

## प्रकार-1

## उन्नयन/अवनमन कोण ज्ञात करना

1. यदि किसी उर्ध्वधर खंभे की छाया खंभे की ऊँचाई से  $\sqrt{3}$  गुणा हो, तो सूर्य का उन्नयन कोण कितने डिग्री का होगा?

- (a)  $60^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि खंभा (AB), खंभे की छाया (BC) तथा उन्नयन कोण  $\theta$  है।

प्रश्नानुसार

खंभे की छाया =  $\sqrt{3} \times$  खंभे की ऊँचाई

$$BC = \sqrt{3} AB \dots\dots(i)$$

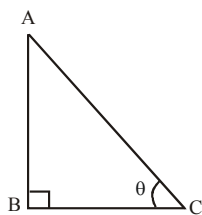
समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{AB}{\sqrt{3}AB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } \tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$



2. सूर्य का उन्नयन कोण उस समय कितने अंश का होता है जब खंभे की छाया की लंबाई उसकी ऊँचाई के बराबर होती है?

- (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $45^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना खंभे की लंबाई  $h$  है।

$\therefore$  खंभे की परछाई  $BC = h$  तथा माना सूर्य  $\theta^\circ$  उन्नयन कोण बनाता है।

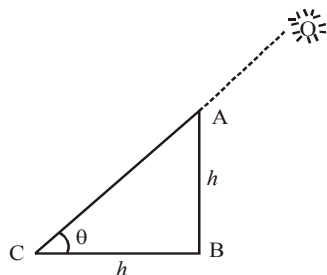
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \tan \theta$$

$$\frac{h}{h} = \tan \theta$$

$$\therefore \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$



3. यदि कोई खंभा 12 मी. ऊँचा है और उसकी पृथ्वी पर  $4\sqrt{3}$  मी. लंबी परछाई पड़ती है, तो उस समय सूर्य के उन्नयन का कोण कितना है?

- (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $45^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना सूर्य के उन्नयन का कोण  $\theta$  है।

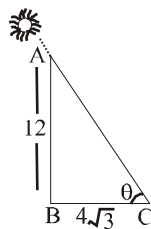
$$\therefore \tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{12}{4\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$= \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$



4. किसी मीनार की परछाई की लंबाई मीनार की लंबाई से  $\sqrt{3}$  गुना है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

- (a)  $45^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना मीनार की लंबाई  $h$  तथा सूर्य का उन्नयन कोण  $\theta$  है।

परछाई की लंबाई =  $h\sqrt{3}$

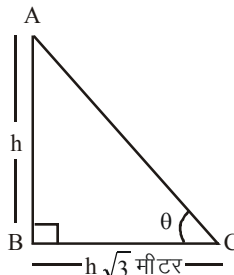
चित्र से

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{h}{h\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$



5. किसी मीनार की ऊँचाई  $50\sqrt{3}$  मीटर है। मीनार के आधार से 50 मीटर की दूरी पर उन्नयन कोण क्या होगा?
- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि AB मीनार है। जिसके बिंदु B से 50 मीटर की दूरी पर मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण  $\theta$  है।

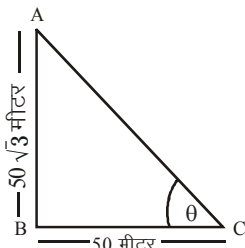
चित्र से

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{50\sqrt{3}}{50} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$



6. जिस समय 15 मीटर लंबे खंभे कि छाया  $\frac{15}{\sqrt{3}}$  मीटर हो, उस समय सूर्य का कोणीय उन्नयन ज्ञात कीजिए।
- (a)  $45^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना कि सूर्य का उन्नयन कोण  $\theta$  है।

खंभे की लंबाई = 15 मीटर

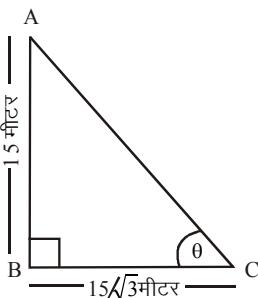
$$\text{छाया की लंबाई} = \frac{15}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

चित्र से

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{15}{\frac{15}{\sqrt{3}}} = \frac{15\sqrt{3}}{15}$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$



7. यदि एक उदग्र मीनार के साये की लंबाई उसकी ऊँचाई का  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  गुणा है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है-
- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना मीनार की ऊँचाई  $x$  है।

$$\therefore \text{परछाई की लम्बाई} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

उन्नयन कोण  $= \alpha^\circ$

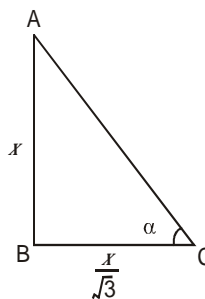
$$\therefore \tan \alpha = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{x/\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan \alpha = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$



प्रकार-2

पर्वत/टॉवर/वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात करना

8. एक मीनार, मैदान से ऊपर स्थित बिंदु P से टूट गयी है। मीनार का ऊपरी सिरा बिंदु Q पर मैदान के साथ  $60^\circ$  का कोण बनाता है। बिंदु Q के विपरीत दिशा में स्थित बिंदु R से बिंदु P का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। यदि QR = 180 मीटर है, तो मीनार की कुल ऊँचाई (मीटर में) कितनी है?

- (a) 90 (b)  $45\sqrt{3}$   
(c)  $45(\sqrt{3} + 1)$  (d)  $45(\sqrt{3} + 2)$

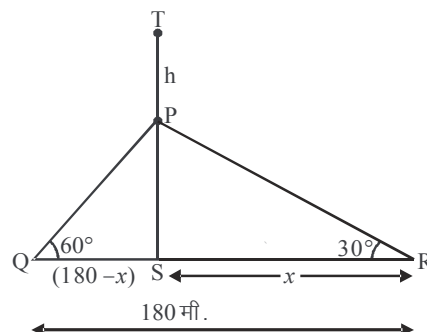
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या—



$\Delta PQS$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{PS}{180 - x}$$

$$PS = \sqrt{3}(180 - x) \dots\dots(i)$$

पुनः  $\Delta PRS$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{PS}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}x = PS \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{1}{\sqrt{3}}x = \sqrt{3}(180 - x)$$

$$x = 540 - 3x$$

$$x = \frac{540}{4} \Rightarrow 135 \text{ मी.}$$

$$\therefore QS = 180 - 135 \Rightarrow 45 \text{ मी.}$$

तथा RS = 135 मी.

समी. (i) में x का मान रखने पर

$$PS = \sqrt{3}(180 - 135)$$

$$PS = 45\sqrt{3}$$

$$\therefore PT = PQ \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \Delta PQS \text{ में}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{PS}{PQ}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45\sqrt{3}}{PQ}$$

$$PQ = 90 \text{ मी.}$$

$$\therefore ST = PT + PS \quad [\text{जहाँ } PT = PQ \text{ से}]$$

$$ST = 90 + 45\sqrt{3}$$

$$ST = 45(2 + \sqrt{3})$$

अतः मीनार की ऊँचाई  $45(\sqrt{3} + 2)$  मीटर है।

9. किसी मीनार के आधार से 40 मीटर की दूरी पर, एक बिंदु से, मीनार के शीर्ष भाग का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई बताइए।

- (a)  $4\sqrt{3}$  (b)  $20\sqrt{3}$  सेमी.  
(c)  $40\sqrt{3}$  मीटर (d)  $40\sqrt{2}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1, 7 जुलाई, 2017 (II-पाती)

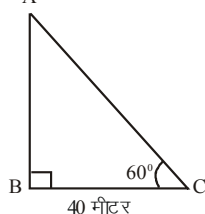
उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि AB एक मीनार है। जिसके आधार B से 40 मीटर की दूरी C से मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है।  
चित्र से—

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{AB}{40}$$

$$AB = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



10. जमीनी तल पर खड़ी चट्टान के पाद से 129 मीटर पर खड़ी चट्टान के शीर्ष का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है, तो उस चट्टान की ऊँचाई कितनी है?

- (a)  $50\sqrt{3}$  मीटर (b)  $45\sqrt{3}$  मीटर  
(c)  $43\sqrt{3}$  मीटर (d)  $47\sqrt{3}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (I-पाती)  
उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि AB चट्टान है। जिसके पाद B से 129 मीटर दूर C से शीर्ष का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है।

चित्र से—

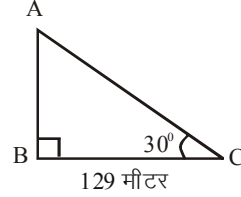
$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{129}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{129}$$

$$\text{या } \sqrt{3} AB = 129$$

$$\text{या } AB = \frac{129}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{129 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \Rightarrow 43\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



11. किसी समतल भूमि पर बिंदु P से मीनार के शीर्ष पर उन्नयन का कोण  $30^\circ$  है। यदि मीनार 100 मीटर ऊँची हो, तो मीनार के तल से बिंदु P की दूरी क्या होगी?

(यह मानते हुए कि  $\sqrt{3} = 1.73$ )

- (a) 149 मीटर (b) 156 मीटर  
(c) 173 मीटर (d) 188 मीटर

S.S.C. E.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013, 2014, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (II-पाती)  
उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि मीनार की ऊँचाई QR है।

प्रश्नानुसार

$$\angle RPQ = 30^\circ \text{ और } QR = 100 \text{ मीटर}$$

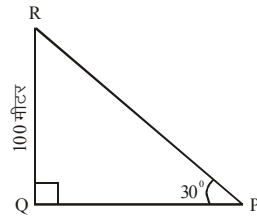
चित्र से

$$\tan 30^\circ = \frac{QR}{PQ}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{PQ}$$

$$\therefore PQ = 100\sqrt{3}$$

$$= 100 \times 1.73 \Rightarrow 173 \text{ मीटर}$$



12. किसी प्रकाश स्तंभ के शीर्ष में दो पोलों के अवनमन कोण पूर्व की ओर  $45^\circ$  और  $30^\circ$  हैं। यदि पोल परस्पर 200 मीटर की दूरी पर हो, तो प्रकाश स्तंभ की ऊँचाई बताइए। (यह मानते हुए कि  $\sqrt{3} = 1.73$ )

- (a) 273 मीटर (b) 270 मीटर  
(c) 253 मीटर (d) 263 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

**व्याख्या—** प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर AB प्रकाश स्तंभ है।

∴ ΔACB में

$$\frac{AB}{BC} = \tan 45^\circ$$

$$\text{या } \frac{AB}{BC} = 1$$

या AB = BC .....(i)

ΔADB में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } BD = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \frac{AB}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}AB \dots\dots(ii)$$

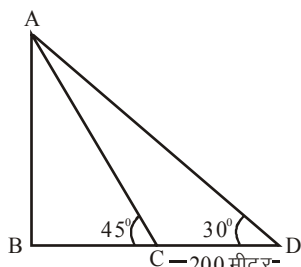
∴ AB = BC = BD - CD समी. (i) से

$$\text{या } AB = \sqrt{3} AB - CD$$

$$\text{या } \frac{CD}{(\sqrt{3} - 1)} = AB$$

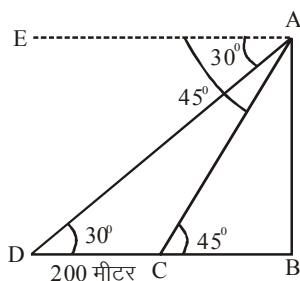
$$\text{या } \frac{200}{(\sqrt{3} - 1)} = AB \text{ (दिया है } CD = 200 \text{ मीटर)}$$

$$\begin{aligned} \text{या } AB &= \frac{200(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{200(1.73 + 1)}{2} \\ &= 100 \times 2.73 = 273 \text{ मीटर} \end{aligned}$$



**हल इस तरह भी देखें**

माना प्रकाश स्तंभ की ऊंचाई = AB मीटर, प्रकाश स्तंभ के अवनमन कोण ∠EAC एवं ∠EAD क्रमशः 45° एवं 30° हैं तथा CD = 200 मीटर



प्रश्नानुसार

समकोण ΔABC में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} \text{ या } 1 = \frac{AB}{BC}$$

या AB = BC .....(i)

एवं समकोण ΔABD में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD} \text{ या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } BD = AB \sqrt{3} \text{ या } DC + BC = AB \sqrt{3}$$

$$\text{या } 200 + AB = AB \sqrt{3} \quad [\because \text{समी. (i) से } AB = BC]$$

$$\text{या } AB \sqrt{3} - AB = 200 \text{ या } AB (\sqrt{3} - 1) = 200$$

$$\text{या } AB = \frac{200}{(\sqrt{3} - 1)} \text{ या } AB = \frac{200(\sqrt{3} + 1)}{(3 - 1)}$$

$$\text{या } AB = \frac{200(\sqrt{3} + 1)}{2} \text{ या } AB = 100(1.732 + 1)$$

$$\text{या } AB = 100 \times 2.732 = 273 \text{ मीटर}$$

अतः प्रकाश स्तंभ की ऊंचाई (AB) = 273 मीटर होगी

13. एक क्षैतिज तल पर खड़ी हुई मीनार अपने मूल आधार (पाद) से 160 मीटर दूर के एक बिंदु से एक निश्चित कोण बनाती है। उस बिंदु को 100 मीटर आधार की ओर ले जाने पर मीनार से बना कोण पहले का दोगुना हो जाता है। तदनुसार, उस मीनार की ऊंचाई कितनी है?

- (a) 80 मीटर (b) 100 मीटर  
(c) 160 मीटर (d) 200 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

**उत्तर—(a)**

**व्याख्या—** माना मीनार AB है तथा मूल आधार से 160 मीटर दूर बिंदु से उन्नयन कोण α है। पुनः आधार की ओर 100 मीटर जाने पर उन्नयन कोण 2α हो जाता है।

$$\therefore \text{चित्र से } \Delta ABC \text{ में } \frac{AB}{BC} = \tan \alpha$$

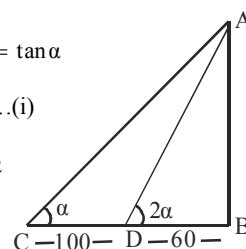
$$\frac{AB}{160} = \tan \alpha$$

$$AB = 160 \tan \alpha \dots\dots(i)$$

$$\text{त्रिभुज ABD से } \frac{AB}{BD} = \tan 2\alpha$$

$$\frac{AB}{60} = \tan 2\alpha$$

$$AB = 60 \times \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \dots\dots(ii)$$



$$\left( \because \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right)$$

समी. (i) और समी. (ii) से

$$160 \times \tan \alpha = \frac{120 \times \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$160 = \frac{120}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$1 - \tan^2 \alpha = \frac{120}{160}$$

$$\tan^2 \alpha = 1 - \frac{120}{160}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{40}{160} \Rightarrow \frac{1}{4}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$\tan \alpha$  का मान समी. (i) में मान रखने पर

$$AB = 160 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 80 \text{ मीटर}$$

**हल इस तरह भी देखें-**

माना मीनार की ऊँचाई AB है तथा मूल आधार से 160 मीटर दूर बिन्दु से उन्नयन कोण  $\alpha$  है। पुनः आधार की ओर 100 मीटर जाने पर उन्नयन कोण  $2\alpha$  है।

$\tan \alpha$  और  $\tan 2\alpha$  के आधारों का अनुपात

$$160 : 60 = 8 : 3 \text{ है}$$

अतः  $\tan \alpha : \tan 2\alpha = 3 : 8$  होगा

अतः

$$\frac{\tan \alpha}{\tan 2\alpha} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\tan \alpha}{2 \tan \alpha} = \frac{3}{8}$$

$$1 - \tan^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\tan^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}$$

अतः मीनार की ऊँचाई =  $BC \tan \alpha$

$$= 160 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 80 \text{ मीटर}$$

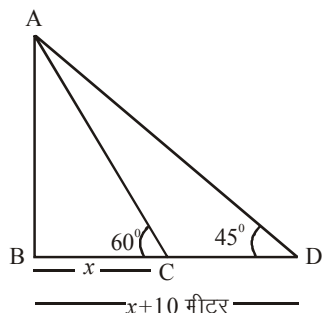
14. एक टॉवर की छाया, जब सूर्य का उन्नतांश  $45^\circ$  होता है, 10 मीटर लंबी होती है। उसी टॉवर की छाया से जब उन्नतांश  $60^\circ$  होता है, टॉवर की ऊँचाई कितनी है?

- (a)  $5(\sqrt{3} - 1)$  मीटर (b)  $5(\sqrt{3} + 1)$  मीटर  
(c)  $10(\sqrt{3} - 1)$  मीटर (d)  $10(\sqrt{3} + 3)$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (II-पार्टी)

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** माना कि उन्नतांश  $60^\circ$  होने पर परछाई की लंबाई  $x$  मीटर है। अर्थात्  $BC = x$  मीटर तथा प्रश्नानुसार  $BD = (x + 10)$  मीटर



∴ समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{x}$$

$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{AB}{x} \text{ या } AB = x\sqrt{3} \text{ मीटर .....(i)}$$

समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{x + 10}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AB}{x + 10}$$

$$\text{या } x + 10 = AB$$

$$\text{या } x + 10 = \sqrt{3}x \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } x(\sqrt{3} - 1) = 10$$

$$\text{या } x = \frac{10}{\sqrt{3} - 1} = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

$$x = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{2} = 5(\sqrt{3} + 1) \text{ मीटर}$$

15. एक मीनार के पाद से  $x$  तथा  $y$  की दूरी पर दो बिंदुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण फूक हैं। मीनार की ऊँचाई है—

- (a)  $\sqrt{\frac{x}{y}}$  (b)  $\sqrt{x + y}$   
(c)  $\sqrt{x \cdot y}$  (d)  $\frac{x}{y}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

**व्याख्या—** माना मीनार AB है। तथा बिन्दु C से मीनार का उन्नयन कोण  $\theta$  है।

∴ D से मीनार का उन्नयन कोण  $90^\circ - \theta$  होगा।

∴  $\triangle ACB$  में

$$\frac{h}{x} = \tan \theta \text{ ..... (i)}$$

$\triangle ADB$  में

$$\frac{h}{y} = \tan (90^\circ - \theta)$$

$$(\because \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta)$$

$$\frac{h}{y} = \cot \theta \text{ .....(ii)}$$

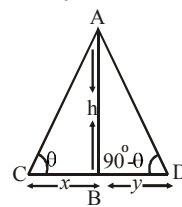
$$\therefore \tan \theta = \frac{y}{h}$$

उपरोक्त मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{h}{x} = \frac{y}{h}$$

$$h^2 = xy$$

$$h = \sqrt{xy}$$



हल इस तरह भी देखें-

$\tan \theta$  और  $\tan (90^\circ - \theta)$  के आधार में अनुपात  $x : y$

है, तो  $\tan \theta : \tan (90^\circ - \theta) = y : x$

अतः

$$\frac{\tan \theta}{\tan (90^\circ - \theta)} = \frac{y}{x}$$

$$\tan^2 \theta = \frac{y}{x}$$

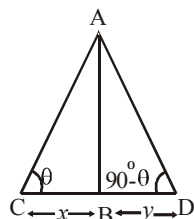
$$\tan \theta = \sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$h = x \tan \theta$$

$$= x \sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$= \sqrt{\frac{y \times x^2}{x}}$$

$$= \sqrt{yx} \Rightarrow \sqrt{xy}$$



16. एक पतंग की मांझा क्षैतिज सतह के साथ  $60^\circ$  का कोण बनाता है। यदि मांझे की लंबाई 80 मीटर है, तो पतंग की ऊर्ध्वाधर ऊंचाई कितनी होगी?

- (a)  $\frac{40}{\sqrt{3}}$  मीटर (b)  $80\sqrt{3}$  मीटर  
(c) 80 (d)  $40\sqrt{3}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना CA पतंग के मांझे की लंबाई है तथा AB पतंग की ऊर्ध्वाधर ऊंचाई है।

प्रश्नानुसार

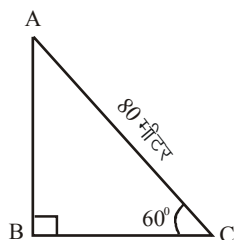
$\angle ACB = 60^\circ$  तथा  $CA = 80$  मीटर

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{CA} = \frac{AB}{80}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{80}$$

$$AB = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



17. एक सीधा पेड़ तूफान की वजह से टूट जाता है और टूटा भाग इस प्रकार झुक जाता है कि पेड़ का शीर्ष भाग भूमि पर  $30^\circ$  का कोण बनाते हुए भूमि को स्पर्श करने लगता है। पेड़ के तल से उस बिंदु तक की दूरी जहां शीर्ष भाग भूमि को स्पर्श करता है, 10 मीटर है। पेड़ की कुल ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

- (a)  $10\sqrt{3}$  मीटर (b)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  मीटर  
(c)  $10(\sqrt{3} + 1)$  मीटर (d)  $10(\sqrt{3} - 1)$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना AB एक वृक्ष है जो बिंदु C से टूट कर पृथ्वी से जा लगा है।

प्रश्नानुसार

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{10}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{10}$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$$

अब,

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{h-x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{h-x}$$

$$2x = h - x$$

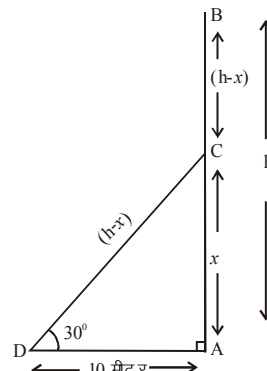
$$3x = h \dots\dots\dots (ii)$$

अब पेड़ की कुल ऊंचाई = h

$$= 3x \text{ (समी. (ii) से)}$$

$$= 3 \times \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow 10\sqrt{3}$$

अतः पेड़ की कुल ऊंचाई =  $10\sqrt{3}$  मीटर



18. एक टॉवर के तल से 4 मीटर और 9 मीटर की दूरी पर एक सीधी रेखा पर दो बिंदुओं से टॉवर के शीर्ष के उन्नयन कोण पूरक हैं। टॉवर की ऊंचाई कितनी है ?

- (a) 4 मीटर (b) 7 मीटर  
(c) 9 मीटर (d) 6 मीटर

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि टॉवर AB है तथा भूतल पर स्थित दो बिंदु C और D हैं।

माना  $\angle ADB = \theta$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ - \theta$$

प्रश्नानुसार

$BC = 4$  मीटर,  $BD = 9$  मीटर

$\therefore$  समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan (90^\circ - \theta) = \frac{AB}{BC}$$

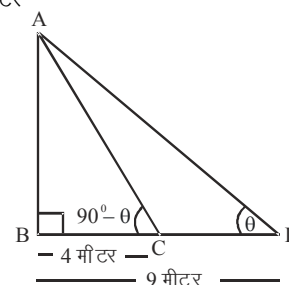
$$\cot \theta = \frac{AB}{4}$$

$$\text{या } AB = 4 \cot \theta \dots\dots (i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ADB$  में

$$\tan \theta = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{9}$$

$$AB = 9 \tan \theta \dots\dots (ii)$$



समी. (i) और (ii) का गुणा करने पर  
 $AB^2 = 4 \cot \theta \cdot 9 \tan \theta$   
 $= 36$   
 $\therefore AB = \sqrt{36} \Rightarrow 6$  मीटर

19. कुछ ऊँचाई पर दूटे वृक्ष का ऊपरी भाग अपने पाद से 10 मीटर की दूरी पर जमीन के साथ  $60^\circ$  का कोण बनाता है। वृक्ष की मूल लंबाई कितनी थी?

- (a)  $20\sqrt{3}$  मीटर (b)  $10\sqrt{3}$  मीटर  
 (c)  $10(2 + \sqrt{3})$  मीटर (d)  $10(2 - \sqrt{3})$  मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि पेड़ BAC है।

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{AB}{10} \quad (\because BC = 10 \text{ मीटर})$$

$$\text{या } AB = 10\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$\therefore \triangle ABC$  समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore CA^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\therefore CA^2 = (10\sqrt{3})^2 + 10^2$$

$$= 300 + 100$$

$$= 400$$

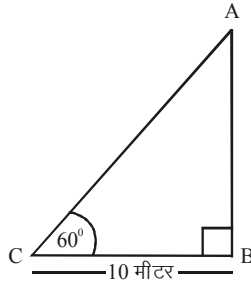
$$\therefore CA = \sqrt{400} \Rightarrow 20$$

$$\therefore \text{वृक्ष की मूल लंबाई}$$

$$= AB + AC$$

$$= 10\sqrt{3} + 20$$

$$= 10(2 + \sqrt{3}) \text{ मीटर}$$



20. एक टेलीग्राफ खंभा जमीन के ऊपर एक बिंदु पर झुका हुआ है। उसका शीर्ष उसके पाद से  $8\sqrt{3}$  मीटर की दूरी पर जमीन को स्पर्श करता है और क्षैतिज पर  $30^\circ$  का कोण बनाता है। खंभे की ऊँचाई कितनी (मीटर में) है?

- (a) 12 (b) 16  
 (c) 18 (d) 24

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना टेलीग्राफ खंभा ABC है।

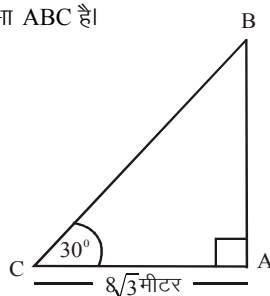
चित्र से—

समकोण  $\triangle BAC$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{8\sqrt{3}}$$

$$\text{या } AB = 8 \text{ मीटर}$$



$\therefore$  समकोण  $\triangle ABC$  में  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\text{या } BC^2 = 8^2 + (8\sqrt{3})^2$$

$$= 64 + 64 \times 3$$

$$= 64 + 192$$

$$BC^2 = 256$$

$$\therefore BC = \sqrt{256} \Rightarrow 16 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{टेलीग्राफ खंभे की अभीष्ट लंबाई} = AB + BC$$

$$= 8 + 16$$

$$= 24 \text{ मीटर}$$

21. यदि जमीनी तल से किसी खंभे के शीर्ष का उन्नयन कोण  $30^\circ$  से बढ़ाकर  $60^\circ$  किया जाता है, तो  $50\sqrt{3}$  ऊँचे खंभे की छाया की लंबाई कितनी घट जाएगी?

- (a) 60 मीटर (b) 75 मीटर  
 (c) 100 मीटर (d) 50 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$\text{खंभा } AB = 50\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$\text{तथा } \angle ACB = 60^\circ, \angle ADB = 30^\circ$$

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\cot 60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{50\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{50\sqrt{3}}$$

$$\text{या } BC = 50 \text{ मीटर} \dots (i)$$

तथा  $\triangle ADB$  में

$$\cot 30^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{50\sqrt{3}}$$

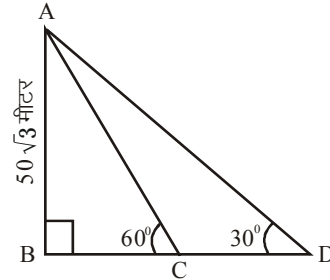
$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{BD}{50\sqrt{3}}$$

$$\text{या } BD = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 150 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{खंभे की छाया की लंबाई में कमी } CD = BD - BC$$

$$= 150 - 50$$

$$= 100 \text{ मीटर}$$



22. यदि एक सड़क की दो क्रमिक किलोमीटर-शिलाओं से एक गुब्बारे के उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  तथा  $60^\circ$  हों, तो पृथ्वी-तल से उस गुब्बारे की ऊँचाई कितनी होगी?

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  किमी. (b)  $\frac{1}{2}$  किमी.  
 (c)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  किमी. (d)  $3\sqrt{3}$  किमी.

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011, 2012, 2013

उत्तर—(a)

**व्याख्या—** माना गुब्बारे की सड़क से ऊंचाई  $h$  है तथा दो क्रमिक शिलाएं C तथा D हैं।

$$\therefore \Delta ABC \text{ में } \frac{h}{x} = \tan 60^\circ \quad (\because \tan 60^\circ = \sqrt{3})$$

$$h = x\sqrt{3} \quad \dots\dots(i)$$

पुनः त्रिभुज ABD में

$$\frac{h}{x+1} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{h}{x+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}h = x+1$$

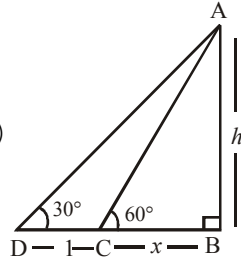
$$\sqrt{3} \times x\sqrt{3} = x+1 \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$3x = x+1$$

$$2x = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

समी. (i) में  $x$  का मान रखने पर  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$  किमी.



**हल इस तरह भी देखें—**

माना गुब्बारे की सड़क से ऊंचाई  $h$  है तथा दो क्रमिक शिलाएं C तथा D हैं।

चित्र से

$$\tan 30^\circ : \tan 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} : \sqrt{3}$$

$$= 1 : 3$$

$\tan 30^\circ : \tan 60^\circ = 1 : 3$ , अतः  $\tan 30^\circ$  के आधार तथा  $\tan 60^\circ$  के आधार में  $3 : 1$  का अनुपात होगा।

$$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{x+1}{x} = \frac{3}{1}$$

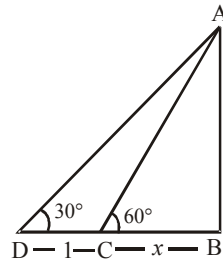
$$x+1 = 3x$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Delta ABC \text{ में } \angle B = 90^\circ$$

$$h = \tan 30^\circ \times BD$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ किमी.}$$



23. जमीन पर और खंभे के पाद से होकर ऋजु रेखा पर पड़े दो बिंदुओं से खंभे के शीर्ष के उन्नयन कोण एक-दूसरे के पूरक हैं। यदि खंभे के पांव से दोनों बिंदुओं की दूरी 12 मीटर और 27 मीटर है और दोनों बिंदु खंभे की समान भुजा पर पड़ते हैं, तो खंभे की लंबाई (मीटर में) कितनी होगी?

- (a) 12 (b) 18  
(c) 15 (d) 16

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** माना खंभे की लंबाई AB है।

$\therefore$  कोण एक-दूसरे के पूरक हैं।

$\therefore \Delta ABC$  में

$$\frac{AB}{BC} = \tan \theta$$

$$\therefore AB = 27 \tan \theta \quad \dots\dots(i)$$

$\therefore$  पुनः  $\Delta ABD$  में

$$\frac{AB}{12} = \tan(90^\circ - \theta)$$

$$\frac{AB}{12} = \cot \theta$$

$$AB = 12 \cot \theta \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को गुणा करने पर

$$AB \cdot AB = 27 \tan \theta \cdot 12 \cot \theta$$

$$= 27 \times 12 \times \tan \theta \cdot \cot \theta$$

$$AB^2 = 324 \times 1 \quad (\because \tan \theta \cdot \cot \theta = 1)$$

$$= 18^2$$

$$\therefore AB = 18 \text{ मीटर}$$

**हल इस तरह भी देखें—**

माना खंभे की लंबाई AB है।

$\tan \theta : \tan(90^\circ - \theta)$  का अनुपात  $12 : 27$  होगा।

$$\frac{\tan \theta}{\tan(90^\circ - \theta)} = \frac{12}{27}$$

$$\tan^2 \theta = \frac{12}{27}$$

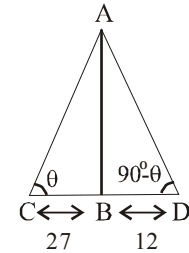
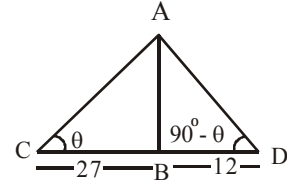
$$\tan \theta = \sqrt{\frac{12}{27}}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{3}} = \frac{2}{3}$$

अब  $\Delta ABC$  से

$$AB = BC \tan \theta$$

$$= 27 \times \frac{2}{3} \Rightarrow 18 \text{ मीटर}$$



24. एक टॉवर के तल से 25 मीटर और 64 मीटर की दूरी पर (विपरीत दिशाओं में) दो क्षैतिज बिंदुओं से टॉवर के शीर्ष पर उन्नयन कोण क्रमशः  $x$  और  $90^\circ - x$  हैं। टॉवर की ऊंचाई कितनी होगी?

- (a) 39 मीटर (b) 89 मीटर  
(c) 1.6 मीटर (d) 40 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (II-पाठी)

उत्तर—(d)

**व्याख्या—** माना कि टॉवर की ऊंचाई AB है।

प्रश्नानुसार

$$\angle ADB = x^\circ$$

$$\angle ACB = (90 - x)^\circ$$



BC = 25 मीटर

BD = 64 मीटर

चित्र से-  $\triangle ABC$  में

$$\tan(90^\circ - x) = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{25}$$

$$\text{या } \cot x = \frac{AB}{25}$$

$$\text{या } AB = 25 \cot x \dots (i)$$

पुनः  $\triangle ADB$  में

$$\tan x = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{64}$$

$$AB = 64 \tan x \dots (ii)$$

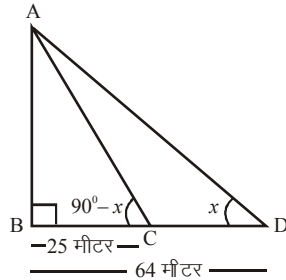
समी. (i) और (ii) का गुणा करने पर-

$$AB^2 = 25 \cot x \cdot 64 \tan x$$

$$= 25 \times 64$$

$$\therefore AB = \sqrt{25 \times 64} = 5 \times 8$$

$$= 40 \text{ मीटर}$$



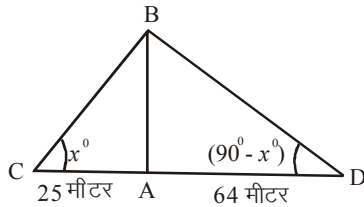
हल इस तरह भी देखें-

माना कि टॉवर की ऊंचाई AB है।

प्रश्नानुसार

$$AC = 25 \text{ मीटर}, \angle ACB = x^\circ$$

$$\text{तथा } AD = 64 \text{ मीटर}, \angle ADB = (90^\circ - x^\circ)$$



$\therefore$  समकोण  $\triangle BAC$  में

$$\tan x = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{25} \text{ मीटर} \dots (i)$$

एवं समकोण  $\triangle BAD$  में

$$\tan(90^\circ - x) = \frac{AB}{AD} = \frac{AB}{64}$$

$$\text{या } \cot x = \frac{AB}{64} \dots (ii)$$

समी. (i) तथा समी. (ii) का गुणा करने पर-

$$(\tan x) \cdot (\cot x) = \left(\frac{AB}{25}\right) \times \left(\frac{AB}{64}\right)$$

$$1 = \frac{(AB)^2}{25 \times 64} \Rightarrow (AB)^2 = 25 \times 64$$

$$(AB)^2 = (5 \times 8)^2$$

$$\therefore AB = 40 \text{ मीटर}$$

25. एक पतंग भूमि से 75 मीटर की ऊंचाई पर उड़ रही है। उसकी डोरी भूमि के स्तर से  $\theta$  का कोण बना रही है। (इसमें  $\cot \theta = \frac{8}{15}$  है) मान लें कि डोरी में कोई ढील नहीं है, तो डोरी की लंबाई कितनी है?

(a) 75 मी. (b) 40 मी. (c) 65 मी. (d) 85 मी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर-(d)

व्याख्या- मान पतंग की डोरी AC है तथा ऊंचाई AB = 75 मीटर प्रश्नानुसार  $\triangle ABC$  में

$$\cot \theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore \frac{BC}{75} = \frac{8}{15}$$

$$BC = \frac{8 \times 75}{15} = 40 \text{ मीटर}$$

पुनः  $\triangle ABC$  में

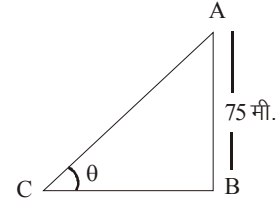
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 75^2 + 40^2$$

$$= 5625 + 1600 \Rightarrow 7225$$

$$AC = \sqrt{7225} = 85 \text{ मीटर}$$

अतः पतंग की डोरी की लंबाई 85 मीटर है।



हल इस तरह भी देखें-

माना पतंग की डोरी AC है। तथा ऊंचाई AB = 75 मीटर है।

प्रश्नानुसार  $\triangle ABC$  में

$$\sin \theta = \frac{AB}{AC} \dots (i)$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{8}{15} \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{64}{225}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{64}{225} = \frac{225 + 64}{225}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{289}{225}$$

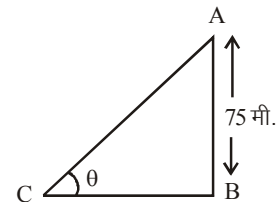
$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{17}{15}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{15}{17} \dots (ii)$$

समी. (i) तथा (ii)

$$\frac{15}{17} = \frac{75}{AC} \Rightarrow AC = 17 \times 5 = 85 \text{ मी.}$$

अतः पतंग की डोरी की लंबाई (AC) = 85 मी.



26. 1.6 मीटर लंबा एक प्रेक्षक किसी टॉवर से 45 मीटर दूर है। उसकी आंख से टॉवर के शीर्ष तक उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। टॉवर की ऊंचाई कितने मीटर होगी? (माना  $\sqrt{3} = 1.732$ )

(a) 25.98 (b) 26.58

(c) 27.58 (d) 27.98

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाती)

उत्तर-(c)

**व्याख्या—** माना कि AQ टॉवर तथा CP प्रेक्षक है।

प्रश्नानुसार

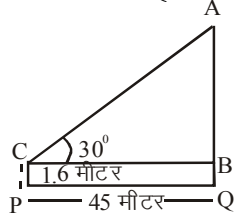
$$\angle ACB = 30^\circ$$

प्रेक्षक CP = 1.6 मीटर

$$= BQ$$

और PQ = BC = 45 मीटर

चित्र से



$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{45}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{45}$$

$$\begin{aligned} \text{या } AB &= \frac{45}{\sqrt{3}} = \frac{45\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{45\sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3} \text{ मीटर} \end{aligned}$$

$$= 15 \times 1.732 = 25.98 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{ टॉवर की ऊँचाई} = AB + BQ$$

$$= 25.98 + 1.6 \Rightarrow 27.58 \text{ मीटर}$$

27. जमीन से ऊपर ऊर्ध्वाधर उड़ रहे विमान का उन्नयन कोण आपस में 1 किमी. की दूरी पर स्थित दो क्रमिक पत्थरों से रखे जाने पर  $45^\circ$  और  $60^\circ$  है। जमीन से विमान की ऊँचाई कितनी है?

- (a)  $(\sqrt{3} + 1)$  किमी. (b)  $(\sqrt{3} + 3)$  किमी.  
(c)  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$  किमी. (d)  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 3)$  किमी.

**S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (II-पार्टी)**

उत्तर—(d)

**व्याख्या—**  $\therefore$  समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } AB = \sqrt{3} BC \dots (i)$$

तथा समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } AB = BD \dots (ii)$$

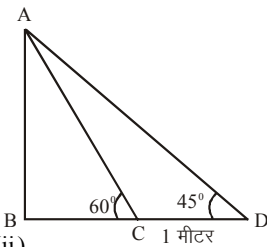
$$BD = BC + CD$$

[समी. (i) व (ii) से]

$$AB = \frac{AB}{\sqrt{3}} + 1 \quad [CD = 1 \text{ दिया है।}]$$

$$AB \times \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right) AB = 1$$



$$AB = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3}-1)}$$

$$\text{या } AB = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{3}}{2} \text{ या } \frac{1}{2}(\sqrt{3}+3) \text{ किमी.}$$

28. एक भवन के शीर्ष के साथ एक पेड़ के शीर्ष एवं अधोभाग से उन्नयन कोण क्रमशः  $x$  तथा  $y$  हैं। तदनुसार यदि उस पेड़ की ऊँचाई  $h$  मीटर हो, तो उस भवन की ऊँचाई कितने मीटर है?

- (a)  $\frac{h \cot x}{\cot x + \cot y}$  (b)  $\frac{h \cot y}{\cot x + \cot y}$   
(c)  $\frac{h \cot x}{\cot x - \cot y}$  (d)  $\frac{h \cot y}{\cot x - \cot y}$

**S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011**

उत्तर—(c)

**व्याख्या—**  $\triangle AED$  से-

$$\cot x = \frac{ED}{AE} = \frac{BC}{AE}$$

$$\therefore BC = AE \times \cot x \dots (i)$$

पुनः  $\triangle ABC$  से-

$$\cot y = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore BC = AB \times \cot y \dots (ii)$$

अतः  $AE \cdot \cot x = AB \cdot \cot y$

(समी. (i) तथा समी. (ii) से)

$$AE \cdot \cot x = (AE + h) \cot y$$

$$h \cot y = AE \cot x - AE \cot y$$

$$h \cot y = AE (\cot x - \cot y)$$

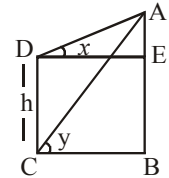
$$\therefore AE = \frac{h \cot y}{(\cot x - \cot y)}$$

अतः भवन की ऊँचाई  $= h + AE$

$$= h + \frac{h \cot y}{\cot x - \cot y}$$

$$= h \left[ \frac{\cot x - \cot y + \cot y}{\cot x - \cot y} \right]$$

$$= \frac{h \cot x}{\cot x - \cot y}$$



29. एक व्यक्ति जिसका कद 6 फीट है  $\frac{26}{3}$  फीट ऊँचे वृक्ष से फल

तोड़ना चाहता है। यदि व्यक्ति वृक्ष के तने के आधार से  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  फीट दूरी पर खड़ा है, तो उसे किस कोण पर पत्थर फेंकना चाहिए जिससे वह फल पर जाकर लगे?

- (a)  $15^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $45^\circ$

**S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015**

उत्तर—(c)

**व्याख्या—** प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर व्यक्ति CE तथा वृक्ष AB एवं फेंका गया कोण  $\theta$  है।

$\therefore \triangle ADE$  में

$$AD = AB - BD$$

$$= \frac{26}{3} - 6 \quad (\because BD = CE)$$

$$\frac{26-18}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{तथा } DE = BC = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \triangle ADE$  में

$$\tan \theta = \frac{AD}{DE} = \tan \theta \Rightarrow \frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{\sqrt{3}}}$$

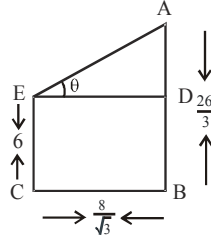
$$\tan \theta = \frac{8}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

अतः पत्थर  $30^\circ$  के कोण पर फेंका जाना चाहिए।



30. 60 मीटर ऊंची इमारत के शीर्ष से, एक टॉवर के शीर्ष एवं पाद के अवनति कोण  $30^\circ$  और  $60^\circ$  दिखाई देते हैं। टॉवर की ऊंचाई (मीटर में) कितनी होगी?

- (a) 40 (b) 45  
(c) 50 (d) 55

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7, 6 सितंबर, 2016 (III-परी)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (I-परी)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

**व्याख्या—** माना कि AB मीनार और CD टॉवर है।

$\therefore \triangle ADE$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AE}{DE} = \frac{AE}{BC} \quad [\because BC = DE]$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AE}{BC}$$

$$\text{या } AE = \frac{BC}{\sqrt{3}} \dots\dots(i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } AB = BC \tan 60^\circ = BC \sqrt{3}$$

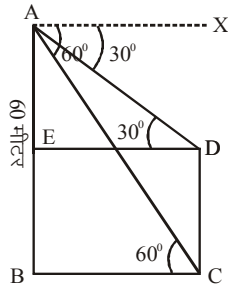
$$\therefore \text{या } BC = \frac{AB}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore AE = \frac{BC}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \quad [\text{समी. (i) से}]$$

$$AE = \frac{AB}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{टॉवर CD की ऊंचाई} = AB - AE$$

$$= 60 - 20 \Rightarrow 40 \text{ मीटर}$$



31. किसी मैदान पर लंबवत स्थित ऊर्ध्वाधर मीनार के शीर्ष की ऊंचाई का कोण उसी मैदान के P बिंदु से  $60^\circ$  दिखाई देता है। P बिंदु से ऊर्ध्वाधर 10 मी. ऊपर Q बिंदु से मीनार के पाद की अवनति का कोण  $30^\circ$  है। मीनार की ऊंचाई कितनी है?

- (a) 15 मीटर (b) 30 मीटर  
(c) 20 मीटर (d) 25 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

माना मीनार की ऊंचाई  $AB = h$  तथा  $BP = x$  है।

$\therefore \triangle ABP$  में

$$\frac{h}{x} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{h}{\sqrt{3}} = x \dots\dots(i)$$

पुनः  $\triangle PBQ$  में

$$\frac{PQ}{PB} = \tan 30^\circ$$

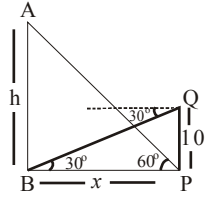
$$\frac{10}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 10\sqrt{3} \dots\dots(ii)$$

समी. (ii) से  $x$  का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{h}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$$

$$h = 10\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 30 \text{ मीटर}$$



32. एक 30 मीटर ऊंची इमारत के तल एवं शीर्ष से किसी मंदिर के शीर्ष भाग पर क्रमशः  $60^\circ$  और  $30^\circ$  का उन्नयन कोण बनता है। मंदिर की ऊंचाई बताइए।

- (a) 50 मीटर (b) 43 मीटर  
(c) 40 मीटर (d) 45 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-परी)

उत्तर—(d)

**व्याख्या—** माना कि इमारत की ऊंचाई  $CD = 30$  मीटर

मंदिर की ऊंचाई  $= AB$  मीटर

तथा  $CB = DE = x$  मीटर

प्रश्नानुसार

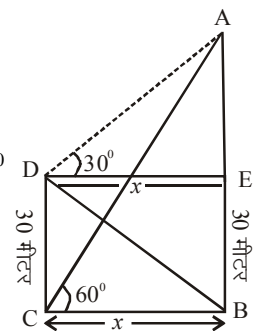
चित्र से स्पष्ट है कि

$$\angle ACB = 60^\circ, \angle ADE = 30^\circ$$

तथा  $CD = BE = 30$  मीटर

समकोण  $\triangle AED$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AE}{DE} = \frac{AE}{x}$$





$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AE}{x} \text{ या } x = AE \sqrt{3} \dots\dots(i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \text{ या } \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{AE + BE}{x}$$

$$\text{या } AE + 30 = x \sqrt{3}$$

$$\text{या } AE + 30 = (AE \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}) \text{ [समी. (i) से ]}$$

$$\text{या } AE + 30 = 3AE$$

$$\text{या } 3AE - AE = 30$$

$$\text{या } 2AE = 30$$

$$\text{या } AE = \frac{30}{2}$$

$$= 15 \text{ मीटर}$$

$$\text{अतः मंदिर की ऊँचाई (AB) = AE + BE}$$

$$= 15 + 30 \Rightarrow 45 \text{ मीटर}$$

33. भूमि पर किसी स्थान पर एक मीनार है जिसके शीर्ष पर एक ध्वज का खंभा लगा है। मीनार के तल से 9 मीटर की दूरी पर किसी बिंदु पर ध्वज के खंभे के शीर्ष और तल के उन्नयन कोण क्रमशः  $60^\circ$  और  $30^\circ$  है। ध्वज के खंभे की ऊँचाई बताइए?

- (a)  $5\sqrt{3}$  मीटर (b)  $6\sqrt{3}$  मीटर  
(c)  $6\sqrt{2}$  मीटर (d)  $6\sqrt{5}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** माना कि AB मीनार है जिस पर AD ध्वज लगा है। जिसका शिखर D एवं तल A है, जो B से 9 मी. दूरी पर क्रमशः  $60^\circ$  एवं  $30^\circ$  का कोण बनाते हैं।

$\therefore$  समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{9} \text{ या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{9}$$

$$\text{या } AB = \frac{9}{\sqrt{3}} \dots\dots(i)$$

तथा समकोण  $\triangle DBC$  में

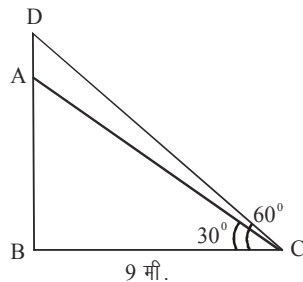
$$\tan 60^\circ = \frac{BD}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{BD}{9}$$

$$\text{या } BD = 9\sqrt{3} \dots\dots(ii)$$

$$\therefore \text{ ध्वज की ऊँचाई } AD = BD - AB$$

$$= 9\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \\ = 9\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$



$$= 9\left(\frac{3-1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \frac{18\sqrt{3}}{3} \\ = 6\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

34. भूमि तल से एक भवन के शीर्ष तथा उसकी चिमनी के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः  $x$  तथा  $45^\circ$  तथा उस भवन की ऊँचाई  $h$  मीटर है। तदनुसार चिमनी की ऊँचाई मीटर में कितनी होगी?

- (a)  $h \cot x + h$  (b)  $h \cot x - h$   
(c)  $h \tan x - h$  (d)  $h \tan x + h$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** माना AB भवन है जिसकी ऊँचाई  $h$  है तथा BC उस भवन पर चिमनी है।

तब  $\triangle ABD$  से—

$$\tan x = \frac{h}{AD}$$

$$AD = \frac{h}{\tan x} \dots\dots\dots (i)$$

$\triangle ACD$  से

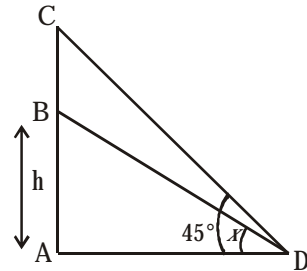
$$\frac{h+BC}{AD} = \tan 45^\circ$$

$$h+BC = 1 \cdot \frac{h}{\tan x}$$

$$BC = \frac{h}{\tan x} - h$$

$$\therefore BC = h \cot x - h$$

अतः चिमनी की ऊँचाई  $(h \cot x - h)$  मीटर है।



35. जमीन पर P बिंदु से 10 मी. ऊँची इमारत के शीर्ष की ऊँचाई का कोण  $30^\circ$  है। इमारत के शीर्ष पर झंडा फहराया गया है और P से झंडा स्टाफ के शीर्ष की ऊँचाई का कोण  $45^\circ$  है। झंडा स्टाफ की लंबाई ज्ञात कीजिए। (मान लें  $\sqrt{3} = 1.732$ )

- (a)  $10(\sqrt{3} + 2)$  मी. (b)  $10(\sqrt{3} + 1)$  मी.  
(c)  $10\sqrt{3}$  मी. (d) 7.32 मी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

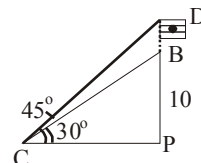
**व्याख्या—** माना झंडा स्टाफ की लंबाई  $BD = a$  मी.

त्रिभुज CPB में

$$\frac{PB}{CP} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{10}{CP} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$CP = 10\sqrt{3}$$



अब  $\triangle CPD$  में

$$\frac{PB+BD}{CP} = \tan 45^\circ$$

$$\frac{10+BD}{10\sqrt{3}} = 1$$

$$10 + BD = 10\sqrt{3}$$

$$BD = 10\sqrt{3} - 10$$

$$= 10(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 10 \times (1.732 - 1)$$

$$= 7.32 \text{ मीटर}$$

### प्रकार-3

## दो वस्तुओं/व्यक्तियों के बीच दूरी

36. एक नाव एक निश्चित चाल से  $20\sqrt{3}$  मीटर की ऊंचाई वाले एक लाइट हाउस की तरफ जा रही है। लाइट हाउस के ऊपरी हिस्से से बना अवनमन कोण 10 सेकंड में  $30^\circ$  से  $60^\circ$  में परिवर्तित हो जाता है। अपने प्रारंभिक स्थान से लाइट हाउस तक पहुँचने में नाव के द्वारा लिया गया समय (सेकंड में) कितना है?

- (a) 10 (b) 15  
(c) 20 (d) 60

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

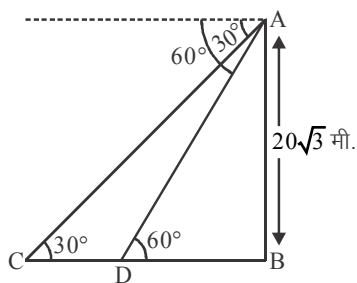
उत्तर—(b)

व्याख्या— माना नाव की चाल  $x$  मी./से. है।

$$\therefore CD = 10x \text{ मी. } (\because \text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय})$$

समकोण  $\triangle ABD$  में,

$$\tan 60^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{BC}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{20\sqrt{3}}{BD} \Rightarrow BD = 20 \text{ मी.}$$

समकोण  $\triangle ABC$  में,

$$\tan 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{10x + 20}$$

$$10x + 20 = 60 \Rightarrow x = 4 \text{ मी./से.}$$

$\therefore$  नाव द्वारा 60 मी.  $(10 \times 4 + 20)$  दूरी तय करने में लगा समय

$$= \frac{60}{4} \Rightarrow 15 \text{ सेकंड}$$

37. जब सूर्य का उन्नयन  $30^\circ$  से बढ़ कर  $60^\circ$  हो जाता है तब किसी 15 मीटर ऊँचे खंबे की परछाइयों की लंबाइयों में क्या अंतर होगा?

- (a) 7.5 मीटर (b) 15 मीटर  
(c)  $10\sqrt{3}$  मीटर (d)  $5\sqrt{3}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 सितंबर, 2016 (II-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या—

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{15}{BC}$$

$$\text{या } BC = \frac{15}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(i)$$

इसी प्रकार समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{BD}$$

$$\text{या } BD = 15\sqrt{3} \dots\dots\dots(ii)$$

$$\therefore \text{परछाइयों की लंबाई में अंतर} = BD - BC$$

$$= 15\sqrt{3} - \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{45 - 15}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

38. एक 75 मीटर ऊँचे खंबे के एक ओर खड़े दो व्यक्ति खंबे के शीर्ष का उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $60^\circ$  देखते हैं। दोनों व्यक्तियों के बीच दूरी कितनी है?

- (a)  $100\sqrt{3}$  मीटर (b) 100 मीटर  
(c)  $\frac{75}{\sqrt{3}}$  मीटर (d)  $25\sqrt{3}$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 3 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(\*)

**व्याख्या—** माना कि खंभा AB है तथा C और D व्यक्ति हैं।

प्रश्नानुसार

$$\angle ADB = 30^\circ$$

$$\angle ACB = 60^\circ \text{ तथा } AB = 75 \text{ मीटर}$$

$\therefore \triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{75}{BC}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{75}{BC}$$

$$BC = \frac{75}{\sqrt{3}} \dots\dots(i)$$

पुनः  $\triangle ABD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{AB}{BC + CD}$$

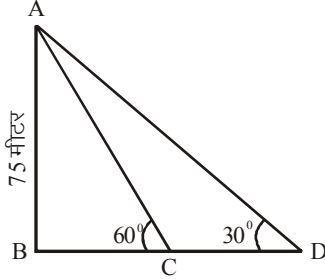
$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{(BC + CD)} \Rightarrow \frac{75}{BC + CD}$$

$$\text{या } BC + CD = 75\sqrt{3}$$

$$\therefore CD = 75\sqrt{3} - \frac{75}{\sqrt{3}} \text{ [समी. (i) से BC का मान रखने पर]}$$

$$= \frac{225 - 75}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{150}{\sqrt{3}}$$

$$CD = 50\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



**हल इस तरह भी देखें—**

दिया है— खंभे की ऊँचाई (AB) = 75 मीटर

माना C और D व्यक्ति हैं।

प्रश्नानुसार

चित्र से

$$\angle ADB = \angle DAC = 30^\circ$$

$$\therefore AC = DC \dots\dots(i)$$

$$\angle ACB = 60^\circ \text{ तथा } AB = 75 \text{ मीटर}$$

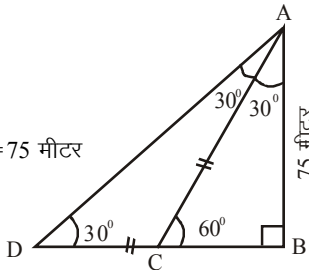
समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{75}{AC}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{AC} \text{ या } AC = \frac{75 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{या } AC = 50\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$\text{या } AC = CD = 50\sqrt{3} \text{ मीटर [समी. (i) से]}$$



**39.** एक टॉवर 50 मीटर ऊँचा है। जिस समय सूर्य का शीर्ष लंब  $45^\circ$  होता है। उस समय उसकी छाया उस समय की तुलना में जिस समय सूर्य का शीर्ष लंब  $30^\circ$  होता है, से  $x$  मीटर कम होती है।  $x$  का मान मीटर में कितना होगा?

$$(a) 50\sqrt{3}$$

$$(b) 50(\sqrt{3} - 1)$$

$$(c) 50(\sqrt{3} + 1)$$

$$(d) 50$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013, 2014

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

**व्याख्या—** माना टॉवर की ऊँचाई AB है।

प्रश्नानुसार

$$\angle ACB = 45^\circ, \angle ADC = 30^\circ$$

$$\text{तथा } CD = x \text{ मीटर}$$

$$AB = 50 \text{ मीटर}$$

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \dots\dots(i)$$

तथा समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$BD = \sqrt{3} AB \dots\dots(ii)$$

$$\therefore BC = BD - CD$$

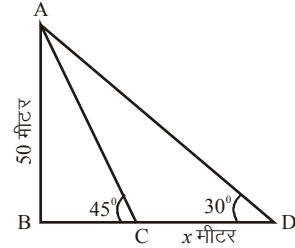
$$= BD - x$$

$$= \sqrt{3} AB - x \text{ [समी. (ii) से]}$$

$$\text{या } AB = \sqrt{3} AB - x \text{ [समी. (i) से]}$$

$$x = (\sqrt{3} - 1)AB$$

$$= 50(\sqrt{3} - 1) (\because AB = 50 \text{ मीटर})$$



40. समुद्र में दो पोत प्रकाश स्तंभ के दोनों ओर चले हैं। दोनों पोतों से देखने पर प्रकाश स्तंभ के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। यदि प्रकाश स्तंभ 100 मीटर ऊंचा हो, तो दोनों पोतों के बीच की दूरी बताइए। (यह मानते हुए कि  $\sqrt{3} = 1.73$ )

- (a) 173 मीटर (b) 200 मीटर  
(c) 273 मीटर (d) 300 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि प्रकाश स्तंभ AD है।

$\therefore AD = 100$  मीटर,  $BC = ?$

$\triangle ABD$  में

$$\frac{AD}{BD} = \tan 45^\circ$$

$$\frac{100}{BD} = 1$$

या  $BD = 100$ .....(i)

$\triangle ACD$  में

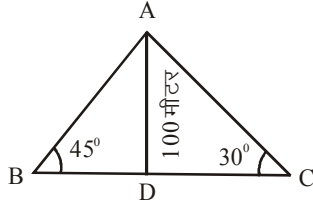
$$\frac{AD}{DC} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{100}{DC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$DC = 100\sqrt{3}$$

$$= 100 \times 1.73 = 173 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दोनों जहाजों के बीच की दूरी } BC &= BD + DC \\ &= 100 + 173 \\ &= 273 \text{ मीटर} \end{aligned}$$



41. एक प्रेक्षक समुद्र तल से 500 मीटर ऊपर एक पहाड़ी चोटी के शीर्ष से अपने समान दृष्टिक्षेत्र में दो नौकाओं का अवनाति कोण क्रमशः  $45^\circ$  और  $30^\circ$  देखता है। यदि दोनों नौकाएं पहाड़ी की एक ही साइड में हैं, तो उनके बीच की दूरी कितनी होगी?

- (a) 456 मीटर  
(b) 584 मीटर  
(c) 366 मीटर  
(d) 699 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कि CD नौकाओं के बीच की दूरी है।

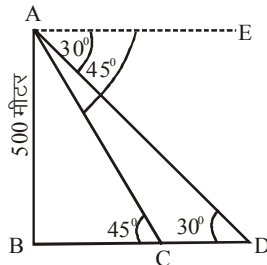
समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AB}{BC}$$

या  $AB = BC$ .....(i)

पुनः समकोण  $\triangle ABD$  में



$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } BD = \sqrt{3}AB$$

$$\therefore CD = BD - BC$$

$$= \sqrt{3}AB - AB = (\sqrt{3} - 1)AB \text{ [समी. (i) से]}$$

$$= (1.732 - 1) \times 500$$

$$= .732 \times 500 \Rightarrow 366 \text{ मीटर}$$

42. 1500 मीटर ऊंचाई पर एक हेलीकॉप्टर देखता है कि दो पोत उसकी ओर उसी दिशा में चले आ रहे हैं। हेलीकॉप्टर से देखे जाने पर पोतों के अवनमन कोण क्रमशः  $60^\circ$  और  $30^\circ$  दिखाई देते हैं। दोनों पोतों के बीच की दूरी मीटर में बताइए।

- (a)  $1000\sqrt{3}$  (b)  $\frac{1000}{\sqrt{3}}$   
(c)  $500\sqrt{3}$  (d)  $\frac{500}{\sqrt{3}}$   $500\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 सितंबर, 2016 (III-पाती)

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि CD पोतों के बीच की दूरी है।

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \text{ या } \sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } AB = BC\sqrt{3}$$

$$BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} \text{ .....(i)}$$

तथा समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\frac{AB}{BD} = \tan 30^\circ$$

$$\text{या } \frac{AB}{BD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

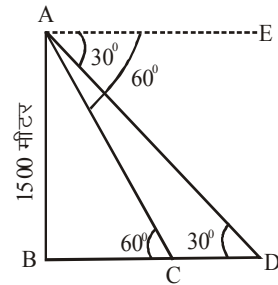
$$\text{या } BD = \sqrt{3}AB \text{ .....(ii)}$$

$$\therefore CD = BD - BC = \sqrt{3}AB - \frac{AB}{\sqrt{3}} \text{ [समी. (i) एवं (ii) से]}$$

$$= \frac{3AB - AB}{\sqrt{3}} = \frac{2AB}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 \times 1500}{\sqrt{3}} \quad (\because AB = 1500 \text{ मीटर})$$

$$= \frac{3000\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 1000\sqrt{3} \text{ मीटर}$$





43. नदी के पुल पर किसी बिंदु से नदी के आमने-सामने वाले किनारों के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। यदि पुल नदी के किनारों से 2.5 मीटर की ऊंचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई बताइए। (यह मानते हुए कि  $\sqrt{3} = 1.73$ )

- (a) 5.83 मीटर (b) 6.83 मीटर  
(c) 5.7 मीटर (d) 6.87 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2016 (III-पाती)

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर BC नदी की चौड़ाई है।

$\triangle ABD$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{या } BD = AD = 2.5 \text{ मीटर .....(i)}$$

तथा  $\triangle ACD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AD}{CD}$$

$$\text{या } CD = \sqrt{3} AD$$

$$CD = \sqrt{3} \times 2.5 \text{ [समी. (i) से]}$$

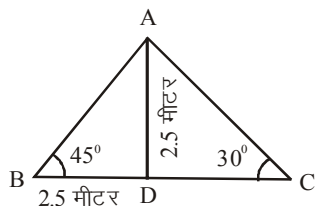
$$CD = 4.33 \text{ .....(ii)}$$

$\therefore$  नदी की चौड़ाई BC है।

$$\therefore BC = BD + DC \text{ [समी. (i) व (ii) से]}$$

$$= 2.5 + 4.33$$

$$= 6.83 \text{ मीटर}$$



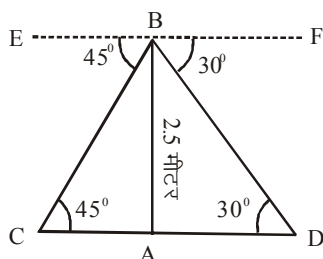
हल इस तरह भी देखें—

माना कि पुल की ऊंचाई (AB) = 2.5 मीटर तथा अवनमन कोण

$\angle EBC$  एवं  $\angle FBD$  क्रमशः  $45^\circ$  एवं  $30^\circ$  हैं।

प्रश्नानुसार

समकोण  $\triangle BAC$  में



$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{2.5}{AC}$$

$$1 = \frac{2.5}{AC} \Rightarrow AC = 2.5 \text{ मीटर .....(i)}$$

एवं समकोण  $\triangle BAD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AD} = \frac{2.5}{AD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2.5}{AD} \Rightarrow AD = 2.5 \times \sqrt{3} \text{ मीटर .....(ii)}$$

$$\therefore \text{ नदी की चौड़ाई } CD = CA + AD$$

$$= 2.5 + 2.5 \sqrt{3} \text{ [समी. (i) एवं (ii) समी. से]}$$

$$= 2.5 (1 + 1.732) (\because \sqrt{3} = 1.732)$$

$$= 2.5 \times 2.732$$

$$CD = 6.83 \text{ मीटर}$$

44. दो व्यक्ति एक टॉवर की विपरीत दिशाओं में खड़े हैं। वे टॉवर के शीर्ष का उन्नत कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  मापते हैं। यदि टॉवर की ऊंचाई 50 मीटर है, तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी कितनी है? (माना  $\sqrt{3} = 1.73$ )

- (a) 136.5 मीटर  
(b)  $50\sqrt{3}$  मीटर  
(c)  $100\sqrt{3}$  मीटर  
(d) 135.5 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 11 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना कि टॉवर की लंबाई AD है तथा B और C व्यक्ति हैं, जो टॉवर के शीर्ष से  $30^\circ$  एवं  $45^\circ$  का कोण बनाते हैं।

प्रश्नानुसार

$$AD = 50 \text{ मीटर}$$

समकोण  $\triangle ADC$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AD}{CD} = \frac{50}{CD}$$

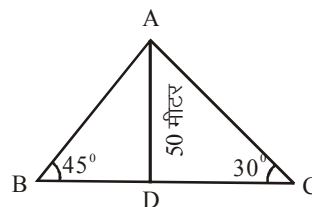
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{CD}$$

$$\text{या } CD = 50\sqrt{3} \text{ .....(i)}$$

समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{या } 1 = \frac{50}{BD}$$



या  $BD = 50$  .....(ii)

$$\begin{aligned}\therefore BC &= BD + CD \text{ (दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी)} \\ &= 50 + 50\sqrt{3} \\ &= 50(1 + 1.73) \\ &= 50 \times 2.73 \\ &= 136.50 \Rightarrow 136.5 \text{ मीटर}\end{aligned}$$

45. 200 मीटर की ऊँचाई पर उड़ने वाले किसी विमान का पायलट किसी नदी के दोनों किनारों पर दो बिंदु देखता है। यदि दोनों बिंदुओं के अवनमन कोण  $45^\circ$  और  $60^\circ$  हों, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

(a)  $\left(200 + \frac{200}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर      (b)  $\left(200 - \frac{200}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर  
(c)  $400\sqrt{3}$  मीटर      (d)  $\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 10 सितंबर, 2016 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर CD नदी की चौड़ाई है।

$\therefore \triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{AB}{\sqrt{3}} \dots(i)$$

$\therefore \triangle ABD$  में

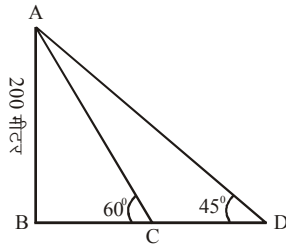
$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } 1 = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AB = BD \dots(ii)$$

$\therefore CD = BD - BC$

$$= AB - \frac{AB}{\sqrt{3}} \text{ [समी. (i) और (ii) से]}$$

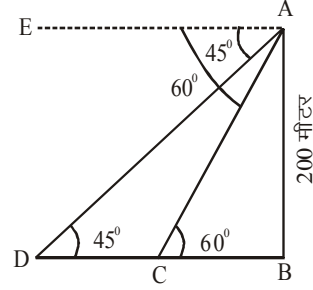
$$\left(200 - \frac{200}{\sqrt{3}}\right) \text{ मीटर}$$



हल इस तरह भी देखें—

माना कि विमान की ऊँचाई (AB) = 200 मीटर एवं नदी के किनारों के बिंदु C एवं D हैं। पायलट द्वारा नदी के किनारे बिंदु C एवं D पर अवनमन कोण क्रमशः  $\angle EAD = 45^\circ$  एवं  $\angle EAC = 60^\circ$  हैं।

(यदि पायलट विमान को नदी के चौड़ाई के एक तरफ से है।)



प्रश्नानुसार

समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \text{ या } \sqrt{3} = \frac{200}{BC}$$

$$BC = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ मीटर} \dots(i)$$

तथा समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD} \text{ या } 1 = \frac{AB}{BD} \text{ या } AB = BD$$

या  $BD = 200$  मीटर .....(ii)

अतः नदी की चौड़ाई (CD) =  $BD - BC$

$$= \left(200 - \frac{200}{\sqrt{3}}\right) \text{ मीटर}$$

46.  $10\sqrt{3}$  मीटर ऊँचे एक भवन के शिखर से देखे गए दो बिंदु P तथा Q हैं। यदि उन बिंदुओं के अवनमन कोण, परस्पर पूरक हों और  $PQ = 20$  मीटर हों, तो बिंदु P की उस भवन से दूरी कितनी होगी?

- (a) 30 मीटर  
(b) 40 मीटर  
(c) 25 मीटर  
(d) 45 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

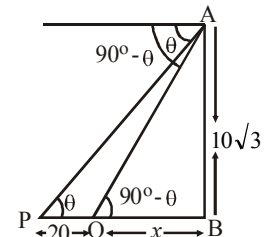
व्याख्या— माना  $QB = x$  मी.

$\triangle ABP$  में

$$\frac{AB}{PB} = \tan \theta$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{20 + x} = \tan \theta \dots(i)$$

पुनः  $\triangle ABQ$  में



$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{AB}{QB}$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{x} = \cot \theta \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को गुणा करने पर

$$\frac{10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3}}{x(20+x)} = \tan \theta \times \cot \theta$$

$$\frac{300}{x^2 + 20x} = 1$$

$$x^2 + 20x - 300 = 0$$

$$x^2 + 30x - 10x - 300 = 0$$

$$x(x+30) - 10(x+30) = 0$$

$$(x+30)(x-10) = 0$$

$$x = -30, 10$$

$$x = 10 \text{ लेने पर}$$

$$\text{बिन्दु P से भवन की दूरी} = 20 + 10 \Rightarrow 30 \text{ मीटर}$$

हल इस तरह भी देखें-

$$\text{माना } QB = x \text{ मी.}$$

$$\text{माना } \angle APB = \theta$$

$$\text{तो } \angle AQB = 90^\circ - \theta$$

$$\tan \theta : \tan(90^\circ - \theta)$$

$$\tan \theta : \cot \theta$$

$$\tan^2 \theta : 1$$

$$\tan \theta \text{ और } \tan(90^\circ - \theta) \text{ का अनुपात } \tan^2 \theta : 1 \text{ है।}$$

$$\text{अतः } \tan \theta \text{ और } \tan(90^\circ - \theta) \text{ के आधारों का अनुपात}$$

$$1 : \tan^2 \theta \text{ होगा।}$$

$$\text{अतः } \frac{PB}{QB} = \frac{1}{\tan^2 \theta}$$

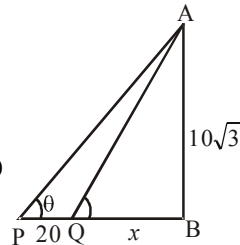
$$\frac{20+x}{x} = \cot^2 \theta$$

$$\frac{20+x}{x} = \frac{(10\sqrt{3})^2}{x^2} \left[ \cot \theta = \frac{10\sqrt{3}}{x} \right]$$

$$20+x = \frac{100 \times 3}{x}$$

$$20+x = \frac{300}{x}$$

$$20x + x^2 = 300$$



$$x^2 + 20x - 300 = 0$$

$$x^2 + 30x - 10x - 300 = 0$$

$$x(x+30) - 10(x+30) = 0$$

$$(x+30)(x-10) = 0$$

$$x = -30, 10$$

$$x = 10 \text{ लेने पर}$$

$$\text{बिन्दु P से भवन की दूरी} = 20 + 10 \Rightarrow 30 \text{ मीटर}$$

47. एक ही क्षैतिज रेखा पर दो बिंदुओं से, किसी स्तंभ के शीर्ष को उन्नयन कोण  $\theta$  और  $\phi$  ( $\theta < \phi$ ) है। यदि स्तंभ की ऊँचाई 'h' मीटर है और दोनों बिंदु स्तंभ के एक ओर हों, तो दोनों बिंदुओं के बीच की दूरी बताएं।

$$(a) h(\tan \theta - \tan \phi) \text{ m}$$

$$(b) h(\cot \phi - \cot \theta) \text{ m}$$

$$(c) h(\cot \theta - \cot \phi) \text{ m}$$

$$(d) h \frac{\tan \theta \tan \phi}{\tan \phi - \tan \theta} \text{ m}$$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरिय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—  $\phi > \theta$

∴ समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan \phi = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } \tan \phi = \frac{h}{BC}$$

$$\text{या } BC = \frac{h}{\tan \phi} \dots\dots(i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan \theta = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } \tan \theta = \frac{h}{BD}$$

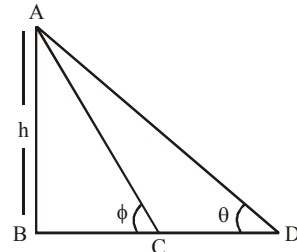
$$\text{या } BD = \frac{h}{\tan \theta} \dots\dots(ii)$$

$$\therefore CD = BD - BC$$

$$= \frac{h}{\tan \theta} - \frac{h}{\tan \phi} \text{ [समी. (i) और (ii) से]}$$

$$= h \left[ \frac{1}{\tan \theta} - \frac{1}{\tan \phi} \right]$$

$$= h(\cot \theta - \cot \phi) \text{ मीटर}$$



**प्रकार-4**

**विविध**

48. TF एक मीनार है जिसका F भूमि पर है। A से T का उन्नयन कोण इस प्रकार  $x^\circ$  है कि  $\tan x^\circ = \frac{2}{5}$  और AF=200 मीटर है। समीपस्थ बिंदु B से T का उन्नयन कोण  $y^\circ$  है जिसमें BF=80 मीटर है।  $y^\circ$  का मान है—  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $75^\circ$  (c)  $45^\circ$  (d)  $60^\circ$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

**व्याख्या—** प्रश्नानुसार चित्र बनाने पर

माना TF की लंबाई h है।

$\therefore \triangle TAF$  में

$$\frac{TF}{AF} = \tan x^\circ \Rightarrow \frac{h}{200} = \frac{2}{5} \quad \left( \because \tan x^\circ = \frac{2}{5} \right)$$

$$h = \frac{2 \times 200}{5} \Rightarrow 80$$

$\therefore \triangle TBF$  में

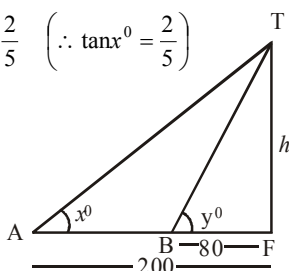
$$\frac{TF}{BF} = \tan y^\circ$$

$$\frac{80}{80} = \tan y^\circ$$

$$1 = \tan y^\circ$$

$$\tan 45^\circ = \tan y^\circ \quad (\because \tan 45^\circ = 1)$$

$$\therefore y = 45^\circ$$



49. जमीन पर किसी बिंदु से एक विमान का उन्नतांश  $45^\circ$  है। 15 सेकंड उड़ने के बाद उन्नतांश घटकर  $30^\circ$  हो जाता है। यदि विमान 2500 मीटर की ऊंचाई पर उड़ रहा है, तो विमान की गति कितने किमी./घंटा है?  
 (a) 600 (b)  $600(\sqrt{3} + 1)$   
 (c)  $600\sqrt{3}$  (d)  $600(\sqrt{3} - 1)$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 1 सितंबर, 2016 (I-पाठी)

उत्तर—(d)

**व्याख्या—** प्रश्नानुसार

चित्र बनाने पर

समकोण  $\triangle ABC$  में

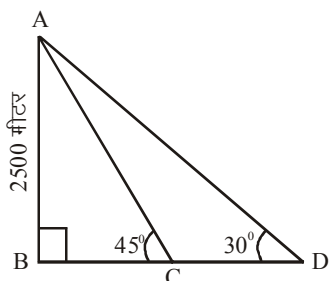
AB = 2500 मीटर

$\angle ACB = 45^\circ$

तथा  $\angle ADB = 30^\circ$

$\triangle ACB$  में

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$



$$\text{या } 1 = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = AB \dots\dots(i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } BD = \sqrt{3} AB$$

$$\text{या } BD = \sqrt{3} \times 2500$$

$$BD = BC + CD$$

$$\text{या } 2500\sqrt{3} = 2500 + CD \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } 2500\sqrt{3} - 2500 = CD$$

$$\text{या } CD = 2500(\sqrt{3} - 1)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{विमान की गति} &= \frac{2500(\sqrt{3} - 1)}{15} \text{ मीटर/सेकंड} \\ &= \frac{500(\sqrt{3} - 1)}{3} \times \frac{18}{5} = 600(\sqrt{3} - 1) \text{ किमी./घंटा} \end{aligned}$$

50. एक नाव किसी प्रेक्षण टॉवर से दूर जा रही है। जब वह टॉवर से 50 मीटर की दूरी पर है, तो वह प्रेक्षक की दृष्टि में  $60^\circ$  का अवनमन कोण बनाती है। 8 सेकंड के बाद अवनमन कोण  $30^\circ$  का हो जाता है, तो यह मानते हुए कि नाव ठहरे हुए पानी में चल रही है। नाव की लगभग चाल (स्पीड) बताइए।  
 (a) 33 किमी./घंटा (b) 42 किमी./घंटा  
 (c) 45 किमी./घंटा (d) 50 किमी./घंटा

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 9 सितंबर, 2016 (III-पाठी)

उत्तर—(c)

**व्याख्या—** दिए गए प्रश्न के अनुसार चित्र बनाने पर

$\angle ACB = 60^\circ, \angle ADB = 30^\circ$

BC = 50 मीटर

$\therefore$  समकोण  $\triangle ABC$  में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{या } \sqrt{3} = \frac{AB}{50}$$

$$\text{या } 50\sqrt{3} = AB \dots\dots(i)$$

पुनः समकोण  $\triangle ABD$  में

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } BD = \sqrt{3} AB \dots\dots(ii)$$

$$= \sqrt{3} \times 50\sqrt{3} \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\text{या } BD = 50 \times 3 = 150$$

$$\therefore CD = BD - BC$$

$$= 150 - 50 = 100 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{नाव की चाल} = \frac{CD}{8} \Rightarrow \frac{100}{8} \text{ मीटर/सेकंड}$$

$$= \frac{100}{8} \times \left( \frac{18}{5} \right) \Rightarrow 45 \text{ किमी./घंटा}$$

