान के लिए $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore 2 \tan x \cdot \sec^2 x = 2 \cot x \cdot \csc^2 x$$

$$\text{या } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\text{या } \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$\text{या } \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} = 1$$

$$\text{या } \tan^3 \theta = 1$$

$$\text{या } \tan \theta = 45^\circ \text{ या } \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ न्यूनतम मान } = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cot^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ = 1^2 + 1^2 \Rightarrow 2$$

Trick—

समांतर माध्य (A.M.) \geq गुणोत्तर माध्य (G.M.)

$$\text{या } \frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{2} \geq \sqrt{\tan x \cdot \cot x}$$

$$\text{या } \tan^2 x + \cot^2 x \geq 2 \quad \{ \because \tan x \cdot \cot x = 1 \}$$

$$\therefore \tan^2 x + \cot^2 x = 2$$

अतः $\tan^2 x + \cot^2 x$ का न्यूनतम मान 2 होगा।

34. $2 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम मान कितना होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2015

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } 2 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 2 \sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta + \cos^2 \theta \\ = 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \cos^2 \theta \\ = 2 + \cos^2 \theta \\ = 2 \quad (\cos^2 \theta \geq 0)$$

35. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$, तो $\operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \beta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sec^2 \alpha$ (b) $\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \beta$
(c) $\operatorname{cosec}^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \beta$ (d) $\sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \beta$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \alpha + \beta = 90^\circ \\ \therefore \alpha = 90^\circ - \beta \quad \dots\dots(i) \\ \text{या } \beta = 90^\circ - \alpha \quad \dots\dots(ii) \\ \therefore \operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \beta = \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - \beta) + \operatorname{cosec}^2 \beta \\ = \sec^2 \beta + \operatorname{cosec}^2 \beta \\ [\because \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - \theta) = \sec^2 \theta] \\ = \frac{1}{\cos^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta}$$

$$= \frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta \cos^2 \beta} \\ \therefore (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1) \\ = \frac{1}{\sin^2 \beta \cos^2 \beta} \\ = \operatorname{cosec}^2 \beta \cdot \sec^2 \beta \\ = \operatorname{cosec}^2 \beta \cdot \sec^2 (90^\circ - \alpha) \text{ समी. (ii) से} \\ = \operatorname{cosec}^2 \beta \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

36. यदि $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$, अभिव्यक्ति $\sin A \cos A (\tan A - \cot A)$ का सरलीकृत रूप है—

- (a) $1 - \cos^2 A$ (b) $2 \sin^2 A - 1$
(c) 1 (d) $1 - 2 \sin^2 A$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \sin A \cos A (\tan A - \cot A) \\ = \sin A \cos A \left(\frac{\sin A}{\cos A} - \frac{\cos A}{\sin A} \right) \\ \left(\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}, \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \right) \\ = \sin A \cos A \left(\frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin A \cos A} \right) \\ = \sin^2 A - \cos^2 A \quad (\because \cos^2 A = 1 - \sin^2 A) \\ = \sin^2 A - 1 + \sin^2 A \\ = 2 \sin^2 A - 1$$

37. $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ का अधिकतम मान है—

- (a) 3 (b) 1 (c) 2 (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \sin^4 \theta + \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ [\because a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2 b^2] \\ = (1)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1) \\ = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$\therefore 2 \sin \theta \cos \theta$ का मान या तो शून्य होगा या धनात्मक होगा।

अतः $2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \geq 0$ तथा $-2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \leq 0$

अतः $1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \leq 1$

अतः $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ का अधिकतम मान = 1

Trick—

$$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \\ = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 (2\theta)$$

$$\sin^2 (x) \text{ का परास (Range) } = [0, 1]$$

$$\text{अतः } \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \Rightarrow \left[0, \frac{1}{2} \right]$$

$$\therefore 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta = \frac{1}{2}, 1$$

अतः अधिकतम मान 1 होगा।

38. यदि $\cos \theta + \sec \theta = 2$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) हो, तो $\cos 10\theta + \sec 10\theta$ का मान कितना होगा?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013
उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos \theta + \sec \theta = 2$

$$\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = 2 \quad \left(\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right)$$

$$\cos^2 \theta + 1 = 2 \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1 = 0$$

$$(\cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\cos \theta - 1 = 0$$

$$\therefore \cos \theta = 1$$

$$\cos \theta = \cos 0^\circ (\because \cos 0 = 1)$$

$$\theta = 0^\circ$$

$$\therefore \cos 10\theta + \sec 10\theta = \cos 0^\circ + \sec 0^\circ$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

39. यदि $0^\circ < \theta < 90^\circ$ और $2 \sin^2 \theta + 3 \cos \theta = 3$ है, तो θ का मान है—
- (a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 75°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(b)

व्याख्या— $2 \sin^2 \theta + 3 \cos \theta = 3$

$$2(1 - \cos^2 \theta) + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$2 - 2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$-2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$2 \cos \theta (\cos \theta - 1) - 1(\cos \theta - 1) = 0$$

$$(\cos \theta - 1)(2 \cos \theta - 1) = 0$$

या तो $\cos \theta = 1$ या $\cos \theta = \frac{1}{2}$

$$\therefore 0 < \theta < 90^\circ$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \cos 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

40. यदि $0^\circ < A < 90^\circ$ है, तो $\tan^2 A + \cot^2 A - \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$ का मान है—
- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(d)

व्याख्या— $\tan^2 A + \cot^2 A - \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$

$$= \tan^2 A + \cot^2 A - (1 + \tan^2 A)(1 + \cot^2 A)$$

$$= \tan^2 A + \cot^2 A - 1 - \cot^2 A - \tan^2 A - \tan^2 A \cot^2 A$$

$$= \tan^2 A + \cot^2 A - 1 - \tan^2 A - \cot^2 A - \tan^2 A \cot^2 A$$

$$= -1 - \tan^2 A \cot^2 A$$

$$= -1 - 1 \quad (\because \tan^2 A \cot^2 A = 1)$$

$$= -2$$

Trick—

दिया है

$$0^\circ < A < 90^\circ$$

अतः $A = 45^\circ$ लेने पर

$$\begin{aligned} \tan^2 A + \cot^2 A - \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A \\ = \tan^2 45^\circ + \cot^2 45^\circ - \sec^2 45^\circ \operatorname{cosec}^2 45^\circ \\ = 1 + 1 - (\sqrt{2})^2 (\sqrt{2})^2 \\ = 2 - 4 \Rightarrow -2 \end{aligned}$$

41. यदि α और β धन न्यूनकोण हैं, $\sin(4\alpha - \beta) = 1$ और $\cos(2\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, तो $\sin(\alpha + 2\beta)$ का मान है—

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin(4\alpha - \beta) = 1$
 $\sin(4\alpha - \beta) = \sin 90^\circ$ ($\because \sin 90^\circ = 1$)

$$4\alpha - \beta = 90^\circ \dots\dots\dots (i)$$

पुनः $\cos(2\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$
 $\cos(2\alpha + \beta) = \cos 60^\circ$ ($\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$)

$$2\alpha + \beta = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$6\alpha = 150^\circ$$

$$\alpha = \frac{150}{6} \Rightarrow 25^\circ$$

$\therefore \alpha$ का मान समी. (ii) में रखने पर

$$2 \times 25^\circ + \beta = 60^\circ$$

$$50^\circ + \beta = 60^\circ$$

$$\beta = 60^\circ - 50^\circ \Rightarrow 10^\circ$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + 2\beta) &= \sin(25^\circ + 2 \times 10^\circ) \\ &= \sin(25^\circ + 20^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

42. यदि θ एक न्यूनकोण है तथा $\tan \theta - \cot \theta = 0$, तो $\tan^{26} \theta + \cot^{100} \theta$ का मान क्या होगा?
- (a) -2 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाठी)
उत्तर—(d)

व्याख्या— $\tan \theta - \cot \theta = 0 \Rightarrow \tan \theta = \cot \theta$

$$\therefore \theta = 45^\circ (\because \text{न्यूनकोण})$$

$$\tan 45^\circ - \cot 45^\circ = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$L.H.S = R.H.S$$

अतः $\theta = 45^\circ$ समी. को संतुष्ट करता है।

$$= \tan^{26}(45^\circ) + \cot^{100}(45^\circ)$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

Trick- दिया है

$$\tan \theta - \cot \theta = 0 \Rightarrow \tan \theta = \cot \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\tan \theta} \Rightarrow \tan^2 \theta = 1 \dots (i)$$

$$\therefore \tan^{26} \theta + \cot^{100} \theta = (\tan^2 \theta)^{13} + \left(\frac{1}{\tan^2 \theta} \right)^{50}$$

$$= (1)^{13} + \left(\frac{1}{1} \right)^{50} = 1 + 1 \Rightarrow 2 \text{ [समी. (i)]}$$

43. यदि $\sin 3\theta \sec 2\theta = 1$, तो $\left[3\tan^2\left(\frac{5\theta}{2}\right) - 1 \right]$ का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \sin 3\theta \cdot \sec 2\theta = 1$

$$\Rightarrow \sin 3\theta = \frac{1}{\sec 2\theta} \quad \left[\because \frac{1}{\sec \theta} = \cos \theta \right]$$

$$\sin 3\theta = \cos 2\theta$$

$$\sin 3\theta = \sin(90^\circ - 2\theta) \quad [\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$3\theta = 90^\circ - 2\theta$$

$$\theta = \frac{90^\circ}{5}$$

$$\theta = 18^\circ$$

θ का मान रखने पर

$$\left[3\tan^2\left(\frac{5\theta}{2}\right) - 1 \right] = 3\tan^2\left(\frac{5 \times 18}{2}\right) - 1$$

$$= 3\tan^2 45^\circ - 1 \quad [\tan 45^\circ = 1]$$

$$= 3 - 1$$

$$= 2$$

44. यदि $\cot A = \left[\frac{\sin B}{(1 - \cos B)} \right]$, तो $\cot 2A$ का मान क्या होगा?

- (a) $\cot\left(\frac{B}{2}\right)$ (b) $\cot 2B$
(c) $\cot B$ (d) $\tan B$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \cot(A) = \left[\frac{\sin(B)}{(1 - \cos B)} \right] \Rightarrow \frac{\sin B}{1 - 1 + 2\sin^2\left(\frac{B}{2}\right)}$

$$\cot A = \frac{2\sin \frac{B}{2} \times \cos \frac{B}{2}}{2\sin^2\left(\frac{B}{2}\right)} \Rightarrow \cot A = \cot\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$\Rightarrow A = \frac{B}{2} \Rightarrow 2A = B$$

$$\therefore \cot(2A) = \cot B$$

45. यदि $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{4x} + x$ है, तो $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ का मान क्या है?
- (a) $3x$ (b) x
(c) $4x$ (d) $2x$ या $\frac{1}{(2x)}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

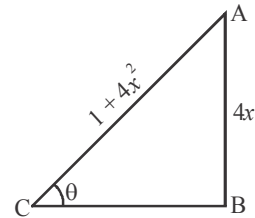
व्याख्या— $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{4x} + x \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta = \frac{1 + 4x^2}{4x}$

$$\sin \theta = \frac{4x}{1 + 4x^2} \quad \left(\because \sin \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} \right)$$

$$\text{आधार (BC)} = \sqrt{(1 + 4x^2)^2 - (4x)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 16x^4 + 8x^2 - 16x^2} = \sqrt{(1 - 4x^2)^2}$$

$$BC = \pm (1 - 4x^2)$$



$$\therefore \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{1 + 4x^2}{4x} + \frac{1 - 4x^2}{4x} \quad [(+) \text{ चिह्न लेने पर}]$$

$$\left(\because \cot \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} \right)$$

$$= \frac{1 + 4x^2 + 1 - 4x^2}{4x} = \frac{1}{2x}$$

या (-) चिह्न लेने पर

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{1 + 4x^2}{4x} - \frac{1 - 4x^2}{4x}$$

$$= \frac{1 + 4x^2 - 1 + 4x^2}{4x} \Rightarrow 2x$$

$$\text{अतः } \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{1}{2x} \text{ या } 2x$$

46. यदि $\sin^8 \theta + \cos^8 \theta - 1 = 0$ है, तो $\cos^2 \theta \sin^2 \theta$ का मान क्या है (यदि $\theta \neq 0$ या $\frac{\pi}{2}$)?

- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin^8 \theta + \cos^8 \theta - 1 = 0$

$$(\sin^4 \theta)^2 + (\cos^4 \theta)^2 - 1 = 0$$

$$(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta)^2 + 2\sin^4 \theta \cos^4 \theta - 1 = 0$$

$$\left\{ \because a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab \right\}$$

$$[(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)]^2 + 2\sin^4 \theta \cos^4 \theta - 1 = 0$$

$$(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2 + 2\sin^4 \theta \cos^4 \theta - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \sin^4\theta + \cos^4\theta - 2\sin^2\theta \cos^2\theta + 2\sin^4\theta \cos^4\theta - 1 &= 0 \\ (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta \cos^2\theta - 2\sin^2\theta \cos^2\theta + 2\sin^4\theta \cos^4\theta - 1 &= 0 \\ \cos^4\theta - 1 &= 0 \quad \{ \because a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \} \\ 1 - 4\sin^2\theta \cos^2\theta + 2\sin^4\theta \cos^4\theta - 1 &= 0 \\ 2\sin^4\theta \cos^4\theta &= 4\sin^2\theta \cos^2\theta \\ \therefore \sin^2\theta \cos^2\theta &= \frac{4}{2} \Rightarrow 2 \end{aligned}$$

47. $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A)(\tan A + \cot A)$ का सरलीकृत मान क्या है ?
 (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} & (\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A)(\tan A + \cot A) \\ &= \left(\frac{1 - \sin^2 A}{\sin A} \right) \left(\frac{1 - \cos^2 A}{\cos A} \right) \left(\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} \right) \\ &= \left(\frac{\cos^2 A}{\sin A} \right) \left(\frac{\sin^2 A}{\cos A} \right) \left(\frac{1}{\sin A \cos A} \right) \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

48. यदि $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{5}{3}$, तो $\tan 2\theta$ का मान क्या होगा ?

- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3}$
 (c) $1\sqrt{3}$ (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} & \sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{5}{3} \\ 1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta &= \frac{5}{3} \quad [\because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta] \\ 1 + 2\tan^2 \theta &= \frac{5}{3} \\ 2\tan^2 \theta &= \frac{5}{3} - 1 \Rightarrow \frac{2}{3} \\ \therefore \tan^2 \theta &= \frac{1}{3} \\ \therefore \tan \theta &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan 30^\circ \\ \therefore \theta &= 30^\circ \\ \therefore \tan 2\theta &= \tan 60^\circ \Rightarrow \sqrt{3} \end{aligned}$$

49. यदि $\sec^2 \theta - \sec \theta = 1$ हो, $(\tan^{12} \theta - 3 \tan^{10} \theta + 3 \tan^8 \theta - \tan^6 \theta)$ का मान क्या है ?

- (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. S.I. (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} \sec^2 \theta - \sec \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta = \sec \theta + 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec \theta + 1$$

$$\tan^2 \theta = \sec \theta$$

$$\therefore \tan^{12} \theta - 3 \tan^{10} \theta + 3 \tan^8 \theta - \tan^6 \theta$$

$$= \tan^6 \theta (\tan^6 \theta - 3 \tan^4 \theta + 3 \tan^2 \theta - 1)$$

$$= \tan^6 \theta [(\tan^2 \theta)^3 - 1^3 - 3 \tan^2 \theta (1 - \tan^2 \theta)]$$

$$= \tan^6 \theta (\tan^2 \theta - 1)^3$$

$$= \sec^3 \theta (\sec \theta - 1)^3 \quad (\tan^2 \theta \text{ का मान रखने पर})$$

$$= (\sec^2 \theta - \sec \theta)^3$$

$$= (1)^3 \Rightarrow 1 \quad [\because \text{दिया है } \sec^2 \theta - \sec \theta = 1]$$

Trick—

$$\sec^2 \theta - \sec \theta = 1 \Rightarrow \sec^2 \theta = 1 + \sec \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = 1 + \sec \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec \theta$$

$$(\tan^2 \theta)^2 = \sec^2 \theta \Rightarrow \tan^4 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\tan^4 \theta - \tan^2 \theta = 1 \Rightarrow (\tan^4 \theta - \tan^2 \theta)^3 = (1)^3$$

$$\tan^{12} \theta - \tan^6 \theta - 3 \tan^6 \theta (\tan^4 \theta - \tan^2 \theta) = 1$$

$$\tan^{12} \theta - \tan^6 \theta - 3 \tan^{10} \theta + 3 \tan^8 \theta = 1$$

$$\therefore \tan^{12} \theta - 3 \tan^{10} \theta + 3 \tan^8 \theta - \tan^6 \theta = 1$$

50. यदि $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, तो $\sin 3\theta$ का मान किसके बराबर होगा ?
 (माना $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)

- (a) 0 (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} & \sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 2\theta &= \sin 60^\circ \\ 2\theta &= 60^\circ \\ \theta &= 30^\circ \\ \therefore \sin 3\theta &= \sin 3 \times 30^\circ \\ &= \sin 90^\circ \\ &= 1 \end{aligned}$$

51. यदि $\triangle ABC$ में, $\angle A = 90^\circ$, $BC = a$, $AC = b$ और $AB = c$, तो $\tan B + \tan C$ का मान है—

- (a) $\frac{c^2}{ab}$ (b) $\frac{a^2 + c^2}{b}$
 (c) $\frac{b^2}{ac}$ (d) $\frac{a^2}{bc}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

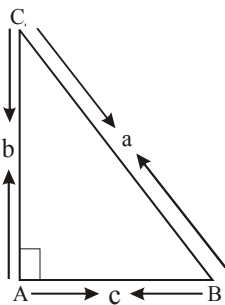
$$\angle A = 90^\circ$$

समकोण त्रिभुज CAB में

$$CA^2 + AB^2 = BC^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2 \dots\dots\dots(i)$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan B + \tan C &= \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \\ &= \frac{b^2 + c^2}{bc} \\ &= \frac{a^2}{bc} \text{ [समीकरण (i) से]} \end{aligned}$$



52. यदि $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\tan \theta = \frac{x}{y}$, तो $\cos \theta$ बराबर क्या होगा?

- (a) $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ (b) $\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{y}$
 (c) $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ (d) $\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \tan \theta = \frac{x}{y}$

$$\therefore \tan^2 \theta = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\therefore \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$y^2 \sin^2 \theta = x^2 \cos^2 \theta$$

$$y^2 (1 - \cos^2 \theta) = x^2 \cos^2 \theta$$

$$y^2 = (x^2 + y^2) \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Trick—

$$\tan \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

आधार = y

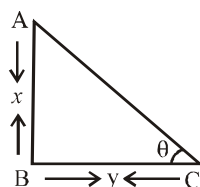
समकोण $\triangle ABC$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$AC = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$\text{कर्ण (AC)} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{अतः } \cos \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



53. यदि $\sin \theta = \frac{20}{29}$, तो $\cos \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{29}{21}$ (b) $\frac{21}{29}$
 (c) $\frac{21}{20}$ (d) $\frac{20}{29}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin \theta = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{20}{29}$

समकोण $\triangle ABC$ में

$$AB^2 + BC^2 = CA^2$$

$$\text{या } BC^2 = CA^2 - AB^2$$

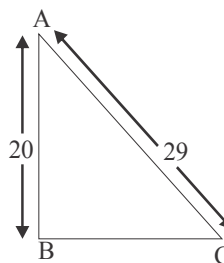
$$\text{या } BC = \sqrt{CA^2 - AB^2}$$

$$\therefore BC = \sqrt{(29)^2 - (20)^2}$$

$$= \sqrt{841 - 400}$$

$$BC = \sqrt{441} \Rightarrow 21$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} \Rightarrow \frac{21}{29}$$



Trick—

$$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - \left(\frac{20}{29}\right)^2 \left\{ \because \sin \theta = \frac{20}{29} \right\}$$

$$\text{या } \cos^2 \theta = \frac{(29)^2 - (20)^2}{(29)^2} = \frac{841 - 400}{841} \Rightarrow \frac{441}{841}$$

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{\frac{441}{841}} \Rightarrow \frac{21}{29}$$

54. यदि $\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{625}{576}$ तो $\left[\frac{(\sin \theta - \cos \theta)}{(\sin \theta + \cos \theta)} \right]$ का मान क्या होगा?

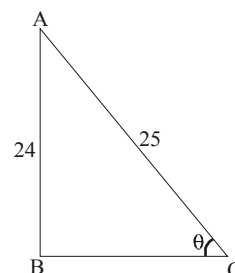
- (a) 1 (b) $\frac{31}{17}$
 (c) $\frac{17}{31}$ (d) $\frac{14}{25}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (III-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{625}{576}$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \sqrt{\frac{625}{576}} \Rightarrow \frac{25}{24}$$



समकोण $\triangle ABC$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(25)^2 = (24)^2 + (BC)^2$$

$$625 - 576 = (BC)^2$$

$$BC = \sqrt{49} \Rightarrow 7$$

$$\sin \theta = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{24}{25}, \cos \theta = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{7}{25}$$

$$\therefore \left[\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \right] = \frac{\frac{24}{25} - \frac{7}{25}}{\frac{24}{25} + \frac{7}{25}} = \frac{17}{31}$$

55. यदि $\tan \theta = \frac{4}{3}$, तो $\sin \theta$ का मान क्या है?

- (a) 1.25 (b) 0.8 (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan \theta = \frac{4}{3}$

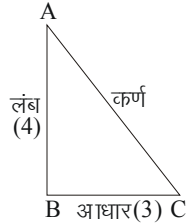
$$\left[\because \tan \theta = \frac{\text{उप}}{\text{आध}} \right]$$

$$\therefore \text{कर्ण} = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} \Rightarrow 5$$

$$\sin \theta = \frac{\text{उप}}{\text{कर्ण}}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow 0.8$$



56. यदि $\cot \theta = \frac{21}{20}$ है, तो $\operatorname{cosec} \theta$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{21}{29}$ (b) $\frac{29}{21}$ (c) $\frac{20}{29}$ (d) $\frac{29}{20}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\cot \theta = \frac{21}{20} \Rightarrow \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}}$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}}$$

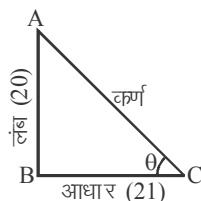
\therefore समकोण $\triangle ABC$ में

$$\text{कर्ण (AC)} = \sqrt{(\text{आधार})^2 + (\text{लंब})^2}$$

$$\begin{aligned} \text{कर्ण (AC)} &= \sqrt{(21)^2 + (20)^2} \\ &= \sqrt{441 + 400} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{कर्ण (AC)} = \sqrt{841} \Rightarrow 29$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} \Rightarrow \frac{29}{20}$$



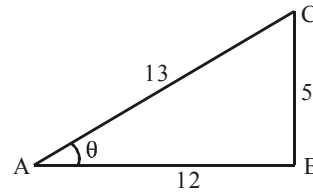
57. यदि $\sec \theta = \frac{13}{12}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $(\sqrt{\cot \theta + \tan \theta})$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{13}{2\sqrt{15}}$ (b) $\frac{12}{2\sqrt{13}}$
(c) $\frac{13}{2\sqrt{5}}$ (d) $\frac{2}{13}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sec \theta = \frac{13}{12} \Rightarrow AC = 13$ तथा $AB = 12$



$$\therefore BC = \sqrt{13^2 - 12^2}$$

$$= \sqrt{25} \Rightarrow 5$$

$$\therefore \sqrt{\cot \theta + \tan \theta} = \sqrt{\frac{12}{5} + \frac{5}{12}} \Rightarrow \sqrt{\frac{169}{5 \times 12}}$$

$$= \frac{13}{2\sqrt{15}}$$

58. यदि $(1 + \tan^2 \theta) = \frac{625}{49}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो

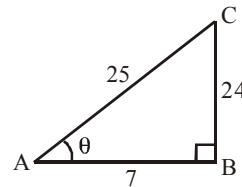
$(\sqrt{\sin \theta + \cos \theta})$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) $\frac{5}{4} \sqrt{\frac{31}{42}}$
(c) $\frac{\sqrt{31}}{5}$ (d) 5/7

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—



$$1 + \tan^2 \theta = \frac{625}{49} \Rightarrow \sec^2 \theta = \frac{625}{49}$$

$$\therefore \sec \theta = \frac{25}{7} \quad \dots\dots(i)$$

$$\sqrt{\sin \theta + \cos \theta} = \sqrt{\frac{24}{25} + \frac{7}{25}} = \sqrt{\frac{31}{25}} \Rightarrow \frac{\sqrt{31}}{5}$$

Trick—

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{625}{49} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{625-49}{49} \Rightarrow \frac{576}{49}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{24}{7}$$

$$\sqrt{\sin \theta + \cos \theta} = \sqrt{\cos \theta (1 + \tan \theta)}$$

$$= \sqrt{\frac{7}{25} \times \left(1 + \frac{24}{7}\right)} \quad [\text{सेमी. (i) से}]$$

$$= \sqrt{\frac{7}{25} \times \frac{31}{7}} \Rightarrow \frac{\sqrt{31}}{5}$$

59. यदि $\cot \theta = \sqrt{11}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $\frac{(\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta)}{(\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta)}$

का मान क्या है ?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{6}{5}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{7}{6}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cot \theta = \sqrt{11} \Rightarrow \cot^2 \theta = 11 \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{11}$

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta} = \frac{1 + \cot^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta - 1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{2 + \cot^2 \theta + \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - \tan^2 \theta} \Rightarrow \frac{2 + 11 + \frac{1}{11}}{11 - \frac{1}{11}}$$

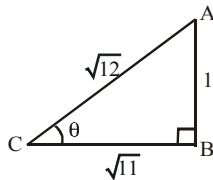
$$= \frac{143 + 1}{121 - 1} = \frac{144}{120} = \frac{12}{10} \Rightarrow \frac{6}{5}$$

Trick—

माना समकोण $\triangle ABC$ में

$$\cot \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{11}}{1}$$

$$\therefore AC = \sqrt{11+1} \Rightarrow \sqrt{12}$$



$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta} = \frac{12 + \frac{12}{11}}{12 - \frac{12}{11}} = \frac{12 \times 12}{12 \times 10} \Rightarrow \frac{6}{5}$$

60. यदि $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = 2\sqrt{2}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो θ

का मान (डिग्री में) क्या है ?

- (a) 30 (b) 45
(c) 60 (d) 90

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = 2\sqrt{2}$

$$\cos \theta \left(\frac{1 - \sin \theta + 1 + \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta} \right) = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{2 \cos \theta}{\cos^2 \theta} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

Trick—

विकल्प (b) से

$\theta = 45^\circ$ लेने पर

$$\text{L.H.S} = \frac{\cos 45^\circ}{1 + \sin 45^\circ} + \frac{\cos 45^\circ}{1 - \sin 45^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} + 1}{2 - 1} \Rightarrow 2\sqrt{2} = \text{R.H.S.}$$

अतः $\theta = 45^\circ$ दिए गए सभी को संतुष्ट करता है। अतः विकल्प (b) सही होगा।

61. यदि $\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{25}{16}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $(\sqrt{\cot \theta + \tan \theta})$

का मान क्या है ?

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$
(c) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. S.I. (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{25}{16}$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \text{आधार} = \sqrt{\text{कर्ण}^2 - \text{लंब}^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$$

$$= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} \Rightarrow 3$$

$$\therefore \sqrt{\cot \theta + \tan \theta} = \sqrt{\frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} + \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 + 16}{12}} = \sqrt{\frac{25}{12}} \Rightarrow \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

Trick-

$$\begin{aligned}\sqrt{\cot\theta + \tan\theta} &= \sqrt{\frac{\cot^2\theta + 1}{\cot\theta}} = \sqrt{\frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\cot\theta}} \\ &= \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\sqrt{\cot\theta}} \left(\begin{array}{l} \because \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{25}{16} \\ \therefore \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1 \\ = \frac{25-16}{16} = \frac{9}{16} \\ \cot\theta = \frac{3}{4} \end{array} \right) \\ &= \frac{\frac{5}{4}}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{5}{4} \times \sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{5}{2\sqrt{3}}\end{aligned}$$

62. यदि $(\operatorname{cosec}^2\theta - 1) = \frac{144}{25}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $(\sqrt{\cot\theta + \tan\theta})$

का मान क्या है ?

- (a) $\frac{13}{5}$ (b) $\frac{60}{13}$
(c) $\frac{2\sqrt{15}}{13}$ (d) $\frac{13}{2\sqrt{15}}$

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर-(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} \operatorname{cosec}^2\theta - 1 &= \frac{144}{25} \\ \operatorname{cosec}^2\theta &= \frac{144}{25} + 1 \Rightarrow \frac{169}{25} \\ \operatorname{cosec}\theta &= \frac{13}{5} \\ \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} &= \frac{13}{5} \\ \text{आधार} &= \sqrt{(13)^2 - (5)^2} \\ \therefore \text{आधार} &= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} \Rightarrow 12 \\ \therefore \sqrt{\cot\theta + \tan\theta} &= \sqrt{\frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} + \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}} \\ &= \sqrt{\frac{12}{5} + \frac{5}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{144+25}{60}} = \sqrt{\frac{169}{60}} \Rightarrow \frac{13}{2\sqrt{15}}\end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned}\operatorname{cosec}^2\theta - 1 &= \frac{144}{25} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{169}{25} \\ \cot^2\theta &= \frac{144}{25} \quad \dots\dots(i)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\cot\theta + \tan\theta} &= \sqrt{\frac{\cot^2\theta + 1}{\cot\theta}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\cot\theta}} \\ &= \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\sqrt{\cot\theta}} = \frac{13}{5} \times \sqrt{\frac{5}{12}} \quad [\text{समी. (i) तथा समी. (ii) से}] \\ &= \frac{13}{2\sqrt{15}}\end{aligned}$$

63. यदि $\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{13}}$ तथा θ न्यूनकोण है, तो $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$ का मान क्या है ?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{6}{7}$

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर-(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या—} \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} &= \frac{\frac{1}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta}} \\ &= \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} \\ &= \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ &= \cos 2\theta \\ &= \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} \left\{ \because \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} \right\} \\ &= \frac{1 - \left(\sqrt{\frac{1}{13}}\right)^2}{1 + \left(\sqrt{\frac{1}{13}}\right)^2} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{13}}{1 + \frac{1}{13}} = \frac{13-1}{13+1} = \frac{12}{14} \Rightarrow \frac{6}{7}\end{aligned}$$

Trick-

$$\begin{aligned}\therefore \tan\theta &= \sqrt{\frac{1}{13}} \Rightarrow \tan^2\theta = \frac{1}{13} \quad \dots\dots(i) \\ \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} &= \frac{1 + \cot^2\theta - 1 - \tan^2\theta}{1 + \cot^2\theta + 1 + \tan^2\theta} \\ &= \frac{\cot^2\theta - \tan^2\theta}{2 + \tan^2\theta + \cot^2\theta} = \frac{13 - \frac{1}{13}}{2 + \frac{1}{13} + 13} \quad [\text{समी. (i) से}] \\ &= \frac{169-1}{13} \times \frac{13}{(169+26+1)} \\ &= \frac{168}{196} = \frac{84}{98} = \frac{42}{49} \Rightarrow \frac{6}{7}\end{aligned}$$

64. यदि $\tan \theta = \frac{8}{15}$ हो, तो $\frac{\sqrt{1-\sin \theta}}{\sqrt{1+\sin \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{3}{5}$ (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$$\tan \theta = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}$$

पाइथागोरस प्रमेय से

Δ समकोण BAC में

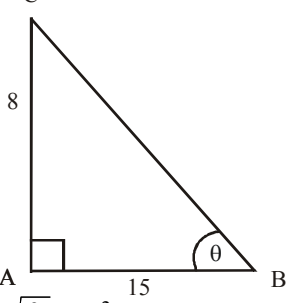
$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$\therefore BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 \Rightarrow 289$$

$$\therefore BC = \sqrt{289} \Rightarrow 17$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} \Rightarrow \frac{8}{17}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1-\sin \theta}}{\sqrt{1+\sin \theta}} = \frac{\sqrt{1-\frac{8}{17}}}{\sqrt{1+\frac{8}{17}}} = \frac{\sqrt{\frac{17-8}{17}}}{\sqrt{\frac{17+8}{17}}} = \frac{\sqrt{\frac{9}{17}}}{\sqrt{\frac{25}{17}}} = \frac{3}{5}$$



65. यदि $\sin(60^\circ - x) = \cos(y + 60^\circ)$ है, तो $\sin(x - y)$ का मान है—

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin(60^\circ - x) = \cos(y + 60^\circ)$

$$= \sin(90^\circ - y - 60^\circ)$$

$$(\because \cos \theta = \sin(90^\circ - \theta))$$

$$\sin(60^\circ - x) = \sin(30^\circ - y)$$

$$\therefore 60^\circ - x = 30^\circ - y$$

$$\therefore x - y = 60^\circ - 30^\circ$$

$$x - y = 30^\circ$$

$$\therefore \sin(x - y) = \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}$$

66. यदि $x = a \cos \theta + b \sin \theta$ और $y = b \cos \theta - a \sin \theta$ हो, तो $x^2 + y^2$ का मान क्या होगा?

- (a) ab (b) $a^2 + b^2$
(c) $a^2 - b^2$ (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x = a \cos \theta + b \sin \theta$ (i)

$y = b \cos \theta - a \sin \theta$ (ii)

समी. (i) और (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (b \cos \theta - a \sin \theta)^2 \\ &= a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta + b^2 \cos^2 \theta \\ &\quad + a^2 \sin^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta \\ &= a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\ &= a^2 \times 1 + b^2 \times 1 \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

67. $x = \cos t$, $y = 2 \sin t \cos t$ में से t को हटाकर हम कौन-सा समीकरण प्राप्त करते हैं?

- (a) $y^2 = 2x^2 + 4x^4$ (b) $y^2 = 2x^2 - 4x^4$
(c) $y^2 = 4x^2 + 4x^4$ (d) $y^2 = 4x^2 - 4x^4$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— समी. में दिया है

$$x = \cos t, y = 2 \sin t \cos t$$

वर्ग करने पर

$$x^2 = \cos^2 t, y^2 = 4 \sin^2 t \cos^2 t$$

विकल्प (d) लेने पर

$$y^2 = 4x^2 - 4x^4$$

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 t \cos^2 t &= 4 \cos^2 t - 4 \cos^4 t \\ &= 4 \cos^2 t (1 - \cos^2 t) \\ &= 4 \cos^2 t \cdot \sin^2 t \end{aligned}$$

$$(1 - \cos^2 t = \sin^2 t)$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

\therefore विकल्प (d) सही है।

Trick—

दिया है

$$x = \cos t, y = 2 \sin t \cos t$$

वर्ग करने पर $x^2 = \cos^2 t$ (i)

$$y^2 = 4 \sin^2 t \cos^2 t$$
(ii)

समी. (i) से $\cos^2 t$ का मान समी. (ii) में रखने पर

$$y^2 = 4 \sin^2 t \times x^2$$

$$y^2 = 4 \{1 - \cos^2 t\} x^2 \quad [\sin^2 t = 1 - \cos^2 t]$$

$$\therefore y^2 = 4 \{1 - x^2\} x^2$$

$$y^2 = (4 - 4x^2) x^2$$

$$y^2 = 4x^2 - 4x^4$$

68. यदि $\cos x = \sin y$ और $\cot(x - 40^\circ) = \tan(50^\circ - y)$ हो, तो x और y का मान क्या होगा?

- (a) $x = 70^\circ, y = 20^\circ$ (b) $x = 75^\circ, y = 15^\circ$
(c) $x = 85^\circ, y = 5^\circ$ (d) $x = 80^\circ, y = 10^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos x = \sin y$

या $\cos x = \cos (90^\circ - y)$

या $x = 90^\circ - y$

या $x + y = 90^\circ$ (i)

तथा $\cot (x - 40^\circ) = \tan (50^\circ - y)$
 $= \cot [90^\circ - (50^\circ - y)]$

या $x - 40^\circ = 40^\circ + y$

या $x - y = 80^\circ$ (ii)

समी. (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$x + y = 90^\circ$

$x - y = 80^\circ$

$2x = 170^\circ$

$x = 85^\circ$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$85^\circ - y = 80^\circ$

$\therefore y = 5^\circ$

$\therefore x = 85^\circ$ तथा $y = 5^\circ$

69. यदि $x^2 = \sin^2 30^\circ + 4\cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ$ हो, तो $x(x > 0)$ का मान क्या है?

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) 1

(c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $x^2 = \sin^2 30^\circ + 4\cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ$

$$x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times (1)^2 - (2)^2$$

$$x^2 = \frac{1}{4} + 4 - 4 \Rightarrow \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

70. यदि $4\sin^2 \theta + 9\cos^2 \theta = 12\sin \theta \cos \theta$ है, तो $\frac{4\sin \theta + 3\cos \theta}{5\sin \theta - 4\cos \theta}$ का मान किसके बराबर है?

(a) $2\frac{1}{7}$ (b) $2\frac{2}{7}$

(c) $2\frac{3}{7}$ (d) $2\frac{4}{7}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $4\sin^2 \theta + 9\cos^2 \theta = 12\sin \theta \cos \theta$

$$4\sin^2 \theta + 9\cos^2 \theta - 2 \times 2 \times 3 \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$(2\sin \theta)^2 + (3\cos \theta)^2 - 2 \times 2 \sin \theta \times 3 \cos \theta = 0$$

$$(2\sin \theta - 3\cos \theta)^2 = 0$$

$$2\sin \theta - 3\cos \theta = 0$$

$$2\sin \theta = 3\cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{4\sin \theta + 3\cos \theta}{5\sin \theta - 4\cos \theta} &= \frac{\left(\frac{4\sin \theta}{\cos \theta} + 3\right)}{\left(5\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - 4\right)} \\ &= \frac{\left(4 \times \frac{3}{2} + 3\right)}{\left(5 \times \frac{3}{2} - 4\right)} \Rightarrow \frac{9}{\frac{15-8}{2}} \\ &= \frac{9 \times 2}{7} \Rightarrow 2\frac{4}{7} \end{aligned}$$

71. यदि $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \tan\left(\frac{2\theta}{5}\right) = 1$ है, तो θ का मान (डिग्री में)

क्या है?

(a) 45°
(c) 100°

(b) 90°
(d) 120°

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \tan\left(\frac{2\theta}{5}\right) = 1$

$$\tan \frac{2\theta}{5} = \cot \frac{\theta}{2}$$

$$\therefore \tan \frac{2\theta}{5} = \tan (90^\circ - \frac{\theta}{2})$$

$$\frac{2\theta}{5} = 90^\circ - \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{2\theta}{5} + \frac{\theta}{2} = 90^\circ$$

$$\frac{4\theta + 5\theta}{10} = 90^\circ$$

$$\frac{9\theta}{10} = 90^\circ$$

$$\theta = 100^\circ$$

72. यदि $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{8}{5}$ तथा θ का न्यूनकोण है, तो θ का मान (डिग्री में) क्या है?

(a) 0

(b) 30

(c) 45

(d) 60

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} + 1 = \frac{8}{5} \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 + (1 - \sin^2 \theta)} = \frac{8}{5} - 1 \Rightarrow \frac{3}{5}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{2 - \sin^2 \theta} = \frac{3}{5}$$

$$5 \sin^2 \theta = 6 - 3 \sin^2 \theta$$

$$8 \sin^2 \theta = 6$$

$$\sin^2 \theta = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60$$

73. यदि $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$, θ न्यूनकोण है, तो $\tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{2}$ (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$
दोनों पक्षों में $\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ से भाग देने पर

$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = 2$$

$$\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta = 2 \quad (\because \frac{1}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta \text{ तथा } \frac{1}{\sin^2 \theta} = \operatorname{cosec}^2 \theta)$$

$$1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta = 2$$

$$(\because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ तथा } \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta)$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 2 - 2$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 0 \quad (\text{यदि संख्याओं के वर्गों का योग 0 के बराबर है, तो संख्याएं अलग-अलग 0 के बराबर होंगी})$$

$$\therefore \tan^2 \theta = 0$$

$$\tan \theta = 0$$

74. यदि $\cot \theta = 4$ हो, तो $\frac{5 \sin \theta + 3 \cos \theta}{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}$ का मान बताएं?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) 3 (d) 9

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(*)

व्याख्या— $\cot \theta = 4$ (i)

$$\therefore \frac{5 \sin \theta + 3 \cos \theta}{5 \sin \theta - 3 \cos \theta} = \frac{5 + 3 \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{5 - 3 \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}$$

[अंश और हर में $\sin \theta$ से भाग देने पर]

$$= \frac{5 + 3 \cot \theta}{5 - 3 \cot \theta} \Rightarrow \frac{5 + 3 \times 4}{5 - 3 \times 4} \quad [\text{समी. (i) से}]$$

$$= \frac{17}{-7} \Rightarrow -\frac{17}{7}$$

75. यदि $29 \tan \theta = 31$, तो $\frac{1 + 2 \sin \theta \cos \theta}{1 - 2 \sin \theta \cos \theta}$ का मान किसके बराबर है?

- (a) 900 (b) 540
(c) 490 (d) 810

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $29 \tan \theta = 31$

$$\tan \theta = \frac{31}{29}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{31}{\sqrt{1802}} \text{ तथा } \cos \theta = \frac{29}{\sqrt{1802}}$$

$$\therefore \frac{1 + 2 \sin \theta \cos \theta}{1 - 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{1 + 2 \times \frac{31}{\sqrt{1802}} \times \frac{29}{\sqrt{1802}}}{1 - 2 \times \frac{31}{\sqrt{1802}} \times \frac{29}{\sqrt{1802}}}$$

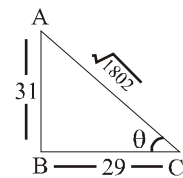
$$= \frac{1 + 2 \times \frac{31 \times 29}{1802}}{1 - 2 \times \frac{31 \times 29}{1802}}$$

$$= \frac{1 + \frac{899 \times 2}{1802}}{1 - \frac{899 \times 2}{1802}}$$

$$= \frac{1802 + 899 \times 2}{1802 - 899 \times 2}$$

$$= \frac{1802 + 1798}{1802 - 1798}$$

$$= \frac{3600}{4} \Rightarrow 900$$



Trick—

$$29 \tan \theta = 31 \Rightarrow \tan \theta = \frac{31}{29}$$

$$\frac{1 + 2 \sin \theta \cos \theta}{1 - 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{(\sin \theta + \cos \theta)^2}{(\sin \theta - \cos \theta)^2} \Rightarrow \left(\frac{\tan \theta + 1}{\tan \theta - 1} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\frac{31}{29} + 1}{\frac{31}{29} - 1} \right)^2 = \left(\frac{31 + 29}{31 - 29} \right)^2 = \left(\frac{60}{2} \right)^2 \Rightarrow (30)^2$$

$$= 900$$

76. यदि $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \sin \theta}{\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta} = \frac{5}{3}$, तो $\sin \theta$ कितना है ?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \sin \theta}{\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta} = \frac{5}{3}$

$$\frac{\frac{1}{\sin \theta} + \sin \theta}{\frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta} = \frac{5}{3} \left[\because \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \right]$$

$$\frac{1 + \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{5}{3}$$

$$\text{या } 3 + 3\sin^2 \theta = 5 - 5\sin^2 \theta$$

$$\text{या } 8\sin^2 \theta = 5 - 3 \Rightarrow 2$$

$$\sin^2 \theta = \frac{2}{8} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad \therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$$

77. यदि $2\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{3}$, तो $(\tan^2 \theta - \sec^2 \theta)$ का मान क्या होगा ?

- (a) -1 (b) $\frac{3}{7}$
(c) $\frac{7}{3}$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\because \tan^2 \theta - \sec^2 \theta = \tan^2 \theta - (1 + \tan^2 \theta)$

$$= \tan^2 \theta - 1 - \tan^2 \theta$$

$$= -1$$

78. यदि $\cot \theta = \frac{x}{y}$ हो, तो $\frac{y \cos \theta - x \sin \theta}{y \cos \theta + x \sin \theta}$ कितना है ?

- (a) 0 (b) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$
(c) $\frac{x}{x^2 + y^2}$ (d) $\frac{y}{x^2 + y^2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\cot \theta = \frac{x}{y}$

$$\therefore \frac{y \cos \theta - x \sin \theta}{y \cos \theta + x \sin \theta} = \frac{\sin \theta \left(y \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - x \right)}{\sin \theta \left(y \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + x \right)}$$

$$= \frac{\sin \theta (y \cot \theta - x)}{\sin \theta (y \cot \theta + x)}$$

$$= \frac{\left(y \times \frac{x}{y} - x \right)}{\left(y \times \frac{x}{y} + x \right)} \Rightarrow 0$$

79. यदि $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{11}}$ और $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ है, तो

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} \text{ का मान क्या है ?}$$

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$
(c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{6}{7}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔABC में

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{11}} \Rightarrow \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore AB = 1 \text{ तथा } BC = \sqrt{11}$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\therefore AC^2 = 1^2 + (\sqrt{11})^2$$

$$\therefore AC^2 = 12$$

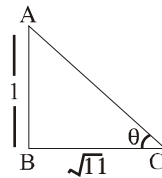
$$\therefore AC = \sqrt{12}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{\sqrt{12}}{1} \Rightarrow \sqrt{12} \text{ तथा } \sec \theta = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{11}}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{(\sqrt{12})^2 - \left(\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{11}} \right)^2}{(\sqrt{12})^2 + \left(\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{11}} \right)^2}$$

$$= \frac{12 - \frac{12}{11}}{12 + \frac{12}{11}}$$

$$= \frac{\frac{120}{11}}{\frac{144}{11}} \Rightarrow \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$



Trick-

दिया है

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{11}} \Rightarrow \cot \theta = \sqrt{11}$$

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1 + \cot^2 \theta - 1 - \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{\cot^2 \theta - \tan^2 \theta}{2 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta} = \frac{11 - \frac{1}{11}}{2 + \frac{1}{11} + 11} \Rightarrow \frac{\frac{120}{11}}{\frac{22 + 1 + 121}{11}}$$

$$= \frac{120}{11} \times \frac{11}{144} = \frac{10}{12} \Rightarrow \frac{5}{6}$$

80. यदि $\sec \theta + \operatorname{Cosec} (90^\circ - \theta) = 4$, $(0 < \theta < 90^\circ)$ हो, तो $\tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{3}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \sec \theta + \operatorname{Cosec} (90^\circ - \theta) = 4$

$$\sec \theta + \sec \theta = 4 \quad [\because \operatorname{Cosec} (90^\circ - \theta) = \sec \theta]$$

$$2\sec \theta = 4$$

$$\sec \theta = 2$$

$$\sec \theta = \sec 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\tan \theta = \tan 60^\circ \Rightarrow \sqrt{3}$$

81. θ एक धनात्मक न्यूनकोण है और $\sin \theta - \cos \theta = 0$ हो, तो $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = 0$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 2 (b) $\sqrt{2}$
(c) $2\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$$\sin \theta - \cos \theta = 0$$

$$\text{या } \sin \theta = \cos \theta$$

$$\text{या } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$$

$$\text{या } \tan \theta = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = \sec \frac{\pi}{4} + \operatorname{cosec} \frac{\pi}{4}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow 2\sqrt{2}$$

82. यदि $3\sin \theta + 4\cos \theta = 5$, $(0 < \theta < 90^\circ)$ हो, तो $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $3\sin \theta + 4\cos \theta = 5$

दोनों पक्षों में 5 से भाग देने पर

$$\frac{3\sin \theta}{5} + \frac{4}{5}\cos \theta = 1$$

उपरोक्त में $\frac{3}{5}$, $\sin \theta$ तथा $\frac{4}{5}$, $\cos \theta$ का मान होता है। क्योंकि

दाएं पक्ष की संख्या से दोनों पक्षों में भाग देने पर $\sin \theta$ का गुणांक $\sin \theta$ तथा \cos का गुणांक $\cos \theta$ का मान होता है।

$$\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$$

83. यदि $\frac{x - x \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} = \sin^2 30^\circ + 4\cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ$, तो x का मान होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{x - x \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} = \sin^2 30^\circ + 4\cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ$

$$\frac{x - x \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 4(1)^2 - (2)^2$$

$$\frac{x - \frac{x}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{4} + 4 - 4$$

$$\frac{3x - x}{3 + 1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2x}{4} = \frac{1}{4} \quad x = \frac{1}{2}$$

84. $\frac{9}{\operatorname{Cosec}^2 \theta} + 4\cos^2 \theta + \frac{5}{1 + \tan^2 \theta}$ का संख्यात्मक मान कितना है?

- (a) 4 (b) 5
(c) 9 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 15

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{9}{\text{Cosec}^2 \theta} + 4 \cos^2 \theta + \frac{5}{1 + \tan^2 \theta}$
 $= 9 \sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta + 5 \cos^2 \theta$
 $\left(\because \frac{1}{\text{Cosec}^2 \theta} = \sin^2 \theta, \text{ तथा } 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \right)$
 $= 9 \sin^2 \theta + 9 \cos^2 \theta$
 $= 9 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$
 $= 9 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$

85. $\sec^4 A (1 - \sin^4 A) - 2 \tan^2 A$ का मान है—

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 1/2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया गया व्यंजक
 $\sec^4 A (1 - \sin^4 A) - 2 \tan^2 A$
 $= \sec^4 A \{ (1^2)^2 - (\sin^2 A)^2 \} - 2 \tan^2 A$
 $= \frac{1}{\cos^4 A} (1 - \sin^2 A)(1 + \sin^2 A) - 2 \tan^2 A$
 $= \frac{\cos^2 A}{\cos^4 A} (1 + \sin^2 A) - 2 \tan^2 A$
 $= \frac{1 + \sin^2 A}{\cos^2 A} - 2 \tan^2 A \quad (\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A)$
 $= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} - 2 \tan^2 A$
 $= \sec^2 A + \tan^2 A - 2 \tan^2 A \quad \left(\because \frac{1}{\cos A} = \sec A, \frac{\sin A}{\cos A} = \tan A \right)$
 $= 1 + \tan^2 A + \tan^2 A - 2 \tan^2 A \quad (\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A)$
 $= 1 + 2 \tan^2 A - 2 \tan^2 A$
 $= 1$

Trick—

$\sec^4 A (1 - \sin^4 A) - 2 \tan^2 A$
 $= \sec^4 A - \tan^4 A - 2 \tan^2 A$
 $= (1 + \tan^2 A)^2 - \tan^4 A - 2 \tan^2 A$
 $= 1 + \tan^4 A + 2 \tan^2 A - \tan^4 A - 2 \tan^2 A$
 $= 1$

86. यदि $(\sin \alpha + \text{cosec } \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sec \alpha)^2 = K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ तो K का मान क्या है?

- (a) 1 (b) 7
(c) 3 (d) 5

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $(\sin \alpha + \text{cosec } \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sec \alpha)^2$
 $= K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
 $\sin^2 \alpha + \text{cosec}^2 \alpha + 2 \sin \alpha \text{ cosec } \alpha + \cos^2 \alpha + \sec^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sec \alpha = K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
 $\sin^2 \alpha + \text{cosec}^2 \alpha + 2 + \cos^2 \alpha + \sec^2 \alpha + 2 = K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
 $(\because \sin \alpha \text{ cosec } \alpha = 1, \cos \alpha \sec \alpha = 1)$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 4 + 1 + \cot^2 \alpha + 1 + \tan^2 \alpha$
 $= K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
 $(\because 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha \text{ तथा } 1 + \cot^2 \alpha = \text{cosec}^2 \alpha)$
 $1 + 6 + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = K + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
 $7 + (\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha) = K + (\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha)$
 दोनों तरफ तुलना करने पर
 $K = 7$

87. यदि $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \beta$ है, तो $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta$ का मान है—

- (a) $\cot^2 \alpha$ (b) $\cot^2 \beta$
(c) $\tan^2 \alpha$ (d) $\tan^2 \beta$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \beta$
 $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}$
 $\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta = \sin^2 \beta$
 $\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - (1 - \cos^2 \alpha)(1 - \sin^2 \beta) = \sin^2 \beta$
 $\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - 1 + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \beta$
 $\cos^2 \alpha (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) = 1 - \cos^2 \alpha$
 $\cos^2 \alpha (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) = \sin^2 \alpha$
 $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$
 $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \tan^2 \alpha$

88. यदि $\sec x + \cos x = 2$, तो $\sec^{16} x + \cos^{16} x$ का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) $\sqrt{3}$
(c) 0 (d) 1

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sec x + \cos x = 2$
 $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2 \quad \left(\because \sec x = \frac{1}{\cos x} \right)$
 $\therefore \frac{\cos^2 x + 1}{\cos x} = 2$
 $\therefore \cos^2 x + 1 = 2 \cos x$
 $\therefore \cos^2 x - 2 \cos x + 1 = 0$
 $(\cos x - 1)^2 = 0 \quad [\because (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab]$
 $\therefore \cos x = 1$
 $\cos x = \cos 0^\circ \quad (\because 1 = \cos 0^\circ)$
 $x = 0^\circ$
 $\sec^{16} x + \cos^{16} x = (\sec 0^\circ)^{16} + (\cos 0^\circ)^{16}$
 $= (1)^{16} + (1)^{16}$
 $= 1 + 1 \Rightarrow 2$

89. $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $\tan B \cot A$ (b) $\tan A \cot B$
(c) $\tan A \tan B$ (d) $\cot A \cot B$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\sin A}{\cos A}}$

$$\left(\because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \text{ तथा } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B} \times \frac{(\sin B \cdot \cos A)}{(\sin A \cdot \cos B)}$$

$$= \frac{\sin B \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos B}$$

$$= \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \frac{\cos A}{\sin A} \Rightarrow \tan B \cdot \cot A$$

$$\left[\because \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \text{ तथा } \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta \right]$$

90. $\left(\frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A} \right)^2$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $\sec A + \tan A$ (b) $\frac{(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)}$
 (c) $\frac{(1 - \operatorname{cosec} A)}{(1 + \operatorname{cosec} A)}$ (d) $\sin A$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\left(\frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A} \right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A}} \right)^2$

$$\left(\because \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \text{ तथा } \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{\frac{1 + \cos A}{\sin A}} \right)^2 \Rightarrow \frac{\sin^2 A}{(1 + \cos A)^2}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 A}{(1 + \cos A)^2} \quad (\because \sin^2 A = 1 - \cos^2 A)$$

$$= \frac{(1 - \cos A)(1 + \cos A)}{(1 + \cos A)^2} \Rightarrow \frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$$

91. यदि $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$ हो, तो $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1}$ का मान कितना होगा?

- (a) $\frac{25}{16}$ (b) $\frac{41}{9}$
 (c) $\frac{41}{40}$ (d) $\frac{40}{41}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore 4 \sin \theta + 4 \cos \theta = 5 \sin \theta - 5 \cos \theta$$

$$\therefore 9 \cos \theta = \sin \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 9 \quad \therefore \tan \theta = 9$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1} = \frac{(9)^2 + 1}{(9)^2 - 1} \Rightarrow \frac{82}{80} \Rightarrow \frac{41}{40}$$

92. यदि $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 5$ हो, तो $5 \sin \theta - 3 \cos \theta$ किसके बराबर होगा?

- (a) ± 2 (b) ± 3
 (c) ± 5 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 5$

वर्ग करने पर

$$(3 \sin \theta + 5 \cos \theta)^2 = 5^2$$

$$9 \sin^2 \theta + 25 \cos^2 \theta + 30 \sin \theta \cos \theta = 25$$

$$9(1 - \cos^2 \theta) + 25(1 - \sin^2 \theta) + 30 \sin \theta \cos \theta = 25$$

$$9 - 9 \cos^2 \theta + 25 - 25 \sin^2 \theta + 30 \sin \theta \cos \theta = 25$$

$$9 = 9 \cos^2 \theta + 25 \sin^2 \theta - 30 \sin \theta \cos \theta$$

$$9 = (3 \cos \theta)^2 + (5 \sin \theta)^2 - 2 \times 3 \cos \theta \times 5 \sin \theta$$

$$9 = (5 \sin \theta - 3 \cos \theta)^2$$

$$\therefore 5 \sin \theta - 3 \cos \theta = \pm 3$$

93. यदि θ न्यूनकोण हो और $\sin(\theta + 18^\circ) = \frac{1}{2}$ हो, तो क्रिय माप में θ का कितना होगा?

- (a) $\frac{\pi}{12}$ रेडियंस (b) $\frac{\pi}{15}$ रेडियंस
 (c) $\frac{2\pi}{5}$ रेडियंस (d) $\frac{3\pi}{13}$ रेडियंस

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin(\theta + 18^\circ) = \frac{1}{2}$

$$\sin(\theta + 18^\circ) = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta + 18^\circ = 30^\circ \Rightarrow \theta = 12^\circ$$

$$\therefore 12^\circ = \pi \text{ रेडियन}$$

$$\therefore 12^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$

$$\therefore 12^\circ = \frac{\pi}{180} \times 12 \text{ रेडियन} \Rightarrow \frac{\pi}{15} \text{ रेडियन}$$

94. यदि $\tan 45^\circ = \cot \theta$ हो, तो θ का मान रेडियन में बताएं?

- (a) π (b) $\frac{\pi}{9}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{12}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(*)

व्याख्या— $\cot \theta = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \cot 45^\circ$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore 180^\circ = \pi$$

$$\therefore 1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

$$\therefore 45^\circ = \frac{\pi}{180} \times 45^\circ \Rightarrow \frac{\pi}{4}$$

95. यदि θ घन न्यूनकोण हो और $4\sin^2 \theta = 3$ हो, तो $\tan \theta - \cot \frac{\theta}{2}$ का मान बताइए?

- (a) 1 (b) 0
(c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $4\sin^2 \theta = 3$

$$\sin^2 \theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan \theta - \cot \frac{\theta}{2} &= \tan 60^\circ - \cot \left(\frac{60^\circ}{2} \right) \\ &= \tan 60^\circ - \cot 30^\circ \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

96. यदि $\tan (\theta + 15^\circ) = \sqrt{3}$ है और θ न्यूनकोण है, तो $\sin \theta$ का मान बताएं।

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\tan (\theta + 15^\circ) = \sqrt{3}$

$$\tan (\theta + 15^\circ) = \tan 60^\circ$$

$$\theta + 15^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ - 15^\circ \Rightarrow 45^\circ$$

$$\therefore \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left(\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

97. यदि $\sqrt{3} \tan \theta = 3 \sin \theta$ है, तो $(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)$ का मान है—

- (a) 1 (b) 3
(c) $\frac{1}{3}$ (d) कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

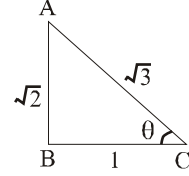
उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sqrt{3} \tan \theta = 3 \sin \theta$

$$\sqrt{3} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 3 \sin \theta$$

$$\sqrt{3} \sin \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB^2 = (\sqrt{3})^2 - 1^2 \Rightarrow 3 - 1$$

$$AB = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

98. यदि $\sqrt{2} \tan 2\theta = \sqrt{6}$ और $0^\circ < \theta < 45^\circ$ हो, तो $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta - 2 \tan^2 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$
(c) 2 (d) $\frac{8}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sqrt{2} \tan 2\theta = \sqrt{6}$

$$\text{या } \tan 2\theta = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$$

$$\text{या } \tan 2\theta = \tan 60^\circ$$

$$2\theta = 60^\circ$$

$$\text{या } \theta = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta - 2 \tan^2 \theta &= \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ - 2 \tan^2 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \Rightarrow 2 - \frac{2}{3} \\ &= \frac{6 - 2}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} \end{aligned}$$

99. $\cot 45^\circ - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \operatorname{cosec} 60^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \cot 45^\circ - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \operatorname{cosec} 60^\circ \\ = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \left(\because \cot 45^\circ = 1 \text{ तथा } \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \\ = 1 - \frac{2}{3} \\ = \frac{3-2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \end{aligned}$$

100. जब $\theta = 45^\circ$, तो $(\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)$ का मान क्या है?

- (a) $5\sqrt{2}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta &= \sec 45^\circ + \operatorname{cosec} 45^\circ \\ &\quad (\because \theta = 45^\circ) \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow 2\sqrt{2} \\ (\because \sec 45^\circ = \sqrt{2} \Rightarrow \operatorname{cosec} 45^\circ) \end{aligned}$$

101. $\cot 45^\circ + \operatorname{cosec} 60^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(1+\sqrt{3})}{2}$
(c) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \cot 45^\circ + \operatorname{cosec} 60^\circ &= 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &\quad \left(\because \cot 45^\circ = 1 \text{ तथा } \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \\ &= \frac{(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

102. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$ का मान क्या है?

- (a) 22 (b) 44
(c) $22\frac{1}{2}$ (d) $44\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ \\ = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 45^\circ + \sin^2 (90^\circ - 44^\circ) + \dots + \sin^2 (90^\circ - 1^\circ) \\ = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 45^\circ + \cos^2 44^\circ + \dots + \cos^2 1^\circ \\ (\because \sin^2 90^\circ - \theta = \cos^2 \theta) \\ = \sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ + \dots + \sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ + \sin^2 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 + \dots + 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &\quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1) \end{aligned}$$

$$(\because \sin^2 45^\circ = \frac{1}{2})$$

$$= 44 + \frac{1}{2} \Rightarrow 44\frac{1}{2}$$

103. पदसंज्ञि $\sin^2 1^\circ + \sin^2 11^\circ + \sin^2 21^\circ + \sin^2 31^\circ + \sin^2 41^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 49^\circ + \sin^2 59^\circ + \sin^2 69^\circ + \sin^2 79^\circ + \sin^2 89^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) $5\frac{1}{2}$
(c) 0 (d) $4\frac{1}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— } \sin^2 1^\circ + \sin^2 11^\circ + \sin^2 21^\circ + \sin^2 31^\circ + \sin^2 41^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 49^\circ + \sin^2 59^\circ + \sin^2 69^\circ + \sin^2 79^\circ + \sin^2 89^\circ \\ = \sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 11^\circ + \sin^2 79^\circ + \sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ + \sin^2 31^\circ + \sin^2 59^\circ + \sin^2 41^\circ + \sin^2 49^\circ + \sin^2 45^\circ \\ = \sin^2 1^\circ + \sin^2 (90^\circ - 1^\circ) + \sin^2 11^\circ + \sin^2 (90^\circ - 11^\circ) + \sin^2 21^\circ + \sin^2 (90^\circ - 21^\circ) + \sin^2 31^\circ + \sin^2 (90^\circ - 31^\circ) + \sin^2 41^\circ + \sin^2 (90^\circ - 41^\circ) + \sin^2 45^\circ \\ = \sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ + \sin^2 11^\circ + \cos^2 11^\circ + \sin^2 21^\circ + \cos^2 21^\circ + \sin^2 31^\circ + \cos^2 31^\circ + \sin^2 41^\circ + \cos^2 41^\circ + \sin^2 45^\circ \\ [\because \sin^2 (90^\circ - \theta) = \cos^2 \theta] \\ = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ = 5 + \frac{1}{2} \Rightarrow 5\frac{1}{2} \end{aligned}$$

104. $\left[\frac{\sec \theta}{(\sec \theta - 1)}\right] + \left[\frac{\sec \theta}{(\sec \theta + 1)}\right]$ का मान क्या है?

- (a) $2 \sin^2 \theta$ (b) $2(1 + \tan^2 \theta)$
(c) $2 \operatorname{cosec}^2 \theta$ (d) $\sin^2 \theta$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \frac{\sec \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\sec \theta}{\sec \theta + 1} &= \frac{\sec \theta (\sec \theta + 1 + \sec \theta - 1)}{(\sec^2 \theta - 1^2)} \\ &= \frac{2\sec^2 \theta}{\tan^2 \theta} = \frac{2}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 2\operatorname{cosec}^2 \theta\end{aligned}$$

105. यदि $\sec^2 17^\circ - \frac{1}{\tan^2 73^\circ} - \sin 17^\circ \sec 73^\circ$ का मान क्या है?
- (a) 1 (b) 0
(c) -1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \sec^2 17^\circ - \frac{1}{\tan^2 73^\circ} - \sin 17^\circ \sec 73^\circ \\ &= 1 + \tan^2 17^\circ - \cot^2 73^\circ - \sin 17^\circ \sec (90^\circ - 17^\circ) \\ &= 1 + \tan^2 17^\circ - \cot^2 73^\circ - \sin 17^\circ \operatorname{cosec} 17^\circ \\ &= 1 + \tan^2 17^\circ - \cot^2 (90^\circ - 17^\circ) - 1 \\ &= \tan^2 17^\circ - \tan^2 17^\circ \\ &= 0\end{aligned}$$

106. $\frac{\tan^2 \theta}{\sec \theta + 1} - \sec \theta$ किसके बराबर है?

- (a) 1 (b) 0
(c) -1 (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \frac{\tan^2 \theta}{\sec \theta + 1} - \sec \theta &= \frac{\tan^2 \theta - \sec \theta (\sec \theta + 1)}{(\sec \theta + 1)} \\ &= \frac{\tan^2 \theta - \sec^2 \theta - \sec \theta}{(\sec \theta + 1)} \\ &= \frac{\tan^2 \theta - (1 + \tan^2 \theta) - \sec \theta}{(\sec \theta + 1)} \\ &= \frac{\tan^2 \theta - 1 - \tan^2 \theta - \sec \theta}{(\sec \theta + 1)} \\ &= -\frac{(1 + \sec \theta)}{(1 + \sec \theta)} \Rightarrow -1\end{aligned}$$

107. $(1 + \tan^2 \theta) (1 - \sin^2 \theta)$ का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) 1
(c) -1 (d) -2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } (1 + \tan^2 \theta) (1 - \sin^2 \theta) &= \sec^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \\ [\because 1 + \tan^2 \theta &= \sec^2 \theta \text{ तथा } 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta] \\ &= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1\end{aligned}$$

108. $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$ का मान क्या है?

- (a) $2\sin \theta$ (b) $2\cos \theta$
(c) $2\sec \theta$ (d) $2\operatorname{cosec} \theta$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta - \sin \theta \cos \theta + \sin \theta + \sin \theta \cos \theta}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{2\sin \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{2\sin \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{2}{\sin \theta} \Rightarrow 2\operatorname{cosec} \theta\end{aligned}$$

109. $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta) (1 + \tan \theta + \sec \theta)$ का मान है—

- (a) 1 (b) 2
(c) 0 (d) -1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}\text{व्याख्या— } \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \\ (1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta) \\ &= \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{1}{\sin \theta}\right) \left(1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right) \\ &= \left(1 + \frac{\cos \theta - 1}{\sin \theta}\right) \left(1 + \frac{\sin \theta + 1}{\cos \theta}\right) \\ &= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta - 1}{\sin \theta}\right) \left(\frac{\cos \theta + \sin \theta + 1}{\cos \theta}\right) \\ &= \frac{\{(\sin \theta + \cos \theta) - 1\} \{(\sin \theta + \cos \theta) + 1\}}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \\ &= \frac{(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 1^2}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad [(A-B)(A+B) = A^2 - B^2] \\ &= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cdot \cos \theta - 1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \\ &= \frac{1 + 2\sin \theta \cdot \cos \theta - 1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \Rightarrow \frac{2\sin \theta \cdot \cos \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \\ &= 2\end{aligned}$$

Trick-

इस प्रश्न में व्यंजक $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta)$ का मान पूछा गया है और प्रश्न में कोई शर्त नहीं दिया गया तथा विकल्प में पूर्णांक नंबर दिए गए हैं। अतः θ का ऐसा मान जो व्यंजक को अपरिभाषित न करे लेकर व्यंजक का मान निकालते हैं।

$$(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta)$$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= (1 + \cot 45^\circ - \operatorname{cosec} 45^\circ)(1 + \tan 45^\circ + \sec 45^\circ)$$

$$= (1 + 1 - \sqrt{2})(1 + 1 + \sqrt{2})$$

$$= (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$$

$$= (2)^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$= 4 - 2 \Rightarrow 2$$

नोट- विकल्प में यदि त्रिकोणमितीय पद या व्यंजक दिया हो, तो इस विधि का प्रयोग नहीं करते हैं।

110. $(1 + \cos A)(1 - \cos A)(1 + \cot^2 A)$ का मान है-

(a) $\frac{1}{2}$

(b) 2

(c) 1

(d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर-(c)

व्याख्या- $(1 + \cos A)(1 - \cos A)(1 + \cot^2 A)$

$$= (1 + \cos A)(1 - \cos A) \left(1 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}\right)$$

$$= (1 - \cos^2 A) \left(\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A}\right)$$

$$= \sin^2 A \times \frac{1}{\sin^2 A} \quad (\because 1 - \cos^2 A = \sin^2 A, \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$= 1$$

Trick-

इस प्रश्न में व्यंजक $(1 + \cos A)(1 - \cos A)(1 + \cot^2 A)$ का मान पूछा गया है और कोई शर्त नहीं दी गई है। अतः A का ऐसा मान ($A = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \dots$) रखते हैं जिससे व्यंजक अपरिभाषित न हो रख सकते हैं।

जैसे- $(1 + \cos A)(1 - \cos A)(1 + \cot^2 A)$ में $A = 45^\circ$ रखने पर

$$(1 + \cos 45^\circ)(1 - \cos 45^\circ)(1 + \cot^2 45^\circ)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) (1 + 1)$$

$$= \left[1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right] \times 2$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \Rightarrow 1$$

111. यदि $(1 + \sin A)(1 + \sin B)(1 + \sin C) = (1 - \sin A)$

$$(1 - \sin B)(1 - \sin C), 0 < A, B, C < \frac{\pi}{2}, \text{ तो हर भुजा किसके बराबर है?}$$

(a) $\tan A \tan B \tan C$

(b) 1

(c) $\sin A \sin B \sin C$

(d) $\cos A \cos B \cos C$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014

उत्तर-(d)

व्याख्या- $\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} \cdot \frac{1 + \sin B}{1 - \sin B} \cdot \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} = 1$

$$\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} \times \frac{1 + \sin A}{1 + \sin A} \cdot \frac{1 + \sin B}{1 - \sin B} \times \frac{1 + \sin B}{1 + \sin B} \cdot \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} \times \frac{1 + \sin C}{1 + \sin C} = 1$$

$$\frac{(1 + \sin A)^2}{1 + \sin A - \sin A - \sin^2 A} \times \frac{(1 + \sin B)^2}{1 + \sin B - \sin B - \sin^2 B} \times \frac{(1 + \sin C)^2}{1 + \sin C - \sin C - \sin^2 C} = 1$$

$$\frac{(1 + \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} \times \frac{(1 + \sin B)^2}{1 - \sin^2 B} \times \frac{(1 + \sin C)^2}{1 - \sin^2 C} = 1$$

$$\frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A} \times \frac{(1 + \sin B)^2}{\cos^2 B} \times \frac{(1 + \sin C)^2}{\cos^2 C} = 1$$

$$(1 + \sin A)^2 (1 + \sin B)^2 (1 + \sin C)^2 = \cos^2 A \cos^2 B \cos^2 C$$

$$(1 + \sin A)(1 + \sin B)(1 + \sin C) = \cos A \cos B \cos C$$

112. $\frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} -$

$$\frac{3 \tan 45^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ}{5}$$

किसके बराबर है?

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर-(c)

व्याख्या-

$$\frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \tan 45^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ}{5}$$

$$= \frac{2 \sin(90^\circ - 22^\circ)}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot(90^\circ - 75^\circ)}{5 \tan 75^\circ} -$$

$$\frac{3 \tan 45^\circ \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan(90^\circ - 40^\circ) \tan(90^\circ - 20^\circ)}{5}$$

$$\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta, \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\text{तथा } \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$= \frac{2 \cos 22^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \tan 75^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \times 1 \times \tan 20^\circ \tan 40^\circ \cot 40^\circ \cot 20^\circ}{5}$$

$$= 2 - \frac{2}{5} - \frac{3 \times \frac{1}{\cot 20^\circ} \times \frac{1}{\cot 40^\circ} \times \cot 40^\circ \times \cot 20^\circ}{5}$$

$$= 2 - \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \quad \left(\because \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}\right)$$

$$= 2 - \frac{5}{5} \Rightarrow 1$$

113. यदि $\sin \theta - \cos \theta = 0$ और $\tan \theta + \cot \theta = x$ हो, तो x का मान होगा—

- (a) 0 (b) +1
(c) +2 (d) -2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sin \theta - \cos \theta = 0$

$$\therefore \sin \theta = \cos \theta$$

$$\therefore \sin \theta = \sin (90^\circ - \theta)$$

$$\therefore \theta = 90^\circ - \theta$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\text{पुनः } \tan \theta + \cot \theta = x$$

$$\therefore \tan 45^\circ + \cot 45^\circ = x$$

$$1 + 1 = x$$

$$\therefore x = 2$$

114. समीकरण $\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{3} - x \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{3} = 0$ में

x का मान क्या है?

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
(c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{3} - x \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{3} = 0$

$$\tan^2 \frac{180^\circ}{4} - \cos^2 \frac{180^\circ}{3} - x \sin \frac{180^\circ}{4} \cos \frac{180^\circ}{4} \tan \frac{180^\circ}{3} = 0$$

$$\tan^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ - x \sin 45^\circ \cos 45^\circ \tan 60^\circ = 0 \quad (\because \pi = 180^\circ)$$

$$(1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{3} = 0$$

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} x = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{4-1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$$

115. $\operatorname{cosec}^2 60^\circ + \sec^2 60^\circ - \cot^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) $5\frac{1}{2}$
(c) $5\frac{1}{3}$ (d) $5\frac{2}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\operatorname{cosec}^2 60^\circ + \sec^2 60^\circ - \cot^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ$

$$= \operatorname{cosec}^2 60^\circ + \sec^2 60^\circ - \cot^2 60^\circ + \tan^2 (90^\circ - 60^\circ)$$

$$= \operatorname{cosec}^2 60^\circ + \sec^2 60^\circ - \cot^2 60^\circ + \cot^2 60^\circ$$

$$[\because \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta]$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2^2$$

$$= \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3} \Rightarrow 5\frac{1}{3}$$

116. यदि $a \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ \times \tan 60^\circ = \tan^2 45^\circ - \cos 60^\circ$ हो, तो a का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) 1 (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\because a \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ \times \tan 60^\circ = \tan^2 45^\circ - \cos 60^\circ$

$$\therefore a \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\sqrt{3}) = (1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore a \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore a \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

117. यदि $\sin 7x = \cos 11x$ हो, तो $\tan 9x + \cot 9x$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin 7x = \cos 11x$

$$\sin 7x = \sin (90^\circ - 11x)$$

$$[\because \sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$7x = 90^\circ - 11x$$

$$\therefore 7x + 11x = 90^\circ$$

$$\therefore 18x = 90^\circ$$

$$x = 5^\circ$$

प्रश्नानुसार

$$\tan 9x + \cot 9x = \tan 9 \times 5^\circ + \cot 9 \times 5^\circ$$

$$= \tan 45^\circ + \cot 45^\circ$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

118. यदि $\cos^2 x + \cos^4 x = 1$ हो, तो $\tan^2 x + \tan^4 x$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) $2\tan^2 x$ (d) $2\tan^4 x$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cos^2 x + \cos^4 x = 1$
या $\cos^4 x = 1 - \cos^2 x$
या $\cos^4 x = \sin^2 x$ [$\because 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$]
या $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = 1$
या $\tan^2 x \cdot \sec^2 x = 1$
या $\tan^2 x \cdot (1 + \tan^2 x) = 1$ [$\because \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$]
या $\tan^2 x + \tan^4 x = 1$

119. यदि $\cos A + \cos^2 A = 1$ हो, तो $\sin^2 A + \sin^4 A$ का मान बताइए?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\cos A + \cos^2 A = 1$
 $\cos A = 1 - \cos^2 A$
या $\cos A = \sin^2 A$
दोनों पक्षों का वर्ग करने पर
 $\cos^2 A = \sin^4 A$
या $1 - \sin^2 A = \sin^4 A$ [$\because \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$]
या $\sin^4 A + \sin^2 A = 1$

120. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 5$ हो, तो $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta$ का मान बताइए?

- (a) 22 (b) 25 (c) 23 (d) 27

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(\tan \theta + \cot \theta) = 5$
दोनों पक्षों का वर्ग करने पर
 $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2\tan \theta \cdot \cot \theta = 25$
 $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 = 25$ [$\because \tan \theta \cdot \cot \theta = 1$]
 $\therefore \tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 25 - 2 \Rightarrow 23$

121. यदि $\tan^2 \alpha = 1 + 2\tan^2 \beta$ हो (जहां α, β धनात्मक न्यूनकोण हैं), तो $\sqrt{2} \cos \alpha - \cos \beta$ किसके बराबर होगा?

- (a) 0 (b) $\sqrt{2}$
(c) 1 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\tan^2 \alpha = 1 + 2\tan^2 \beta$

$$\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta = 1 + \tan^2 \beta$$

$$\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta = \sec^2 \beta$$

$$\tan^2 \alpha = \tan^2 \beta + \sec^2 \beta$$

$$\tan^2 \alpha = \sec^2 \beta - 1 + \sec^2 \beta$$

$$\tan^2 \alpha = 2\sec^2 \beta - 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = 2\sec^2 \beta$$

$$\sec^2 \alpha = 2\sec^2 \beta$$

$$\sec \alpha = \sqrt{2} \sec \beta$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\cos \beta} \quad \left(\because \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} \right)$$

$$\cos \beta = \sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\therefore \sqrt{2} \cos \alpha - \cos \beta = 0$$

122. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$ हो, तो

$$(1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) \times (1 + \cot^2 \beta)(1 + \tan^2 \beta)$$

का मान कितना होगा?

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— $(1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) \times (1 + \cot^2 \beta)(1 + \tan^2 \beta)$
 $= \cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha \times \operatorname{cosec}^2 \beta \times \sec^2 \beta$

$$[\because 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha, 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha,$$

$$1 + \cot^2 \beta = \operatorname{cosec}^2 \beta, 1 + \tan^2 \beta = \sec^2 \beta]$$

प्रश्नानुसार $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\alpha = 90^\circ - \beta$$

$$\therefore (1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)(1 + \cot^2 \beta)(1 + \tan^2 \beta)$$

 $= (1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{cosec}^2 \beta \sec^2 \beta$
 $= \cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha \times \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - \alpha) \sec^2 (90^\circ - \alpha)$
 $= \cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha \times \sec^2 \alpha \times \operatorname{cosec}^2 \alpha$
 $= \cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha \times \frac{1}{\cos^2 \alpha} \times \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1$

Trick—

इस प्रश्न में शर्त $\alpha + \beta = 90^\circ$ दिया है। अतः व्यंजक का मान शर्तानुसार α, β का मान रखकर ज्ञात कर सकते हैं।

α, β के ऐसे मान लेंगे कि $\alpha + \beta = 90^\circ$ हो जाए

$\alpha = 45^\circ$ तथा $\beta = 45^\circ$ रखने पर

$$(1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) \times (1 + \cot^2 \beta)(1 + \tan^2 \beta)$$

$$(1 - \sin^2 45^\circ)(1 - \cos^2 45^\circ) \times (1 + \cot^2 45^\circ)(1 + \tan^2 45^\circ)$$

$$\left(1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right) \left(1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right) \times (1 + 1)(1 + 1)$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \right) \times (2) \times (2)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow 1$$

123. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$, तो $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} + \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$ किसके बराबर

होगा?

- (a) $\sec^2 \beta$ (b) $\tan^2 \beta$
(c) $\sec^2 \alpha$ (d) $\tan^2 \alpha$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्न से

$$\alpha + \beta = 90^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 90^\circ - \beta \dots\dots(i)$$

प्रश्न से

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} + \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$$

$$= \frac{\tan (90^\circ - \beta)}{\tan \beta} + \sin^2 (90^\circ - \beta) + \sin^2 \beta$$

$$= \frac{\cot \beta}{\tan \beta} + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta$$

$$= \frac{\cot \beta}{1} + 1 \quad (\because \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1 \text{ तथा } \tan \beta = \frac{1}{\cot \beta})$$

$$= \cot \beta \cdot \cot \beta + 1$$

$$= 1 + \cot^2 \beta$$

$$= \operatorname{cosec}^2 \beta (\because 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta)$$

$$= \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - \alpha) \text{ [समी. (i) से]}$$

$$= \sec^2 \alpha$$

124. यदि $\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = 0$ हो, तो $\tan \theta + \cot \theta$ का मान कितना होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = 0$

$$\therefore \sec \theta = \operatorname{cosec} \theta$$

$$\therefore \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \quad \left(\because \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right)$$

$$\therefore \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$$

$$\therefore \tan \theta = 1 \dots\dots(i)$$

$$\cot \theta = 1 \dots\dots(ii) \quad \left(\because \frac{1}{\tan \theta} = (\cot \theta) \right)$$

समी. (i) और समी. (ii) से

$$\tan \theta + \cot \theta = 1 + 1$$

$$= 2$$

125. यदि $\tan (\alpha - \beta) = 1$, $\sec (\alpha + \beta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ हो और α, β

धनात्मक हो, तो α का न्यूनतम मान क्या होगा?

- (a) $142 \frac{1}{2}^\circ$ (b) $187 \frac{1}{2}^\circ$
(c) $7 \frac{1}{2}^\circ$ (d) $37 \frac{1}{2}^\circ$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$\tan (\alpha - \beta) = 1 \Rightarrow \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{4} \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \sec (\alpha + \beta) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sec \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{6} \dots\dots(ii)$$

समी. (i) में (ii) को जोड़ने पर

$$2\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}$$

$$2\alpha = \frac{5\pi}{12}$$

$$\text{या } \alpha = \frac{5\pi}{24} = \frac{75}{2} \Rightarrow 37 \frac{1}{2}^\circ$$

126. यदि $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = a$, $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = b$ हो, तो $\sin^2 \beta$ किसके बराबर

होगा?

- (a) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + b^2}$ (b) $\frac{a^2 + 1}{a^2 - b^2}$
(c) $\frac{a^2 - 1}{a^2 - b^2}$ (d) $\frac{a^2 + 1}{a^2 + b^2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = a$$

वर्ग करने पर

$$\therefore \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = a^2 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = b$$

वर्ग करने पर

$$\therefore \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = b^2$$

$$\sin^2 \alpha = b^2 \sin^2 \beta$$

$$1 - \cos^2 \alpha = b^2 \sin^2 \beta$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - b^2 \sin^2 \beta \quad \dots\dots\dots(ii)$$

तथा समी. (i) में

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \beta a^2$$

$$\cos^2 \alpha = a^2 (1 - \sin^2 \beta)$$

$$= a^2 - a^2 \sin^2 \beta \quad \dots\dots\dots(iii)$$

समी. (ii) तथा समी. (iii) से

$$1 - b^2 \sin^2 \beta = a^2 - a^2 \sin^2 \beta$$

$$1 - a^2 = (b^2 - a^2) \sin^2 \beta$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1 - a^2}{b^2 - a^2}$$

$$= \frac{-(a^2 - 1)}{-(a^2 - b^2)} \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a^2 - b^2}$$

127. यदि $\cos \theta + \sin \theta = m$ और $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = n$, तो $n(m^2 - 1)$ का मान किसके बराबर होगा ?
- (a) $2n$ (b) $4mn$
(c) mn (d) $2m$
- S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\cos \theta + \sin \theta = m \quad \dots\dots(i)$

$$\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = n$$

$$\therefore \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = n$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = n$$

$$\frac{m}{\sin \theta \cos \theta} = n \quad \dots\dots(ii)$$

$$\therefore n(m^2 - 1) = \frac{m}{\sin \theta \cos \theta} [(\cos \theta + \sin \theta)^2 - 1]$$

[m और n का मान समी. (i) और समी. (ii) से रखने पर]

$$= \frac{m}{\sin \theta \cos \theta} [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1]$$

$$= \frac{m}{\sin \theta \cos \theta} [1 + 2 \sin \theta \cos \theta - 1] \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$= \frac{m}{\sin \theta \cos \theta} \times 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$m \times 2 = 2m$$

128. यदि $x = a(\sin \theta + \cos \theta)$ और $y = b(\sin \theta - \cos \theta)$, तो $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ का मान क्या होगा ?
- (a) 3 (b) 4
(c) 2 (d) 1
- S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014, 2015
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $x = a(\sin \theta + \cos \theta)$, $y = b(\sin \theta - \cos \theta)$

$$\frac{x}{a} = \sin \theta + \cos \theta, \quad \frac{y}{b} = \sin \theta - \cos \theta$$

वर्ग करने पर

$$\therefore \left(\frac{x}{a}\right)^2 = (\sin \theta + \cos \theta)^2, \quad \left(\frac{y}{b}\right)^2 = (\sin \theta - \cos \theta)^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta$$

तथा $\frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 1 + 1 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$= 2$$

129. यदि $y = 2 \sec \theta$ और $x = 3 \tan \theta$ हो, तो $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$ का मान बताइए ?
- (a) 0 (b) -1
(c) 2 (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $y = 2 \sec \theta$
 $x = 3 \tan \theta$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = \frac{(3 \tan \theta)^2}{9} - \frac{(2 \sec \theta)^2}{4}$$

$$= \tan^2 \theta - \sec^2 \theta$$

$$= -1$$

130. यदि $2y \cos \theta = x \sin \theta$ और $2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$, तो $x^2 + 4y^2$ का मान क्या है ?
- (a) 4 (b) 1 (c) 2 (d) 5

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाली)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

$$2y \cos \theta = x \sin \theta$$

या $x \sin \theta - 2y \cos \theta = 0 \quad \dots\dots(i)$

तथा $2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$

$$\text{या } \frac{2x}{\cos \theta} - \frac{y}{\sin \theta} = 3$$

या $2x \sin \theta - y \cos \theta = 3 \sin \theta \cos \theta \quad \dots\dots(ii)$

समी. (i) तथा (ii) को हल करने पर

$$x = 2 \cos \theta \quad \text{तथा } y = \sin \theta$$

$$x^2 + 4y^2 = 4 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta$$

$$= 4(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$

$$= 4 \times 1 \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= 4$$

Trick-

दिया है

$$2y \cos \theta = x \sin \theta \text{ या } x \sin \theta - 2y \cos \theta = 0 \dots (i)$$

$$\text{तथा } 2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3 \text{ या } \frac{2x}{\cos \theta} - \frac{y}{\sin \theta} = 3$$

$$\text{या } 2x \sin \theta - y \cos \theta = 3 \sin \theta \cdot \cos \theta \dots (ii)$$

समी. (i) में 2 से गुणा करके समी. (ii) में से घटाने पर

$$2x \sin \theta - y \cos \theta = 3 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$2x \sin \theta - 4y \cos \theta = 0$$

$$\frac{2x}{4} = \frac{y \cos \theta}{\sin \theta} \text{ या } y = \sin \theta$$

$$= 3y \cos \theta = 3 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

समी. (i) से, $x \sin \theta = 2 \cos \theta \cdot \sin \theta$ [समी. (i) में y का मान रखने पर]

$$\text{या } x = 2 \cos \theta$$

$$\therefore x^2 + 4y^2 = (2 \cos \theta)^2 + 4(\sin \theta)^2 = 4 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta \\ = 4(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \Rightarrow 4 \times 1 \\ = 4$$

131. $\tan 315^\circ \cot (-405^\circ)$ का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } \tan 315^\circ \cdot \cot (-405^\circ)$$

$$= -\tan 315^\circ \cdot \cot 405^\circ [\because \cot(-\theta) = -\cot \theta]$$

$$= -\tan (360^\circ - 45^\circ) \cdot \cot (360^\circ + 45^\circ)$$

$$= -(-\tan 45^\circ) \cdot \cot 45^\circ$$

$$[\because \tan (360^\circ - \theta) = -\tan \theta \text{ तथा } \cot (360^\circ + \theta) = \cot \theta]$$

$$= \tan 45^\circ \cdot \cot 45^\circ$$

$$= 1$$

132. यदि $\theta > 0$, एक न्यूनकोण है, तो $\frac{\cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 2}{\sin^2 \theta} = 1$ को

करने वाले θ का मान कितने डिग्री का है?

- (a) 90° (b) 30°
(c) 45° (d) 60°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{\cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 2}{\sin^2 \theta} = 1$$

$$\text{या } \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 2 = \sin^2 \theta$$

$$\text{या } \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 2 = 1 - \cos^2 \theta [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$\text{या } 2 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{या } 2 \cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{या } 2 \cos \theta (\cos \theta - 1) - 1 (\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{या } (2 \cos \theta - 1) (\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{या } \cos \theta = \frac{1}{2} \text{ तथा } \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{या } \cos \theta = 1$$

$$\text{या } \theta = 60^\circ$$

Trick-

दिए गए विकल्पों में से θ का मान प्रश्न में रखने पर $\theta = 60^\circ$ पर बायां पक्ष, दाहिने पक्ष के बराबर हो जाता है। अर्थात् बायां पक्ष

$$\frac{\cos^2 60^\circ - 3 \cos 60^\circ + 2}{\sin^2 60^\circ} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1 - 6 + 8}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \Rightarrow 1$$

= दायां पक्ष

133. यदि $x = a \cos \theta \cos \Phi$, $y = a \cos \theta \sin \Phi$ और $z = a \sin \theta$ हो, तो $x^2 + y^2 + z^2$ का मान क्या है?

- (a) $2a^2$ (b) $4a^2$
(c) $9a^2$ (d) a^2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } x = a \cos \theta \cos \Phi \dots (i)$$

$$y = a \cos \theta \sin \Phi \dots (ii)$$

$$z = a \sin \theta \dots (iii)$$

समी. (i), (ii) और (iii) का वर्ग कर जोड़ने पर

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \cos^2 \theta \cos^2 \Phi + a^2 \cos^2 \theta \sin^2 \Phi + a^2 \sin^2 \theta \\ = a^2 \cos^2 \theta [\cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi] + a^2 \sin^2 \theta \\ = a^2 \cos^2 \theta \cdot 1 + a^2 \sin^2 \theta \\ = a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) [\because \sin^2 \Phi + \cos^2 \Phi = 1] \\ = a^2$$

134. यदि $x \cos \theta = 3$ और $4 \tan \theta = y$, तो x और y का संबंध जो θ से स्वतंत्र है, किस प्रकार निर्धारित किया जाएगा?

- (a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ (b) $\frac{9}{x^2} - \frac{16}{y^2} = 1$
(c) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ (d) $\frac{9}{x^2} + \frac{16}{y^2} = 1$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } x \cos \theta = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{\cos \theta}$$

$$x = 3 \sec \theta$$

$$\text{तथा } 4 \tan \theta = y$$

अतः $(3 \sec \theta, 4 \tan \theta)$ किसी बिंदु का निर्देशांक है।

हम जानते हैं कि अति परवलय पर किसी बिंदु का प्रांचलिक निर्देशांक $(a \sec \theta, b \tan \theta)$ होता है।

$\therefore a = 3$ तथा $b = 4$ (तुलना करने पर)

$$\text{अति परवलय का समी. } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{(3)^2} - \frac{y^2}{(4)^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Trick—

$$x \cos \theta = 3$$

$$\frac{x}{\sec \theta} = 3$$

$$\sec \theta = \frac{x}{3} \dots\dots\dots(i)$$

$$4 \tan \theta = y$$

$$\tan \theta = \frac{y}{4} \dots\dots\dots(ii)$$

सर्वसमिका $(\sec \theta)^2 - (\tan \theta)^2 = 1$ में $\sec \theta$ और $\tan \theta$ का मान रखने पर

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

135. यदि $\sin \theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ हो, तो $\sec \theta + \tan \theta$ का मान क्या होगा?

(a) $\sqrt{2} a$

(b) a

(c) $\frac{a}{\sqrt{2}}$

(d) $\frac{a}{a^2 + 1}$

S.S.C. F.C.I परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$$\sin \theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$

$$\therefore \sin^2 \theta = \left(\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \right)^2$$

$$\sin^2 \theta = \frac{a^4 + 1 - 2a^2}{a^4 + 1 + 2a^2}$$

$$1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{(a^4 + 1 - 2a^2)}{(a^4 + 1 + 2a^2)}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{4a^2}{(a^4 + 1 + 2a^2)}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{2a}{(a^2 + 1)}$$

$$\therefore \sec \theta + \tan \theta = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \left(\because 1 + \sin \theta = \frac{2a^2}{a^2 + 1} \right)$$

$$= \frac{2a^2}{2a}$$

$$= \frac{a^2 + 1}{a^2 + 1}$$

$$= a$$

136. यदि $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ और $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ हो, तो $(m^2 + n^2) \cos^2 \beta$

का मान ज्ञात कीजिए?

(a) n^2

(b) m^2

(c) mn

(d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{और } \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) का वर्ग कर जोड़ने पर

$$m^2 + n^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$= \cos^2 \alpha \left(\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta \times \cos^2 \beta} \right)$$

$$= \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta \times \sin^2 \beta} \right)$$

$$\text{या } (m^2 + n^2) \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta \times \sin^2 \beta} \right) \cos^2 \beta = n^2 [\text{समी. (ii) से}]$$

137. $2 \operatorname{cosec}^2 30^\circ + x \sin^2 60^\circ - \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ = 10$ समीकरण को

पूरा करने वाले x का मान क्या होगा?

(a) 3

(b) 0

(c) 1

(d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } 2 \operatorname{cosec}^2 30^\circ + x \sin^2 60^\circ - \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ = 10$$

$$2(2)^2 + x \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = 10$$

$$2 \times 4 + x \times \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = 10$$

$$8 + \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} = 10$$

$$\frac{3x}{4} - \frac{1}{4} = 10 - 8 = 2$$

$$\therefore 3x - 1 = 2 \times 4$$

$$3x - 1 = 8$$

$$3x = 8 + 1 = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{3} \Rightarrow 3$$

138. यदि $r \sin \theta = 1$, $r \cos \theta = \sqrt{3}$, तो $r^2 \tan \theta$ का मान बताइए?

(a) 4

(b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(d) $4\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $r \sin \theta = 1$(i)

$$r \cos \theta = \sqrt{3} \text{(ii)}$$

समी. (i) में समी. (ii) से भाग देने पर

$$\frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{(iii)}$$

समी. (i) और (ii) का वर्ग कर जोड़ने पर

$$r^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 1^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$= 1 + 3 \Rightarrow 4$$

$$\therefore r^2 \times 1 = 4 \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$\therefore r^2 = 4 \text{(iv)}$$

$$\therefore r^2 \times \tan \theta = 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}} \quad [\text{समी. (iii) से}]$$

139. यदि $x \sin^2 60^\circ - \frac{3}{2} \sec 60^\circ \tan^2 30^\circ + \frac{4}{5} \sin^2 45^\circ \tan^2 60^\circ = 0$ तो x क्या होगा?

- (a) -4 (b) $-\frac{4}{15}$
(c) -2 (d) $-\frac{1}{15}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $x \sin^2 60^\circ - \frac{3}{2} \sec 60^\circ \tan^2 30^\circ + \frac{4}{5} \sin^2 45^\circ \tan^2 60^\circ = 0$

$$x \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{3}{2} \times 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{4}{5} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$x \times \frac{3}{4} - \frac{3}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3 = 0$$

$$\frac{3x}{4} - 1 + \frac{6}{5} = 0$$

$$\frac{3x}{4} = 1 - \frac{6}{5}$$

$$\frac{3x}{4} = -\frac{1}{5}$$

$$x = -\frac{4}{15}$$

140. यदि $\sin 2P = \frac{x}{y}$, तो $\sec 21^\circ - \sin 69^\circ$ किसके बराबर होगा?

- (a) $\frac{x^2}{y\sqrt{y^2-x^2}}$ (b) $\frac{y^2}{x\sqrt{y^2-x^2}}$
(c) $\frac{x^2}{y\sqrt{x^2-y^2}}$ (d) $\frac{y^2}{x\sqrt{x^2-y^2}}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

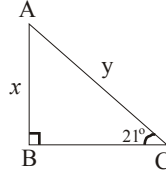
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sin 2P = \frac{x}{y}$

समकोण ΔABC में

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{y^2 - x^2}$$



\therefore प्रश्नानुसार

$$\sec 21^\circ - \sin 69^\circ = \sec 21^\circ - \sin (90^\circ - 21^\circ) = \sec 21^\circ - \cos 21^\circ \quad (\because \sin 90^\circ - \theta = \cos \theta)$$

$$= \frac{1}{\cos 21^\circ} - \cos 21^\circ$$

$$= \frac{1 - \cos^2 21^\circ}{\cos 21^\circ}$$

$$= \frac{\sin^2 21^\circ}{\cos 21^\circ} = \frac{\left(\frac{x}{y} \right)^2}{\frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}} \quad (\text{चित्र से मान रखने पर})$$

$$(1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta)$$

$$= \frac{x^2 \times y}{y^2 (\sqrt{y^2 - x^2})}$$

$$= \frac{x^2}{y(\sqrt{y^2 - x^2})}$$

141. यदि $\cot 17^\circ \left[\cot 73^\circ \cos^2 22^\circ + \frac{1}{\cot 17^\circ \sec^2 68^\circ} \right]$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) $\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाठ)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cot 17^\circ \left[\cot 73^\circ \cos^2 22^\circ + \frac{1}{\cot 17^\circ \sec^2 68^\circ} \right]$

$$= \cot 17^\circ [\cot (90^\circ - 17^\circ) \cos^2 22^\circ + \tan 17^\circ \cdot \cos^2 68^\circ] \\ = \cot 17^\circ [\tan 17^\circ \cdot \cos^2 (90^\circ - 68^\circ) + \tan 17^\circ \cos^2 68^\circ] \\ = \cot 17^\circ \cdot \tan 17^\circ [\sin^2 68^\circ + \cos^2 68^\circ] \\ = 1 \times 1 \Rightarrow 1 \quad [\because \tan \theta \times \cot \theta = 1 \text{ अतः } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

142. यदि $\cos \theta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}$ है, तो $\tan \theta$ का मान है—

- (a) $\frac{p}{q}$ (b) $\frac{p}{p^2 + q^2}$
(c) $\frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$ (d) $\frac{q}{\sqrt{p^2 - q^2}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(*)

व्याख्या— $\cos \theta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \dots\dots(i)$

वर्ग करने पर

$$\cos^2 \theta = \frac{p^2}{p^2 + q^2}$$

1 से दोनों पक्षों को घटाने पर

$$1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{p^2}{p^2 + q^2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{p^2 + q^2 - p^2}{p^2 + q^2}$$

$$\sin \theta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}} \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) में समी. (i) से भाग देने पर

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}}{\frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}} = \frac{q}{p}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{q}{p}$$

Trick—

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार (BC)}}{\text{कर्ण (AC)}}$$

$$\therefore \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

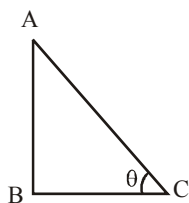
$$\therefore \text{आधार} = p, \text{कर्ण} = \sqrt{p^2 + q^2}$$

$$\therefore \text{लंब} = \sqrt{\text{कर्ण}^2 - \text{आधार}^2}$$

$$= \sqrt{p^2 + q^2 - p^2}$$

$$= \sqrt{q^2} \Rightarrow q$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{q}{p}$$



143. यदि $\tan \theta = \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$ और θ एक न्यूनकोण है, तो 2θ का मान क्या है ?

- (a) 30° (b) 45° (c) 90° (d) 0°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan \theta = \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\text{अतः } 2\theta = 45 \times 2 \Rightarrow 90^\circ$$

Trick—

$$\tan \theta = \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ \text{ या } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \Rightarrow 1$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \times 1}{1 - 1} = \infty$$

$$\text{या } \tan 2\theta = \tan 90^\circ \text{ या } 2\theta = 90^\circ$$

144. यदि $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$, तो $\sin \theta - \cos \theta$ का मान है—

- (a) $x - y$ (b) $x + y$

- (c) $\frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ (d) $\frac{y - x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$

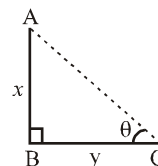
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y} \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{y}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

समकोण ΔABC से

$$(AC)^2 = AB^2 + BC^2 = x^2 + y^2$$

$$AC = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\sin \theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} \Rightarrow \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

145. यदि $7\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta = 4$ हो, तो $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta$ का मान क्या होगा ?

(a) $\frac{2}{\sqrt{3}} - 2$

(b) $\frac{2}{\sqrt{3}} + 2$

(c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$
 $4\sin^2\theta + 3\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$
या $4\sin^2\theta + 3(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 4$
या $4\sin^2\theta + 3 \times 1 = 4$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]
या $4\sin^2\theta = 1$

$$\sin^2\theta = \frac{1}{4}$$

या $\sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = \sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} + 2$$

146. यदि $\cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{1}{3}$ हो, तो $\tan^2\theta$ का मान बताइए?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{1}{3}$

$$(\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = \frac{1}{3}$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3} \quad [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

या $1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$

या $1 - 2\sin^2\theta = \frac{1}{3}$

या $2\sin^2\theta = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}$

या $\sin^2\theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\therefore \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}$

$$\therefore \tan^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

Trick—

$\therefore \cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{1}{3}$

$$\text{या } (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = \frac{1}{3}$$

या $\frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{1} = \frac{1}{3} \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

या $\frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{1}{3}$

या $\frac{\cos^2\theta(1 - \tan^2\theta)}{\cos^2\theta(1 + \tan^2\theta)} = \frac{1}{3}$ या $3(1 - \tan^2\theta) = 1 + \tan^2\theta$

या $3 - 3\tan^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

या $4\tan^2\theta = 2$ या $\tan^2\theta = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}$

147. यदि $7\sin\alpha = 24\cos\alpha$; $0 < \alpha < \pi/2$, तो $14\tan\alpha - 75\cos\alpha - 7\sec\alpha$ का मान किसके बराबर होगा?

- (a) 4 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

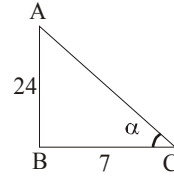
उत्तर—(c)

व्याख्या— $7\sin\alpha = 24\cos\alpha$

$\therefore \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{24}{7}$

$\therefore \tan\alpha = \frac{24}{7}$

चित्र से



$$AC = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} \Rightarrow 25$$

$$\therefore 14\tan\alpha - 75\cos\alpha - 7\sec\alpha = 14 \times \frac{24}{7} - 75 \times \frac{7}{25} - 7 \times \frac{25}{7} = 48 - 21 - 25 \Rightarrow 2$$

148. यदि $\sin(A+B) = 1$ और $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, जहाँ A तथा B घनात्मक न्यूनकोण हैं और $A > B$, तो A तथा B हैं—

- (a) $A = 75^\circ, B = 15^\circ$ (b) $A = 60^\circ, B = 30^\circ$
(c) $A = 45^\circ, B = 45^\circ$ (d) इनमें से कोई भी नहीं

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin(A+B) = 1 = \sin 90^\circ$

$\therefore A+B = 90^\circ$ (i)

तथा $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos 30^\circ$

$\therefore A-B = 30^\circ$ (ii)

समी. (i) और समी. (ii) को हल करने पर

$A = 60^\circ, B = 30^\circ$

149. न्यूनकोणीय त्रिभुज ABC में, यदि $\sin 2(A+B-C) = 1$ और $\tan(B+C-A) = \sqrt{3}$, तो $\angle B$ का मान क्या होगा?

- (a) 60° (b) 30°
(c) $52\frac{1}{2}^\circ$ (d) $67\frac{1}{2}^\circ$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \sin 2(A+B-C) = 1$
 $\therefore \sin 2(A+B-C) = \sin 90^\circ (\because 1 = \sin 90^\circ)$
 $\therefore 2(A+B-C) = 90^\circ$

$$\therefore A+B-C = \frac{90^\circ}{2}$$

$$A+B-C = 45^\circ \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \tan(B+C-A) = \sqrt{3}$$

$$\tan(B+C-A) = \tan 60^\circ (\because \sqrt{3} = \tan 60^\circ)$$

$$B+C-A = 60^\circ \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$2B = 60^\circ + 45^\circ$$

$$2B = 105^\circ$$

$$B = \frac{105^\circ}{2} \Rightarrow 52 \frac{1^\circ}{2}$$

150. यदि $\sin(3x-20^\circ) = \cos(3y+20^\circ)$, तो $(x+y)$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 90° (b) 60° (c) 120° (d) 30°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin(3x-20^\circ) = \cos(3y+20^\circ)$
 $= \sin[90^\circ - (3y+20^\circ)]$
 $[\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta]$

$$\therefore 3x-20^\circ = 90^\circ - 3y-20^\circ$$

$$\text{या } 3x+3y = 70^\circ + 20^\circ = 90^\circ$$

$$\text{या } (x+y) = \frac{90^\circ}{3} \Rightarrow 30^\circ$$

151. यदि $\sec(4x-50^\circ) = \operatorname{cosec}(50^\circ - x)$, तो x का मान क्या है?

- (a) 45° (b) 90°
(c) 30° (d) 60°

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sec(4x-50^\circ) = \operatorname{cosec}(50^\circ - x)$
 $= \sec[90^\circ - (50^\circ - x)]$
 $[\because \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta]$

$$4x-50^\circ = 90^\circ - 50^\circ + x$$

$$\text{या } 4x-x = 90^\circ$$

$$\text{या } 3x = 90^\circ$$

$$\text{या } x = 30^\circ$$

152. यदि $\tan(5x-10^\circ) = \cot(5y+20^\circ)$, तो $x+y$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) 15° (b) 16°
(c) $22 \frac{1^\circ}{2}$ (d) 24°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan(5x-10^\circ) = \cot(5y+20^\circ)$
 $= \tan[90^\circ - (5y+20^\circ)] [\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$
 $\therefore 5x-10^\circ = 90^\circ - 5y-20^\circ$
या $5x+5y = 70^\circ + 10^\circ$
या $5(x+y) = 80^\circ$
या $(x+y) = 16^\circ$

153. यदि x, y धनात्मक न्यूनकोण हो, $x+y < 90^\circ$ हो और $\sin(2x-20^\circ) = \cos(2y+20^\circ)$ हो, तो $\sec(x+y)$ का मान कितना होगा?

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) 1 (d) 0

S.S.C. स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \sin(2x-20^\circ) = \cos(2y+20^\circ)$
 $\sin(2x-20^\circ) = \sin[90^\circ - (2y+20^\circ)]$
 $2x-20^\circ = 90^\circ - 2y-20^\circ$
 $2x+2y = 90^\circ$
 $x+y = 45^\circ$
 $\sec(x+y) = \sec 45^\circ$
 $= \sqrt{2}$

154. यह मानते हुए कि $\tan(\theta + 15^\circ) = \sqrt{3}$, तो θ का मान बताइए?

- (a) 15° (b) 75°
(c) 45° (d) 65°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \tan(\theta + 15^\circ) = \sqrt{3}$
 $\therefore \tan(\theta + 15^\circ) = \tan 60^\circ$
 $\therefore \theta + 15^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ - 15^\circ$
 $= 45^\circ$

155. $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ के लिए

$\sin(90^\circ - \theta) \sec \theta + \cos(90^\circ - \theta) \operatorname{cosec} \theta$ का मान है—

- (a) -1 (b) 2
(c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin(90^\circ - \theta) \sec \theta + \cos(90^\circ - \theta) \operatorname{cosec} \theta$
 $= \cos \theta \cdot \sec \theta + \sin \theta \operatorname{cosec} \theta$
 $[\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta, \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$
 $= \cos \theta \frac{1}{\cos \theta} + \sin \theta \frac{1}{\sin \theta}$
 $\left(\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \right)$
 $= 1 + 1 \Rightarrow 2$

Trick-

$$\sin(90^\circ - \theta) \sec \theta + \cos(90^\circ - \theta) \operatorname{cosec} \theta \dots (i)$$

दिया है

$$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

अतः माना $\theta = 30^\circ$

समी. (i) में $\theta = 30^\circ$ रखने पर

$$= \sin(90^\circ - 30^\circ) \sec 30^\circ + \cos(90^\circ - 30^\circ) \operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$= \sin 60^\circ \sec 30^\circ + \cos 60^\circ \operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \times 2$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

156. यदि θ न्यूनकोण है और $\tan(4\theta - 50^\circ) = \cot(50^\circ - \theta)$ है, तो डिग्री में θ का मान है—

- (a) 30 (b) 40
(c) 50 (d) 20

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } \tan(4\theta - 50^\circ) = \cot(50^\circ - \theta)$$

$$\tan(4\theta - 50^\circ) = \tan(90^\circ - 50^\circ + \theta)$$

$$[\because \cot \theta = \tan(90^\circ - \theta)]$$

$$= \tan(90^\circ - 50^\circ + \theta)$$

$$= \tan(40^\circ + \theta)$$

कोणों की तुलना करने पर

$$4\theta - 50^\circ = 40^\circ + \theta$$

$$\therefore 4\theta - \theta = 50^\circ + 40^\circ$$

$$3\theta = 90^\circ$$

$$\theta = \frac{90^\circ}{3} \Rightarrow 30^\circ$$

157. यदि $x = \operatorname{Cosec} \theta - \sin \theta$ और $y = \sec \theta - \cos \theta$ हो, तो $x^2 y^2 (x^2 + y^2 + 3)$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } x = \operatorname{Cosec} \theta - \sin \theta$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \quad (\because 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta)$$

$$y = \sec \theta - \cos \theta$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \quad (\because 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta)$$

$$\therefore x^2 y^2 (x^2 + y^2 + 3)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 \left[\left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 + \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 + 3 \right] \\ &= \cos^2 \theta \sin^2 \theta \left[\frac{\cos^4 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} + 3 \right] \\ &= \cos^6 \theta + \sin^6 \theta + 3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &= (\cos^2 \theta)^3 + (\sin^2 \theta)^3 + 3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \\ &\quad [\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)] \\ &= (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)^3 \\ &= 1^3 \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

158. यदि $a \cos \theta + b \sin \theta = p$ और $a \sin \theta - b \cos \theta = q$, तो a, b, p और q के बीच क्या संबंध है?

- (a) $a^2 - b^2 = p^2 - q^2$ (b) $a^2 + b^2 = p^2 + q^2$
(c) $a + b = p + q$ (d) $a - b = p - q$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या— } a \cos \theta + b \sin \theta = p$$

वर्ग करने पर

$$a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta = p^2 \dots (i)$$

$$\therefore a \sin \theta - b \cos \theta = q$$

पुनः वर्ग करने पर

$$a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta = q^2 \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$a^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = p^2 + q^2$$

$$a^2 + b^2 = p^2 + q^2 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

159. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ हो, तो $\tan^n \theta + \cot^n \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 2^n (b) $2^{n/2}$ (c) $\frac{1}{2^2}$ (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \tan \theta + \cot \theta = 2$$

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2 \quad [\because \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}]$$

$$\text{या } \tan^2 \theta + 1 = 2 \tan \theta$$

$$\text{या } \tan^2 \theta + 1 - 2 \tan \theta = 0$$

$$\text{या } (\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\tan^n \theta = \cot^n \theta = \tan^n (45^\circ) = \cot^n (45^\circ)$$

$$(1)^n + (1)^n = 1 + 1 \Rightarrow 2$$

160. यदि $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$ हो, तो $\sin^n \theta + \operatorname{cosec}^n \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 2^n (b) $\frac{1}{2^n}$
(c) 2 (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \sin\theta + \operatorname{cosec}\theta = 2$

$$\therefore \sin\theta + \frac{1}{\sin\theta} = 2$$

$$\text{या } \sin^2\theta + 1 = 2\sin\theta$$

$$\text{या } (\sin^2\theta + 1 - 2\sin\theta) = 0$$

$$\text{या } (\sin\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{या } \sin\theta = 1 = \sin 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin^n\theta + \operatorname{cosec}^n\theta &= \sin^n(90^\circ) + \operatorname{cosec}^n(90^\circ) \\ &= 1^n + 1^n = 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

161. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$ और $\alpha : \beta = 2 : 1$, तो $\cos\alpha$ व $\cos\beta$ का अनुपात क्या है?

(a) $1 : \sqrt{3}$ (b) $1 : 3$

(c) $1 : \sqrt{2}$ (d) $1 : 2$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि α तथा β का मान $2x$ और x है।

$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\therefore 2x + x = 90^\circ$$

$$\text{या } x = 30^\circ$$

$$\therefore \alpha = 2x = 2 \times 30^\circ \Rightarrow 60^\circ$$

$$\text{तथा } \beta = x \Rightarrow 30^\circ$$

$$\therefore \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$$

162. $\sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta)$ का मान किसके बराबर है?

(a) 1 (b) 0
(c) $2 \cos\theta$ (d) $2 \sin\theta$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta)$

$$(\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B) \text{ तथा}$$

$$(\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B)$$

$$= \sin 45^\circ \cos\theta + \cos 45^\circ \sin\theta - \cos 45^\circ \cos\theta - \sin 45^\circ \sin\theta$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta$$

$$= 0$$

Trick—

$$\sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta)$$

$$\therefore \sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta)$$

$$= \sin(45^\circ + \theta) - \sin[90^\circ - (45^\circ - \theta)]$$

$$\{ \cos(45^\circ - \theta) = \sin(90^\circ - (45^\circ - \theta)) \}$$

$$= \sin(45^\circ + \theta) - \sin(90^\circ - 45^\circ + \theta)$$

$$= \sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ + \theta)$$

$$= 0$$

Trick—

$$\sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta) \text{ का मान}$$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \sin(45^\circ + 45^\circ) - \cos(45^\circ - 45^\circ)$$

$$= \sin 90^\circ - \cos 0^\circ$$

$$= 1 - 1 \Rightarrow 0$$

163. यदि त्रिभुज ABC में $\sin A = \cos B$ में हो, तो $\cos C$ का मान कितना है?

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) 0

(c) 1 (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin A = \cos B$

$$\text{या } \sin A = \sin(90^\circ - B) \quad [\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta]$$

$$A = 90^\circ - B$$

$$\text{या } A + B = 90^\circ \dots\dots(i)$$

अब त्रिभुज ABC में

$$A + B + C = 180^\circ \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) में से (i) को घटाने पर

$$C = 90^\circ$$

$$\therefore \cos C = \cos 90^\circ = 0$$

164. यदि $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$, तो $\sin 15^\circ$ का होगा?

(a) $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

(c) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$

$$A = 45^\circ \text{ तथा } B = 30^\circ \text{ मानने पर}$$

$$\sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \sin 15^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

165. समीकरण $\tan^2\theta + 3 = 3 \sec\theta$, $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ को संतुष्ट करने वाले θ का मान है—

(a) 45° व 0° (b) 60° व 0°

(c) 15° व 0° (d) 30° व 0°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan^2\theta + 3 = 3 \sec\theta$
 $\sec^2\theta - 1 + 3 = 3 \sec\theta$ ($\because \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$)
 $\therefore \sec^2\theta - 3 \sec\theta + 2 = 0$
 $\therefore \sec^2\theta - 2 \sec\theta - \sec\theta + 2 = 0$
 $\therefore \sec\theta (\sec\theta - 2) - 1 (\sec\theta - 2) = 0$
 $\therefore (\sec\theta - 2) (\sec\theta - 1) = 0$
 $\therefore \sec\theta = 2$, या 1
 $\therefore \sec\theta = 2 = \sec 60^\circ$ ($\because \sec 60^\circ = 2$)
 $\therefore \theta = 60^\circ$
 तथा $\sec\theta = 1 = \sec 0^\circ$ ($\because \sec 0^\circ = 1$)
 $\theta = 0^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ, 0^\circ$

166. यदि $r \sin\theta = \sqrt{3}$ और $r \cos\theta = 1$, तो r और θ का मान क्या होगा? ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)

- (a) $r = 1, \theta = 30^\circ$ (b) $r = \frac{1}{2}, \theta = 30^\circ$
 (c) $r = \sqrt{3}, \theta = 30^\circ$ (d) $r = 2, \theta = 60^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)
 उत्तर—(d)

व्याख्या— $r \sin\theta = \sqrt{3}$ (i)
 $r \cos\theta = 1$ (ii)
 समी. (i) में (ii) से भाग देने पर
 $\frac{r \sin\theta}{r \cos\theta} = \frac{\sqrt{3}}{1}$
 या $\tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ$
 पुनः समी. (i) तथा (ii) का वर्ग कर जोड़ने पर
 $r^2 \sin^2\theta + r^2 \cos^2\theta = (\sqrt{3})^2 + 1^2$
 $r^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 3 + 1$
 $r^2 \times 1 = 4$
 या $r = 2$

167. यदि $r \sin\theta = \frac{7}{2}$ और $r \cos\theta = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ हो, तो θ का मान बताइए?

- (a) 30° (b) 45°
 (c) 60° (d) 75°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाती)
 उत्तर—(a)

व्याख्या— $r \sin\theta = \frac{7}{2}$ (i)
 $r \cos\theta = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ (ii)
 समी. (i) में (ii) से भाग देने पर

$\frac{r \sin\theta}{r \cos\theta} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{7\sqrt{3}}$
 या $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 या $\tan\theta = \tan 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$

168. यदि $(r \cos\theta - \sqrt{3})^2 + (r \sin\theta - 1)^2 = 0$ तो

$\frac{r \tan\theta + \sec\theta}{r \sec\theta + \tan\theta}$ किसके बराबर होगा?

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\because (r \cos\theta - \sqrt{3})^2 + (r \sin\theta - 1)^2 = 0$
 \therefore यदि वर्गों का योग शून्य के बराबर हो, तो अलग-अलग संख्याएं शून्य के बराबर होंगी।

अर्थात् $r \cos\theta - \sqrt{3} = 0$

$\therefore r \cos\theta = \sqrt{3}$ (i)

तथा $r \sin\theta - 1 = 0$

$\therefore r \sin\theta = 1$ (ii)

समी. (ii) में समी. (i) से भाग देने पर

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

तथा $r^2 \sin^2\theta + r^2 \cos^2\theta = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

$$= 3 + 1$$

$$= 4$$

$$\therefore r^2 (\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 4$$

$$\therefore r^2 = 4 \quad (\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$$

$$\therefore r = \sqrt{4} \Rightarrow 2$$

पुनः प्रश्न से

$$\frac{r \tan\theta + \sec\theta}{r \sec\theta + \tan\theta} = \frac{2 \tan 30^\circ + \sec 30^\circ}{2 \sec 30^\circ + \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}}{2 \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}}}{\frac{5}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{4}{5}$$

169. $\sin^6\theta + \cos^6\theta$ किसके बराबर है?

- (a) 1 (b) $1 - 3 \sin^2\theta \cos^2\theta$
 (c) $1 - 3 \sin\theta \cos\theta$ (d) $1 + 3 \sin^2\theta \cos^2\theta$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta = (\sin^2 \theta)^3 + (\cos^2 \theta)^3$
 $= (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^3 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$
 $[\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$
 $[\because a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)]$
 $= 1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$

170. $\frac{2\tan 3\theta}{1-\tan^2 3\theta}$ का मान बताएं—

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (c) $2\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
 उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{2\tan 3\theta}{1-\tan^2 3\theta} = \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$
 $= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} \quad \left(\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$
 $= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}$

Trick—

$$\therefore \tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

$$\therefore \frac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ} = \tan(2 \times 30^\circ) \Rightarrow \tan 60^\circ \left(\tan 2\theta = \frac{2\tan \theta}{1-\tan^2 \theta} \right)$$

$$= \sqrt{3}$$

171. पदसंहति $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}}$ किसके बराबर है ?

- (a) $2\sec \theta$ (b) $2\tan \theta$
 (c) $\frac{2(1-\sin \theta)}{\cos \theta}$ (d) $2\sin \theta$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
 उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}}$
 $= \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)(1+\sin \theta)}{(1-\sin \theta)(1+\sin \theta)}} + \sqrt{\frac{(1-\sin \theta)(1-\sin \theta)}{(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)}}$
 (संयुग्मी से गुणा करने पर)
 $= \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{1-\sin^2 \theta}} + \sqrt{\frac{(1-\sin \theta)^2}{1-\sin^2 \theta}}$
 $[\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} + \sqrt{\frac{(1-\sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{1+\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1-\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{2}{\cos \theta}$$

$$= 2\sec \theta \left(\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right)$$

172. यदि $3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$ का मान है—

- (a) 3 (b) 0
 (c) 5 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 2[(\sin^2 \theta)^3 + (\cos^2 \theta)^3] + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 3\sin^4 \theta + 3\cos^4 \theta + 2[(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \theta)] + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)]$$

$$= 3\sin^4 \theta + 3\cos^4 \theta + 2[(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \theta)] + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$= 3\sin^4 \theta + 3\cos^4 \theta + 2\sin^4 \theta + 2\cos^4 \theta - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 5\sin^4 \theta + 5\cos^4 \theta + 10\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 5(\sin^4 \theta + 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$= 5(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2$$

$$= 5 \times (1)^2 \Rightarrow 5$$

Trick—

$$3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) + 12\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

व्यंजक का मान ज्ञात करना है। अतः θ के मानों में से कोई एक मान जिसके लिए व्यंजक अपरिभाषित न हो θ का ऐसा मान लेते हैं।

$$\theta = 90^\circ \text{ रखने पर}$$

$$3(\sin^4 90^\circ + \cos^4 90^\circ) + 2(\sin^6 90^\circ + \cos^6 90^\circ) + 12\sin^2 90^\circ \cos^2 90^\circ$$

$$= 3(1+0) + 2(1+0) + 12 \times 1 \times 0$$

$$= 3+2$$

$$= 5$$

173. यदि $\cos \alpha + \sec \alpha = \sqrt{3}$, तो $\cos^3 \alpha + \sec^3 \alpha$ का मान क्या है ?

- (a) 2 (b) 1
 (c) 0 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos \alpha + \sec \alpha = \sqrt{3}$ (i)

घन करने पर

$$(\cos \alpha + \sec \alpha)^3 = (\sqrt{3})^3$$

$$\cos^3 \alpha + \sec^3 \alpha + 3\cos \alpha \sec \alpha (\cos \alpha + \sec \alpha) = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\cos^3 \alpha + \sec^3 \alpha + 3(\cos \alpha + \sec \alpha) &= 3\sqrt{3} \\ \cos^3 \alpha + \sec^3 \alpha + 3 \times \sqrt{3} &= 3\sqrt{3} \quad (\because \cos \alpha \sec \alpha = 1) \\ \cos^3 \alpha + \sec^3 \alpha &= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow 0\end{aligned}$$

[समी. (i) से]

174. ABC एक समकोणीय त्रिभुज है, जिसमें $\angle A = 90^\circ$ है, तो $(\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C)$ का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) 3

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (III-पाठी)
उत्तर—(b)

व्याख्या— ΔABC एक समकोणीय त्रिभुज है।

$$\text{तथा } \angle A = 90^\circ$$

ΔABC में

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$$

$$\Rightarrow \angle B + \angle C = 180^\circ - 90^\circ \Rightarrow \angle B + \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle B$$

$$\begin{aligned}\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \cos^2 90^\circ + \cos^2 B + \cos^2 (90^\circ - B) \\ &= 0 + \cos^2 B + \sin^2 B = 1 \quad (\because \cos (90^\circ - B) = \sin B)\end{aligned}$$

175. यदि $2 - \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$, $\sin \theta \neq \cos \theta$ तो $\tan \theta$ कितना होगा?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— $2 - \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$

$\cos^2 \theta$ से भाग देने पर

$$\frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$2 \sec^2 \theta - 1 = \frac{3 \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$2(1 + \tan^2 \theta) - 1 = \frac{3 \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$2 - 1 + 2 \tan^2 \theta = 3 \tan \theta$$

$$2 \tan^2 \theta - 3 \tan \theta + 1 = 0$$

$$2 \tan^2 \theta - 2 \tan \theta - \tan \theta + 1 = 0$$

$$2 \tan \theta (\tan \theta - 1) - 1 (\tan \theta - 1) = 0$$

$$(\tan \theta - 1)(2 \tan \theta - 1) = 0$$

$$2 \tan \theta - 1 = 0$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{2} \text{ तथा}$$

$$\therefore \tan \theta = 1$$

अतः $\tan \theta$ का मान $\frac{1}{2}$ या 1 है।

176. $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta$ किसके बराबर है?

- (a) $\cos^4 \theta - \cos^2 \theta$ (b) $\cos^2 \theta - \cos^4 \theta$
(c) $\tan^2 \theta - \tan^4 \theta$ (d) $\tan^2 \theta + \tan^4 \theta$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta = \sec^2 \theta (\sec^2 \theta - 1)$

$$= \sec^2 \theta (1 + \tan^2 \theta - 1)$$

$$= \sec^2 \theta \tan^2 \theta$$

$$= (1 + \tan^2 \theta) \tan^2 \theta$$

$$= \tan^2 \theta + \tan^4 \theta$$

177. यदि A तथा B पूरक कोण हो, तो $\sin A \times \cos B + \cos A \sin B - \tan A \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$ का मान कितना होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

$$A + B = 90^\circ$$

$$\therefore A = 90^\circ - B$$

$$\sin A = \sin (90^\circ - B) \Rightarrow \cos B$$

इसी प्रकार

$$\cos A = \cos (90^\circ - B) \Rightarrow \sin B$$

$$\tan A = \cot B$$

प्रश्नानुसार

$$\sin A \times \cos B + \cos A \sin B - \tan A \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$$

$$= \cos^2 B + \sin^2 B - \cot B \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$$

$$= 1 - 1 + \sec^2 A - \tan^2 A \quad \{ \because \cot B = \tan A \}$$

$$= 0 + 1 + \tan^2 A - \tan^2 A$$

$$= 1$$

Trick—

$$\sin A \times \cos B + \cos A \times \sin B - \tan A \times \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$$

उपयुक्त व्यंजक का मान ज्ञात करना है। शर्त दिया है A और B

पूरक कोण हैं। अतः A और B का ऐसा मान लेंगे जिनका योग 90°

हो और व्यंजक में A और B का मान रखने पर व्यंजक अपरिभाषित

न हो। अतः $A = 45^\circ$ और $B = 45^\circ$, व्यंजक में रखने पर

$$= \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ + \cos 45^\circ \times \sin 45^\circ - \tan 45^\circ \times \tan 45^\circ + \sec^2 45^\circ - \cot^2 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \times 1 + (\sqrt{2})^2 - (1)^2$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 + 2 - 1$$

$$= 1 - 1 + 2 - 1$$

$$= 1$$

178. यदि $\sec \theta + \tan \theta = 4$, ($\theta \neq 90^\circ$) है, तो $\cos \theta$ का मान है-

- (a) 0 (b) $\frac{8}{17}$
(c) $\frac{17}{8}$ (d) $\frac{4}{5}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sec \theta + \tan \theta = 4$

$$\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 4$$

$$1 + \sin \theta = 4 \cos \theta \quad \dots\dots\dots (i)$$

वर्ग करने पर

$$1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta = 16 \cos^2 \theta$$

$$1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta = 16 (1 - \sin^2 \theta) \quad (\because 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta)$$

$$1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta = 16 - 16 \sin^2 \theta$$

$$17 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 15 = 0$$

$$17 \sin^2 \theta + 17 \sin \theta - 15 \sin \theta - 15 = 0$$

$$17 \sin \theta (\sin \theta + 1) - 15 (\sin \theta + 1) = 0$$

$$(17 \sin \theta - 15)(\sin \theta + 1) = 0$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{15}{17}$$

समी. (i) में $\sin \theta$ का मान रखने पर

$$1 + \frac{15}{17} = 4 \cos \theta$$

$$4 \cos \theta = \frac{32}{17}$$

$$\cos \theta = \frac{8}{17}$$

179. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$ और $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ यहां $A > B > 0$

तथा $A + B$ न्यूनकोण है, तो B का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{12}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$

$$\text{या } \sin(A - B) = \sin 30^\circ \quad (\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2})$$

$$A - B = 30^\circ \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\cos(A + B) = \cos 60^\circ \quad (\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2})$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$2A = 90^\circ \quad \therefore A = 45^\circ$$

A का मान समी. (i) में रखने पर

$$45 - B = 30^\circ$$

$$\therefore B = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow 15^\circ$$

$$\therefore A + B = 45^\circ + 15^\circ \Rightarrow 60^\circ$$

$\therefore A + B$ न्यूनकोण है।

$$\therefore \angle B = 15^\circ \Rightarrow \frac{15^\circ \times \pi}{180^\circ} \Rightarrow \frac{\pi}{12}$$

180. यदि $\sin \alpha \sec(30^\circ + \alpha) = 1$, तो ($0 < \alpha < 60^\circ$), तो $\sin \alpha + \cos 2\alpha$ का मान है-

- (a) 1 (b) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$
(c) 0 (d) $\sqrt{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

$0 < \alpha < 60^\circ$ अतः $\alpha = 30^\circ$ लेने पर

$$\text{L.H.S.} = \sin \alpha \sec(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \sec 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = 1 \Rightarrow \text{R.H.S.}$$

$$\text{अतः } \sin \alpha + \cos 2\alpha = \sin 30^\circ + \cos 2 \times 30^\circ$$

$$= \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 1$$

Trick—

$$\sin \alpha \sec(30^\circ + \alpha) = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sec(30^\circ + \alpha)}$$

$$\sin \alpha = \cos(30^\circ + \alpha)$$

$$\sin \alpha = \sin(90^\circ - 30^\circ - \alpha)$$

$$\alpha = 60^\circ - \alpha$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

अतः $\sin \alpha + \cos 2\alpha$ का मान

$$= \sin 30^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

181. $(\sec A - \cos A)^2 + (\operatorname{cosec} A - \sin A)^2 - (\cot A - \tan A)^2$ का सरलीकृत मान कितना होगा?

- (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011
उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\begin{aligned} & (\sec A - \cos A)^2 + (\operatorname{cosec} A - \sin A)^2 - (\cot A - \tan A)^2 \\ &= \sec^2 A + \cos^2 A - 2\sec A \cdot \cos A + \operatorname{cosec}^2 A + \sin^2 A \\ & \quad - 2\sin A \cdot \operatorname{cosec} A - \cot^2 A - \tan^2 A + 2\cot A \cdot \tan A \\ &= (\sin^2 A + \cos^2 A) + (\sec^2 A - \tan^2 A) \\ & \quad + (\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A) - 2 - 2 + 2 \\ &= 1 + 1 + 1 - 2 \\ &= 3 - 2 \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} & (\sec A - \cos A)^2 + (\operatorname{cosec} A - \sin A)^2 - (\cot A - \tan A)^2 \\ & \text{उपर्युक्त व्यंजक का मान ज्ञात करना इसलिए A का ऐसा मान लेंगे जिसके लिए व्यंजक अपरिभाषित न हो।} \\ & \text{अतः व्यंजक में } A = 45^\circ \text{ लेने पर} \\ &= (\sec 45^\circ - \cos 45^\circ)^2 + (\operatorname{cosec} 45^\circ - \sin 45^\circ)^2 - (\cot 45^\circ - \tan 45^\circ)^2 \\ &= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - (1 - 1)^2 \\ &= \left(\frac{2-1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2-1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 0 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

182. $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ का मान किसके बराबर होगा?

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} & \text{व्याख्या—} \quad \frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} \\ &= \frac{\tan^2 \theta}{\sec^2 \theta} + \frac{\cot^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta} \\ & \quad (\because 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta, 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta) \\ &= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \times \cos^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \times \sin^2 \theta \\ & \quad \left(\because \sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}, \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \\ &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} & \frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}, \text{ उपर्युक्त व्यंजक का मान ज्ञात करना है। अतः } \theta \text{ का ऐसा मान लेंगे कि व्यंजक अपरिभाषित न हो} \\ & \theta = 45^\circ \text{ रखने पर} \\ &= \frac{\tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} + \frac{\cot^2 45^\circ}{1 + \cot^2 45^\circ} \\ &= \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

183. $\frac{\cos^3 \theta + \sin^3 \theta}{\cos \theta + \sin \theta} + \frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$ का मान किसके बराबर है?

(a) -1 (b) 1
(c) 2 (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014
उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} \quad \frac{\cos^3 \theta + \sin^3 \theta}{\cos \theta + \sin \theta} + \frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - \cos \theta \sin \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)} \\ & \quad [a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)] \\ & \quad [a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)] \\ &+ \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \cos \theta \sin \theta)}{(\cos \theta - \sin \theta)} \\ &= \frac{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)[(1 - \sin \theta \cos \theta) + (1 + \sin \theta \cos \theta)]}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)} \\ &= 1 - \sin \theta \cos \theta + 1 + \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1) \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned} & \frac{\cos^3 \theta + \sin^3 \theta}{\cos \theta + \sin \theta} + \frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}, \text{ व्यंजक का मान निकालने के लिए } \theta \text{ के मानों में से कोई एक मान लेंगे जिसके लिए व्यंजक अपरिभाषित न हो।} \\ & \theta = 0^\circ \text{ रखने पर} \\ &= \frac{\cos^3 0^\circ + \sin^3 0^\circ}{\cos 0^\circ + \sin 0^\circ} + \frac{\cos^3 0^\circ - \sin^3 0^\circ}{\cos 0^\circ - \sin 0^\circ} \\ &= \frac{1+0}{1+0} + \frac{1-0}{1-0} \\ &= 1 + 1 \Rightarrow 2 \end{aligned}$$

184. $\left[\frac{\cos^2 A (\sin A + \cos A)}{\operatorname{cosec}^2 A (\sin A - \cos A)} + \frac{\sin^2 A (\sin A - \cos A)}{\sec^2 A (\sin A + \cos A)} \right]$
($\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A$) का मान कितना है?

(a) 1 (b) 3
(c) 2 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013
उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\cos^2 A (\sin A + \cos A)}{\operatorname{cosec}^2 A (\sin A - \cos A)} + \frac{\sin^2 A (\sin A - \cos A)}{\sec^2 A (\sin A + \cos A)} \right] \\ & \quad \times (\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A) \\ &= \left[\frac{\cos^2 A \sin^2 A (\sin A + \cos A)}{(\sin A - \cos A)} + \frac{\sin^2 A \cos^2 A (\sin A - \cos A)}{(\sin A + \cos A)} \right] \\ & \quad \times (\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A) \\ &= \cos^2 A \sin^2 A \left[\frac{(\sin A + \cos A)}{(\sin A - \cos A)} + \frac{(\sin A - \cos A)}{(\sin A + \cos A)} \right] \\ & \quad \times (\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A) \\ &= \cos^2 A \sin^2 A \left[\frac{(\sin A + \cos A)^2 + (\sin A - \cos A)^2}{(\sin^2 A - \cos^2 A)} \right] \\ & \quad \times \left(\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\sin^2 A} \right) \\ &= \frac{\cos^2 A \sin^2 A}{(\sin^2 A - \cos^2 A)} [\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A + \sin^2 A \\ & \quad + \cos^2 A - 2 \sin A \cos A] \frac{(\sin^2 A - \cos^2 A)}{\sin^2 A \cos^2 A} \\ &= [2 \sin^2 A + 2 \cos^2 A] \\ &= 2[\sin^2 A + \cos^2 A] \quad (\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Trick—

व्यंजक का मान ज्ञात करना है।

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\cos^2 A (\sin A + \cos A)}{\operatorname{cosec}^2 A (\sin A - \cos A)} + \frac{\sin^2 A (\sin A - \cos A)}{\sec^2 A (\sin A + \cos A)} \right] (\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A) \\ & A = 30^\circ \text{ रखने पर} \\ & \left[\frac{\cos^2 30^\circ (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)}{\operatorname{cosec}^2 30^\circ (\sin 30^\circ - \cos 30^\circ)} + \frac{\sin^2 30^\circ (\sin 30^\circ - \cos 30^\circ)}{\sec^2 30^\circ (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)} \right] \\ & \quad (\sec^2 30^\circ - \operatorname{cosec}^2 30^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{(2)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)} + \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)} \right] \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 - (2)^2 \\ &= \left[\frac{3(1+\sqrt{3})}{4(1-\sqrt{3})} + \frac{1(1-\sqrt{3})}{4(1+\sqrt{3})} \right] \left(\frac{4}{3} - 4 \right) \\ &= \left[\frac{3(1+\sqrt{3})}{16(1-\sqrt{3})} + \frac{3(1-\sqrt{3})}{16(1+\sqrt{3})} \right] \left(\frac{4}{3} - 4 \right) \\ &= \left[\frac{3(1+\sqrt{3})}{16(1-\sqrt{3})} + \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \right] \left(\frac{4}{3} - 4 \right) \\ &= \left[\frac{3(1+3+2\sqrt{3}+1+3-2\sqrt{3})}{16(1^2-(\sqrt{3})^2)} \right] \left(\frac{4}{3} - 4 \right) \\ &= \left[\frac{3(8)}{16(-2)} \right] \times \frac{-8}{3} \\ &= \frac{3}{-4} \times \frac{-8}{3} = 2 \end{aligned}$$

$$185. \left(\frac{\sin \theta + \sin \phi}{\cos \theta + \cos \phi} + \frac{\cos \theta - \cos \phi}{\sin \theta - \sin \phi} \right) \text{ का मान बताएं?}$$

- (a) 1 (b) 2
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sin \theta + \sin \phi}{\cos \theta + \cos \phi} + \frac{\cos \theta - \cos \phi}{\sin \theta - \sin \phi} \right) \\ &= \frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - \cos^2 \phi}{(\cos \theta + \cos \phi)(\sin \theta - \sin \phi)} \\ &= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) - (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi)}{(\cos \theta + \cos \phi)(\sin \theta - \sin \phi)} \\ &= \frac{1 - 1}{(\cos \theta + \cos \phi)(\sin \theta - \sin \phi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

186. यदि θ धनात्मक न्यूनकोण और $5 \cos \theta + 12 \sin \theta = 13$ हो, तो $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) $\frac{12}{13}$ (b) $\frac{5}{13}$
(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{1}{5}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $5 \cos \theta + 12 \sin \theta = 13$

या $\frac{5}{13} \cos \theta + \frac{12}{13} \sin \theta = 1$

में \cos का गुणांक $\frac{5}{13}$ है।

अतः $\cos \theta = \frac{5}{13}$ होगा।

187. यदि $\tan \theta + \sec \theta = 2$, तो $\tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{2}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan \theta + \sec \theta = 2$ (i)

समी. (i) का वर्ग करने पर

$(\tan \theta + \sec \theta)^2 = 2^2$

$$\begin{aligned}\tan^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \tan \theta \sec \theta &= 4 \\ \tan^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 2 \tan \theta \sec \theta &= 4 \\ 2 \tan^2 \theta + 2 \tan \theta \sec \theta &= 4 - 1 \\ 2 \tan \theta (\tan \theta + \sec \theta) &= 3 \\ 2 \tan \theta \times 2 &= 3 \text{ [समी. (i) से]} \\ 4 \tan \theta &= 3 \\ \tan \theta &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

188. यदि $\sec \theta + \tan \theta = P, (P \neq 0)$ है, तो $\sec \theta$ किसके तुल्य है?

- (a) $\frac{1}{2} \left(P + \frac{1}{P} \right), P \neq 0$ (b) $P + \frac{1}{P}, P \neq 0$
(c) $P - \frac{1}{P}, P \neq 0$ (d) $2 \left(P - \frac{1}{P} \right), P \neq 0$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \sec \theta + \tan \theta = P \dots\dots(i)$

$$\therefore \frac{1}{P} = \frac{1}{\sec \theta + \tan \theta}$$

$$= \frac{(\sec \theta - \tan \theta)}{(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta)}$$

(अंश और हर में $\sec \theta - \tan \theta$ से गुणा करने पर)

$$= \frac{\sec \theta - \tan \theta}{(\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)}$$

$$\frac{1}{P} = \sec \theta - \tan \theta \dots\dots(ii) \quad (\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$2 \sec \theta = P + \frac{1}{P}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{2} \left(P + \frac{1}{P} \right)$$

189. किसी न्यून कोणीय त्रिभुज ABC में, यदि $\sin (B + C - A) =$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ और } \tan (C + A - B) = 1, \text{ तो } C \text{ किसके बराबर होगी?}$$

- (a) 37.5° (b) 67.5° (c) 52.5° (d) 72.5°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या— } \therefore \sin (B + C - A) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 60^\circ$$

$$\therefore B + C - A = 60^\circ \dots\dots(i)$$

$$\text{तथा } \tan (C + A - B) = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\therefore C + A - B = 45^\circ \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$B + C - A + C + A - B = 60^\circ + 45^\circ$$

$$\text{या } 2C = 105^\circ$$

$$\text{या } C = \frac{105^\circ}{2} \Rightarrow 52.5^\circ$$

190. यदि $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ और $0^\circ < \theta < 90^\circ$, तो $\tan (\theta - 15^\circ)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) $\sqrt{3}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \tan (\theta - 15^\circ) = \tan (60^\circ - 15^\circ) \\ = \tan 45^\circ \Rightarrow 1$$

191. यदि $\sec \theta + \tan \theta = 2 + \sqrt{5}$ है, तो $\sin \theta$ का मान है—
($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \sec \theta + \tan \theta = 2 + \sqrt{5} \dots\dots(i)$$

वर्ग करने पर

$$\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta = 4 + 5 + 2 \times 2 \sqrt{5}$$

$$1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta = 9 + 4 \sqrt{5}$$

$$(\because 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta)$$

$$2 \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \tan \theta = 9 + 4 \sqrt{5} - 1$$

$$2 \tan \theta (\tan \theta + \sec \theta) = 8 + 4 \sqrt{5}$$

$$2 \tan \theta (2 + \sqrt{5}) = 4 (2 + \sqrt{5})$$

[समी. (i) से $\tan \theta + \sec \theta$] का मान रखने पर]

$$2 \tan \theta = 4$$

$$\tan \theta = 2$$

[समी. (i) में $\tan \theta$ का मान रखने पर]

$$\sec \theta + 2 = 2 + \sqrt{5}$$

$$\therefore \sec \theta = 2 + \sqrt{5} - 2 \Rightarrow \sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{\tan \theta}{\sec \theta} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(\because \tan = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)$$

$$\sec = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\frac{\sin \theta \times \cos \theta}{1 \times \cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Trick—

$$\therefore \sec \theta + \tan \theta = 2 + \sqrt{5}$$

इस प्रकार के प्रश्न में यदि हम दाएं पक्ष और बाएं पक्ष की तुलना करें, तो $\sec \theta$ का मान 2 या $\sqrt{5}$ होगा तथा $\tan \theta$ का मान $\sqrt{5}$ या 2 होगा।

$$\therefore \sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sec \theta} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ या } \frac{\sqrt{5}}{2}$$

विकल्प (d) से देखने पर स्पष्ट है कि $\sin \theta$ का मान $\frac{2}{\sqrt{5}}$ होगा।

192. यदि $\sin x - \cos x = 1$ हो या यहां एक न्यूनकोण है, तो $\sin x + \cos x$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \sin x - \cos x = 1$

$$\therefore (\sin x - \cos x)^2 = 1^2$$

$$\text{या } \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1$$

$$\text{या } 1 - 2 \sin x \cos x = 1$$

$$\text{या } \sin x \cdot \cos x = 0 \dots\dots(i)$$

$$\therefore (\sin x + \cos x)^2 = (\sin x - \cos x)^2 + 4 \sin x \cos x$$

$$= 1^2 + 4 \times 0 \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\therefore \sin x + \cos x = 1$$

193. यदि $1 + \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$ है, तो $\cot \theta$ का पूर्णांकी मान

है— $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$

- (a) 3 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $1 + \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$

सभी पदों को \sin, \cos के पदों में बदलने के लिए $1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखने पर

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta = 3 \sin \theta \cos \theta$$

$\sin^2 \theta$ से दोनों पक्षों में भाग देने पर

$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + 2 \cot^2 \theta = 3 \cot \theta$$

$$\therefore 2 \cot^2 \theta - 3 \cot \theta + 1 = 0$$

$$\therefore 2 \cot^2 \theta - 2 \cot \theta - \cot \theta + 1 = 0$$

$$2 \cot \theta (\cot \theta - 1) - 1 (\cot \theta - 1) = 0$$

$$(2 \cot \theta - 1)(\cot \theta - 1) = 0$$

$$\therefore (2 \cot \theta - 1) = 0$$

$$\text{या } \cot \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{तथा } \cot \theta - 1 = 0$$

$$\text{या } \cot \theta = 1$$

194. यदि $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$ हो, तो $\sin^9 \theta + \operatorname{cosec}^9 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) 2
(c) 4 (d) 1

S.S.C. E.C.I. परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$

$$\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2 \quad (\because \operatorname{cosec} \theta = 1 / \sin \theta)$$

$$\frac{\sin^2 \theta + 1}{\sin \theta} = 2$$

$$\sin^2 \theta + 1 = 2 \sin \theta$$

$$\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$(\sin \theta - 1)^2 = 0$$

$$\sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = 1$$

$$\sin \theta = \sin 90^\circ \quad (\because 1 = \sin 90^\circ)$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

अब प्रश्न से

$$\sin^9 \theta + \operatorname{cosec}^9 \theta = \sin^9 90^\circ + \operatorname{cosec}^9 90^\circ$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

Trick—

$$\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$$

$$\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2 \quad \left(x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1 \right)$$

$$\sin \theta = 1$$

अतः

$$\sin^9 \theta + \operatorname{cosec}^9 \theta$$

$$= (1)^9 + (1)^9$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

195. यदि $\sec^2\theta + \tan^2\theta = \sqrt{3}$ हो, तो $\sec^4\theta - \tan^4\theta$ का मान कितना है ?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) 1
(c) $\sqrt{3}$ (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016(III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\sec^4\theta - \tan^4\theta = (\sec^2\theta + \tan^2\theta)(\sec^2\theta - \tan^2\theta)$
 $= (\sec^2\theta + \tan^2\theta) [\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$
 $= \sqrt{3} \quad [\text{दिया है } \sec^2\theta + \tan^2\theta = \sqrt{3}]$

196. यदि $\cos 23^\circ \sec(90^\circ - \theta) = 1$ हो, तो θ का मान क्या होगा?

- (a) 23° (b) 67° (c) 90° (d) 30°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cos 23^\circ \sec(90^\circ - \theta) = 1$
 $\cos 23^\circ \frac{1}{\cos(90^\circ - \theta)} = 1 \quad [\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}]$
 $\therefore \cos 23^\circ = \cos(90^\circ - \theta)$
 $\therefore 23^\circ = 90^\circ - \theta$
 $\therefore \theta = 90 - 23 \Rightarrow 67^\circ$

197. यदि $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 4$, तो θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) का मान बताइए?

- (a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 35°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016(III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 4$
या $\frac{\cos \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos \theta - \sin \theta \cos \theta}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} = 4$
या $\frac{2 \cos \theta}{1 - \sin^2 \theta} = 4$
या $\frac{2 \cos \theta}{\cos^2 \theta} = 4$
 $\frac{2}{\cos \theta} = 4$
या $\sec \theta = 2 \Rightarrow \sec 60^\circ$
 $\theta = 60^\circ$

198. यदि $\sec 15^\circ = \operatorname{cosec} 15^\circ$ ($0^\circ < \theta < 10^\circ$) हो, तो θ का मान क्या होगा?

- (a) 9° (b) 5° (c) 8° (d) 3°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016(II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sec 15^\circ = \operatorname{cosec} 15^\circ$
 $= \sec(90^\circ - 15^\circ) \quad [\because \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta]$
 $15^\circ = 90^\circ - 15^\circ$
या $30^\circ = 90^\circ$
 $\theta = \frac{90}{30} \Rightarrow 3^\circ$

199. $\cot 18^\circ \left(\cot 72^\circ \cos^2 22^\circ + \frac{1}{\tan 72^\circ \sec^2 68^\circ} \right)$

का संख्यात्मक मान कितना है?

- (a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) 3 (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\cot 18^\circ \left(\cot 72^\circ \cos^2 22^\circ + \frac{1}{\tan 72^\circ \sec^2 68^\circ} \right)$
 $= \cot 18^\circ \left(\cot 72^\circ \cos^2 22^\circ + \cot 72^\circ \cos^2 68^\circ \right)$
 $= \cot 18^\circ \cdot \cot 72^\circ (\cos^2 22^\circ + \cos^2 68^\circ)$
 $= \cot 18^\circ \cot(90^\circ - 18^\circ) [\cos^2(90^\circ - 68^\circ) + \cos^2 68^\circ]$
 $= \cot 18^\circ \cdot \cot(90^\circ - 18^\circ) (\sin^2 68^\circ + \cos^2 68^\circ)$
 $[\because \cos^2(90^\circ - 68^\circ) = \sin^2 68^\circ]$
 $= \cot 18^\circ \cdot \tan 18^\circ \times 1$
 $= 1 \times 1 \Rightarrow 1$

200. $\left(\frac{\cot \theta + \tan \theta}{\sec \theta} \right)$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $1 - \cos^2 \theta$ (b) $2 \sin \theta$
(c) $\operatorname{cosec} \theta$ (d) $\sec^2 \theta$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{\cot \theta + \tan \theta}{\sec \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta}}$
 $= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{1}$
 $= \frac{1}{\sin \theta} \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$

Trick—
दिया है

$\left(\frac{\cot \theta + \tan \theta}{\sec \theta} \right)$
 $= \left(\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta \sec \theta} \right) = \frac{\sec^2 \theta}{\sec \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} \Rightarrow \frac{\sec \theta \cdot \cos \theta}{\sin \theta}$
 $= \frac{1}{\sin \theta} \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta$

201. $\sin(30^\circ + x) - \cos(60^\circ - x)$ का मान क्या है ?

- (a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या— $\sin(30^\circ + x) - \cos(60^\circ - x)$
 $= \sin\{90^\circ - (60^\circ - x)\} - \cos(60^\circ - x)$
 $= \cos(60^\circ - x) - \cos(60^\circ - x)$
 $= 0 \{ \because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \}$

Trick—

$\sin(30^\circ + x) - \cos(60^\circ - x)$
 $= \sin 30^\circ \cdot \cos x + \cos 30^\circ \cdot \sin x - \{\cos 60^\circ \cdot \cos x + \sin 60^\circ \cdot \sin x\}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \because \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \text{तथा } \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \end{array} \right\}$
 $= \frac{\cos x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{\cos x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$
 $= 0$

202. $15 \cos^2 \theta + 17 \sin^2 \theta$ का न्यूनतम मान क्या है ?

- (a) 14 (b) 15
(c) 2 (d) 18

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर-(b)

व्याख्या— $15 \cos^2 \theta + 17 \sin^2 \theta$
 $= 15(1 - \sin^2 \theta) + 17 \sin^2 \theta$
 $= 15 - 15 \sin^2 \theta + 17 \sin^2 \theta$
 $= 15 + 2 \sin^2 \theta$
न्यूनतम मान के लिए
 $\sin^2 \theta = 0$
 $\therefore 15 + 2 \times 0$
 $= 15$

अतः विकल्प (b) सही उत्तर है।

Trick—

$\therefore f(\theta) = a \cos^2 \theta + b \sin^2 \theta$
(i) यदि $a < b$ तब
 $f(\theta)$ का न्यूनतम मान $= a$
 \therefore इस प्रश्न में $a = 15$

203. $\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ + \cot^2 30^\circ$ का मान है—

- (a) 4 (b) $\frac{3}{4}$
(c) 3 (d) $\frac{5}{4}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर-(a)

व्याख्या— $\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ + \cot^2 30^\circ$

$= \sin^2(90^\circ - 68^\circ) + \sin^2 68^\circ + \cot^2 30^\circ$
 $= \cos^2 68^\circ + \sin^2 68^\circ + \cot^2 30^\circ$
 $[\because \sin(90^\circ - \theta) = (\cos \theta)]$
 $= 1 + (\sqrt{3})^2$
 $(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ तथा } \cot 30^\circ = \sqrt{3})$
 $= 1 + 3 \Rightarrow 4$

204. $\sin^2 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 55^\circ$ का मान है -

- (a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 12, 14

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर-(a)

व्याख्या— $\sin^2 65^\circ + \sin^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 55^\circ$
 $= \sin^2 65^\circ + \sin^2(90^\circ - 65^\circ) + \cos^2 35^\circ + \cos^2(90^\circ - 35^\circ)$
 $= \sin^2 65^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ$
 $\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \text{ तथा } \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
 $= 1 + 1 (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$
 $= 2$

205. यदि $2 \frac{\tan 53^\circ}{\cot 37^\circ} - \frac{\cot 80^\circ}{\tan 10^\circ}$ का मान बताएं ?

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर-(c)

व्याख्या— $2 \frac{\tan 53^\circ}{\cot 37^\circ} - \frac{\cot 80^\circ}{\tan 10^\circ}$
 $= 2 \frac{\tan(90^\circ - 37^\circ)}{\cot 37^\circ} - \frac{\cot(90^\circ - 10^\circ)}{\tan 10^\circ}$
 $= 2 \frac{\cot 37^\circ}{\cot 37^\circ} - \frac{\tan 10^\circ}{\tan 10^\circ} [\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$
 $= 2 - 1 \Rightarrow 1$

206. $\left(\sin^2 7\frac{1^\circ}{2} + \sin^2 82\frac{1^\circ}{2} + \tan^2 2^\circ \cdot \tan^2 88^\circ \right)$ का मान है -

- (a) 0 (b) 4 (c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर-(d)

व्याख्या— $\sin^2 7\frac{1^\circ}{2} + \sin^2 82\frac{1^\circ}{2} + \tan^2 2^\circ \cdot \tan^2 88^\circ$
 $= \sin^2 7\frac{1^\circ}{2} + \sin^2(90^\circ - 7\frac{1^\circ}{2}) + \tan^2(90^\circ - 88^\circ) \cdot \tan^2 88^\circ$
 $= \sin^2 7\frac{1^\circ}{2} + \cos^2 7\frac{1^\circ}{2} + \cot^2 88^\circ \cdot \tan^2 88^\circ$
 $\left(\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta \right)$
 $\left(\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \right)$
 $= 1 + 1 (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ तथा } \tan \theta \cdot \cot \theta = 1)$
 $= 2$

207. $1 + \frac{\sin^2 27^\circ}{\sin^2 63^\circ} - \frac{\cos^2 63^\circ}{\cos^2 27^\circ}$ का मान है-

- (a) $3/2$ (b) $1/2$ (c) 1 (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(c)

व्याख्या— $1 + \frac{\sin^2 27^\circ}{\sin^2 63^\circ} - \frac{\cos^2 63^\circ}{\cos^2 27^\circ}$
 $= 1 + \frac{\sin^2 27^\circ}{\sin^2 (90^\circ - 27^\circ)} - \frac{\cos^2 (90^\circ - 27^\circ)}{\cos^2 27^\circ}$
 $= 1 + \frac{\sin^2 27^\circ}{\cos^2 27^\circ} - \frac{\sin^2 27^\circ}{\cos^2 27^\circ}$
 $[\because \sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta \text{ तथा } \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta]$
 $= 1 + \tan^2 27^\circ - \tan^2 27^\circ \Rightarrow 1$

208. $(\cos^4 A - \sin^4 A)$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) 0 (b) $2 \cos^2 A$
(c) $\cos 2A$ (d) 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (II-पार्टी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos^4 A - \sin^4 A = (\cos^2 A - \sin^2 A)(\cos^2 A + \sin^2 A)$
 $= \cos 2A$
 $\left\{ \because \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \right\}$
 $\left\{ \text{और } \cos^2 A + \sin^2 A = 1 \right\}$

209. $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta \tan^2 \theta$ का सरलीकृत मान क्या है?

- (a) $\operatorname{cosec}^2 \theta$ (b) $\sec^2 \theta$
(c) $\cot^2 \theta$ (d) $\sec \theta \tan \theta$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पार्टी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta \cdot \tan^2 \theta = \sec^2 \theta (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)$
 $= \sec^2 \theta$

210. निम्नलिखित का मान है—

$$\left(\frac{\sin 47^\circ}{\cos 43^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 43^\circ}{\sin 47^\circ} \right)^2 - 4 \cos^2 45^\circ$$

- (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
(c) 0 (d) -1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\left(\frac{\sin 47^\circ}{\cos 43^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 43^\circ}{\sin 47^\circ} \right)^2 - 4 \cos^2 45^\circ$
 $\left(\frac{\sin (90^\circ - 43^\circ)}{\cos 43^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 43^\circ}{\sin (90^\circ - 43^\circ)} \right)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$
 $\left(\frac{\cos 43^\circ}{\cos 43^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 43^\circ}{\cos 43^\circ} \right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \quad \left(\because \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
 $= 1^2 + 1^2 - 2$
 $= 1 + 1 - 2$
 $= 2 - 2 \Rightarrow 0$

211. $\frac{12 \sin^2 61^\circ + 8 + 12 \sin^2 29^\circ}{9 \cos^2 13^\circ + 1 + 9 \cos^2 77^\circ}$ का मान बताएं।

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{12 \sin^2 61^\circ + 8 + 12 \sin^2 29^\circ}{9 \cos^2 13^\circ + 1 + 9 \cos^2 77^\circ}$
 $= \frac{12 \sin^2 61^\circ + 8 + 12 \sin^2 (90^\circ - 61^\circ)}{9 \cos^2 (90^\circ - 77^\circ) + 1 + 9 \cos^2 77^\circ}$
 $[\sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta \text{ और } \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta]$
 $= \frac{12 \sin^2 61^\circ + 12 \cos^2 61^\circ + 8}{9 \sin^2 77^\circ + 9 \cos^2 77^\circ + 1}$
 $= \frac{12 (\sin^2 61^\circ + \cos^2 61^\circ) + 8}{9 (\sin^2 77^\circ + \cos^2 77^\circ) + 1}$
 $= \frac{12 + 8}{9 + 1} \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$
 $= \frac{20}{10} \Rightarrow 2$

212. $\frac{\cos^2 45^\circ}{\sin^2 60^\circ} + \frac{\cos^2 60^\circ}{\sin^2 45^\circ} - \frac{\tan^2 30^\circ}{\cot^2 45^\circ} - \frac{\sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ}$ का संख्यात्मक मान है—

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $1 \frac{1}{4}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{\cos^2 45^\circ}{\sin^2 60^\circ} + \frac{\cos^2 60^\circ}{\sin^2 45^\circ} - \frac{\tan^2 30^\circ}{\cot^2 45^\circ} - \frac{\sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ}$
 $= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} + \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2} - \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2}{(1)^2} - \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^2}{(\sqrt{3})^2}$
 $= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$
 $= \frac{4}{6} + \frac{2}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$
 $= \frac{8 + 6 - 4 - 1}{12} \Rightarrow \frac{14 - 5}{12}$
 $= \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{3}{4}$

213. निम्नलिखित पदसंहति का मान क्या है?

$$\frac{1+2\sin 60^\circ \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ + \cos 60^\circ} + \frac{1-2\sin 60^\circ \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ - \cos 60^\circ}$$

- (a) 0 (b) 2
(c) $\sqrt{3}$ (d) $2\sqrt{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} \frac{1+2\sin 60^\circ \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ + \cos 60^\circ} + \frac{1-2\sin 60^\circ \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ - \cos 60^\circ}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ तथा } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ रखने पर}$$

$$= \frac{1+2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} + \frac{1-2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}} + \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-1) + (2-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$= \frac{3-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2+2\sqrt{3}+2-3-\sqrt{3}}{(3-1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{3}$$

214. यदि $\frac{\sec^2 70^\circ - \cot^2 20^\circ}{2(\operatorname{cosec}^2 59^\circ - \tan^2 31^\circ)} = \frac{2}{m}$, तो m किसके बराबर होगा?

- (a) 4 (b) 2
(c) 1 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या—} \frac{\sec^2 70^\circ - \cot^2 20^\circ}{2(\operatorname{cosec}^2 59^\circ - \tan^2 31^\circ)} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{\sec^2(90^\circ - 20^\circ) - \cot^2 20^\circ}{2[\operatorname{cosec}^2(90^\circ - 31^\circ) - \tan^2 31^\circ]} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 20^\circ - \cot^2 20^\circ}{2(\sec^2 31^\circ - \tan^2 31^\circ)} = \frac{2}{m} \left(\begin{array}{l} \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta \\ \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta \end{array} \right)$$

$$\frac{1+\cot^2 20^\circ - \cot^2 20^\circ}{2(1+\tan^2 31^\circ - \tan^2 31^\circ)} = \frac{2}{m} \left(\begin{array}{l} \because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \\ \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{m}$$

$$m = 2 \times 2 \Rightarrow 4$$

215. निम्नलिखित का मान बताएं—

$$\frac{\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ}{\tan^2 70^\circ - \operatorname{cosec}^2 20^\circ}$$

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या—} \frac{\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ}{\tan^2 70^\circ - \operatorname{cosec}^2 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 25^\circ \cos(90^\circ - 25^\circ) + \cos 25^\circ \sin(90^\circ - 25^\circ)}{\tan^2 70^\circ - \operatorname{cosec}^2(90^\circ - 70^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 25^\circ \sin 25^\circ + \cos 25^\circ \cos 25^\circ}{\tan^2 70^\circ - \sec^2 70^\circ}$$

$$= \frac{\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ}{\tan^2 70^\circ - (1 + \tan^2 70^\circ)}$$

$$= \frac{1}{\tan^2 70^\circ - 1 - \tan^2 70^\circ}$$

$$= \frac{1}{-1} \Rightarrow -1$$

216. $\operatorname{cosec}^2 32^\circ - \tan^2 58^\circ$ का मान बताइए।

- (a) 0 (b) 2 (c) -1 (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} \operatorname{cosec}^2 32^\circ - \tan^2 58^\circ &= 1 + \cot^2 32^\circ - \tan^2 58^\circ \\ &= 1 + \cot^2 32^\circ - \tan^2(90^\circ - 32^\circ) \\ &= 1 + \cot^2 32^\circ - \cot^2 32^\circ \quad (\because \tan^2 90^\circ - \theta = \cot^2 \theta) \\ &= 1 \end{aligned}$$

217. $(\cos 53^\circ - \sin 37^\circ)$ का मान क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) $2 \sin 37^\circ$ (d) $2 \cos 53^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाठी)

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} \cos 53^\circ - \sin 37^\circ &= \cos(90^\circ - 37^\circ) - \sin 37^\circ \\ &= \sin 37^\circ - \sin 37^\circ \quad [\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta] \\ &= 0 \end{aligned}$$

218. $2\operatorname{cosec}^2 23^\circ \cot^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ$ किसके बराबर है?

- (a) 1 (b) $\sec^2 23^\circ$
(c) $\tan^2 23^\circ$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

$$\text{व्याख्या—}$$

$$2\operatorname{cosec}^2 23^\circ \cot^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ$$

$$= \frac{2}{\sin^2 23^\circ} \cdot \frac{\cos^2 67^\circ}{\sin^2 67^\circ} - \sin^2(90^\circ - 67^\circ) - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\because \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}, \cot^2 \theta = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) \\
 &= \frac{2}{\sin^2 (90^\circ - 67^\circ)} \cdot \frac{\cos^2 67^\circ}{\sin^2 67^\circ} - \sin^2 (90^\circ - 67^\circ) - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ \\
 &= \frac{2}{\cos^2 67^\circ} \cdot \frac{\cos^2 67^\circ}{\sin^2 67^\circ} - \cos^2 67^\circ - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ \\
 &= 2 \operatorname{cosec}^2 67^\circ - (\cos^2 67^\circ + \sin^2 67^\circ) - \cot^2 67^\circ \\
 &= 2 \operatorname{cosec}^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ - 1 \\
 & \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1) \\
 &= 2 \operatorname{cosec}^2 67^\circ - (\operatorname{cosec}^2 67^\circ - 1) - 1 \\
 & \quad (\because \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1) \\
 &= 2 \operatorname{cosec}^2 67^\circ - \operatorname{cosec}^2 67^\circ + 1 - 1 \\
 &= \operatorname{cosec}^2 67^\circ \\
 &= \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - 23^\circ) \\
 &= \sec^2 23^\circ \quad (\because \operatorname{cosec}^2 (90^\circ - \theta) = \sec^2 \theta)
 \end{aligned}$$

219. $(\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ)$ का मान है ?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (II-पाती)
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)
उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}
 \text{व्याख्या—} \quad \cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ &= \cos^2 (90^\circ - 70^\circ) + \cos^2 70^\circ \\
 &= \sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ \quad [\because \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta] \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

220. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ है, तो $(\cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta - 1)$ का मान क्या है ?
(a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2012, 2014
उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}
 \text{व्याख्या—} \quad \sin^2 \theta + \sin \theta &= 1 \Rightarrow 1 - \cos^2 \theta + \sin \theta = 1 \\
 &\Rightarrow \sin \theta = \cos^2 \theta \quad \dots\dots(i) \\
 \cos^{12} \theta + \cos^6 \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta - 1 \\
 &= \cos^6 \theta \{(\cos^2 \theta)^3 + 1^3 + 3 \cos^2 \theta (\cos^2 \theta + 1)\} - 1 \\
 &= \cos^6 \theta \{(\cos^2 \theta + 1)^3\} - 1 \\
 &= \sin^3 \theta (\sin \theta + 1)^3 - 1 \\
 &= (\sin^2 \theta + \sin \theta)^3 - 1 = 1^3 - 1 = 1 - 1 \Rightarrow 0
 \end{aligned}$$

Trick—

$$\begin{aligned}
 \sin \theta + \sin^2 \theta &= 1 \Rightarrow \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta \\
 \Rightarrow \sin \theta &= \cos^2 \theta \Rightarrow \sin^2 \theta = \cos^4 \theta \Rightarrow 1 - \cos^2 \theta = \cos^4 \theta \\
 \therefore \cos^2 \theta (\cos^2 \theta + 1) &= 1 \\
 \text{दोनों पक्षों का घन करने पर} \\
 \cos^6 \theta \{ \cos^6 \theta + 1 + 3 \cos^4 \theta + 3 \cos^2 \theta \} &= 1 \\
 \cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta &= 1 \\
 \cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta - 1 &= 0
 \end{aligned}$$

221. यदि $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ हो, तो

$\tan 15^\circ \cot 75^\circ + \tan 75^\circ \cot 15^\circ$ का मान क्या होगा ?

- (a) 14 (b) 12 (c) 10 (d) 8

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011
उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है

$$\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3} \quad \therefore \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

$$\tan 15^\circ \cot 75^\circ + \tan 75^\circ \cot 15^\circ$$

$$(2 - \sqrt{3}) \times \frac{1}{\tan 75^\circ} + (2 + \sqrt{3}) \times \frac{1}{\tan 15^\circ}$$

$$(2 - \sqrt{3}) \times \frac{1}{(2 + \sqrt{3})} + (2 + \sqrt{3}) \times \frac{1}{(2 - \sqrt{3})}$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{(2 - \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^2}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3} + 4 + 3 + 4\sqrt{3}}{4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3}$$

$$= \frac{14}{1} \Rightarrow 14$$

222. यदि θ धन न्यूनकोण है और $\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{3}$ है, तो $\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta$ का मान है—

- (a) $\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})}{3}$
(c) $\frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{3})}{3}$ (d) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014
उत्तर—(*)

$$\text{व्याख्या—} \because \operatorname{cosec} \theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}^2 \theta = 3$$

$$\therefore 1 + \cot^2 \theta = 3$$

$$\cot^2 \theta = 3 - 1 \Rightarrow 2$$

$$\cot \theta = \sqrt{2}$$

$$\therefore \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta = \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

* यदि $\cot \theta - \sin \theta$ का मान ज्ञात करें तो उत्तर (a) होगा।

$$\text{अब, } \cot \theta - \sin \theta = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{3}$$

अतः विकल्प (a) सही होगा

223. यदि α एक न्यून कोण है और $2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$, तो $\cot \alpha$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$$

$$2 \sin \alpha + 15(1 - \sin^2 \alpha) = 7$$

$$2 \sin \alpha + 15 - 15 \sin^2 \alpha = 7$$

$$2 \sin \alpha - 15 \sin^2 \alpha = 7 - 15$$

$$2 \sin \alpha - 15 \sin^2 \alpha = -8$$

$$\therefore 15 \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha - 8 = 0$$

गुणनखंड करने पर

$$15 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 10 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$3 \sin \alpha (5 \sin \alpha - 4) + 2(5 \sin \alpha - 4) = 0$$

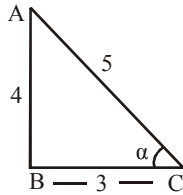
$$(3 \sin \alpha + 2)(5 \sin \alpha - 4) = 0$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

\therefore चित्र से

$$\cot \alpha = \frac{3}{4}$$

प्रश्न में



224. यदि $4 \sin^2 \theta - 1 = 0$ और कोण $\theta 90^\circ$ से कम है, तो $\cos^2 \theta + \tan^2 \theta$ का मान क्या होगा? (माना $0^\circ < \theta < 90^\circ$)

- (a) $\frac{12}{11}$ (b) $\frac{13}{12}$
(c) $\frac{17}{15}$ (d) $\frac{11}{9}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $4 \sin^2 \theta - 1 = 0$
 $4 \sin^2 \theta = 1$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\therefore \cos^2 \theta + \tan^2 \theta = \cos^2 30^\circ + \tan^2 30^\circ$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\left(\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ तथा } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9+4}{12} \Rightarrow \frac{13}{12}$$

Trick—

$$4 \sin^2 \theta - 1 = 0$$

$$\therefore \sin^2 \theta = \frac{1}{4}$$

प्रश्न से

$$\cos^2 \theta + \tan^2 \theta = \cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= 1 - \sin^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= 1 - \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} \quad \left(\because \sin^2 \theta = \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{4-1}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4-1}{4}}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9+4}{12} \Rightarrow \frac{13}{12}$$

225. यदि A न्यून कोण है और $\cot A + \operatorname{cosec} A = 3$, तो $\sin A$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) 0 (d) 1

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cot A + \operatorname{cosec} A = 3$ (i)

वर्ग करने पर

$$(\cot A + \operatorname{cosec} A)^2 = 3^2$$

$$\cot^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2 \cot A \cdot \operatorname{cosec} A = 9$$

$$\cot^2 A + 1 + \cot^2 A + 2 \cot A \operatorname{cosec} A = 9$$

$$2 \cot^2 A + 2 \cot A \operatorname{cosec} A = 9 - 1$$

$$2 \cot A (\cot A + \operatorname{cosec} A) = 8$$

$$2 \cot A \times 3 = 8$$

$$\cot A = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{4}{3}$$

$$\therefore \cot^2 A = \frac{16}{9}$$

$$1 + \cot^2 A = 1 + \frac{16}{9}$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = \frac{9+16}{9} \quad \left(\because 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A \right)$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = \frac{25}{9}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5} \quad \left(\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \right)$$

226. यदि θ घनात्मक न्यून कोण है और $7\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = 4$, तो θ मान क्या है?

- (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 90°

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore 7\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = 4$

या $4\cos^2\theta + 3\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = 4$

या $4\cos^2\theta + 3(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 4$

या $4\cos^2\theta + 3 = 4$ ($\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$)

या $4\cos^2\theta = 4 - 3$ या $\cos^2\theta = \frac{1}{4}$ या $\cos\theta = \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}$

\therefore जब $\cos\theta = \frac{1}{2}$ या $\cos\theta = \cos 60^\circ$ या $\theta = 60^\circ$

जब $\cos\theta = \frac{-1}{2}$ या $\cos\theta = \cos 120^\circ$ या $\theta = 120^\circ$

अतः $\theta = 60^\circ$ होगा ($\therefore \theta$ घनात्मक न्यूनकोण अर्थात् 90° से छोटा लेना है)।

227. यदि θ एक न्यून कोण है और $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$ है, तो θ का मान है—

- (a) 30° (b) 15° (c) 45° (d) 60°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = 2$

$\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} - 2 = 0$

$\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} - 2\tan\theta \times \frac{1}{\tan\theta} = 0$

$\left(\tan\theta - \frac{1}{\tan\theta}\right)^2 = 0$

$\tan\theta - \frac{1}{\tan\theta} = 0$

$\therefore \frac{\tan^2\theta - 1}{\tan\theta} = 0$

$\therefore \tan^2\theta - 1 = 0$

$\tan\theta = 1$

($\therefore \theta$ न्यूनकोण है—

$\therefore 1$ का ऋणात्मक मान छोड़ देंगे)

$\tan\theta = \tan 45^\circ$
 $\theta = 45^\circ$

228. यदि $\operatorname{cosec}\theta + \sin\theta = \frac{5}{2}$ है, तब $\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta$ का मान ज्ञात कीजिए?

- (a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$
(c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$\therefore (\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)^2 = (\operatorname{cosec}\theta + \sin\theta)^2 - 4\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$

$= (\operatorname{cosec}\theta + \sin\theta)^2 - 4\sin\theta \cdot \frac{1}{\sin\theta}$

$= (\operatorname{cosec}\theta + \sin\theta)^2 - 4$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 \left[\text{दिया है } \operatorname{cosec}\theta + \sin\theta = \frac{5}{2} \right]$

$\therefore (\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)^2 = \frac{25}{4} - 4$

$= \frac{25 - 16}{4} \Rightarrow \frac{9}{4}$

$\therefore (\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta) = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \frac{3}{2}$

229. यदि $\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta = 2$ हो, तो $\sin^{-7}\theta + \operatorname{cosec}^7\theta$ का मान क्या है?

- (a) 2^7 (b) 2^{-7}
(c) 2 (d) 2^{-1}

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \sin\theta + \operatorname{cosec}\theta = 2$

$\therefore \sin\theta + \frac{1}{\sin\theta} = 2$

या $\sin^2\theta + 1 = 2\sin\theta$

या $\sin^2\theta + 1 - 2\sin\theta = 0$

या $(\sin\theta - 1)^2 = 0$

या $\sin\theta = 1 = \sin 90^\circ$

$\therefore \theta = 90^\circ$

$\sin^{-7}\theta + \operatorname{cosec}^7\theta = \frac{1}{\sin^7\theta} + \operatorname{cosec}^7\theta$
 $= \frac{1}{\sin^7 90^\circ} + \operatorname{cosec}^7 90^\circ$
 $= \frac{1}{1^7} + 1^7 = 1 + 1 \Rightarrow 2$

230. यदि θ के किसी भी मान के लिए

$A = \sin^2\theta + \cos^4\theta$ हो, तो A का मान कितना होगा?

- (a) $1 \leq A \leq 2$ (b) $\frac{3}{4} \leq A \leq 1$
(c) $\frac{13}{16} \leq A \leq 1$ (d) $\frac{3}{4} \leq A \leq \frac{13}{16}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है

$A = \sin^2\theta + \cos^4\theta$

$\therefore A = \sin^2\theta + (1 - \sin^2\theta)^2$

$$A = \sin^2 \theta + 1 + \sin^4 \theta - 2\sin^2 \theta$$

$$A = 1 - \sin^2 \theta + \sin^4 \theta$$
या $A - 1 = -\sin^2 \theta + \sin^4 \theta$
या $1 - A = \sin^2 \theta - \sin^4 \theta$

$$1 - A = \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)$$

$$(\because 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta)$$

$$1 - A = \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$1 - A = (\sin \theta \cdot \cos \theta)^2$$

$$1 - A = \left(\frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{2} \right)^2$$

$$1 - A = \frac{1}{4} (\sin 2\theta)^2$$
या $4(1 - A) = (\sin 2\theta)^2$

$$0 \leq 4(1 - A) \leq 1$$

$$0 \leq (1 - A) \leq \frac{1}{4}$$
अतः $1 - A \geq 0 \quad \therefore A \leq 1$
तथा $1 - A \leq \frac{1}{4} \quad \therefore \frac{3}{4} \leq A$
अतः $\frac{3}{4} \leq A \leq 1$

231. यदि $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$ (θ धन न्यूनकोण है), तो $\cot \theta$ किसके बराबर है ?

- (a) $-\sqrt{3}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) 1 (d) $\sqrt{3}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \quad (\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta)$$

$$(1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta) = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} = 2\sin^2 \theta$$

$$2\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = \sin 30^\circ \quad (\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2})$$

$$\theta = 30^\circ$$

प्रश्नानुसार

$$\cot \theta = \cot 30^\circ \Rightarrow \sqrt{3} \quad (\because \cot 30^\circ = \sqrt{3})$$

232. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$, तो θ का मान क्या है ?

- (a) 75° (b) 30° (c) 45° (d) 60°

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\tan \theta + \cot \theta = 2$

$$\therefore \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2$$

$$\tan^2 \theta - 2 \tan \theta + 1 = 0$$

$$(\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

233. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$, तो $\cot \theta$ का मान क्या है ?

- (a) $\sqrt{2} + 1$ (b) $\sqrt{2} - 1$ (c) $\sqrt{3} - 1$ (d) $\sqrt{3} + 1$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

$$\sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta - \cos \theta$$

$$\sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 1}{(2 - 1)} = \sqrt{2} + 1$$

234. यदि θ एक न्यून कोण है और $\tan \theta + \cot \theta = 2$, तो $\tan^5 \theta + \cot^5 \theta$ का मान क्या है ?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\tan \theta + \cot \theta = 2$

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2 \quad \dots\dots\dots(i)$$

समी. (i) का वर्ग करने पर

$$\tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} + 2 \tan \theta \times \frac{1}{\tan \theta} = 4$$

$$\tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} + 2 = 4$$

$$\tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} = 2 \quad \dots\dots\dots (ii)$$

पुनः समी. (i) का घन करने पर

$$\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta} + 3 \tan \theta \times \frac{1}{\tan \theta} \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right) = 8$$

$$\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta} + 3 \times 2 = 8$$

$$\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta} = 2 \quad \dots\dots\dots (iii)$$

समी. (ii) और समी. (iii) का गुणा करने पर

$$\tan^5 \theta + \frac{1}{\tan \theta} + \tan \theta + \frac{1}{\tan^5 \theta} = 2 \times 2$$

$$\tan^5 \theta + \frac{1}{\tan^5 \theta} = 4 - 2 \Rightarrow 2$$

$$(\because \text{समी. (i) से } \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2)$$

Trick—

$$\tan \theta + \cot \theta = 2$$

$\therefore \theta$ न्यूनकोण है।

$$\therefore \text{माना } \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \tan 45^\circ + \cot 45^\circ = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 = 2$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

$$\therefore \tan^5 \theta + \cot^5 \theta = (\tan 45^\circ)^5 + (\cot 45^\circ)^5$$

$$= 1^5 + 1^5$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

235. $\frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ$

$-3(\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ)$ का मान क्या होगा ?

- (a) 2 (b) -1 (c) 1 (d) 0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ$
 $-3(\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ)$

$$= \frac{\sin 39^\circ}{\cos(90^\circ - 39^\circ)} + 2 \tan(90^\circ - 79^\circ) \tan(90^\circ - 59^\circ) \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3[\sin^2(90^\circ - 69^\circ) + \sin^2 69^\circ]$$

$$= \frac{\sin 39^\circ}{\sin 39^\circ} + 2 \cot 79^\circ \cot 59^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3[\cos^2 69^\circ + \sin^2 69^\circ]$$

$$= \frac{\sin 39^\circ}{\sin 39^\circ} + 2 \times \frac{1}{\tan 79^\circ} \times \frac{1}{\tan 59^\circ} \times 1 \times \tan 59^\circ$$

$$= 1 + 2 \times 1 - 3 \times 1$$

$$= 3 - 3 \Rightarrow 0$$

236. $(\cos^2 0^\circ + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 90^\circ - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$
 का मान है—

- (a) 3/2 (b) 5/4
 (c) 7/4 (d) 3/4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $(\cos^2 0^\circ + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 90^\circ - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$

$$= \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{7}{4}$$

237. निम्नलिखित का मान है—

$$\frac{(\tan 20^\circ)^2}{(\operatorname{cosec} 70^\circ)^2} + \frac{(\cot 20^\circ)^2}{(\sec 70^\circ)^2} + 2 \tan 15^\circ \tan 45^\circ \tan 75^\circ$$

- (a) 2 (b) 4
 (c) 3 (d) 1

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\frac{(\tan 20^\circ)^2}{(\operatorname{cosec} 70^\circ)^2} + \frac{(\cot 20^\circ)^2}{(\sec 70^\circ)^2} + 2 \tan 15^\circ \tan 45^\circ \tan 75^\circ$$

$$= \frac{(\tan 20^\circ)^2}{[\operatorname{cosec}(90^\circ - 20^\circ)]^2} + \frac{(\cot 20^\circ)^2}{[\sec(90^\circ - 20^\circ)]^2} + 2 \tan 15^\circ \tan 45^\circ \tan(90^\circ - 15^\circ)$$

$$= \frac{(\tan 20^\circ)^2}{(\sec 20^\circ)^2} + \frac{(\cot 20^\circ)^2}{(\operatorname{cosec} 20^\circ)^2} + 2 \tan 15^\circ \tan 45^\circ \cot 15^\circ$$

$$= \left(\frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \right)^2 + 2 \left(\because \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta \right)$$

$$= \left(\frac{1}{\cos 20^\circ} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sin 20^\circ} \right)^2 + 2 \left(\begin{array}{l} \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta \\ \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta \end{array} \right)$$

(पहले दो पदों को $\sin \times \cos$ में तोड़ा गया है तथा तीसरे पद में $\tan \theta \cot \theta = 1$ तथा $\tan 45^\circ = 1$)

$$= \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ + 2$$

$$= 1 + 2 \Rightarrow 3 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

238. $\frac{\sin 47^\circ}{\cos 43^\circ} + \frac{\sin 21^\circ}{\cos 69^\circ} + \frac{\cos 13^\circ}{\sin 77^\circ}$ का मान है—

- (a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{\sin 47^\circ}{\cos 43^\circ} + \frac{\sin 21^\circ}{\cos 69^\circ} + \frac{\cos 13^\circ}{\sin 77^\circ}$

$$= \frac{\sin(90^\circ - 43^\circ)}{\cos 43^\circ} + \frac{\sin(90^\circ - 69^\circ)}{\cos 69^\circ} + \frac{\cos 13^\circ}{\sin(90^\circ - 13^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 43^\circ}{\cos 43^\circ} + \frac{\cos 69^\circ}{\cos 69^\circ} + \frac{\cos 13^\circ}{\cos 13^\circ}$$

$$= 1 + 1 + 1 \Rightarrow 3 \quad (\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta)$$

239. $\sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ + 5 \tan^2 30^\circ + \frac{3}{2} \sin^2 90^\circ - 3 \cos^2 90^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $3\frac{7}{24}$ (b) $3\frac{3}{24}$
(c) $3\frac{1}{24}$ (d) $3\frac{5}{24}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ + 5 \tan^2 30^\circ + \frac{3}{2} \sin^2 90^\circ - 3 \cos^2 90^\circ$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 5 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{3}{2} \times (1)^2 - 3 \times (0)^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3+40+36}{24}$$

$$= \frac{79}{24} \Rightarrow 3\frac{7}{24}$$

240. यदि $\frac{\cos^2 \theta}{\cot^2 \theta - \cos^2 \theta} = 3$ तथा $0^\circ < \theta < 90^\circ$ हो, तो θ का मान कितना होगा ?

- (a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) उक्त में कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\frac{\cos^2 \theta}{\cot^2 \theta - \cos^2 \theta} = 3$

या $\frac{\cos^2 \theta}{\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \cos^2 \theta} = 3$

या $\frac{\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)} = 3$

या $\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 3$

या $\tan^2 \theta = 3$

या $\tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

241. यदि $\tan \theta = \frac{5}{9}$ हो, तो $\frac{5 \sin \theta + 9 \cos \theta}{5 \sin \theta - 9 \cos \theta}$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{17}{12}$ (b) $-\frac{53}{28}$
(c) $-\frac{27}{25}$ (d) $\frac{31}{23}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पाली)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\frac{5 \sin \theta + 9 \cos \theta}{5 \sin \theta - 9 \cos \theta} = \frac{5 \tan \theta + 9}{5 \tan \theta - 9}$

(अंश तथा हर में $\cos \theta$ से भाग देने पर)

$$= \frac{5 \times \frac{5}{9} + 9}{5 \times \frac{5}{9} - 9} \quad \left\{ \because \tan \theta = \frac{5}{9} \right\}$$

$$= \frac{25 + 81}{25 - 81} = \frac{106}{-56} \Rightarrow -\frac{53}{28}$$

अतः विकल्प (b) सही उत्तर है।

Trick—

$$\tan \theta = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{5 \sin \theta}{9 \cos \theta} = \frac{5 \times 5}{9 \times 9}$$

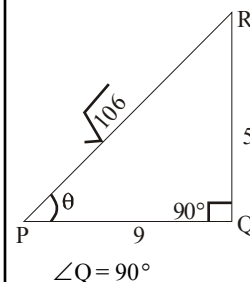
योगानुपात नियम से

$$\frac{5 \sin \theta + 9 \cos \theta}{5 \sin \theta - 9 \cos \theta} = \frac{25 + 81}{25 - 81}$$

$$= \frac{106}{-56} \Rightarrow -\frac{53}{28}$$

Trick—

माना समकोण ΔPQR में,



$$\therefore \frac{5\sin\theta + 9\cos\theta}{5\sin\theta - 9\cos\theta} = \frac{5 \times \frac{5}{\sqrt{106}} + 9 \times \frac{9}{\sqrt{106}}}{5 \times \frac{5}{\sqrt{106}} - 9 \times \frac{9}{\sqrt{106}}}$$

(त्रिकोणमिति अनुपात से)

$$= \frac{25+81}{25-81} = \frac{\sqrt{106}}{\sqrt{106}} \times \frac{\sqrt{106}}{-56} \Rightarrow -\frac{53}{28}$$

242. यदि $\tan \alpha = 2$, तो $\frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$ का मान क्या है ?

- (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{\sqrt{5}}{9}$
(c) $\frac{10}{9}$ (d) $\frac{5\sqrt{5}}{9}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \tan \alpha = 2$

या $\tan^2 \alpha = 4$

या $1 + \tan^2 \alpha = 4 + 1 \Rightarrow 5$

या $\sec^2 \alpha = 5$ [$\therefore 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$]

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\text{और } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}$$

$$\text{या } \sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{5}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{8}{5\sqrt{5}} + \frac{1}{5\sqrt{5}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{5\sqrt{5}}{9} \Rightarrow \frac{10}{9}$$

Trick—

माना समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle BAC = \alpha$

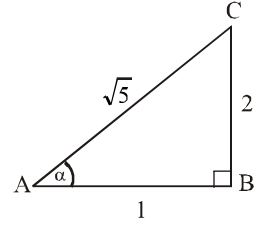
\therefore दिया है $\tan \alpha = 2$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ एवं } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (चित्र से)}$$

$$\therefore \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^3}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{8}{5\sqrt{5}} + \frac{1}{5\sqrt{5}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{5\sqrt{5}}{9} \Rightarrow \frac{10}{9}$$



243. यदि $A = \tan 11^\circ \tan 29^\circ$, $B = 2 \cot 61^\circ \cot 79^\circ$ हो, तो निम्न में कौन सही है ?

- (a) $A = 2B$ (b) $A = -2B$
(c) $2A = B$ (d) $2A = -B$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $A = \tan 11^\circ \cdot \tan 29^\circ$ (i)

$$B = 2 \cot 61^\circ \cdot \cot 79^\circ$$

$$B = 2 \cot (90^\circ - 29^\circ) \cot (90^\circ - 11^\circ)$$

$$B = 2 \cdot \tan 29^\circ \cdot \tan 11^\circ$$

$$B = 2 \cdot A$$

$$\text{या } 2A = B$$

244. $\frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)}$ का मान है—

- (a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

$$\text{व्याख्या— } \frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= \frac{1}{\sec^2 \theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta}$$

$$= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \Rightarrow 1$$

Trick—

$\frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)}$, व्यंजक का मान ज्ञात करना है, θ के मानों में से कोई एक मान लेंगे जिसके लिए व्यंजक अपरिभाषित न हो। अतः $\theta = 45^\circ$ मानने पर

$$\frac{1}{(1 + \tan^2 45^\circ)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 45^\circ)}$$

$$= \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

245. यदि $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2$ हो, तो $\tan^3 \alpha + \sin^5 \beta$ का मान कितना होगा ?

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2$

तभी संभव है जब $\cos^2 \alpha = 1$ एवं $\cos^2 \beta = 1$

अतः $\cos \alpha = 1 = \cos 0^\circ$

$\cos \beta = 1 = \cos 0^\circ$

अतः $\alpha = 0$ एवं $\beta = 0$

अतः $\tan^3 \alpha + \sin^5 \beta = (\tan \alpha)^3 + (\sin \beta)^5$
 $= (\tan 0^\circ)^3 + (\sin 0^\circ)^5$
 $= (0)^3 + (0)^5$
 $= 0$

246. यदि $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{13}{12}$, तो $\sec^4 \theta - \tan^4 \theta$ क्या होगा?

- (a) $\frac{12}{13}$ (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{13}{12}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore \sec^4 \theta - \tan^4 \theta = (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)$
 $= (\sec^2 \theta + \tan^2 \theta) (\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1)$
 $= 1 \times (\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)$
 $= \frac{13}{12}$

247. यदि $\cos A + \sin A = \sqrt{2} \cos A$, तो $\cos A - \sin A$ का मान किसके बराबर होगा? (यहां $0^\circ < A < 90^\circ$)

- (a) $\sqrt{2} \sin A$ (b) $2\sqrt{\sin A}$
(c) $\sqrt{2} \sin A$ (d) $2 \sin A$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\cos A + \sin A = \sqrt{2} \cos A$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\cos^2 A + \sin^2 A + 2 \sin A \cos A = 2 \cos^2 A$$

$$1 + 2 \sin A \cos A = 2 \cos^2 A$$

$$2 \sin A \cos A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$2 \sin A \cos A = \cos 2A \quad \dots\dots\dots(i)$$

अब

$\cos A - \sin A$ का वर्ग करने पर

$$(\cos A - \sin A)^2 = \cos^2 A + \sin^2 A - 2 \sin A \cos A$$

$$= 1 - \cos 2A \text{ (समी. (i) से)}$$

$$= 1 - (1 - 2 \sin^2 A) \dots\dots(\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A)$$

$$= 1 - 1 + 2 \sin^2 A$$

$$\cos A - \sin A = \sqrt{2} \sin A$$

248. यदि $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{3}$, यहां $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, तो $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta$

का मान क्या है?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{2}{9}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\therefore \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$
 $[(\because a^4 - b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)]$

$$\therefore \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{1}{3} \times 1 \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (प्रश्न से } \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{3} \text{)}$$

249. यदि $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3}$, तो $1 - 2 \sin^2 \theta$ का मान है—

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) 0

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3}$

$$(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \frac{2}{3}$$

$$(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \frac{2}{3}$$

$$[(1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta] = \frac{2}{3}$$

$$[1 - 2 \sin^2 \theta] = \frac{2}{3}$$

250. यदि $\frac{\sin y + \cos y}{\sin y - \cos y} = 3$ हो, तो $\tan y$ का मान क्या है?

- (a) 1 (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{\sin y + \cos y}{\sin y - \cos y} = 3$

$$\frac{\tan y + 1}{\tan y - 1} = 3 \{ \because \text{अंश तथा हर में } \cos y \text{ से भाग देने पर} \}$$

$$\tan y + 1 = 3 \tan y - 3$$

$$-2 \tan y = -4$$

$$\tan y = 2$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Trick-

$$\frac{\sin y + \cos y}{\sin y - \cos y} = 3 \Rightarrow \sin y + \cos y = 3\sin y - 3\cos y$$

$$\Rightarrow 4\cos y = 2\sin y$$

$$\Rightarrow \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$$

$$\therefore \tan y = 2$$

251. यदि $\cos x + \cos y = 2$, तो $\sin x + \sin y$ का मान है-

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर-(a)

व्याख्या- $\cos x + \cos y = 2$

यदि x एवं y का मान 0° लिया जाए तब $\cos 0^\circ + \cos 0^\circ = 2$
 $1 + 1 = 2$ (क्योंकि $\cos 0^\circ = 1$)
 $2 = 2$

\therefore L.H.S. = R.H.S.

अब $\sin x + \sin y$ में x एवं y का मान रखने पर

$$\sin x + \sin y = \sin 0 + \sin 0 = 0 + 0 \Rightarrow 0$$

अतः विकल्प (a) सत्य है।

252. $x \cos \theta - y \sin \theta = 2$ तथा $x \sin \theta + y \cos \theta = 4$ में θ के निराकरणफल से क्या प्राप्त होगा?

- (a) $x^2 + y^2 = 20$ (b) $3x^2 + y^2 = 20$
 (c) $x^2 - y^2 = 20$ (d) $3x^2 - y^2 = 10$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर-(a)

व्याख्या- दिया है

$$x \cos \theta - y \sin \theta = 2$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 \cos^2 \theta + y^2 \sin^2 \theta - 2xy \sin \theta \cos \theta = 4 \quad \dots(i)$$

$$x \sin \theta + y \cos \theta = 4$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 \sin^2 \theta + y^2 \cos^2 \theta + 2xy \sin \theta \cos \theta = 16 \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$x^2 \cos^2 \theta + y^2 \sin^2 \theta - 2xy \sin \theta \cos \theta + x^2 \sin^2 \theta + y^2 \cos^2 \theta + 2xy \sin \theta \cos \theta = 4 + 16$$

$$x^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + y^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = 20$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 20 \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

Trick-

$$x \cos \theta - y \sin \theta = 2 \quad \dots(i)$$

$$x \sin \theta + y \cos \theta = 4 \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) में $\theta = 0^\circ$ रखने पर

समी. (i) से $x = 2 \quad \dots(iii)$

समी. (ii) से $y = 4 \quad \dots(iv)$

समी. (iii) और समी. (iv) को वर्ग करके जोड़ने पर

$$x^2 + y^2 = (2)^2 + (4)^2$$

$$x^2 + y^2 = 4 + 16$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

253. ΔXYZ में Y पर समकोण है। यदि $\angle X = 60^\circ$, तो

$\left(\sec Z + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$ का मान ज्ञात करें।

- (a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(\sqrt{2} + 2)}{2\sqrt{2}}$
 (c) $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ (d) $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 4 मार्च, 2018 (I-पार्टी)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (I-पार्टी)

उत्तर-(a)

व्याख्या-

\therefore समकोण ΔXYZ में

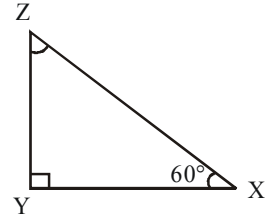
$$\angle Z = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$$

$$= 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow 30^\circ$$

$$\therefore \sec Z + \frac{2}{\sqrt{3}} = \sec 30^\circ + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\left[\because \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \right]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}}$$



254. यदि $\sin \theta = \frac{a}{b}$, तो $\sec \theta - \cos \theta$ का मान क्या होगा? (यहां $0^\circ < \theta < 90^\circ$)

- (a) $\frac{b^2}{a\sqrt{b^2 - a^2}}$ (b) $\frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{\sqrt{b^2 - a^2}}$
 (c) $\frac{a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$ (d) $\frac{a}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर-(c)

व्याख्या- $\sin \theta = \frac{a}{b}$

चित्र से

$$BC = \sqrt{b^2 - a^2}$$

अब

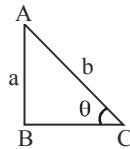
$$= \sec \theta - \cos \theta$$

$$= \frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}} - \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$$

$$= \frac{b^2 - b^2 + a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$$

$$= \frac{a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$$

$$= \frac{a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$$



255. ΔPQR में Q पर समकोण है। $\angle R = 45^\circ$ है, तो $\left(\operatorname{cosec} P - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

का मान ज्ञात करें।

- (a) $\frac{(3\sqrt{3}-1)}{3}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(c) $\frac{(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 6 मार्च, 2018 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

समकोण ΔPQR में

$\angle P = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$

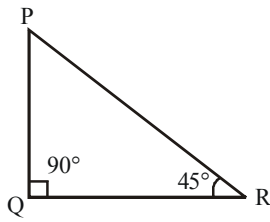
$= 180^\circ - 135^\circ \Rightarrow 45^\circ$

$\therefore \operatorname{cosec} P - \frac{\sqrt{3}}{2} = \operatorname{cosec} 45^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$(\because \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2})$

$= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$



256. ΔABC में $\angle BAC = 90^\circ$ और $AB = \frac{1}{2}BC$ है। तदनुसार,

$\angle ACB$ का माप कितना है?

- (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 15°

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

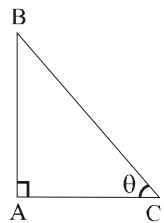
व्याख्या—

$AB = \frac{1}{2}BC$

$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

$\sin \theta = \frac{1}{2}$

$\sin \theta = \sin 30^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$



257. यदि $\sin \theta = 0.7$, तो $\cos \theta$, $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ है -

- (a) $\sqrt{0.51}$ (b) $\sqrt{.9}$ (c) 0.3 (d) $\sqrt{0.49}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\sin \theta = 0.7$

वर्ग करने पर

$\sin^2 \theta = 0.49$

$\therefore 1 - \sin^2 \theta = 1 - 0.49$

$\cos^2 \theta = 0.51 \therefore \cos \theta \Rightarrow \sqrt{0.51}$

258. यदि A, B और C एक त्रिभुज के कोण हैं, तो निम्नलिखित में से गलत संबंध कौन-सा है?

- (a) $\tan \left(\frac{A+B}{2} \right) = \sec \frac{C}{2}$ (b) $\cot \left(\frac{A+B}{2} \right) = \tan \frac{C}{2}$
(c) $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}$ (d) $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि ΔABC में $\angle A, \angle B, \angle C$ हैं, तो

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C \dots (i)$$

विकल्प (a) से

$$\begin{aligned} \tan \left(\frac{A+B}{2} \right) &= \tan \left(\frac{180^\circ - C}{2} \right) \\ &= \tan \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) \\ &= \cot \frac{C}{2} \quad [\because \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta] \end{aligned}$$

विकल्प (b) से

$$\begin{aligned} \cot \left(\frac{A+B}{2} \right) &= \cot \left(\frac{180^\circ - C}{2} \right) \\ &= \cot \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) \\ &= \tan \frac{C}{2} \quad [\because \cot (90^\circ - \theta) = \tan \theta] \end{aligned}$$

विकल्प (c) से

$$\begin{aligned} \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) &= \sin \left(\frac{180^\circ - C}{2} \right) \\ &= \sin \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) \\ &= \cos \frac{C}{2} \quad [\because \sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta] \end{aligned}$$

विकल्प (d) से

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) &= \cos \left(\frac{180^\circ - C}{2} \right) \\ &= \cos \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) \\ &= \sin \frac{C}{2} \quad [\because \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta] \end{aligned}$$

अतः स्पष्ट है कि विकल्प (a) में दिया गया संबंध गलत है।

259. यदि A, B, C ΔABC के कोण हैं, तो निम्नलिखित किसके बराबर है—

$$\sin \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

- (a) $\sec \frac{B}{2}$ (b) $\operatorname{cosec} \frac{A}{2}$
(c) $\sec \frac{A}{2}$ (d) $\cos \frac{A}{2}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\therefore A, B, C \triangle ABC$ के कोण हैं।

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$$

प्रश्न से

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{B+C}{2}\right) &= \sin\left(\frac{180^\circ - A}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) \\ &= \cos \frac{A}{2} \quad (\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta) \end{aligned}$$

260. ABC एक त्रिभुज है, यदि $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ हो, तो $\sin \frac{C}{2}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) 0
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— $\therefore \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$

$$\therefore \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin 60^\circ$$

$$\frac{A+B}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore A+B = 120^\circ \dots\dots(i)$$

$\triangle ABC$ में

$$A+B+C = 180^\circ \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) में से (i) को घटाने पर

$$C = 60^\circ$$

$$\therefore \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{60^\circ}{2}$$

$$= \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}$$

261. A, B, C, D, चतुर्भुज के कोण हैं। यदि वे एकवृत्तीय हों, तो $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D$ का मान बताएं।

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— यदि चतुर्भुज एक वृत्तीय होगा, तो उसके आमने-सामने

के कोणों का योग 180° होगा।

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle C$$

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$$

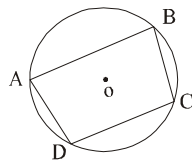
$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle D$$

$$\therefore \cos A + \cos B + \cos C + \cos D$$

$$= \cos(180^\circ - \angle C) + \cos(180^\circ - \angle D) + \cos C + \cos D$$

$$= -\cos C - \cos D + \cos C + \cos D$$

$$= 0 \quad [\because \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta]$$



262. $152(\sin 30^\circ + 2\cos^2 45^\circ + 3\sin 30^\circ + 4\cos^2 45^\circ + \dots + 17\sin 30^\circ + 18\cos^2 45^\circ)$ का मान क्या होगा?

- (a) पूर्णांक परंतु पूर्ण वर्ग नहीं
(b) परिमेय संख्या परंतु पूर्णांक नहीं
(c) पूर्णांक का पूर्ण वर्ग
(d) अपरिमेय

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— $152(\sin 30^\circ + 2\cos^2 45^\circ + 3\sin 30^\circ + 4\cos^2 45^\circ + \dots + 17\sin 30^\circ + 18\cos^2 45^\circ)$

$$= 152\sin 30^\circ [1+3+5+\dots+17] + 152\cos^2 45^\circ [2+4+6+\dots+18]$$

$$= 152 \times \frac{1}{2} \left[\frac{9}{2} \{2 + (9-1)2\} \right] + 152 \times \frac{1}{2} \left[\frac{9}{2} \{2 \times 2 + (9-1) \times 2\} \right]$$

$$[\because \text{समांतर श्रेणी के पदों का योग} = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]]$$

$$= 76 \left[\frac{9}{2} (2 + 16) \right] + 152 \times \frac{1}{2} \left[\frac{9}{2} (4 + 16) \right]$$

$$= 76 \times 81 + 76 \times 90$$

$$= 76 \times (81 + 90)$$

$$= 76 \times 171$$

$$= 19 \times 4 \times 19 \times 9$$

$$= (19 \times 2 \times 3)^2 \Rightarrow (114)^2$$

अतः उपरोक्त संख्या पूर्णांक का पूर्ण वर्ग है।

263. यदि $\operatorname{cosec} 39^\circ = x$ हो, तो

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \sec^2 39^\circ}$$

का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{x^2 - 1}$ (b) $\sqrt{1 - x^2}$ (c) $x^2 - 1$ (d) $1 - x^2$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \sec^2 39^\circ}$$

$$= \sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \times \operatorname{cosec}^2 51^\circ}$$

$$= (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + \tan^2 51^\circ - 1$$

$$= 1 + \tan^2 51^\circ - 1$$

$$= \tan^2 51^\circ$$

$$= \tan^2 (90^\circ - 39^\circ)$$

$$= \cot^2 39^\circ$$

$$= \operatorname{cosec}^2 39^\circ - 1 \Rightarrow x^2 - 1$$

264. यदि $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 3$, तो $\sin^4\theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(*)

व्याख्या— $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 3$

$\therefore \sin\theta + \cos\theta = 3\sin\theta - 3\cos\theta$

$\therefore 3\sin\theta - \sin\theta = \cos\theta + 3\cos\theta$

$2\sin\theta = 4\cos\theta$

$\therefore \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{2}$

$\tan\theta = 2$

\therefore चित्र से $\triangle ABC$ में

$\frac{AB}{BC} = \tan\theta$

$\frac{2}{1} = \tan\theta$

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{2^2 + 1^2}$

$= \sqrt{4+1} \Rightarrow \sqrt{5}$

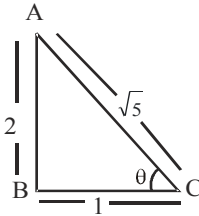
$\therefore \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

वर्ग करने पर

$\sin^2\theta = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5}$

वर्ग करने पर

$\sin^4\theta = \frac{16}{25}$



265. यदि $\left(\frac{1}{\cos\theta}\right) - \left(\frac{1}{\cot\theta}\right) = \frac{1}{P}$, तो $\cos\theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{(P+1)}{(P-1)}$ (b) $\frac{(P^2+1)}{2P}$
(c) $\frac{2(P^2+1)}{P}$ (d) $\frac{2P}{(P^2+1)}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 अगस्त, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\frac{1}{\cos\theta} - \frac{1}{\cot\theta} = \frac{1}{P}$

$\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{P} \quad \left(\because \frac{1}{\cot\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \right)$

$\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{P} \dots (i)$

$1 - \sin\theta = \frac{\cos\theta}{P} \dots (ii)$

समी. (i) का वर्ग करने पर

$\frac{(1 - \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \frac{1}{P^2}$

$\frac{(1 - \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = \frac{1}{P^2} \quad [\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$

$\frac{(1 - \sin\theta)^2}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} = \frac{1}{P^2}$

$\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta} = \frac{1}{P^2}$

$1 + \sin\theta = P^2(1 - \sin\theta)$

$1 + \sin\theta = P^2 \times \frac{\cos\theta}{P} \Rightarrow P \cos\theta \dots (iii)$

$[\because$ समी. (ii) से मान रखा गया]

समी. (ii) एवं (iii) जोड़ने पर

$1 - \sin\theta + 1 + \sin\theta = \frac{\cos\theta}{P} + \frac{P \cos\theta}{1}$

$2 = \frac{\cos\theta + P^2 \cos\theta}{P}$

$2P = \cos\theta (1 + P^2)$

$\therefore \cos\theta = \frac{2P}{(P^2+1)}$

266. $\frac{3}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \frac{5}{1+\tan^2\theta} - 2\cos^2\theta$ का सरलीकृत मान क्या

है?

- (a) 3 (b) 4
(c) 5 (d) 7

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— $\frac{3}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \frac{5}{1+\tan^2\theta} - 2\cos^2\theta$

$= \frac{3}{\frac{1}{\sin^2\theta}} + \frac{5}{1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}} - 2\cos^2\theta$

$= 3\sin^2\theta + \frac{5\cos^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} - 2\cos^2\theta$

$= 3\sin^2\theta + 5\cos^2\theta - 2\cos^2\theta$

$= 3\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$

$= 3(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$= 3 (\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$

Trick— $\frac{3}{\operatorname{cosec}^2\theta} + \frac{5}{1+\tan^2\theta} - 2\cos^2\theta$

$= 3\sin^2\theta + 5\cos^2\theta - 2\cos^2\theta$

$= 3\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$

$= 3(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 3 \times 1 \Rightarrow 3$

267. यदि $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$, ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) हो, तो $\sin \theta$ का मान कितना होगा?
- (a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— $\therefore \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$

$$\therefore \tan \theta + \cot \theta = 2 \tan \theta - 2 \cot \theta$$

$$\therefore \tan \theta = 3 \cot \theta$$

$$\frac{\tan \theta}{\cot \theta} = 3$$

$$\tan \theta \cdot \tan \theta = 3 \quad \left(\because \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} \right)$$

$$\therefore \tan^2 \theta = (\sqrt{3})^2$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \tan 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{प्रश्नानुसार}$$

$$\sin \theta = \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

268. $\sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 2 = 0$, निम्न में से किस स्थिति में सही होगा?
- (a) $0 \leq \theta < 90$ (b) $0 < \theta < 90$
- (c) $\theta = 0^\circ$ (d) $\theta = 90^\circ$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— $\sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 2 = 0$

$$\therefore \sin^2 \theta - 2 \sin \theta - \sin \theta + 2 = 0$$

$$\therefore \sin \theta (\sin \theta - 2) - 1 (\sin \theta - 2) = 0$$

$$\therefore (\sin \theta - 1) (\sin \theta - 2) = 0$$

$$\therefore \sin \theta = 1 \text{ तथा } \sin \theta = 2$$

$$\therefore \sin \theta \neq 2 \quad (-1 \leq \sin \theta \leq 1)$$

$$\therefore \sin \theta = 1 = \sin 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

269. यदि $\frac{1}{\cos \theta + \sec \theta} = \frac{1}{2}$ है, तो $\cos^{100} \theta + \sec^{100} \theta$ का मान क्या है?
- (a) 0 (b) 1
- (c) 2 (d) 4

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है

$$\frac{1}{\cos \theta + \sec \theta} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta + \sec \theta = 2$$

$$\therefore \theta = 0^\circ \quad (\because \cos 0^\circ = 1 = \sec 0^\circ)$$

$$\therefore \cos^{100} \theta + \sec^{100} \theta$$

$$= (\cos 0^\circ)^{100} + (\sec 0^\circ)^{100}$$

$$= (1)^{100} + (1)^{100} \Rightarrow 2$$

Trick— $\frac{1}{\cos \theta + \sec \theta} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta + \sec \theta = 2$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1 = 0 \Rightarrow (\cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\therefore \cos \theta = 1 \quad \dots (i)$$

$$\therefore \cos^{100} \theta + \sec^{100} \theta = (1)^{100} + (1)^{100} \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$= 1 + 1 \Rightarrow 2$$

270. यदि $\cos 37^\circ = \frac{a}{b}$ हो, तो $\operatorname{cosec} 37^\circ - \cos 53^\circ$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{b^2 - a^2}{ab}$
- (b) $\frac{a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}}$
- (c) $\frac{b\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$
- (d) $\frac{a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (II-पाली)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाली)

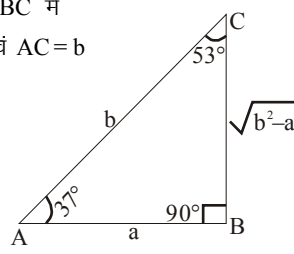
उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समकोण $\triangle ABC$ में

$\angle A = 37^\circ$ तथा $AB = a$ एवं $AC = b$

$$\therefore \operatorname{cosec} 37^\circ - \cos 53^\circ$$

$$= \frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}} - \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$$

$$= \frac{b^2 - b^2 + a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}} \Rightarrow \frac{a^2}{b\sqrt{b^2 - a^2}}$$


271. $\triangle XYZ$ में Y पर समकोण है। यदि $\operatorname{cosec} X = \frac{17}{15}$, तो $\cot Z$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{17}{15}$ (b) $\frac{8}{17}$
- (c) $\frac{17}{8}$ (d) $\frac{15}{8}$

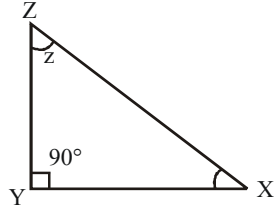
S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 6 मार्च, 2018 (I-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

$$\operatorname{cosec} X = \frac{17}{15} = \frac{\text{कर्ण}(ZX)}{\text{लंब}(ZY)}$$

$$\cot Z = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{ZY}{XY}$$



(\therefore कोण Z के लिए आधार = ZY तथा लंब = XY होगा)

$$\begin{aligned} \text{समकोण } \Delta \text{ में भुजा } XY &= \sqrt{(XZ)^2 - (ZY)^2} \\ &= \sqrt{(17)^2 - (15)^2} \\ &= \sqrt{(17+15)(17-15)} \\ &= \sqrt{32 \times 2} \\ &= \sqrt{64} \Rightarrow 8 \end{aligned}$$

$$\therefore \cot Z = \frac{ZY}{XY} = \frac{15}{8}$$

272. $\left(\operatorname{cosec} 30^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{(2\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{(\sqrt{3}-4)}{2\sqrt{3}}$
(c) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 8, 11, 14 मार्च, 2018 (I-पत्ती)

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—} \operatorname{cosec} 30^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}} &= 2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\because \operatorname{cosec} 30^\circ = 2) \\ &= \frac{2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

273. ΔXYZ में कोण Y का माप 90° है। यदि $\operatorname{cosec} X = \frac{13}{12}$ और $XY = 1$ सेमी. है, तो भुजा YZ की लंबाई (सेमी. में) क्या है?

- (a) 2.6 (b) 1.5
(c) 2.4 (d) 2

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 4, 8, 11 मार्च, 2018 (I-पत्ती)

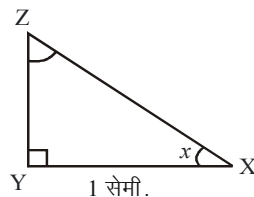
उत्तर—(c)

$$\text{व्याख्या—} \operatorname{cosec} X = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}}$$

$$\therefore \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} = \frac{13}{12}$$

\therefore समकोण Δ में—

$$\begin{aligned} \text{आधार} &= \sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{लंब})^2} \\ &= \sqrt{(13)^2 - (12)^2} \\ &= \sqrt{169-144} \\ &= \sqrt{25} \Rightarrow 5 \end{aligned}$$



\therefore आधार 5 है तब वास्तविक आधार (XY) = 1 सेमी. है

\therefore लंब 12 होने पर वास्तविक लंब (YZ) की माप

$$= \frac{1}{5} \times 12 \Rightarrow 2.4 \text{ सेमी.}$$

274. ΔABC में B पर समकोण है। यदि $\sec A = 5/3$, तो $\operatorname{cosec} C$ का मान क्या है?

- (a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{4}{3}$

S.S.C. ऑनलाइन CHSL (T-I) 14 मार्च, 2018 (I-पत्ती)

उत्तर—(a)

$$\sec A = \frac{5}{3}$$

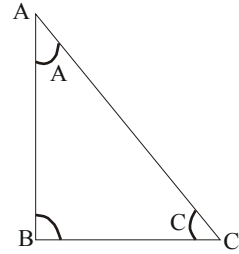
$$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$$

\therefore sec A के लिए आधार AB होगा।

$$\operatorname{cosec} C = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} = \frac{AC}{AB}$$

(\therefore cosec C के लिए लंब AB हो जाएगा)

$$\therefore \operatorname{cosec} C = \frac{5}{3}$$



275. ΔPQR में Q पर समकोण है। यदि $\cos P = 3/5$ है, तो $\cos R$ का मान क्या है?

- (a) $3/4$ (b) $5/3$
(c) $4/5$ (d) $4/3$

S.S.C. ऑनलाइन (CHSL) 11 मार्च, 2018 (I-पत्ती)

उत्तर—(c)

व्याख्या

$$\cos P = \frac{\text{लंब}(PQ)}{\text{कर्ण}(PR)} = \frac{3}{5}$$

\therefore समकोण ΔPQR में

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(PR)^2 - (PQ)^2} \\ &= \sqrt{(5)^2 - (3)^2} \\ &= \sqrt{25-9} = \sqrt{16} \Rightarrow 4 \end{aligned}$$

\therefore समकोण ΔPQR में

$$\cos R = \frac{\text{लंब}(QR)}{\text{कर्ण}(PR)}$$

$$\therefore \cos R = \frac{4}{5}$$

