

A-द्विविमीय आकृति

प्रकार-1

त्रिभुज के क्षेत्रफल एवं परिमाप-आधारित

1. यदि एक समबाहु त्रिभुज के बाह्य वृत्त तथा अंतःवृत्त के क्षेत्रफलों का योग 770 सेमी.² है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

- (a) $125\sqrt{3}$ (b) $147\sqrt{3}$
(c) $156\sqrt{3}$ (d) $169\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— यदि समबाहु त्रिभुज की भुजा a हो, तब अंतःवृत्त की त्रिज्या

$$(r) = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

तथा परिवृत्त की त्रिज्या (R) = $\frac{a}{\sqrt{3}}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{\pi a^2}{12} + \frac{\pi a^2}{3} = 770$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{a^2}{3} \left(\frac{1}{4} + 1 \right) = 770$$

$$\frac{22a^2}{21} \left(\frac{5}{4} \right) = 770$$

$$a^2 = \frac{770 \times 21 \times 4}{110} = 588$$

$$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588 = 147\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$

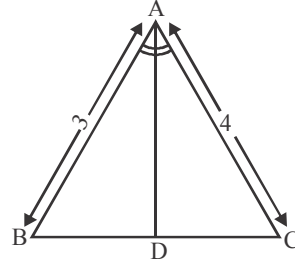
2. एक त्रिभुज ABC में, AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है तथा AB : AC = 3 : 4 है। यदि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 350 सेमी.² है, तो त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

- (a) 150 (b) 200
(c) 210 (d) 240

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 16 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— रेखाखंड AD, कोण $\angle A$ का अंतःसमद्विभाजक है।



$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{3}{4} \quad \dots (i)$$

$$\Rightarrow \Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} \times \frac{3}{(3+4)}$$

$$= 350 \times \frac{3}{7} \Rightarrow 150 \text{ सेमी.}^2$$

3. एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाएं 20 सेमी. हैं तथा तीसरी भुजा 30 सेमी. है। त्रिभुज का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

- (a) $50\sqrt{5}$ (b) 100
(c) $75\sqrt{7}$ (d) 175

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—

समद्विबाहु ΔABC में भुजा

AB = AC = 20 सेमी. तथा भुजा

BC = 30 सेमी.

$$BD = DC = \frac{BC}{2}$$

$$\therefore BD = \frac{30}{2} \Rightarrow 15 \text{ सेमी.}$$

\therefore समकोण ΔADB में

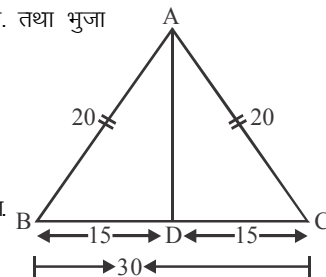
$$AD \text{ (ऊँचाई)} = \sqrt{(20)^2 - (15)^2}$$

$$= \sqrt{(20+15)(20-15)}$$

$$= \sqrt{35 \times 5}$$

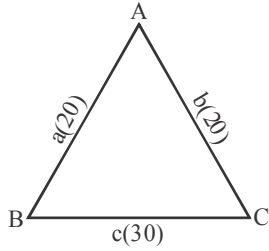
$$AD = 5\sqrt{7}$$

\therefore समद्विबाहु ΔABC का क्षेत्रफल



$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \\
&= \frac{1}{2} \times BC \times AD \\
&= \frac{1}{2} \times 30 \times 5\sqrt{7} \\
&= 75\sqrt{7} \text{ वर्ग सेमी.}
\end{aligned}$$

Trick—



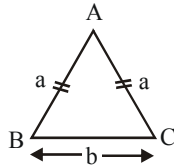
$$\begin{aligned}
\Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
s &= \frac{\text{त्रिभुज की तीनों भुजाओं का योग}}{2} \\
s &= \frac{20+20+30}{2} = \frac{70}{2} \Rightarrow 35
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{35(35-20)(35-20)(35-30)} \\
&= \sqrt{35 \times 15 \times 15 \times 5} \\
&= \sqrt{7 \times 5 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5} \\
&= 5 \times 5 \times 3\sqrt{7} \Rightarrow 75\sqrt{7} \text{ वर्ग सेमी.}
\end{aligned}$$

Trick—

नोट—समद्विबाहु Δ का क्षेत्रफल =

$$\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$



$$\begin{aligned}
\therefore \text{समद्विबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{30}{4} \sqrt{4 \times 20 \times 20 - 30 \times 30} \\
&= \frac{30}{4} \sqrt{700} = \frac{300}{4} \sqrt{7} = 75\sqrt{7}
\end{aligned}$$

4. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा वर्ग के विकर्ण के बराबर है। यदि वर्ग की भुजा 12 सेमी. है, तो समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

- (a) $50\sqrt{2}$ (b) $50\sqrt{3}$
(c) $72\sqrt{3}$ (d) $100\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी चॉइसिंग परीक्षा, 18 सितंबर, 2017 (I-पाती)

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— वर्ग की भुजा = 12 सेमी.

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \text{भुजा} \sqrt{2} \Rightarrow 12\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समबाहु } \Delta \text{ की भुजा} = \text{वर्ग का विकर्ण}$$

$$\therefore \text{समबाहु } \Delta \text{ की भुजा} = 12\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2 \\
&= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 \\
&= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 144 \times 2 \\
&= 72\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2
\end{aligned}$$

5. 7776 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल के एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 3 : 4 : 5 है। त्रिभुज का परिमाण क्या है?

- (a) 424 सेमी. (b) 432 सेमी.
(c) 412 सेमी. (d) 400 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज की भुजाएं $3x, 4x$ और $5x$ हैं।

$$\begin{aligned}
\therefore (5x)^2 &= (3x)^2 + (4x)^2 \\
25x^2 &= 9x^2 + 16x^2 \\
25x^2 &= 25x^2 \\
\therefore \text{त्रिभुज समकोण त्रिभुज है।}
\end{aligned}$$

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{छोटी भुजाओं का गुणनफल}$$

$$\therefore 7776 = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x$$

$$\begin{aligned}
\therefore 6x^2 &= 7776 \\
x^2 &= 1296
\end{aligned}$$

$$\therefore x = \sqrt{1296} \Rightarrow 36$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{त्रिभुज का परिमाण} &= \text{तीनों भुजाओं का योग} \\
&= 3x + 4x + 5x \\
&= 12x \\
&= 12 \times 36 \Rightarrow 432 \text{ सेमी.}
\end{aligned}$$

6. यदि एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 12 सेमी. है, तो बाह्य त्रिज्या तथा अंतः त्रिज्या के बीच का अंतर (सेमी. में) क्या है?

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) $3\sqrt{2}$
(c) $2\sqrt{3}$ (d) $3\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— \therefore भुजा (a) = 12 सेमी.

$$\text{समबाहु त्रिभुज की बाह्य त्रिज्या (R)} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज की अंतःत्रिज्या (r)} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अंतर} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ = 2\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

7. XYZ त्रिकोण में निम्नलिखित में से कौन-सी स्थिति सही है?
 (a) $XY - YZ > ZX$ (b) $XY + YZ < ZX$
 (c) $XY - YZ < XZ$ (d) $XY + ZX < YZ$

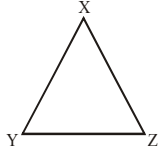
S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 4 सितंबर, 2016 (III-पार्टी)

उत्तर—(c)

व्याख्या— किसी Δ में दो भुजाओं का

अंतर तीसरी भुजा से छोटा तथा योगफल तीसरी भुजा से बड़ा होता है

$$\therefore [XY - YZ < XZ]$$



8. यदि दो समबाहु त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात 1 : 2 है, तो उनके क्षेत्रफल का अनुपात है—

- (a) 1 : 2 (b) 2 : 3 (c) 4 : 9 (d) 1 : 4

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना दो समबाहु त्रिभुज की भुजाओं की लंबाईयां क्रमशः x और $2x$ हैं।

$$\therefore \text{पहले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरे समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (2x)^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} 4x^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} x^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} 4x^2} \Rightarrow \frac{1}{4} \\ = 1 : 4$$

Trick—

किसी भी समबाहु त्रिभुज में, उनके क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी भुजाओं के वर्ग के अनुपात में होता है।

प्रश्नानुसार

$$\text{भुजाओं का अनुपात} = 1 : 2$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफलों का अनुपात} = (1)^2 : (2)^2 = 1 : 4$$

9. यदि एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा में 2 मात्रक वृद्धि कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में $3 + \sqrt{3}$ वर्ग मात्रक की वृद्धि हो जाएगी। तदनुसार, उस त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई कितनी है?

- (a) $\sqrt{3}$ मात्रक (b) 3 मात्रक
 (c) $3\sqrt{3}$ मात्रक (d) $1 + \sqrt{3}$ मात्रक

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल A तथा भुजा a है।

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = A$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = A \dots\dots\dots (i)$$

प्रश्नानुसार

पुनः भुजा में +2 मात्रक की वृद्धि करने पर

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a+2)^2 = A + 3 + \sqrt{3} \dots\dots\dots (ii)$$

समी. (ii) में से समी. (i) को घटाने पर

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \{(a+2)^2 - a^2\} = A + 3 + \sqrt{3} - A$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a^2 + 4 + 4a - a^2) = 3 + \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (4 + 4a) = 3 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(1+a) = 3 + \sqrt{3}$$

$$1+a = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore a = \sqrt{3}$$

10. यदि किसी समबाहु त्रिभुज के परिमाण का संख्यात्मक मान उसके क्षेत्रफल का $\sqrt{3}$ गुना है, तो त्रिभुज की हर भुजा की लंबाई है—

- (a) 2 यूनिट (b) 3 यूनिट
 (c) 4 यूनिट (d) 6 यूनिट

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

$$\sqrt{3} \times \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \text{समबाहु त्रिभुज का परिमाण}$$

$$\text{या} \quad \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \text{भुजा}^2 \right) = (3 \times \text{भुजा})$$

$$\frac{3}{4} \text{भुजा}^2 = 3 \times \text{भुजा}$$

$$\text{भुजा} = 3 \times \frac{4}{3} = 4 \text{ इकाई}$$

अतः त्रिभुज की हर भुजा 4 इकाई (यूनिट) की होगी।

11. एक समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई 15 सेमी. है। तदनुसार, उसका क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) $50\sqrt{3}$ वर्ग सेमी. (b) $70\sqrt{3}$ वर्ग सेमी.
 (c) $75\sqrt{3}$ वर्ग सेमी. (d) $150\sqrt{3}$ वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$

प्रश्नानुसार

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}a = 15$$

$$\therefore a = \frac{30}{\sqrt{3}} \Rightarrow 10\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3} \\ &= \frac{300\sqrt{3}}{4} \\ &= 75\sqrt{3} \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

12. यदि $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ के समरूप हो और $BC = 3$ सेमी., $EF = 4$ सेमी. तथा $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल $= 54$ सेमी.² हो, तो $\triangle DEF$ का क्षेत्रफल कितना होगा?
- (a) 66 सेमी.² (b) 78 सेमी.²
(c) 96 सेमी.² (d) 54 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि दो त्रिभुज समरूप हों तब उन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी एक भुजा के वर्ग के समानुपाती होता है अर्थात्

$$\frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{54}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{3^2}{4^2} \Rightarrow \frac{9}{16}$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{54 \times 16}{9} \Rightarrow 96 \text{ सेमी.}^2$$

13. एक त्रिभुज की ऊँचाई 10% बढ़ाई गई है। तदनुसार, उस त्रिभुज का आधार कितना कम करना होगा, ताकि त्रिभुज का क्षेत्रफल अपरिवर्तित रहे?
- (a) $11\frac{1}{9}\%$ (b) $9\frac{1}{11}\%$
(c) 10% (d) 9%

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिभुज की ऊँचाई h एवं आधार x है।

$$\text{तब } \triangle \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \Rightarrow \frac{1}{2}xh$$

अब ऊँचाई को 10% बढ़ाने पर

$$\text{नई ऊँचाई} = h + \frac{h \times 10}{100}$$

माना आधार में $r\%$ की कमी होगी।

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{2}xh = \frac{1}{2} \times x \times \frac{(100-r)}{100} \times \frac{11}{10}h$$

$$xh = x \times \frac{(100-r)}{100} \times \frac{11}{10}h$$

$$1 = \frac{(100-r)}{100} \times \frac{11}{10}$$

$$\frac{1000}{11} = (100-r)$$

$$\frac{1000}{11} - 100 = -r$$

$$-\frac{100}{11} = -r$$

$$r = \frac{100}{11} \Rightarrow 9\frac{1}{11}\%$$

Trick—

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट कमी\%} &= \frac{10}{(100+10)} \times 100 \\ &= \frac{1000}{110} \\ &= 9\frac{1}{11}\% \end{aligned}$$

14. किसी त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 5 सेमी., 12 सेमी. और 13 सेमी. है। इसका क्षेत्रफल है—

- (a) 30 सेमी.² (b) $10\sqrt{3}$ सेमी.²
(c) $10\sqrt{6}$ सेमी.² (d) 20 सेमी.²

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+12+13}{2}$$

$$= \frac{30}{2} \Rightarrow 15 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} \\ &= \sqrt{15 \times 10 \times 3 \times 2} \\ &= \sqrt{30 \times 30} \Rightarrow 30 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

Trick—

$$\therefore 13^2 = 12^2 + 5^2$$

अतः यह एक समकोण त्रिभुज है।

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{12 \times 5}{2} \Rightarrow 30 \text{ वर्ग सेमी.}$$

15. किसी त्रिभुजाकार क्षेत्र, भुजाओं की माप 30 मीटर, 72 मीटर तथा 78 मीटर है, में 72 मीटर माप वाली भुजा के शीर्ष लंब की लंबाई होगी—

- (a) 25 मीटर (b) 28 मीटर

(c) 30 मीटर

(d) 35 मीटर

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2007

उत्तर—(c)

व्याख्या— ΔABC से $s = \frac{30+72+78}{2} \Rightarrow 90$

$$\therefore \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{90(90-30)(90-72)(90-78)}$$

$$= \sqrt{90 \times 60 \times 18 \times 12}$$

$$= 1080 \text{ वर्ग मीटर}$$

माना शीर्ष लंब $AD = h$ मीटर

$$\therefore \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = 1080$$

$$\frac{1}{2} \times 72 \times \text{ऊँचाई} = 1080$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{1080}{36} = 30 \text{ मीटर}$$

16. यदि ΔABC 16 सेमी. भुजा वाला समबाहु त्रिकोण हो, तो त्रिकोण की ऊँचाई बताएं।

- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $4\sqrt{3}$
(c) $8\sqrt{3}$ (d) $5\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाली)

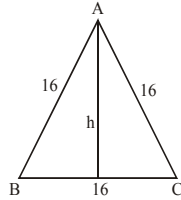
उत्तर—(c)

व्याख्या— समबाहु Δ की प्रत्येक भुजा = 16 सेमी.माना त्रिभुज की ऊँचाई h है।समबाहु Δ का क्षेत्रफल

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \times 16 = \frac{1}{2} \times 16 \times h$$

$$h = 8\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

**Trick—**

$$\text{समबाहु } \Delta \text{ की ऊँचाई (h)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 16$$

$$= 8\sqrt{3}$$

17. एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं की माप (सेमी. में) लगातार आने वाले पूर्णांकों द्वारा दी जाती है। इसका क्षेत्रफल (सेमी.² में) होगा—

- (a) 9 (b) 8 (c) 5 (d) 6

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना समकोण त्रिभुज की भुजाएं क्रमशः $x, (x+1)$ एवं $(x+2)$ हैं।

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज} = x^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 3x + x - 3 = 0 \text{ (गुणनखंड करने पर)}$$

$$x(x-3) + 1(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

अतः $(x+1) = 0$
 $x = -1$ (जो सम्भव नहीं है)

पुनः $x-3 = 0$

$$\therefore x = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लंब}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \Rightarrow 6 \text{ सेमी.}^2$$

Trick—

3, 4, 5 ही ऐसी क्रमागत त्रिक संख्याएं हैं जो समकोण त्रिभुज का निर्माण करती हैं।

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 6 \text{ सेमी.}^2$$

18. किसी समकोण त्रिभुज का एक न्यूनकोण दूसरे का दुगुना है। यदि इसके कर्ष की लंबाई 10 सेमी. हो, तो इसका क्षेत्रफल होगा—

- (a) $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ सेमी.² (b) 25 सेमी.²
(c) $25\sqrt{3}$ सेमी.² (d) $\frac{75}{2}$ सेमी.²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

व्याख्या— ΔABC से

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore AB = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

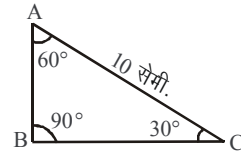
$$\therefore BC = \sqrt{10^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{100 - 25}$$

$$= \sqrt{75} \Rightarrow 5\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3}$$

$$= \frac{25}{2}\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$



19. $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है, उसके परिवृत्त की त्रिज्या 3 सेमी. है और विपरीत शिरोबिंदु से कर्ण की ओर खींचे गए शीर्ष लंब की लंबाई 2 सेमी. है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 12 सेमी.² (b) 3 सेमी.²
(c) 6 सेमी.² (d) 5 सेमी.²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 2 सितंबर, 2016 (I-पाती)
उत्तर—(c)

व्याख्या— दिया है—

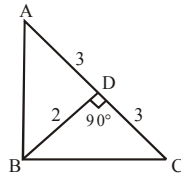
परिवृत्त की त्रिज्या = 3 सेमी.

शीर्ष लंब की लंबाई = 2 सेमी.

परिवृत्त का केंद्र कर्ण का मध्य बिंदु होता है।

$$\begin{aligned}\triangle BDC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \\ &= 3 \text{ सेमी.}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= 2 \times \triangle BDC \\ &= 2 \times 3 \Rightarrow 6 \text{ सेमी.}^2\end{aligned}$$



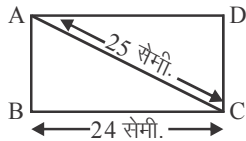
प्रकार-2

आयत के क्षेत्रफल एवं परिमाप-आधारित

20. एक आयत का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या है, यदि इसका विकर्ण 25 सेमी. है और इसकी एक भुजा 24 सेमी. है?
- (a) 186 (b) 144
(c) 132 (d) 168

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 6 अगस्त, 2017 (I-पाती)
उत्तर—(d)

व्याख्या—



माना आयत ABCD में विकर्ण = AC तथा एक भुजा = BC है। समकोण $\triangle ABC$ में

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{(AC)^2 - (BC)^2} \\ &= \sqrt{(25)^2 - (24)^2} \\ &= \sqrt{(25+24)(25-24)} \\ AB &= \sqrt{49} \Rightarrow 7 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ आयत का क्षेत्रफल} &= AB \times BC \\ &= 7 \times 24 \Rightarrow 168 \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

21. 90 सेमी. की परिधि और 20 सेमी. चौड़ाई वाले एक आयत का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या है?
- (a) 500 (b) 400

(c) 250

(d) 450

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 18 अगस्त, 2017 (II-पाती)
उत्तर—(a)

व्याख्या— माना आयत की लंबाई l सेमी. है।

आयत का परिमाप (परिधि) = 90 सेमी. (ज्ञात है)

\therefore आयत का परिमाप = 2 (ल. + चौ.) (सूत्र)

$$\therefore 2(l+20)=90$$

$$l+20=\frac{90}{2} \Rightarrow 45$$

$$l=45-20 \Rightarrow 25 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 25 \times 20 \Rightarrow 500 \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

22. 168 सेमी. लंबाई की एक वृत्ताकार तार को काटा जाता है तथा एक आयत के आकार में मोड़ा जाता है जिसकी भुजाओं का अनुपात 5 : 7 है। आयत के विकर्ण की लंबाई (सेमी. में) क्या है?

(a) $\sqrt{4127}$

(b) $\sqrt{3137}$

(c) $\sqrt{1813}$

(d) $\sqrt{3626}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना आयत की भुजाएं क्रमशः $5x$ तथा $7x$ हैं।

$$\therefore 2(5x+7x)=168 \Rightarrow 12x=84 \Rightarrow x=7$$

\therefore आयत की भुजाएं क्रमशः 35 सेमी. व 49 सेमी. हैं।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ आयत के विकर्ण की ल.} &= \sqrt{(35)^2 + (49)^2} \\ &= \sqrt{1225 + 2401} \\ &= \sqrt{3626} \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

23. एक आयताकार बगीचा 100 मी. \times 80 मी. का है। उसके बाहर, उसके साथ बना एक रास्ता भी है। उस रास्ते की चौड़ाई 10 मी. है। तदनुसार, उस रास्ते का क्षेत्रफल कितना है?

(a) 1900 वर्ग मी.

(b) 2400 वर्ग मी.

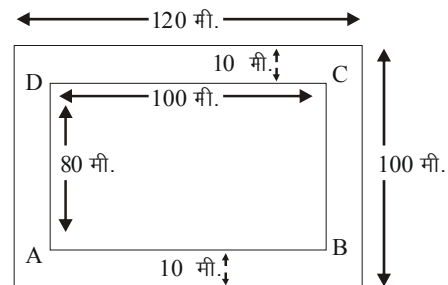
(c) 3660 वर्ग मी.

(d) 4000 वर्ग मी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या—



माना आयताकार बगीचा ABCD है, जिसकी लंबाई 100 मी. और चौड़ाई 80 मीटर है।

\therefore रास्ते की चौड़ाई 10 मीटर है।
 \therefore कुल लंबाई $= (100 + 20) \Rightarrow 120$
 कुल चौड़ाई $= (80 + 20) \Rightarrow 100$
 \therefore रास्ते का क्षेत्रफल $=$ कुल क्षेत्रफल $-$ बगीचे का क्षेत्रफल
 $= 120 \times 100 - 100 \times 80$
 $= 4000$ वर्ग मीटर

24. एक आयत की लंबाई चौड़ाई से दोगुनी है। यदि आयत का क्षेत्रफल 417.605 वर्ग मी. है, तो लंबाई कितनी है?
- (a) 29.08 मी. (b) 29.80 मी.
 (c) 28.90 मी. (d) 28.09 मी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
 उत्तर—(c)

व्याख्या— माना आयत की चौड़ाई $= l$
 \therefore आयत की लंबाई $= 2l$
 \therefore आयत का क्षेत्रफल $=$ लंबाई \times चौड़ाई
 $= l \times 2l$
 $= 2l^2$
 प्रश्नानुसार
 $2l^2 = 417.605$
 $l^2 = 208.8025$
 $\therefore l = \sqrt{208.8025}$
 $= 14.45$
 \therefore आयत की लंबाई $= 2l$
 $= 2 \times 14.45$
 $= 28.90$ मीटर

25. एक कमरे की लंबाई उसकी चौड़ाई से 3 मीटर अधिक है। यदि कमरे का फर्शी क्षेत्रफल 70 मीटर² है, तो फर्श का परिमाण क्या होगा?
- (a) 28 मीटर (b) 17 मीटर
 (c) 14 मीटर (d) 34 मीटर

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
 S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कमरे की चौड़ाई $= x$
 \therefore कमरे की लंबाई $= x + 3$
 \therefore कमरे के फर्श का क्षेत्रफल $=$ लंबाई \times चौड़ाई
 $= x(x + 3)$
 प्रश्नानुसार
 $x(x + 3) = 70$
 $x^2 + 3x = 70$
 $x^2 + 3x - 70 = 0$
 $x^2 + 10x - 7x - 70 = 0$
 $x(x + 10) - 7(x + 10) = 0$
 $(x + 10)(x - 7) = 0$
 $x + 10 = 0$ या $x - 7 = 0$
 $\therefore x = -10$ (अमान्य क्योंकि लंबाई ऋणात्मक नहीं होती है)
 या $x = 7$
 \therefore कमरे की लंबाई $= x + 3$
 $= 7 + 3$

$= 10$ मीटर
 \therefore फर्श का परिमाण $= 2$ (लंबाई + चौड़ाई)
 $= 2(10 + 7)$
 $= 2 \times 17$
 $= 34$ मीटर

26. एक कमरे के फर्श की लंबाई, उसकी चौड़ाई से 20 मीटर अधिक है। उसके फर्श का क्षेत्रफल तब भी अपरिवर्तित रहता है, जब लंबाई 10 मीटर कम कर दी जाती है और चौड़ाई 5 मीटर बढ़ा दी जाती है। तदनुसार, फर्श का क्षेत्रफल (वर्ग मी. में) है ?
- (a) 280 (b) 325
 (c) 300 (d) 420

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011
 उत्तर—(c)

व्याख्या— माना कमरे की चौड़ाई x मी. है।
 \therefore लंबाई $= x + 20$
 अब प्रश्न से
 $x(x + 20) = (x + 5)(x + 20 - 10)$
 $x^2 + 20x = (x + 5)(x + 10)$
 $x^2 + 20x = x^2 + 10x + 5x + 50$
 $= x^2 + 15x + 50$
 $5x = 50$
 $\therefore x = \frac{50}{5} = 10$
 अतः फर्श का क्षेत्रफल $= x(x + 20)$
 $= 10(10 + 20)$
 $= 300$ वर्ग मीटर

27. एक आयत की भुजा का माप लेते समय उसकी एक भुजा 5% अधिक माप ली जाती है और दूसरी 2% कम। तदनुसार, उसका क्षेत्रफल मापने में त्रुटि प्रतिशत होगा-
- (a) 3.3 (b) 3.0
 (c) 2.9 (d) 2.7

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— जब आयत की एक भुजा में $x\%$ की वृद्धि एवं दूसरी भुजा में $y\%$ की कमी होती है तो समतुल्य त्रुटि $= x - y - \frac{x \times y}{100}$
 अतः प्रश्न से—
 एक भुजा में 5% की वृद्धि एवं दूसरी में 2% की कमी हो रही है,
 अतः समतुल्य त्रुटि $= 5 - 2 - \frac{5 \times 2}{100}$
 $= 3 - .1$
 $= 2.9$

28. किसी कमरे के 15.17 मीटर लंबे और 9.02 मीटर चौड़े फर्श पर लगाई जा सकने वाली वर्ग टाइलों की न्यूनतम संख्या कितनी है?
- (a) 840 (b) 841
 (c) 820 (d) 814

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

उत्तर—(d)

व्याख्या— कमरे के फर्श का क्षेत्रफल = 1517×902 वर्ग सेमी.
= 1368334 वर्ग सेमी.

तथा 1517 तथा 902 का म.स.प. = 41

$$\therefore \text{अभीष्ट टाइलों की संख्या} = \frac{1368334}{41 \times 41} = 814$$

29. एक आयत का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी. है और उसका परिमाप 34 सेमी. है, तो उसके विकर्ण की लंबाई कितनी होगी?
- (a) 17 सेमी. (b) 11 सेमी.
(c) 15 सेमी. (d) 13 सेमी.

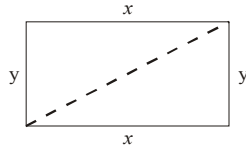
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010, 2015

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 29 अगस्त, 2016 (III-पार्टी)

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना कि आयत की लंबाई x तथा चौड़ाई y है।



प्रश्नानुसार

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = xy = 60 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{आयत का परिमाप} = 2x + 2y = 34$$

$$= 2(x + y) = 34$$

$$x + y = 17 \quad \dots\dots(i)$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + y^2 + 2xy = 289$$

$$x^2 + y^2 = 289 - 120$$

$$x^2 + y^2 = 169$$

$$(x - y)^2 + 2xy = 169$$

$$(x - y)^2 = 169 - 2 \times 60$$

$$(x - y)^2 = 49$$

$$x - y = 7 \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) तथा (ii) से-

$$x = 12$$

$$y = 5$$

$$\text{विकर्ण} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} \Rightarrow 13 \text{ सेमी.}$$

Trick—

$$\text{आयत का क्षेत्रफल } xy = 60 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{आयत का परिमाप } 2(x + y) = 34$$

$$x + y = 17 \quad \dots\dots(ii)$$

$$\text{माना } x = 12, y = 5$$

$$\text{तब } xy = 12 \times 5 = 60 \text{ (संतुष्ट)}$$

$$x + y = 12 + 5 = 17 \text{ (संतुष्ट)}$$

$$\therefore \text{आयत का विकर्ण} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ सेमी.}$$

30. यदि एक आयत की लंबाई में 20% की कमी की जाती है तथा चौड़ाई में 40% की कमी की जाती है, तो आयत के क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की कमी होगी?

- (a) 48 (b) 52
(c) 60 (d) 40

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पार्टी)

उत्तर—(b)

व्याख्या— यदि आयत की लंबाई में $x\%$ तथा चौड़ाई में $y\%$ की कमी की जाए तो आयत के क्षेत्रफल में हुई कमी

$$= \left[-x - y + \frac{xy}{100} \right] \%$$

अतः आयत के क्षेत्रफल में हुई अभीष्ट कमी

$$= \left[-20 - 40 + \frac{20 \times 40}{100} \right] \%$$

$$= [-60 + 8] \%$$

$$= -52 \%$$

(जहां $-$ चिह्न कमी को दर्शाता है)

Trick—

माना आयत की प्रा. लंबाई = 10

प्रा. चौड़ाई = 10

$$\therefore \text{आयत का प्रा. क्षेत्रफल} = 10 \times 10 = 100$$

$$\text{लंबाई में } 20\% \text{ की कमी के बाद नयी लंबाई} = 8$$

$$\text{चौड़ाई में } 40\% \text{ की कमी के बाद नयी चौड़ाई} = 6$$

$$\therefore \text{आयत का क्षेत्रफल} = 8 \times 6 = 48$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल में } \% \text{ कमी} = 100 - 48 = 52 \%$$

31. यदि एक आयत की लंबाई को 50 प्रतिशत बढ़ाया जाता है, तो उसकी चौड़ाई को कितना कम किया जाना चाहिए, जिससे कि उसका क्षेत्रफल अपरिवर्तित रहे?

- (a) 50 (b) $33\frac{1}{3}$
(c) $66\frac{1}{6}$ (d) $37\frac{1}{6}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O.S.I. (T-I) 7 जुलाई, 2017 (I-पार्टी)

उत्तर—(b)

व्याख्या—

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = \text{आयत का क्षेत्रफल}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व में} \rightarrow 10 \times 10 = 100$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 15 \times x = 100$$

$$\therefore x = \frac{100}{15} \Rightarrow \frac{20}{3}$$

$$\text{कमी} = 10 - \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{10}{3}$$

$$\therefore \% \text{ कमी} = \frac{\frac{10}{3}}{10} \times 100$$

$$= \frac{10}{3} \times 10 = \frac{100}{3} \Rightarrow 33\frac{1}{3}\%$$

अतः चौड़ाई में $33\frac{1}{3}\%$ कमी करनी होगी।

Trick—

$$\text{अभीष्ट \%} = \frac{\text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}} \times 100$$

$$= \frac{50}{100 + 50} \times 100$$

$$= \frac{50}{150} \times 100$$

$$= \frac{100}{3} \Rightarrow 33\frac{1}{3}\%$$

32. एक आयत की लंबाई तथा चौड़ाई में क्रमशः 12% तथा 15% की वृद्धि की गई है। इसके क्षेत्रफल में कितनी वृद्धि होगी?

- (a) $27\frac{1}{5}\%$ (b) $28\frac{4}{5}\%$
(c) 27% (d) 28%

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006, 2007

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2005

उत्तर—(b)

व्याख्या—माना आयत की लंबाई x तथा चौड़ाई y है।

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = xy$$

आयत की लंबाई में 12% एवं चौड़ाई में 15% की वृद्धि करने पर

$$\text{नई लंबाई एवं चौड़ाई} = \frac{112x}{100} \text{ तथा } \frac{115y}{100}$$

$$\therefore \text{नया क्षेत्रफल} = \frac{112x}{100} \times \frac{115y}{100} \Rightarrow \frac{12880xy}{10000}$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल में वृद्धि} = \frac{12880xy}{10000} - xy = \frac{2880xy}{10000}$$

$$\therefore \text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{2880xy}{10000} \times 100$$

$$= \frac{2880}{10000} \times 100$$

$$= \frac{2880}{100} = 28\frac{4}{5}\%$$

Trick—

यदि लंबाई में 12% की वृद्धि तथा चौड़ाई में 15% की वृद्धि की जाये तो क्षेत्रफल में अभीष्ट प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(12 + 15 + \frac{12 \times 15}{100} \right) \%$$

$$= (27 + 1.8) \% \Rightarrow 28\frac{4}{5}\%$$

Trick—

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = \text{क्षेत्रफल}$$

$$\text{पूर्व में} \rightarrow 100 \times 100 = 10000$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 112 \times 115 = 12880$$

$$\text{क्षेत्रफल में वृद्धि} = 2880$$

$$\therefore \% \text{ वृद्धि} = \frac{2880}{10000} \times 100 = \frac{2880}{100} = 28\frac{4}{5}\%$$

33. यदि किसी आयत की लंबाई तथा उसकी परिमाप 5 : 16 के अनुपात में हो, तो उसकी लंबाई तथा चौड़ाई में अनुपात होगा—

- (a) 5 : 11 (b) 5 : 8
(c) 5 : 4 (d) 5 : 3

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना आयत की लंबाई x एवं चौड़ाई y है।

$$\therefore \text{आयत का परिमाप} = 2(x + y)$$

प्रश्न से—

$$\frac{x}{2(x + y)} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{x}{x + y} = \frac{5}{8}$$

$$\text{या } \frac{x + y}{x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{x}{x} + \frac{y}{x} = \frac{8}{5}$$

$$1 + \frac{y}{x} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{8}{5} - 1$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{लंबाई एवं चौड़ाई में अनुपात} = 5 : 3$$

Trick—

$$\text{लंबाई} : \text{परिमाप} = 5 : 16$$

$$\therefore \text{परिमाप } 2 (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 16$$

$$2 \times 5 + 2 \times \text{चौड़ाई} = 16$$

$$2 \times \text{चौड़ाई} = 6$$

$$\text{चौड़ाई} = 3$$

$$\therefore \text{लंबाई} : \text{चौड़ाई} = 5 : 3$$

34. 30 मीटर लंबाई तथा 25 मीटर चौड़ाई के एक ताल में 40 पुरुषों ने डुबकी लगायी। यदि एक पुरुष औसतन 5 मी.³ पानी को विस्थापित करता है, तो ताल के स्तर में कितनी वृद्धि (सेमी. में) होगी?

- (a) 25 (b) 26.66

(c) 27.33

(d) 28

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2016

उत्तर—(b)

व्याख्या— ताल का क्षेत्रफल = $25 \times 30 \Rightarrow 750 \text{ मी.}^2$
माना 40 पुरुषों के ताल में डुबकी लगाने से पानी के तल में h मी. की वृद्धि होती है।

\therefore 1 व्यक्ति के डुबकी लगाने से जल का विस्थापन = 5 मीटर³

\therefore 40 व्यक्तियों के डुबकी लगाने से जल का विस्थापन = $40 \times 5 \text{ मी.}^3$

\therefore 40 व्यक्तियों के द्वारा विस्थापित जल = ताल का आयतन
 $40 \times 5 = 30 \times 25 \times h$

$$h = \frac{40 \times 5}{30 \times 25} \Rightarrow \frac{4}{15} \text{ मी.}$$

$$h = \frac{4}{15} \times 100 \Rightarrow 26.66 \text{ सेमी. (मीटर को सेमी. में बदलने पर)}$$

35. 5 मीटर चौड़ाई वाली एक-दूसरे को लम्बवत् काटकर जाने वाली दो सड़कें एक 80 मीटर \times 60 मीटर साइज के आयताकार क्षेत्र के बीचों-बीच बनायी गयी हैं। सड़कों पर 10 रु. प्रति मीटर² की दर से बजरी डालने का व्यय होगा—

(a) 6,500 रु.

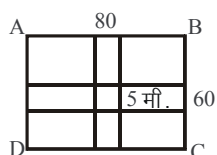
(b) 6,750 रु.

(c) 7,000 रु.

(d) 7,250 रु.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

व्याख्या—

लंबाई के सापेक्ष बनने वाली सड़क का क्षेत्रफल
= $80 \times 5 = 400$ वर्ग मीटर

चौड़ाई के सापेक्ष बनने वाली सड़क का क्षेत्रफल
= $60 \times 5 = 300$ वर्ग मीटर

चौराहे का क्षेत्रफल = $5 \times 5 = 25$ वर्ग मीटर

\therefore सड़क का कुल क्षेत्रफल = $400 + 300 - 25$

= 675 वर्ग मीटर

\therefore 1 वर्ग मीटर सड़क बनाने का खर्च = 10 रु.

\therefore 675 वर्ग मीटर सड़क बनाने का खर्च = 675×10
= 6750 रु.

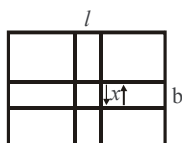
Trick—

कुल क्षेत्रफल = $lx + bx - x^2$

प्रश्नानुसार

$$l = 80, b = 60, x = 5$$

\therefore कुल क्षेत्रफल = $80 \times 5 + 60 \times 5 - 5^2$
= 675 वर्ग मीटर



\therefore 1 वर्ग मीटर सड़क बनाने का खर्च = 10 रु.

\therefore 675 वर्ग मीटर सड़क बनाने का खर्च = 675×10
= 6750 रु.

36. किसी कमरे के फर्श की माप 4 मी. \times 3 मी. है तथा उसकी ऊंचाई 3 मी. है। कमरे की दीवारों तथा छत पर रोगन करना है। रोगन किए जाने वाले भाग का क्षेत्रफल होगा—

(a) 66 मी.²(b) 54 मी.²(c) 43 मी.²(d) 33 मी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— रोगन करने वाले भाग का कुल क्षेत्रफल
= दीवारों का क्षेत्रफल + छत का क्षेत्रफल

2 (लंबाई + चौड़ाई) \times ऊंचाई + फर्श का क्षेत्रफल

(\because फर्श का क्षेत्रफल = छत का क्षेत्रफल)

$$= 2(4 + 3) \times 3 + (4 \times 3)$$

$$= 42 + 12$$

$$= 54 \text{ वर्ग मीटर}$$

प्रकार-3**वर्ग के क्षेत्रफल एवं परिमाप-आधारित**

37. वर्ग की भुजाओं में k% की वृद्धि होने के कारण वर्ग के क्षेत्रफल में 69% की वृद्धि होती है। k का मान क्या है?

(a) 30

(b) 33

(c) 34.5

(d) 35

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वर्ग की भुजा a इकाई हैं।

\therefore क्षेत्रफल = a^2 , k% वृद्धि के बाद नई भुजा = $\left(\frac{100+k}{100}\right) \times a$

\therefore नया क्षेत्रफल = $\left(\frac{100+k}{100}\right)^2 a^2$

$$\therefore \text{बढ़ा हुआ क्षेत्रफल} = \left\{ \frac{(100+k)^2}{(100)^2} - 1 \right\} a^2$$

$$= \frac{k(k+200)a^2}{(100)^2}$$

$$\therefore \text{प्रतिशत बढ़ा हुआ क्षेत्रफल} = \frac{k(k+200)a^2}{(100)^2 \times a^2} \times 100$$

$$= 69$$

$$k^2 + 200k - 6900 = 0$$

$$k^2 + 230k - 30k - 6900 = 0$$

$$k(k+230) - 30(k+230) = 0$$

$$(k+230)(k-30) = 0 \Rightarrow k = 30 (\because k+230 \neq 0)$$

Trick—

$$\text{सूत्र से, } \left(a + b + \frac{ab}{100}\right)$$

$$k + k + \frac{k^2}{100} = 69$$

$$k^2 + 200k - 6900 = 0$$

$$k^2 + 230k - 30k - 6900 = 0$$

$$k(k + 230) - 30(k + 230) = 0$$

$$(k - 30)(k + 230) = 0$$

$$\therefore k = 30$$

Trick—

$$\text{भुजा} \times \text{भुजा} = \text{वर्ग का क्षेत्रफल}$$

$$\text{पूर्व में} \rightarrow 10 \times 10 = 100$$

$$\text{परिवर्तन} \rightarrow x \times x = 169$$

$$x^2 = 169$$

$$x = 13$$

$$\text{नयी भुजा} = 13$$

$$\text{भुजा में (\%) वृद्धि} = \frac{3}{10} \times 100 = 30\%$$

$$\therefore k = 30$$

38. एक वर्ग का विकर्ण 12 सेमी. है, इसके भुजा की लंबाई (सेमी. में) कितनी होगी?

- (a) $6\sqrt{2}$ (b) $12\sqrt{2}$
(c) 6 (d) 9

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 17 अगस्त, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$$

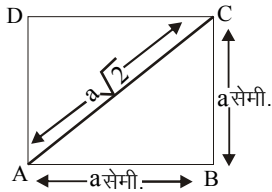
$$= \frac{(12)^2}{2}$$

$$= \frac{144}{2} \Rightarrow 72 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \text{भुजा}^2$$

$$72 = \text{भुजा}^2$$

$$\therefore \text{भुजा} = \sqrt{72} \Rightarrow 6\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$



Trick—

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = 12 \text{ सेमी.}$$

$$a\sqrt{2} = 12 \text{ सेमी.} \quad (\text{जहां } a, \text{ वर्ग की भुजा है।})$$

$$\therefore \text{भुजा (a)} = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 6\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

39. यदि एक वर्ग का विकर्ण 10 सेमी. है, तो वर्ग का क्षेत्रफल (सेमी.² में) क्या है?

- (a) $50\sqrt{2}$ (b) 50
(c) $25\sqrt{2}$ (d) 25

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी टैस्किंग परीक्षा, 20 सितंबर, 2017 (I-पाती)

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल} &= \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2} \\ &= \frac{(10)^2}{2} = \frac{100}{2} \Rightarrow 50 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

40. यदि एक वर्ग का क्षेत्रफल 24 है, तो वर्ग की परिधि क्या होगी?

- (a) $2\sqrt{6}$ (b) $4\sqrt{6}$
(c) $16\sqrt{6}$ (d) $8\sqrt{6}$

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 3 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या—वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा}^2 \\ \text{भुजा}^2 &= 24 \\ \therefore \text{भुजा} &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \\ \text{वर्ग का परिमाप (परिधि)} &= 4 \times \text{भुजा} \\ &= 4 \times 2\sqrt{6} \Rightarrow 8\sqrt{6} \end{aligned}$$

41. दो वर्गों की भुजाओं का अनुपात 3 : 4 है। यदि उन दोनों का समेकित क्षेत्रफल 12.25 वर्ग मी. हो, तो बड़े वर्ग की भुजा कितने मीटर लंबी है?

- (a) 2.8 (b) 0.7
(c) 3.5 (d) 2.0

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} \text{व्याख्या— माना दोनों वर्गों की भुजाएं क्रमशः } 3x \text{ एवं } 4x \text{ हैं} \\ \therefore \text{प्रश्न से—} \end{aligned}$$

$$(3x)^2 + (4x)^2 = 12.25$$

$$9x^2 + 16x^2 = 12.25$$

$$25x^2 = 12.25$$

$$x^2 = \frac{12.25}{25} \Rightarrow 0.49$$

$$\therefore x = 0.7$$

$$\therefore \text{बड़े वर्ग की भुजा} = 4 \times 0.7 \Rightarrow 2.8 \text{ मीटर}$$

42. एक वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल 25 वर्ग किमी. है। 3 किमी. प्रति घंटे की गति से पार्क का एक चक्कर पूरा करने में कितना समय लगेगा?

- (a) 4 घंटे 60 मिनट (b) 4 घंटे 50 मिनट
(c) 6 घंटे 40 मिनट (d) 5 घंटे 40 मिनट

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल = 25 वर्ग किमी.
 \therefore वर्गाकार पार्क की एक भुजा = $\sqrt{25} \Rightarrow 5$ किमी.
 \therefore वर्गाकार पार्क का परिमाप = $4 \times 5 \Rightarrow 20$ किमी.
 \therefore पार्क को पार करने में लगा समय = $\frac{\text{कुल दूरी}}{\text{चाल}}$
 $= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$
 $= 6$ घंटे 40 मिनट

43. यदि किसी वर्ग के विकर्ण की लंबाई $6\sqrt{2}$ सेमी. है, तो इसका क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) $24\sqrt{2}$ सेमी.² (b) 24 सेमी.²
 (c) 72 सेमी.² (d) 36 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = $\frac{\text{विकर्ण}^2}{2}$
 $= \frac{(6\sqrt{2})^2}{2} \Rightarrow 36$ सेमी.²

44. दो वर्गों के परिमाप 40 सेमी. और 32 सेमी. हैं उस तीसरे वर्ग का परिमाप, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों के अंतर के बराबर है, निम्न है—

- (a) 24 सेमी. (b) 42 सेमी.
 (c) 40 सेमी. (d) 20 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2002

उत्तर—(a)

व्याख्या— दोनों वर्गों की भुजाएं क्रमशः = $\frac{40}{4} = 10$ सेमी. तथा $\frac{32}{4} = 8$ सेमी. है।
 \therefore दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों का अंतर = $(10)^2 - (8)^2$
 $= 36$ वर्ग सेमी.
 \therefore तीसरे वर्ग की भुजा = $\sqrt{36} = 6$ सेमी.
 \therefore तीसरे वर्ग का परिमाप = $4 \times 6 = 24$ सेमी.

45. यदि किसी वर्ग की प्रत्येक भुजा को 10% बढ़ा दिया जाए, तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

- (a) 20 (b) 11
 (c) 121 (d) 21

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005, 2008

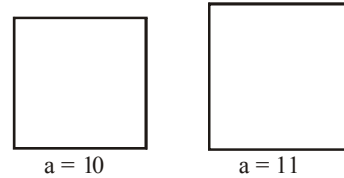
S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (II-पत्नी)

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या—



माना भुजा = 10, तो क्षेत्रफल = 100

वृद्धि के बाद भुजा = 11, तो क्षेत्रफल 121

तो अभीष्ट % वृद्धि = 21%

Trick—

$$\text{वृद्धि \%} = \left(10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} \right) \left[\text{सूत्र} \left(a + b + \frac{ab}{100} \right) \% \text{ से} \right]$$

$$= 21\%$$

46. यदि किसी वर्ग की हर भुजा की लंबाई 2 एकक बढ़ा दी जाए तो क्षेत्रफल 20 वर्ग एकक बढ़ जाता है। वर्ग के एक विकर्ण की लंबाई है—

- (a) $2\sqrt{2}$ एकक (b) 4 एकक
 (c) $4\sqrt{2}$ एकक (d) 8 एकक

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना वर्ग की भुजा = a

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = a^2

वर्ग की नई भुजा = $(a + 2)$

तथा वर्ग का नया क्षेत्रफल = $a^2 + 20$

$$\therefore (a + 2)^2 = a^2 + 20$$

$$a^2 + 4 + 4a = a^2 + 20$$

$$4a = 20 - 4$$

$$4a = 16$$

$$a = 4$$

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = a\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

47. यदि किसी वर्ग के प्रत्येक कोर को दोहरा कर दिया जाए, तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि हुई?

- (a) 200% (b) 250% (c) 280% (d) 300%

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वर्ग की प्रत्येक भुजा = a

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = a^2

वर्ग की प्रत्येक कोर को दोगुना करने पर

वर्ग की नई भुजा = $2a$

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = $4a^2$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल में अभीष्ट प्रतिशत वृद्धि} = \frac{4a^2 - a^2}{a^2} \times 100$$

$$= \frac{3a^2}{a^2} \times 100 = 300\%$$

48. 50 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार खेत में चावल का उत्पादन 1000 किग्रा. है। तदनुसार, उसी तरह के 100 मीटर भुजा वाले एक खेत में चावल का उत्पादन कितना होगा?
- (a) 2000 किग्रा. (b) 1100 किग्रा.
(c) 4000 किग्रा. (d) 1150 किग्रा.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— खेत का क्षेत्रफल = $50 \times 50 \Rightarrow 2500$ वर्ग मीटर
 \therefore 2500 वर्ग मीटर वर्गाकार खेत में चावल का उत्पादन = 1000
 \therefore 1 मीटर² वर्गाकार खेत में चावल का उत्पादन = $\frac{1000}{2500}$
 \therefore (100)² मीटर² वर्गाकार खेत में चावल का उत्पादन
 $= \frac{1000}{2500} \times 100 \times 100 \Rightarrow 4000$ किग्रा.

Trick—

यदि वर्ग की भुजा को 2 गुना कर दिया जाए तो क्षेत्रफल चार गुना हो जाता है।

\therefore 50 मी. भुजा पर उत्पादन = 1000 किग्रा.
 \therefore 100 मी. भुजा पर उत्पादन = $1000 \times 4 = 4000$ किग्रा.

49. एक व्यक्ति को 3 किमी./घं. की गति से चलकर एक वर्गाकार मैदान को विकर्णतः पार करने में 2 मिनट लगते हैं। तदनुसार, उस मैदान का क्षेत्रफल कितना है?
- (a) 3000 मी² (b) 5000 मी²
(c) 6000 मी² (d) 2500 मी²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— वर्गाकार विकर्ण के अनुदिश व्यक्ति को पार करने में तय की गई दूरी = चाल \times समय

$$= 3 \times \frac{5}{18} \times 2 \times 60 \Rightarrow 100 \text{ मीटर}$$

\therefore वर्ग का विकर्ण = $a\sqrt{2}$ (जहां a वर्ग की भुजा है)

$$\therefore 100 = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{100}{\sqrt{2}}$$

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा²

$$= \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \right)^2 \Rightarrow \frac{100 \times 100}{2} \Rightarrow 5000 \text{ मीटर}^2$$

प्रकार-4

वृत्त के क्षेत्रफल एवं परिधि-आधारित

50. एक पहिए की त्रिज्या 14 सेमी. है। 15 चक्करों में पहिया कितनी दूरी (सेमी. में) तय करेगा?
- (a) 440 (b) 660
(c) 1320 (d) 1980

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— एक चक्कर लगाने में पहिए द्वारा तय की गई दूरी = पहिए की परिधि
 $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \Rightarrow 4 \times 22 \text{ सेमी.} = 88 \text{ सेमी.}$$

15 चक्कर लगाने में पहिए द्वारा तय की गई दूरी = (15×88) सेमी.
 $= 1320$ सेमी.

51. यदि किसी वृत्त में x उसका क्षेत्रफल हो, y उसकी परिधि हो

और z उसका व्यास हो, तो $\frac{x}{yz}$ का मान बताइए?

- (a) 4 : 1 (b) 1 : 4
(c) 1 : 2 (d) 2 : 1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (II-पाती)
 उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है-

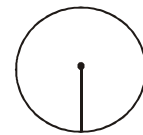
क्षेत्रफल = x, परिधि = y तथा व्यास = z

x, y, z का मान त्रिज्या (r) के रूप में रखने पर

$$x = \pi r^2, y = 2\pi r \text{ तथा } z = 2r$$

$$\frac{x}{yz} = \frac{\pi r^2}{2\pi r \times 2r} \Rightarrow \frac{1}{4}$$

$$\therefore x : yz = 1 : 4$$



52. ऐसे वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा जिसकी त्रिज्या 4 क्षेत्रफल वाले वर्ग की विकर्ण है?

- (a) 16π (b) 6π
(c) 4π (d) 8π

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = 4

[वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)²]

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \sqrt{4} \Rightarrow 2$$

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \text{भुजा} \times \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{वृत्त की त्रिज्या} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \pi (2\sqrt{2})^2$$

$$= \pi \times 4 \times 2$$

$$= 8\pi$$

53. एक घोड़े को खंभे से रस्सी से बांधा जाता है। यदि घोड़ा हमेशा रस्सी को खींचते हुए गोल घूमता है और 88 मीटर खींचता है जब इसे केंद्र पर 72° ट्रेस किया जाता है तो रस्सी की लंबाई कितनी होगी? (मान लें $\pi = \frac{22}{7}$)
- (a) 70 मी. (b) 75 मी.

(c) 80 मी.

(d) 65 मी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना रस्सी AB है।

∴ घोड़े द्वारा खींचा गया भाग = वृत्त का चाप = 88 मीटर
तथा केंद्र पर अंतरित कोण = 72°

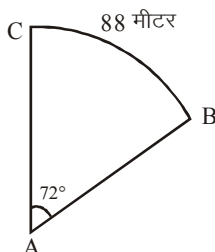
$$\therefore \text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$72^\circ = \frac{88}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{त्रिज्या} = \frac{88}{72^\circ} \Rightarrow \frac{88}{72 \times \frac{\pi}{180}}$$

$$= \frac{88 \times 180}{72 \times \frac{22}{7}}$$

$$= \frac{88 \times 180 \times 7}{72 \times 22} \Rightarrow 70 \text{ मीटर}$$



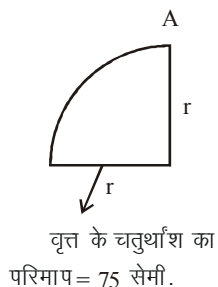
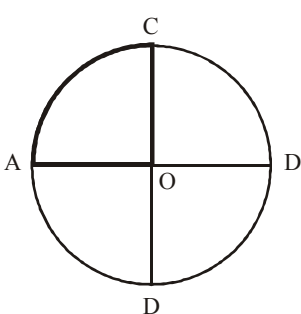
54. एक वृत्त के चतुर्थांश के आकार में कागज का परिमाण 75 सेमी.² है। इसका क्षेत्रफल कितना होगा- ($\pi = 22/7$)

(a) 100 सेमी.²(b) 346.5 सेमी.²(c) 693 सेमी.²(d) 512.25 सेमी.²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या r सेमी. है।

चूंकि चतुर्थांश के परिमाण में $2r$ सम्मिलित है

$$\therefore \text{वृत्त की परिधि} = 2\pi r$$

$$\therefore 2\pi r = 75 \times 4 - 4 \times (2r)$$

$$2\pi r = 300 - 8r$$

$$\pi r + 4r = 150$$

$$r = \left(\frac{150}{\pi + 4} \right) \text{ सेमी.} = \frac{150}{\frac{22}{7} + 4}$$

$$= \frac{150 \times 7}{22 + 28} = \frac{150 \times 7}{50} \Rightarrow 21$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \Rightarrow 1386 \text{ वर्ग सेमी.}$$

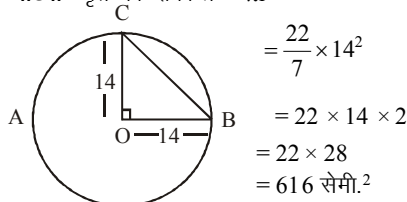
$$\therefore \text{वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{1386}{4} \Rightarrow 346.5 \text{ वर्ग सेमी.}$$

55. 14 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा, केंद्र पर समकोण बनाती है। तदनुसार, उसके छोटे वृत्त-खंड का क्षेत्रफल ($\pi = \frac{22}{7}$ मानकर) कितना होगा?

(a) 154 सेमी.²(b) 252 सेमी.²(c) 56 सेमी.²(d) 98 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 

$$\therefore \text{BOC त्रिभुज द्वारा अंतरित क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{OB} \times \text{OC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14$$

$$= 98 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{BOC वृत्त द्वारा अंतरित क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \times 616 \Rightarrow 154 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{जीवा द्वारा अंतरित लघु चाप का क्षेत्रफल} = (154 - 98) \text{ सेमी.}^2$$

$$= 56 \text{ सेमी.}^2$$

56. एक अर्द्धवृत्ताकार धनुष का परिमाण 72 सेमी. है। तदनुसार, उस धनुष का व्यास (सेमी. में) कितना है?

(a) 7

(b) 14

(c) 28

(d) 21

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना अर्द्धवृत्ताकार धनुष की त्रिज्या r है।

∴ प्रश्नानुसार

$$\pi r + 2r = 72$$

$$r(\pi + 2) = 72$$

$$r \left(\frac{22}{7} + 2 \right) = 72$$

$$r \times \frac{36}{7} = 72$$

$$r = \frac{72 \times 7}{36} \Rightarrow 14$$

$$\therefore \text{धनुष का व्यास} = 2 \times r = 2 \times 14 \Rightarrow 28 \text{ सेमी.}$$

57. एक अर्द्धवृत्ताकार पथ की परिधि 36 मीटर है। उस अर्द्धवृत्ताकार पथ का क्षेत्रफल है—

- (a) 42 वर्ग मीटर (b) 54 वर्ग मीटर
(c) 63 वर्ग मीटर (d) 77 वर्ग मीटर

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010
S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— अर्द्धवृत्ताकार पथ की परिधि $= \pi r + 2r$
(जहां r अर्द्धवृत्त की त्रिज्या है)

\therefore प्रश्न से

$$\pi r + 2r = 36$$

$$r(\pi + 2) = 36$$

$$r = \frac{36}{\left(\frac{22}{7} + 2\right)}$$

$$= \frac{36}{36} \times 7 \Rightarrow 7 \text{ मीटर}$$

$$\text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{22}{7} \times \frac{7^2}{2} \Rightarrow \frac{154}{2} = 77 \text{ वर्ग मीटर}$$

58. एक अर्द्धवृत्तीय क्षेत्र का क्षेत्रफल 308 मी.^2 है, तो $\pi = \frac{22}{7}$

लेकर, उसे घेरने के लिए रेलिंग की लंबाई होगी—

- (a) 88 मी. (b) 80 मी.
(c) 44 मी. (d) 72 मी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना अर्द्धवृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\text{या } 308 = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\text{या } \pi r^2 = 616$$

$$\therefore r^2 = \frac{616 \times 7}{22} \Rightarrow 196$$

$$\therefore r = 14 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{क्षेत्र को घेरने के लिए आवश्यक लंबाई} &= \pi r + 2r \\ &= \frac{22}{7} \times 14 + 2 \times 14 \\ &= 22 \times 2 + 2 \times 14 \\ &= (44 + 28) \text{ मी.} \\ &= 72 \text{ मी.} \end{aligned}$$

59. यदि एक वृत्त की परिधि $\frac{30}{\pi}$ है, तो वृत्त का व्यास बताइए।
(a) 30 (b) 60π

(c) $\frac{15}{\pi}$

(d) $\frac{30}{\pi^2}$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— वृत्त की परिधि $= \pi \times \text{व्यास}$

$$\therefore \frac{30}{\pi} = \pi \times \text{व्यास}$$

$$\text{व्यास} = \frac{30}{\pi^2}$$

60. यदि वृत्त की त्रिज्या 6% बढ़ा दी जाए, तो उसका क्षेत्रफल कितना बढ़ जाएगा?

- (a) 18.46% (b) 20%
(c) 15% (d) 12.36%

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2013

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$\text{वृत्त की त्रिज्या 6\% बढ़ाने पर वृत्त की नई त्रिज्या} = r \times \frac{(100+6)}{100}$$

$$= \frac{106r}{100}$$

$$\therefore \text{वृत्त का नया क्षेत्रफल} = \pi \left(\frac{106r}{100} \right)^2$$

$$= \pi \times (1.06r)^2$$

$$\therefore \text{वृत्त के क्षेत्रफल में वृद्धि प्रतिशत} = \frac{\pi(1.06)^2 r^2 - \pi r^2}{\pi r^2} \times 100$$

$$= (1.06)^2 - (1)^2 \times 100$$

$$= (1.06 + 1)(1.06 - 1) \times 100$$

$$[\because (a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)]$$

$$= 2.06 \times 0.06 \times 100$$

$$= 2.06 \times 6 = 12.36\%$$

Trick—

इस प्रकार के प्रश्न में यदि त्रिज्या $x\%$ बढ़ाई जाती है, तो

$$\text{क्षेत्रफल में वृद्धि प्रतिशत} = \left(2x + \frac{x^2}{100} \right)\%$$

$$= \left(2 \times 6 + \frac{6^2}{100} \right)$$

$$= \left(12 + \frac{36}{100} \right)$$

$$= 12 + 0.36 = 12.36\%$$

61. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल A है, वृत्त की त्रिज्या r है और परिधि C है, तो-

(a) $rC = 2A$ (b) $\frac{C}{A} = \frac{r}{2}$
(c) $\frac{A}{r} = C$ (d) $AC = \frac{r^2}{4}$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— वृत्त की परिधि $= 2\pi \times$ त्रिज्या

$$C = 2\pi r$$

या $rC = 2\pi r^2$ (i)

तथा वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi \times$ त्रिज्या²

$$A = \pi r^2$$
 (ii)

समी. (i) में πr^2 के स्थान पर A रखने पर

$$\therefore rC = 2 \times A$$

$$rC = 2A$$

अतः विकल्प (a) सही है।

62. एक वृत्त की परिधि, 22 सेमी. लंबी भुजा वाले वर्ग के परिमाण के बराबर है। तदनुसार, उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना है?

(a) 49π सेमी.² (b) $\frac{49}{4}\pi$ सेमी.²
(c) 28π सेमी.² (d) 196π सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— \therefore वर्ग की भुजा = 22 सेमी.

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाण} = 4 \times 22$$

$$= 88 \text{ सेमी.}$$

\therefore प्रश्नानुसार-

$$\text{वृत्त की परिधि} = 88 \text{ सेमी.}$$

$$2\pi r = 88$$

$$r = \frac{44 \times 7}{22} \Rightarrow 14 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \pi \times 14 \times 14$$

$$= 196\pi \text{ सेमी.}^2$$

63. यदि 3 सेमी. त्रिज्या वाले 4 बराबर वृत्त एक-दूसरे को बाहर से स्पर्श करते हों, तो उन 4 वृत्तों से घिरा हुआ संपूर्ण क्षेत्रफल कितना हो जाएगा?

(a) $4(9 - \pi)$ वर्ग सेमी. (b) $9(4 - \pi)$ वर्ग सेमी.
(c) $5(6 - \pi)$ वर्ग सेमी. (d) $6(5 - \pi)$ वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003

उत्तर—(b)

व्याख्या— घिरे भाग का क्षेत्रफल

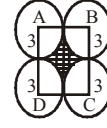
$$= \text{ABCD का क्षेत्रफल} - \text{प्रत्येक वृत्त के } 1/4 \text{ भाग का क्षेत्रफल}$$

$$= AB \times BC - 4 \left(\frac{1}{4} \pi r^2 \right)$$

$$= 6 \times 6 - \pi \times 3^2$$

$$= 36 - 9\pi$$

$$= 9(4 - \pi) \text{ वर्ग सेमी.}$$



64. दो वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तदनुसार उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 1 : 4 (d) 4 : 5

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना वृत्तों की त्रिज्याएं r_1 एवं r_2 हैं।

$$\text{अतः } \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

\therefore उनके क्षेत्र. का अनुपात = त्रिज्याओं के वर्गों का अनुपात

$$= \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$= 1 : 4$$

65. एक इंजन के अगले पहिए का व्यास $2x$ सेमी. है और पिछले पहिए का व्यास $2y$ सेमी. है। समान दूरी तय करने के लिए यदि अगला पहिया 'n' बार घूमता है, तो पिछला पहिया कितनी बार घूमेगा?

(a) $\frac{n}{x} y$ बार (b) $\frac{yn}{x}$ बार
(c) $\frac{nx}{y}$ बार (d) $\frac{xy}{n}$ बार

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— \therefore इंजन के अगले पहिए का व्यास $= 2x$

$$\therefore \text{इंजन के अगले पहिए की परिधि} = 2x \times \pi$$

$$\text{तथा इंजन के पिछले पहिए का व्यास} = 2y$$

$$\therefore \text{इंजन के पिछले पहिए की परिधि} = 2y \times \pi$$

माना पिछला पहिया N_1 बार घूमता है

प्रश्नानुसार—

$$2\pi x \times n = 2\pi y \times N_1$$

$$\therefore N_1 = \frac{2\pi x \times n}{2\pi y} \Rightarrow \frac{nx}{y} \text{ बार}$$

66. एक वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात 22 : 7 है। यदि परिधि $1\frac{4}{7}$ मी. हो, तो वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 1 मी. (b) $\frac{1}{4}$ मी. (c) $\frac{1}{3}$ मी. (d) $\frac{1}{2}$ मी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या = r

\therefore वृत्त की परिधि = $2\pi r$

$$\therefore 2\pi r = 1\frac{4}{7}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{11}{7}$$

$$\frac{44 \times r}{7} = \frac{11}{7}$$

$$r = \frac{11}{7} \times \frac{7}{44} \Rightarrow \frac{1}{4} \text{ मी.}$$

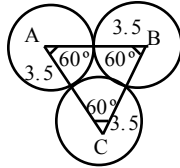
67. तीन वृत्तों, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी. है, को इस प्रकार रखा जाता है कि प्रत्येक, वृत्त अन्य दोनों वृत्तों को स्पर्श करता है। इन वृत्तों द्वारा परिबद्ध भाग का क्षेत्रफल है—

- (a) 1.975 वर्ग सेमी. (b) 1.967 वर्ग सेमी.
(c) 19.67 वर्ग सेमी. (d) 21.21 वर्ग सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2002, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— तीनों वृत्तों को प्रश्नानुसार रखने पर तथा केंद्रों को एक सीधी रेखा से जोड़ने पर एक समबाहु ΔABC का निर्माण होता है जिसकी प्रत्येक भुजा $(3.5 + 3.5) = 7$ सेमी. की होगी।



अर्थात् Δ समबाहु होगा, तब प्रत्येक कोण 60° का होगा।

$$\begin{aligned} \text{समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4}(a)^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 7 \times 7 \quad [\sqrt{3} = 1.732] \\ &= 21.217 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

तथा इस त्रिभुज में वृत्तों द्वारा घिरा

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \left(\pi r^2 \times \frac{60}{360} \times 3 \right) \Rightarrow \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times \frac{1}{2} \\ &= 19.25 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट क्षेत्रफल} &= 21.217 - 19.25 \\ &= 1.967 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

Trick— तीन स्पर्श करते वृत्तों से परिबद्ध भाग का क्षेत्रफल

$$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \times \text{त्रिज्या}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{परिबद्ध भाग का क्ष.} &= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \times 3.5 \times 3.5 \\ &= 21.217 - 19.25 \\ &= 1.967 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

68. एक वर्तुल स्विमिंग पूल 4 मी. चौड़ी कंक्रीट की दीवार से घिरा हुआ है। यदि पूल को घेरने वाली कंक्रीट की दीवार का क्षेत्रफल पूल के क्षेत्रफल का $\frac{11}{25}$ है, तो पूल की त्रिज्या (मी. में) कितनी है?

- (a) 30 (b) 8 (c) 16 (d) 20

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वर्तुल स्विमिंग पूल की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{पूल का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore 4 \text{ मीटर चौड़ी कंक्रीट दीवार का क्षेत्रफल}$$

$$= \text{वर्तुल स्विमिंग पूल का क्षेत्रफल कंक्रीट की दीवार सहित}$$

$$- \text{वर्तुल स्विमिंग पूल का क्षेत्रफल}$$

$$= \pi (r+4)^2 - \pi r^2$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{11}{25} \pi r^2 = \pi [(r+4)^2 - r^2]$$

$$\frac{11}{25} r^2 = (r+4-r)(r+4+r)$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)]$$

$$\frac{11}{25} r^2 = 4(2r+4)$$

$$11r^2 = 100(2r+4)$$

$$11r^2 = 200r + 400$$

$$11r^2 - 200r - 400 = 0$$

$$11r^2 - 220r + 20r - 400 = 0$$

$$11r(r-20) + 20(r-20) = 0$$

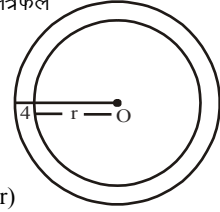
$$(r-20)(11r+20) = 0$$

$$\therefore r-20 = 0 \text{ या } 11r+20 = 0$$

$$r = 20 \text{ तथा } 11r = -20$$

$$\therefore r = -\frac{20}{11} \text{ (अमान्य)}$$

$$\text{अतः पूल की त्रिज्या} = 20 \text{ मीटर}$$



69. एक वृत्ताकार दौड़ पथ की बाहरी परिधि 528 मीटर है। पथ सब जगह से 14 मीटर चौड़ा है। रु. 10 प्रति वर्ग मीटर की दर पर पथ को समतल करने की लागत क्या होगी?

- (a) रु. 77660 (b) रु. 76760
(c) रु. 66760 (d) रु. 67760

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना रास्ते सहित वृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore 2\pi r = 528$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 528$$

$$r = \frac{528 \times 7}{44} \Rightarrow 84 \text{ मीटर}$$

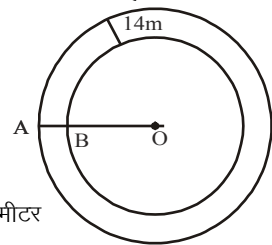
$$\therefore \text{रास्ते की चौड़ाई } AB = 14 \text{ मीटर}$$

$$\therefore OB = OA - AB$$

$$= 84 - 14 = 70 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{रास्ते का क्षेत्रफल} = \pi r^2 - \pi (r-14)^2$$

$$= \pi \times 84^2 - \pi (84-14)^2$$



$$\begin{aligned}
&= 84 \times 84 \times \pi - \pi \times 70 \times 70 \\
&= 14 \times 6 \times 14 \times 6 \times \pi - \pi \times 14 \times 5 \times 14 \times 5 \\
&= 14 \times 14 (36\pi - 25\pi) \\
&= 196 \times 11\pi
\end{aligned}$$

$$= 196 \times 11 \times \frac{22}{7} \Rightarrow 6776 \text{ मीटर}^2$$

∴ 10 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से पथ समतल करने की लागत
 $= 6776 \times 10 \Rightarrow 67760$ रुपये

70. एक वृत्त का क्षेत्रफल उसकी त्रिज्या के वर्ग के अनुप्रति है। 5 सेमी. त्रिज्या वाले बड़े वृत्त के भीतर 3 सेमी. त्रिज्या वाला एक छोटा वृत्त खींचा गया है। ऐनुलर टोन के क्षेत्रफल का छोटे वृत्त के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए। (ऐनुलर टोन का क्षेत्रफल बड़े वृत्त के क्षेत्रफल और छोटे वृत्त के क्षेत्रफल के बीच अंतर होता है)
- (a) 9:16 (b) 9:25
 (c) 16:25 (d) 16:27

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— बड़े वृत्त की त्रिज्या = 5 सेमी.

छोटे वृत्त की त्रिज्या = 3 सेमी.

$$\text{बड़े वृत्त } C_1 \text{ का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi (5)^2$$

$$= 25\pi \text{ वर्ग सेमी.}$$

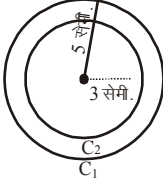
$$\text{छोटे वृत्त } C_2 \text{ का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi (3)^2$$

$$= 9\pi \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \text{ऐनुलर टोन का क्षेत्रफल} &= \text{बड़े वृत्त का क्षेत्रफल} - \text{छोटे वृत्त का क्षेत्रफल} \\ &= (25\pi - 9\pi) \text{ वर्ग सेमी.} = 16\pi \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

$$\text{छोटे वृत्त का क्षेत्रफल : ऐनुलर टोन का क्षेत्रफल} = 9\pi : 16\pi$$

$$\text{छोटे वृत्त का क्षेत्रफल : ऐनुलर टोन का क्षेत्रफल} = 9 : 16$$



71. एक मोटरकार का पहिया 1000 बार घूमने पर 440 मी. की दूरी तय कर लेता है। तदनुसार उस पहिए का व्यास कितने मीटर है?
- (a) 0.44 (b) 0.14
 (c) 0.24 (d) 0.34

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— 1 चक्कर में पहिए द्वारा तय की गई दूरी = $\frac{440}{1000}$ मीटर

= पहिए की परिधि

$$\therefore \pi \times \text{व्यास} = \text{परिधि}$$

$$\therefore \text{व्यास} = \frac{\text{परिधि}}{\pi}$$

$$= \frac{440}{1000} \times \frac{7}{22} \Rightarrow 0.14 \text{ मीटर}$$

72. एक बस के पहिए (ड्राइविंग व्हील) की त्रिज्या 35 सेमी. है। 33 किमी. प्रति घंटा की गति बनाए रखने के लिए पहिए को प्रति मिनट कितनी बार घूमना पड़ेगा?

- (a) 350
 (c) 200

- (b) 250
 (d) 150

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— पहिए की त्रिज्या = 35 सेमी.

पहिए द्वारा 1 चक्कर में तय दूरी = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$$= 2 \times 22 \times 5 \Rightarrow 220 \text{ सेमी.}$$

पहिए की चाल प्रति घंटा = 33 किमी.

$$(\because 1 \text{ किमी.} = 1000 \text{ मीटर})$$

$$= 33 \times 1000 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{पहिए की चाल प्रति मिनट} = 33 \times \frac{1000}{60} \times 100$$

∴ पहिए द्वारा प्रति मिनट लगाए गए चक्करों की संख्या

$$= \frac{33 \times 1000 \times 100}{60 \times 220} \Rightarrow 250$$

73. यदि किसी अर्द्धवृत्ताकार क्षेत्र का परिमाण 144 मीटर हो, तो क्षेत्र का व्यास होगा ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)।

- (a) 55 मीटर
 (c) 28 मीटर

- (b) 30 मीटर
 (d) 56 मीटर

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— अर्द्धवृत्ताकार क्षेत्र का परिमाण = $\pi r + 2r$

$$= r \left(\frac{22}{7} + 2 \right)$$

$$= \frac{36r}{7} \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{प्रश्नानुसार, } \frac{36r}{7} = 144$$

$$r = \frac{144 \times 7}{36} = 28 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{क्षेत्र का व्यास} = 28 \times 2 = 56 \text{ मीटर}$$

74. एक वृत्त की परिधि और त्रिज्या के बीच अंतर 37 सेमी. है। वृत्त का क्षेत्रफल है ($\pi = \frac{22}{7}$ लें)।

- (a) 259 वर्ग सेमी.
 (c) 111 वर्ग सेमी.

- (b) 148 वर्ग सेमी.
 (d) 154 वर्ग सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या r है।

∴ वृत्त की परिधि = $2\pi r$

प्रश्नानुसार

$$2\pi r - r = 37$$

$$\therefore r(2\pi - 1) = 37$$

$$r \left(2 \times \frac{22}{7} - 1 \right) = 37$$

$$r\left(\frac{44}{7}-1\right)=37$$

$$r\left(\frac{44-7}{7}\right)=37$$

$$r = \frac{37 \times 7}{37} \Rightarrow 7 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{ वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \Rightarrow 154 \text{ सेमी.}^2$$

75. एक अर्द्धवृत्त का परिमाण (मीटर में) इसके क्षेत्रफल (वर्गमीटर में) के सांख्यिक रूप से बराबर है। इसके व्यास की लंबाई होगी— ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)।

- (a) $3\frac{6}{11}$ मीटर (b) $5\frac{6}{11}$ मीटर
(c) $6\frac{6}{11}$ मीटर (d) $6\frac{2}{11}$ मीटर

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या—माना अर्द्धवृत्त की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{ अर्द्धवृत्त का परिमाण} = \pi r + 2r$$

$$= r(\pi + 2)$$

$$= \left(\frac{22}{7} + 2\right)$$

$$= \frac{36}{7}r \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$= \frac{11}{7} r^2 \dots\dots\dots(ii)$$

अब प्रश्नानुसार

$$\frac{11}{7} r^2 = \frac{36}{7} r$$

$$\frac{11}{7} r = \frac{36}{7}$$

$$r = \frac{36}{7} \times \frac{7}{11}$$

$$\text{त्रिज्या } r = \frac{36}{11}$$

$$\therefore \text{ अर्द्धवृत्त का व्यास } 2r = 2 \times \frac{36}{11}$$

$$= \frac{72}{11} = 6\frac{6}{11} \text{ मीटर}$$

76. 3 सेमी. त्रिज्या वाले किसी वृत्त की परिधि तथा उसके क्षेत्रफल की माप बताने वाली संख्याओं का अनुपात होगा—

- (a) 1 : 3 (b) 2 : 3
(c) 2 : 9 (d) 3 : 2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— वृत्त की परिधि $= 2 \pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3$$

$$= 6 \times \frac{22}{7} = \frac{132}{7} \text{ सेमी.}$$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 = \frac{198}{7} \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{ अभीष्ट अनुपात} = \frac{132}{7} : \frac{198}{7}$$

$$= 132 : 198$$

$$= 2 : 3$$

77. एक वृत्त के परिमाण तथा व्यास का अंतर X एकक है। तदनुसार, उस वृत्त का व्यास कितना है?

- (a) $\frac{X}{\pi-1}$ एकक
(b) $\frac{X}{\pi+1}$ एकक
(c) $\frac{X}{\pi}$ एकक
(d) $\left(\frac{X}{\pi} - 1\right)$ एकक

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— r त्रिज्या वाले वृत्त का परिमाण $= 2\pi r$

प्रश्नानुसार

$$2\pi r - 2r = X$$

$$2r(\pi - 1) = X$$

$$2r = \frac{X}{(\pi - 1)} \quad (\text{जहां } 2r = \text{वृत्त का व्यास})$$

78. दो एक-बराबर की अधिकतम आकार की गोल प्लेटों को एक गोल कागज की शीट जिसकी परिधि 352 सेमी. है, में से काटा जाता है। प्रत्येक गोल प्लेट की परिधि बताएं।

- (a) 176 सेमी. (b) 150 सेमी.
(c) 165 सेमी. (d) 180 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— एक गोल कागज की परिधि से दो बराबर गोल प्लेटों

$$\text{को काटने पर प्रत्येक प्लेट की परिधि} = \frac{352}{2} = 176 \text{ सेमी.}$$

79. एक 7 मीटर चौड़ी सड़क 352 मीटर परिधि वाले एक वर्तुल पार्क के चारों ओर बनी हुई है। सड़क का वर्ग मीटर में क्षेत्रफल कितना है? (मान लें $\pi = \frac{22}{7}$)

- (a) 2518 (b) 2581
(c) 2618 (d) 2681

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012, 2014

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या r है।

$$\therefore \text{पार्क की परिधि} = 2\pi r$$

प्रश्नानुसार

$$2\pi r = 352$$

$$\therefore r = \frac{352}{2\pi} \Rightarrow \frac{352}{2 \times \frac{22}{7}}$$

$$= \frac{352 \times 7}{44} \Rightarrow 56$$

$$\therefore \text{सड़क सहित पार्क की त्रिज्या} = r + 7 \\ = 56 + 7 \\ = 63$$

$$\therefore \text{सड़क का क्षेत्रफल} = \text{सड़क सहित पार्क का क्षेत्र} - \text{पार्क का क्षेत्र}$$

$$= \pi(63)^2 - \pi(56)^2$$

$$= \pi(63^2 - 56^2)$$

$$= \pi(63 - 56)(63 + 56)$$

$$= 7 \times \pi \times 119$$

$$= 7 \times \frac{22}{7} \times 119 \Rightarrow 2618$$

80. किसी वृत्त की परिधि 11 सेमी. तथा वृत्त त्रिज्यखंड के कोण की माप 60° है। त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल होगा ($\pi = \frac{22}{7}$ का उपयोग करें)।

- (a) $2\frac{29}{48}$ वर्ग सेमी. (b) $1\frac{29}{48}$ वर्ग सेमी.
(c) $1\frac{27}{48}$ वर्ग सेमी. (d) $2\frac{27}{48}$ वर्ग सेमी.

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— वृत्त की परिधि $2\pi r = 11$ सेमी.

$$r = \frac{11}{2\pi}$$

$$r = \frac{11 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{4} \text{ सेमी.}$$

$$\text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{11 \times 7}{8} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{77}{48} \Rightarrow 1\frac{29}{48} \text{ वर्ग सेमी.}$$

81. 40 मीटर त्रिज्या वाला एक वृत्ताकार घास का भूखंड, चारों ओर से एक रास्ते से घिरा हुआ है यदि घास के भूखंड का क्षेत्रफल रास्ते के क्षेत्रफल का दुगुना हो तो रास्ते की चौड़ाई (मीटर में) होगी—

$$(a) 40 \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

$$(b) 40 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

$$(c) 40 \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right)$$

$$(d) 40 \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + 1 \right)$$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(c)

व्याख्या— भूखंड का क्षेत्रफल $= \pi r_1^2$

(जहां r_1 भूखंड की त्रिज्या है)

$$= \pi \times 40 \times 40$$

$$= 1600 \pi \text{ वर्ग मीटर}$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{रास्ते का क्षेत्रफल} = \frac{1600\pi}{2}$$

$$= 800 \pi \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{रास्ते सहित भूखंड का क्षेत्रफल} = 1600 \pi + 800 \pi$$

$$= 2400 \pi \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{अतः} \quad \pi r^2 = 2400 \pi$$

$$r^2 = 2400$$

$$r = \sqrt{2400}$$

$$r = 20\sqrt{6}$$

$$r = 20\sqrt{3} \sqrt{2}$$

$$r = 20\sqrt{3} \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$r = 20 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$r = 40\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{रास्ते की त्रिज्या} = 40\sqrt{\frac{3}{2}} - 40$$

$$= 40 \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right) \text{ मीटर}$$

82. एक वृत्ताकार (गोल) भूखंड के चारों ओर वृत्ताकार (गोल) रास्ते पर की गई बाहरी फेंसिंग (बाड़ लगाना), उसके अंदर की तरफ की गई फेंसिंग से 33 मी. अधिक है। भूखंड के चारों ओर रास्ते की चौड़ाई क्या होगी?

- (a) 5.52 मी. (b) 5.25 मी.
(c) 2.55 मी. (d) 2.25 मी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना भूखंड की त्रिज्या r है।
तथा रास्ते की चौड़ाई R है।

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} 2\pi(r+R) - 2\pi r &= 33 \\ 2\pi r + 2\pi R - 2\pi r &= 33 \\ 2\pi R &= 33 \\ R &= \frac{33}{2\pi} \Rightarrow \frac{33 \times 7}{2 \times 22} \Rightarrow 5.25 \text{ मी.} \end{aligned}$$

83. एक वृत्ताकार मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार सड़क है। तदनुसार, यदि उस सड़क के बाहरी वृत्त और आंतरिक वृत्त की परिधियों का अंतर 66 मीटर का हो, तो ($\pi = \frac{22}{7}$ लेकर) सड़क की चौड़ाई कितनी होगी?

- (a) 10.5 मीटर (b) 7 मीटर
(c) 5.25 मीटर (d) 21 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या r एवं सड़क की चौड़ाई r_1 है।
प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} 2\pi(r+r_1) - 2\pi r &= 66 \\ 2\pi r + 2\pi r_1 - 2\pi r &= 66 \\ 2\pi r_1 &= 66 \\ r_1 &= \frac{66}{2\pi} = \frac{33 \times 7}{22} \Rightarrow 10.5 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

इस प्रकार सड़क की चौड़ाई 10.5 मीटर होगी।

84. दो पहियों की त्रिज्याएं 3:4 के अनुपात में हैं। उनकी परिधियों का अनुपात होगा—

- (a) 4:3 (b) 3:4
(c) 2:3 (d) 3:2

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना त्रिज्याएं $3r$ एवं $4r$ होगी।

∴ दो पहियों की परिधि क्रमशः $[2\pi(3r) = 6\pi r]$
एवं $[2\pi(4r) = 8\pi r]$ होगी

∴ दोनों पहियों की परिधि का अनुपात $= \frac{6\pi r}{8\pi r} = \frac{3}{4}$

अतः दोनों पहियों की परिधि का अनुपात भी 3:4 होगा।

Trick—

नोट—यदि किसी वृत्त की त्रिज्याओं में अनुपात $a:b$ है तो उनकी परिधियों में अनुपात $a:b$ होगा तथा उनके क्षेत्रफलों में अनुपात $a^2:b^2$ होगा।

प्रश्नानुसार,

त्रिज्याओं में अनुपात $= 3:4$

∴ परिधियों में अनुपात $= 3:4$

प्रकार—5

दो या दो से अधिक आकृति के क्षेत्रफल-आधारित

85. 15 मीटर 17 सेमी. लंबे और 9 मीटर 2 सेमी. चौड़े कमरे की छत बनाने के लिए 41 सेमी. फलक वाली न्यूनतम कितनी वर्गाकार टाइलों की आवश्यकता होगी?

- (a) 902 (b) 656
(c) 738 (d) 814

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (I-पाली)

उत्तर—(d)

व्याख्या— कमरे के छत की लंबाई $= 15$ मीटर 17 सेमी.
 $= 1517$ सेमी.

कमरे के छत की चौड़ाई $= 9$ मीटर 2 सेमी.
 $= 902$ सेमी.

कमरे का क्षेत्रफल $= 1517 \times 902$

अतः आवश्यक टाइलों की संख्या $= \frac{1517 \times 902}{41 \times 41} \Rightarrow 814$

86. एक घोड़े को 7 मी. लंबी एक रस्सी से, 10 मी. के बराबर भुजा वाले एक वर्गाकार खेत के एक कोने में बांधा गया है। तदनुसार, उस खेत का चरने से बचा हुआ न्यूनतम संभावित क्षेत्रफल कितना होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$ मानकर)

- (a) 65.1 मी² (b) 61.5 मी²
(c) 56.1 मी² (d) 51.6 मी²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— ∴ खेत का क्षेत्रफल $= \text{भुजा}^2$
 $= 10 \times 10 = 100$ मीटर

$$\begin{aligned} \text{घोड़े द्वारा चरे गए भाग का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360} \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{90}{360} \\ &= 22 \times 7 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{11 \times 7}{2} \\ &= \frac{77}{2} \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

∴ चरने से बचा न्यूनतम संभावित क्षेत्रफल
 = खेत का क्षेत्रफल - चरे गए भाग का क्षेत्रफल

$$= 100 - \frac{77}{2}$$

$$= \frac{200 - 77}{2} = 61.5 \text{ मी.}^2$$

87. एक वर्ग की एक भुजा और एक विकर्ण को आधार बनाकर, दो समबाहु त्रिभुज बनाए गए हैं। तदनुसार, उन दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

- (a) $\sqrt{3}:4$ (b) 1:4
 (c) $1:\sqrt{2}$ (d) 1:2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012
 S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वर्ग की एक भुजा x सेमी. है।

∴ वर्ग का विकर्ण $= x\sqrt{2}$

∴ $\frac{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}}{\text{दो त्रिभुजों के क्षेत्रफल का योग}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times x^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times (x\sqrt{2})^2}$

$$= \frac{x^2}{x^2 \times 2}$$

$$= 1:2$$

88. 2 m^2 क्षेत्रफल वाले वर्ग में बनाए गए अंतर्वृत्त का क्षेत्रफल है—

- (a) $\frac{\pi}{4} \text{ m}^2$ (b) $\frac{\pi}{2} \text{ m}^2$
 (c) $\pi \text{ m}^2$ (d) $2\pi \text{ m}^2$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000, 2003, 2004

उत्तर—(b)

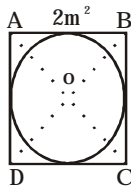
व्याख्या— 2 m^2 क्षेत्रफल वाले वर्ग की एक भुजा $= \sqrt{2 \text{ m}^2}$
 $= m\sqrt{2}$

चित्रानुसार—

वर्ग की भुजा = अंतर्वृत्त का व्यास $= m\sqrt{2}$

∴ अंतर्वृत्त की त्रिज्या $= \frac{m\sqrt{2}}{2} = \frac{m}{\sqrt{2}}$

∴ अंतर्वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi}{2} \text{ m}^2$



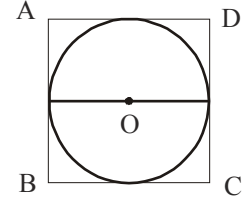
89. 35 सेमी. भुजा वाले वर्ग में एक वृत्त बना हुआ है। वर्ग के शेष भाग का जो वृत्त से घिरा हुआ नहीं है, क्षेत्रफल बताइए।

- (a) 962.5 सेमी.^2 (b) 262.5 सेमी.^2
 (c) 762.5 सेमी.^2 (d) 562.5 सेमी.^2

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना वर्ग ABCD है।



जिसके अंतर्गत O केंद्र का वृत्त है।

∴ वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

∴ वृत्त का व्यास = 35 सेमी.

∴ वृत्त की त्रिज्या $= \frac{35}{2} = 17.5 \text{ सेमी.}$

∴ वर्ग के शेष भाग का क्षेत्रफल जो वृत्त से घिरा न हो
 = वर्ग का क्षेत्रफल - वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 35^2 - \pi (17.5)^2$$

$$= 1225 - \frac{22}{7} \times 17.5 \times 17.5$$

$$= 1225 - 22 \times 2.5 \times 17.5$$

$$= 1225 - 55 \times 17.5$$

$$= 1225 - 962.5$$

$$= 262.5 \text{ सेमी.}^2$$

90. किसी वर्ग के विकर्ण पर एक समबाहु त्रिभुज बनाया गया है। वर्ग के क्षेत्रफल के साथ त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात है।

- (a) $\sqrt{3}:2$ (b) $\sqrt{2}:\sqrt{3}$
 (c) $2:\sqrt{3}$ (d) $1:\sqrt{2}$

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना वर्ग की भुजा a है।

∴ वर्ग का क्षेत्रफल $= a^2$

∴ वर्ग का विकर्ण $= \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

∴ वर्ग का विकर्ण समबाहु त्रिभुज की एक भुजा हुई।

∴ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (a\sqrt{2})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल : त्रिभुज का क्षेत्रफल} = a^2 : \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$= 2 : \sqrt{3}$$

अतः विकल्प (c) सही है।

91. 4 सेमी. भुजा वाले एक वर्ग के चारों कोनों से 2 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के चाप के आकार में चार टुकड़े काटकर अलग कर दिए हैं। तदनुसार, शेष आकृति का क्षेत्रफल कितना है?

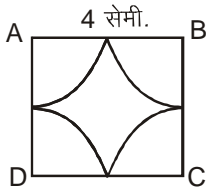
- (a) $(8 - \pi)$ वर्ग सेमी.
 (b) $(16 - 4\pi)$ वर्ग सेमी.
 (c) $(16 - 8\pi)$ वर्ग सेमी.
 (d) $(4 - 2\pi)$ वर्ग सेमी.

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—वर्ग के चारों कोनों से चाप को काटकर अलग करने पर शेष बचे भाग का क्षेत्रफल $= 4^2 - 4 \left[\frac{\pi r^2 \theta}{360} \right]$

$$= 16 - 4 \left[\frac{\pi (2)^2 90}{360} \right]$$

$$= (16 - 4\pi) \text{ वर्ग सेमी.}$$


92. यदि एक तार को वर्गाकार मोड़ दिया जाए, तो उस वर्ग का क्षेत्रफल 81 सेमी.² हो जाता है। तदनुसार, यदि उसी तार को अर्द्धवृत्ताकार मोड़ दिया जाए, तो $(\pi = \frac{22}{7} \text{ मानकर})$ उस अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल कितने सेमी.² हो जाएगा?

- (a) 22 (b) 44
 (c) 77 (d) 154

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = 81 सेमी.²
 वर्ग की भुजा $= \sqrt{81} = 9$ सेमी.
 वर्ग का परिमाप $= 9 \times 4 = 36$ सेमी.
 अब प्रश्न से—

$$\frac{\pi r}{2} + 2r = 36$$

$$r(\pi + 2) = 36$$

$$r \left(\frac{22}{7} + 2 \right) = 36$$

$$r \times \frac{36}{7} = 36$$

$$r = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 77 \text{ वर्ग सेमी.}$$

93. 44 सेमी. लंबे तार को पहले वृत्त बनाने के लिए मोड़ा जाता है और फिर दोबारा वर्ग बनाने के लिए मोड़ा जाता है। दोनों के संवृत क्षेत्रों का अंतर क्या है?

- (a) 44 सेमी.² (b) 33 सेमी.²
 (c) 55 सेमी.² (d) 66 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या $= r$ है।

\therefore तार की लंबाई $=$ वृत्त की परिधि

$$44 = 2\pi r$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \Rightarrow 154 \text{ सेमी.}^2$$

पुनः वर्ग का परिमाप $=$ तार की लंबाई

$$4a = 44 \text{ (जहां } a \text{ वर्ग की भुजा है)}$$

$$\therefore a = \frac{44}{4} = 11 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2$$

$$= 11^2 \Rightarrow 121 \text{ सेमी.}^2$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल में अभीष्ट अंतर} = 154 - 121 \Rightarrow 33 \text{ सेमी.}^2$$

94. एक तार एक वृत्त के रूप में मुड़ा हुआ है जिसका क्षेत्रफल 154 सेमी.² है। यदि वही तार समभुज त्रिभुज के रूप में मोड़ा जाता है, तो समभुज त्रिभुज का अनुमानित क्षेत्रफल क्या है?

- (a) 93.14 सेमी.² (b) 90.14 सेमी.²
 (c) 83.14 सेमी.² (d) 39.14 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना वृत्त की त्रिज्या $= r$ सेमी.

प्रश्नानुसार

$$\pi r^2 = 154$$

$$\therefore \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22} \Rightarrow 49$$

$$\therefore r = \sqrt{49} \Rightarrow 7 \text{ सेमी.}$$

\therefore तार की लंबाई $=$ वृत्त की परिधि

$$= 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \Rightarrow 44 \text{ सेमी.}$$

\therefore समबाहु त्रिभुज की भुजाओं का योग $= 44$ सेमी.

अतः समबाहु त्रिभुज की एक भुजा $= \frac{44}{3}$ सेमी.

$$\begin{aligned}\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{44}{3} \times \frac{44}{3} \\ &= \frac{484\sqrt{3}}{9} \\ &= \frac{484 \times 1.732}{9} \Rightarrow 93.14 \text{ सेमी.}^2\end{aligned}$$

95. एक त्रिभुजाकार खेत, जिसकी भुजाएं 26 मी., 28 मी. तथा 30 मी. हैं, के प्रत्येक कोने पर एक गाय 7 मी. लंबी रस्सी से बांधी गई है। तदनुसार, उन तीनों गायों के चरने से बचे हुए खेत का क्षेत्रफल कितने मी.² होगा?

- (a) 336 (b) 259
(c) 154 (d) 77

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011
उत्तर—(b)

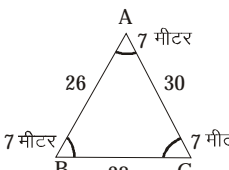
व्याख्या— ΔABC का परिमाप = $26 + 30 + 28 \Rightarrow 84$

$$s = \frac{84}{2} = 42$$

ΔABC का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{42(42-26)(42-30)(42-28)} \\ &= \sqrt{42 \times 16 \times 14 \times 12} \\ &= \sqrt{7 \times 6 \times 4 \times 4 \times 7 \times 2 \times 6 \times 2} \\ &= 7 \times 6 \times 4 \times 2 \Rightarrow 336 \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

\therefore त्रिभुज के तीनों शीर्षों पर गायें चर रहीं हैं जिनकी रस्सी की त्रिज्याएं 7 सेमी. हैं। इनके द्वारा चरे गए भाग का क्षेत्रफल



$$\begin{aligned}&= \pi r^2 \frac{\theta}{360} \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{180}{360} \\ &= 77 \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

(जहां $\theta = \Delta$ के तीनों अंतःकोणों का योग)

अतः तीनों गायों के चरने के बाद उस त्रिभुज का बचा हुआ भाग

$$\begin{aligned}&= 336 - 77 \\ &= 259 \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

96. एक तांबे का तार मोड़कर वर्गाकार बनाया गया है, उसका क्षेत्रफल 81 सेमी.² है। यदि उसी तार को मोड़कर एक अर्धवृत्त बनाया जाए, तो उस अर्धवृत्त की त्रिज्या ($\pi = \frac{22}{7}$ मानकर) कितने सेमी. होगी-
- (a) 16 (b) 14 (c) 10 (d) 7

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = 81 वर्ग सेमी.

वर्ग की भुजा = 9 सेमी.

वर्ग का परिमाप = $9 \times 4 = 36$ सेमी.

प्रश्न से-

अर्धवृत्त की परिधि = वर्ग का परिमाप

$$\frac{\pi r}{2} + 2r = 36 \quad (\text{जहां } r \text{ त्रिज्या है})$$

$$r(\pi + 2) = 36$$

$$r\left(\frac{22}{7} + 2\right) = 36$$

$$r \times \frac{36}{7} = 36$$

$$r = 36 \times \frac{7}{36} \Rightarrow 7 \text{ सेमी.}$$

97. एक वृत्त, वर्ग तथा समबाहु त्रिभुज की परिधि समान है तथा उसका क्षेत्रफल 'C', 'S' तथा 'T' है। इसमें से कौन-सा कथन सही है?

- (a) $C = S = T$ (b) $C > S > T$
(c) $C < S < T$ (d) $S < C < T$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)

व्याख्या— r त्रिज्या के वृत्त की परिधि = $2\pi r$

a भुजा के वर्ग का परिमाप = $4a$

b भुजा के समबाहु त्रिभुज का परिमाप = $3b$

\therefore प्रश्न से

$$2\pi r = 4a = 3b$$

$$\text{माना } 2\pi r = 4a = 3b = K$$

$$\therefore r = \frac{K}{2\pi}, a = \frac{K}{4}, b = \frac{K}{3}$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$C = \pi \frac{K^2}{4\pi^2} = \frac{K^2}{4\pi} = \frac{K^2}{4 \times \frac{22}{7}} = \frac{7K^2}{88} = \frac{126K^2}{1584}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2$$

$$S = \left(\frac{K}{4}\right)^2 = \frac{K^2}{16} = \frac{99K^2}{1584}$$

$$\begin{aligned}\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल (T)} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times b^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{K^2}{9} \\ &= \frac{\sqrt{3}K^2}{36} = \frac{44\sqrt{3}K^2}{1584}\end{aligned}$$

$$T = \frac{44 \times 1.732K^2}{1584} = \frac{76.208K^2}{1584}$$

\therefore स्पष्ट है $C > S > T$

98. एक वर्ग और आयत की परिधि बराबर है। यदि उनके क्षेत्रफल 'A' मी.² और 'B' मी.² हो, तो सही कथन क्या है ?

- (a) $A < B$ (b) $A \leq B$
(c) $A > B$ (d) $A \geq B$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (II-पाली)

उत्तर—(c)

व्याख्या— यदि किसी वर्ग एवं आयत का परिमाण बराबर हो, तो वर्ग का क्षेत्रफल, आयत के क्षेत्रफल से सदैव अधिक होता है।

$\therefore A > B$ होगा।

अतः विकल्प (c) सही है।

99. 44 सेमी. परिमाण वाले एक वर्ग और 44 सेमी. परिधि वाले एक वृत्त में किसका क्षेत्रफल अधिक है और कितना?

- (a) वर्ग 33 सेमी.² (b) वृत्त 33 सेमी.²
(c) दोनों का क्षेत्रफल बराबर है (d) वर्ग 49.5 सेमी.²

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = $\left(\frac{44}{4}\right)^2 = 121$ वर्ग सेमी.

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi \times \left(\frac{44}{2\pi}\right)^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (7)^2 = 154 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

\therefore वृत्त का क्षेत्रफल 33 वर्ग सेमी. अधिक है।

100. किसी वर्ग का परिमाण वही है, जो ऐसे आयत का है जिसकी लंबाई 48 मीटर है और उसकी चौड़ाई की तिगुनी है, उस वर्ग का (मी² में) क्षेत्रफल है—

- (a) 1000 (b) 1024
(c) 1600 (d) 1042

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

उत्तर—(b)

व्याख्या— आयत की लंबाई = 48 मीटर

$$\text{आयत की चौड़ाई} = \frac{48}{3} = 16 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{आयत का परिमाण} = 2(48 + 16) = 128 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाण} = 128 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \frac{128}{4} = 32 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 32 \times 32 = 1024 \text{ वर्ग मीटर}$$

101. 784 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल वाली एक वर्गाकार कागज की शीट में से बराबर माप वाली चार बड़ी-से-बड़ी वृत्ताकार प्लेटें काट

ली जाती हैं प्रत्येक प्लेट की परिधि है— $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

- (a) 22 सेमी. (b) 44 सेमी.
(c) 66 सेमी. (d) 88 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002

उत्तर—(b)

व्याख्या— वर्गाकार शीट की प्रत्येक भुजा = $\sqrt{784} \Rightarrow 28$ सेमी.

\therefore प्रत्येक शीट का व्यास = 14 सेमी.

तब त्रिज्या = 7 सेमी.

\therefore प्रत्येक प्लेट की परिधि = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ सेमी.}$$

102. एक वर्ग और एक आयत के क्षेत्रफल बराबर है। आयत की लंबाई वर्ग की किसी भुजा की लंबाई से 5 सेमी. अधिक है और उसकी चौड़ाई वर्ग की भुजा से 3 सेमी. कम है। आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए।

- (a) 17 सेमी. (b) 26 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 34 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2005

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना वर्ग की भुजा x सेमी. है, तब आयत की लंबाई तथा चौड़ाई क्रमशः $(x + 5)$ सेमी. तथा $(x - 3)$ सेमी.

$$\therefore (x + 5)(x - 3) = x^2$$

$$\therefore x^2 + 2x - 15 = x^2$$

$$\therefore 2x = 15$$

$$\therefore x = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयत का परिमाण} &= 2[(x + 5) + (x - 3)] \\ &= 2[(7.5 + 5) + (7.5 - 3)] \\ &= 34 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

103. यदि एक आयत और एक वर्ग के परिमाण बराबर हों और आयत की दो निकटस्थ भुजाओं का अनुपात 1 : 2 हो तो आयत के क्षेत्रफल और वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

- (a) 1 : 1 (b) 1 : 2
(c) 2 : 3 (d) 8 : 9

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना आयत की भुजाएं x तथा $2x$ हैं।

$$\text{आयत का परिमाण} = 2(x + 2x) \Rightarrow 6x$$

प्रश्नानुसार—

$$\text{वर्ग का परिमाण} = 4a \text{ (जहां } a \text{ वर्ग की भुजा है)}$$

$$4a = 6x \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}x$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयत का क्षेत्रफल:वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} : \text{भुजा का वर्ग} \\ &= x \times 2x : \left(\frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= 2x^2 : \frac{9}{4}x^2 \\ &= 8x^2 : 9x^2 \Rightarrow 8 : 9 \end{aligned}$$

104. एक वृत्त में बने आयत की आसन्न भुजाएं क्रमशः 5 सेमी. और 12 सेमी. लंबी हैं, तो वृत्त की त्रिज्या कितनी लंबी होगी?
- (a) 6 सेमी. (b) 6.5 सेमी.
(c) 8 सेमी. (d) 8.5 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 28 अगस्त, 2016 (III-पल्ली)
उत्तर—(b)

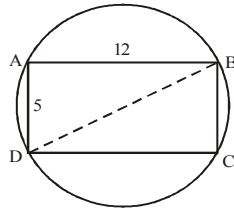
व्याख्या— दिया है—

आयत की भुजा AD = 5 सेमी.
और भुजा AB = 12 सेमी.

$\triangle DAB$, एक समकोण त्रिभुज है।

चित्र से

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{AB^2 + AD^2} \\ &= \sqrt{144 + 25} \\ &= 13 \\ r &= \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



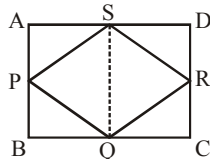
105. यदि ABCD एक आयत हो और P, Q, R, S क्रमशः \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} तथा \overline{DA} के मध्यबिंदु हों, तो चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल किसके बराबर होगा?
- (a) (ABCD) का क्षेत्रफल
(b) $\frac{1}{3}$ (ABCD) का क्षेत्रफल
(c) $\frac{3}{4}$ (ABCD) का क्षेत्रफल
(d) $\frac{1}{2}$ (ABCD) का क्षेत्रफल

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— A B C D एक आयत है।

जिसकी भुजाओं AB, BC, CD तथा DA के मध्य बिंदु क्रमशः P, Q, R, S हैं।



आयत ABQS से स्पष्ट है कि त्रिभुज PQS का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \text{ ABQS का क्षेत्रफल}$$

इसी प्रकार आयत SQCD में त्रिभुज SQR का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \text{ SQCD का क्षेत्रफल}$$

\therefore चतुर्भुज का क्षेत्रफल = PQS का क्षेत्रफल + SQR का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \text{ ABQS का क्षेत्रफल} + \frac{1}{2} \text{ SQCD का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ ABCD का क्षेत्रफल}$$

Trick—

नोट : आयत के मध्य बिंदुओं को मिलाने से बना चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है और उस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल का आधा होता है।

$$\therefore \text{चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{ABCD}) \text{ का क्षेत्रफल}$$

106. किसी तार को जब एक वर्ग के रूप में मोड़ा जाता है, तो उसके द्वारा घिरा क्षेत्रफल 484 वर्ग सेमी. है तार द्वारा घिरा क्षेत्रफल क्या होगा यदि इसी तार को एक वृत्त के रूप में मोड़ा जाएगा?
- (a) 462 वर्ग सेमी.
(b) 539 वर्ग सेमी.
(c) 616 वर्ग सेमी.
(d) 693 वर्ग सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2004, 2005, 2008

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2005

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

व्याख्या—तार से बने वर्ग की एक भुजा की लंबाई

$$= \sqrt{484} = 22 \text{ सेमी.}$$

अतः तार की लंबाई = वर्ग का परिमाप

$$= 22 \times 4 = 88 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore 2\pi r = 88$$

(\therefore तार से बने वृत्त की परिधि 88 सेमी. होगी)

$$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22} = 14 \text{ सेमी.}$$

अतः तार द्वारा घिरा क्षेत्रफल = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 616 \text{ वर्ग सेमी.}$$

107. एक आयत, जिसकी एक भुजा 4 सेमी. है, किसी 2.5 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त में है। आयत का क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a) 8 सेमी.² (b) 12 सेमी.²
(c) 16 सेमी.² (d) 20 सेमी.²

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 31 अगस्त, 2016 (II-पार्टी)

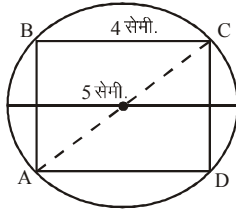
उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है- वृत्त की त्रिज्या = 2.5 सेमी., व्यास = 5 सेमी.

∴ AC भी व्यास है। ∴ AC = 5 सेमी.

चित्र से

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{5^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} \\ &= 3 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



आयत का क्षेत्रफल = 2 × ΔABC का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times AB \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \Rightarrow 12 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

108. एक तंबे के तार को मोड़कर वर्गाकार बनाया गया है, जिसका क्षेत्रफल 121 सेमी.² है। यदि उसी तार को मोड़कर वृत्त बनाया जाए

तो उस वृत्त की त्रिज्या ($\pi = \frac{22}{7}$ मानकर) कितने सेमी. होगी?

- (a) 7 (b) 10
(c) 11 (d) 14

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— वर्ग का क्षेत्रफल = 121 सेमी.²

∴ वर्ग की भुजा = $\sqrt{121} = 11$ सेमी.

∴ वर्ग का परिमाप = $11 \times 4 = 44$ सेमी.

= वृत्त की परिधि

$$\therefore 2\pi r = 44$$

$$r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$

∴ त्रिज्या = 7 सेमी.

109. 112 सेमी. व्यास का एक वृत्ताकार तार आयत के आकार में काटा जाता है जिसकी भुजाएं 9 : 7 के अनुपात में हैं। आयत की छोटी भुजा कितनी होगी?

- (a) 97 सेमी. (b) 67 सेमी.
(c) 87 सेमी. (d) 77 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— वृत्ताकार तार की परिधि = $\pi \times$ व्यास

$$= \frac{22}{7} \times 112 \Rightarrow 352 \text{ सेमी.}$$

माना आयत की भुजाएं क्रमशः 9x तथा 7x हैं।

∴ $2(9x + 7x) = 352$ (\because वृत्त की परिधि = आयत का परिमाप)

$$\therefore 16x = \frac{352}{2}$$

$$x = \frac{352}{32} \Rightarrow 11$$

∴ आयत की छोटी भुजा = 7x

$$= 7 \times 11 = 77 \text{ सेमी.}$$

110. 24 सेमी. लंबाई और 18 सेमी. चौड़ाई के एक आयताकार शीट के प्रत्येक कोने से 3 सेमी. भुजा का वर्ग काटा गया है और शेष शीट को एक खुला आयताकार डिब्बा बनाने के लिए मोड़ा गया है। डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल है-

- (a) 468 सेमी.²
(b) 396 सेमी.²
(c) 612 सेमी.²
(d) 423 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— आयताकार शीट का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$$= 24 \times 18$$

$$= 432 \text{ सेमी.}^2$$

प्रत्येक कोने से 3 सेमी. भुजा का वर्ग काटने पर प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 3^2 \\ &= 9 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$

∴ 4 कोनों के वर्ग का क्षेत्रफल = $4 \times 9 \Rightarrow 36$ सेमी.²

∴ शेष भाग का खुला आयताकार डिब्बा बनाने के लिए मोड़े गये

भाग का क्षेत्रफल = $432 - 36$

$$= 396 \text{ सेमी.}^2$$

111. एक आयत का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल का तिगुना है। उस आयत की लंबाई 20 सेमी. है और उसकी चौड़ाई, उस वर्ग की भुजा की $\frac{3}{2}$ गुनी है। तदनुसार, उस वर्ग की एक भुजा कितने सेमी. है?

(a) 10 (b) 20
(c) 30 (d) 60

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— आयत का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल $\times 3$

माना वर्ग की भुजा = x

$$\therefore \text{आयत की चौड़ाई} = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \text{आयत का क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 20 \times \frac{3}{2}x = 30x$$

$$\text{प्रश्नानुसार} \quad 30x = 3 \times x^2$$

$$\therefore x = 10$$

अतः वर्ग की भुजा = 10 सेमी.

112. ABC समकोणीय त्रिभुज है। B समकोण है। BC और AC के मध्य बिंदु क्रमशः B' और A' हैं। चतुर्भुज AA' B'B के क्षेत्रफल और त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

(a) 1 : 2 (b) 2 : 3
(c) 3 : 4 (d) इनमें से कोई नहीं

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार

चित्र बनाने पर चतुर्भुज

AA' B'B बनता है।

A' से AB का मध्यबिंदु C' खींचने पर त्रिभुज ABC के अंदर 4 समान त्रिभुज बनते हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\text{AA'B'B का क्षेत्रफल}}{\text{ΔABC का क्षेत्रफल}} &= \frac{3 \times \text{ΔA'B'C का क्षेत्रफल}}{4 \times \text{ΔA'B'C का क्षेत्रफल}} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

113. किसी समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई $4\sqrt{3}$ सेमी. है। इसके परिवृत्त के क्षेत्रफल का इसके अंतःवृत्त के क्षेत्रफल से अनुपात होगा—

(a) 2 : 1 (b) 4 : 1

(c) 4 : 3

(d) 3 : 2

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— समबाहु त्रिभुज की ऊंचाई = $4\sqrt{3}$

\therefore समबाहु त्रिभुज के अंतःवृत्त एवं परिवृत्त की त्रिज्याओं में 1 : 2 का अनुपात होता है।

$$\therefore \text{परिवृत्त की त्रिज्या} = 4\sqrt{3} \times \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\text{अंतःवृत्त की त्रिज्या} = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{अब परिवृत्त का क्षेत्रफल} = \pi \times \left(\frac{8}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{3} \pi$$

$$\text{अंतःवृत्त का क्षेत्रफल} = \pi \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{3} \pi$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट अनुपात} &= \frac{64}{3} \pi : \frac{16}{3} \pi \\ &= 4 : 1 \end{aligned}$$

Trick—

समबाहु Δ के परिवृत्त की त्रिज्या और अंतःवृत्त की त्रिज्या का अनुपात 2 : 1 होता है।

$$\therefore \text{क्षेत्रफलों का अनुपात} = (2)^2 : (1)^2 = 4 : 1$$

114. 8 मी. की भुजा वाले समभुजीय त्रिभुज में एक वृत्त बनाया गया है। त्रिभुज के अंदर बिना घेरा हुआ अनुमानित क्षेत्रफल कितना होगा?

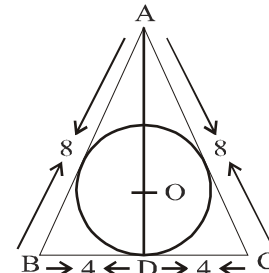
(a) 11 मी.² (b) 22 मी.²
(c) 21 मी.² (d) 20 मी.²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना एक समबाहु त्रिभुज ABC है।

तथा त्रिभुज ABC का अंतःवृत्त ABC है।



$$\begin{aligned} \therefore AD &= \sqrt{AB^2 - BD^2} \\ &= \sqrt{8^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{64 - 16} \\ &= \sqrt{48} \Rightarrow 4\sqrt{3} \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज के अंतःवृत्त की त्रिज्या} = \frac{1}{3} \times AD$$

$$= \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ सेमी.}$$

\therefore त्रिभुज के अंदर बिना घेरा हुआ क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल
- त्रिभुज के अंतःवृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 - \pi \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$(\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्र} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2 \text{ तथा वृत्त का क्षेत्र} = \pi r^2)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 64 - \pi \times \frac{16}{3}$$

$$= 16\sqrt{3} - \frac{22}{7} \times \frac{16}{3}$$

$$= 16 \times 1.732 - \frac{22}{21} \times 16$$

$$= 27.712 - \frac{352}{21}$$

$$= 27.712 - 16.761 = 10.951$$

$$= 11 \text{ मीटर}^2 \text{ (अनुमानतः)}$$

Trick—

$$\text{समबाहु के अंतः वृत्त की त्रिज्या} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}}$$

\therefore त्रिभुज के अंदर बिना घेरा हुआ क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल
- अंतःवृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 8 - \pi \times \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$= 16\sqrt{3} - \frac{16}{3} \times \frac{22}{7}$$

$$= 16 \times 1.732 - 16.76$$

$$= 27.71 - 16.76$$

$$= 10.95$$

$$\approx 11 \text{ मी.}^2$$

115. दो वृत्तों के व्यास एक वर्ग की भुजा और वर्ग की विकर्ण हैं।
छोटे वृत्त और बड़े वृत्त के क्षेत्रफलों का अनुपात है—

$$(a) \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

$$(b) 1 : \sqrt{2}$$

$$(c) 1 : 2$$

$$(d) 1 : 4$$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना वर्ग ABCD की भुजा a है।

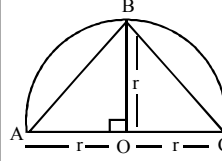
$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \sqrt{2} a$$

\therefore छोटे वृत्त का क्षेत्रफल : बड़े वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 : \pi \times \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{a^2}{4} : \frac{2a^2}{4}$$

$$= \frac{a^2}{4} : \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} : \frac{1}{2} \Rightarrow 1 : 2$$



116. यदि एक वृत्त के अंतर्गत एक वर्ग की भुजा की लंबाई $a\sqrt{2}$ यूनिट है, तो वृत्त की परिधि है—

$$(a) 2\pi a \text{ यूनिट}$$

$$(b) \pi a \text{ यूनिट}$$

$$(c) 4\pi a \text{ यूनिट}$$

$$(d) \frac{2a}{\pi} \text{ यूनिट}$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— वर्ग की भुजा की लंबाई $= a\sqrt{2}$

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \text{भुजा} \times \sqrt{2}$$

$$= a\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

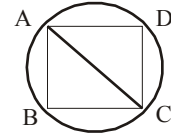
$$= 2a$$

$$\therefore \text{वर्ग का विकर्ण} = \text{वृत्त का व्यास}$$

$$\therefore \text{वृत्त की परिधि} = \text{वृत्त का व्यास} \times \pi$$

$$= 2a \times \pi$$

$$= 2\pi a \text{ यूनिट}$$



117. एक वृत्त की परिधि 100 सेमी. है। इस वृत्त के अंतर्गत की एक भुजा की माप होगी—

$$(a) 25\sqrt{2}\pi \text{ सेमी.}$$

$$(b) \frac{50\sqrt{2}}{\pi} \text{ सेमी.}$$

$$(c) 50\sqrt{2}\pi \text{ सेमी.}$$

$$(d) \frac{25\sqrt{2}}{\pi} \text{ सेमी.}$$

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003, 2008

उत्तर—(b)

व्याख्या— वृत्त की परिधि $2\pi r = 100$ सेमी.

$$r = \frac{50}{\pi} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = 2 \times \frac{50}{\pi} = \frac{100}{\pi} \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वृत्त का व्यास} = \text{वर्ग का विकर्ण}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (\text{विकर्ण})^2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times \left(\frac{100}{\pi}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{10000}{\pi^2} \\
\text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= \frac{5000}{\pi^2} \text{ वर्ग सेमी.} \\
\text{वर्ग की भुजा} &= \sqrt{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}} \\
&= \sqrt{\frac{5000}{\pi^2}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \times 25 \times 100}{\pi^2}} \\
&= \frac{5 \times 10}{\pi} \sqrt{2} \\
&= \frac{50}{\pi} \sqrt{2} \text{ सेमी.}
\end{aligned}$$

118. यूनिट त्रिज्या के वृत्त में वर्ग ABCD अंकित है। प्रत्येक भुजा पर व्यास के रूप में अर्द्धवृत्त दिए हैं। चार अर्द्धवृत्तों और वृत्त द्वारा परिबंधित क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 1 वर्ग यूनिट (b) 2 वर्ग यूनिट
(c) 1.5 वर्ग यूनिट (d) 2.5 वर्ग यूनिट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— \therefore OA = वृत्त की त्रिज्या

$$\therefore AC = 2 \times OA \Rightarrow 2$$

\therefore ABCD वर्ग है।

$$\therefore \text{भुजा} = \frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{2}}$$

$$AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{भुजा AB पर अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\
&= \frac{\pi}{2 \times 2} \Rightarrow \frac{\pi}{4}
\end{aligned}$$

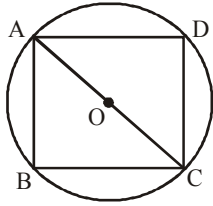
$$\therefore \text{चारों भुजाओं पर परिबंधित चारों अर्द्धवृत्तों का क्षेत्रफल} = 4 \times \frac{\pi}{4} = \pi$$

$$\text{तथा वृत्त द्वारा परिबंधित क्षेत्रफल} = \pi r^2 \text{ जहां } (r = AO = 1) \\ = \pi$$

$$\text{तथा वर्ग द्वारा परिबंधित क्षेत्रफल} = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2$$

$$\therefore \text{वृत्त तथा वर्ग द्वारा परिबंधित क्षेत्रफल} = \pi - 2$$

$$\therefore \text{अर्द्धवृत्त तथा वृत्त द्वारा परिबंधित क्षेत्रफल} = \pi - (\pi - 2) = 2 \text{ वर्ग यूनिट}$$



प्रकार-6

बहुभुज-आधारित

119. एक समलंब की दो समांतर भुजाओं की लंबाई 21 सेमी. तथा 9 सेमी. है। यदि उसकी ऊंचाई 10 सेमी. है, तो समलंब का क्षेत्रफल (सेमी.² में) कितना होगा?

- (a) 35 (b) 75
(c) 150 (d) 225

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 12 अगस्त, 2017 (II-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—

$$\begin{aligned}
\therefore \text{समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{दोनों भुजाओं का योग}) \times \text{ऊंचाई} \\
&= \frac{1}{2} (21 + 9) \times 10 \\
&= 15 \times 10 \Rightarrow 150 \text{ सेमी.}^2
\end{aligned}$$

120. उस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल (वर्ग सेंटीमीटर में) क्या होगा यदि उसके विकर्णों की लंबाई 12 सेंटीमीटर और 14 सेंटीमीटर है?

- (a) 42 (b) 168
(c) 84 (d) 63

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 20 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}
\text{व्याख्या— समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \text{दोनों विकर्णों का गुणनफल} \\
&= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\
&= \frac{1}{2} \times 12 \times 14 \Rightarrow 84 \text{ सेमी.}^2
\end{aligned}$$

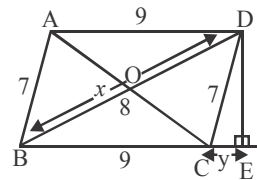
121. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें AB = 7 सेमी., BC = 9 सेमी. तथा AC = 8 सेमी. है। दूसरे विकर्ण की लंबाई (सेमी. में) कितनी है?

- (a) 14 (b) $14\sqrt{2}$
(c) 7 (d) $7\sqrt{2}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 अगस्त, 2017 (III-पाती)

उत्तर—(a)

व्याख्या—



माना समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD की लंबाई x तथा CE की लंबाई y सेमी. हैं।

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ — (सूत्र)}$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+8}{2} = \frac{24}{2} \Rightarrow 12$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{12 \times 5 \times 3 \times 4} \quad (\text{उपर्युक्त सूत्र से})$$

$$= 12\sqrt{5} \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{तथा } \Delta ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँ.}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times DE$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times DE = 12\sqrt{5}$$

$$DE = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ सेमी.}$$

अब, समकोण ΔCED में-

$$(CE)^2 = CD^2 - DE^2 = (7)^2 - \left(\frac{8\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 49 - \frac{64 \times 5}{9}$$

$$= \frac{441 - 320}{9}$$

$$y^2 = \frac{121}{9}$$

$$\therefore y = \frac{11}{3} \text{ सेमी.}$$

समकोण ΔBED में-

$$BD^2 = (BE)^2 + (DE)^2$$

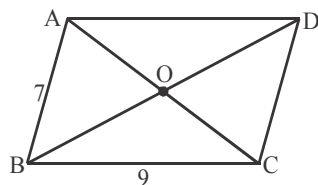
$$= \left(9 + \frac{11}{3}\right)^2 + \left(\frac{8\sqrt{5}}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{38}{3}\right)^2 + \frac{64 \times 5}{9}$$

$$= \frac{1444}{9} + \frac{320}{9} = \frac{1764}{9}$$

$$\therefore BD = \sqrt{\frac{1764}{9}} = \frac{42}{3} \Rightarrow 14 \text{ सेमी.}$$

Trick-



$$\therefore AC = 8 \text{ सेमी.}$$

समांतर चतुर्भुज की संगत भुजाओं के वर्गों के योग का दोगुना उनके विकर्णों के योग के बराबर होता है।

$$\therefore 2(AB^2 + BC^2) = AC^2 + BD^2$$

$$2(7^2 + 9^2) = 8^2 + d_1^2$$

$$2[49 + 81] = 64 + d_1^2$$

$$260 - 64 = d_1^2 \Rightarrow d_1^2 = 196 \Rightarrow d_1 = 14 \text{ सेमी.}$$

122. 14 सेमी. भुजा वाले एक समभुजकोणीय षट्भुज का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) क्या होगा?

(a) $147\sqrt{3}$

(b) $441\sqrt{3}$

(c) $196\sqrt{3}$

(d) $294\sqrt{3}$

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 19 अगस्त, 2017 (III-पाती)

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004

उत्तर—(d)

व्याख्या— चूंकि एक समषट्बहुभुज 6 बराबर समबाहु त्रिभुज में बाँटा है।

$$\therefore \text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2 \quad (\text{सूत्र})$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14$$

$$= 294\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$

123. उस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या है जिसकी एक भुजा 30 सेमी. है तथा एक विकर्ण 36 सेमी. है?

(a) 432

(b) 864

(c) 1080

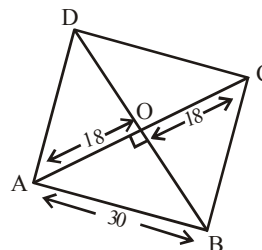
(d) 540

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी टैस्किंग परीक्षा, 16 सितंबर, 2017 (I-पाती)

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 8 सितंबर, 2016 (III-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या—



माना समचतुर्भुज का विकर्ण (AC) = 36 सेमी. तथा भुजा AB = 30 सेमी. है।

(चूंकि समचतुर्भुज में विकर्ण एक-दूसरे को लंबवत काटते हैं)

\therefore समकोण त्रिभुज AOB में

$$OB = \sqrt{(AB)^2 - (OA)^2}$$

$$= \sqrt{(30)^2 - (18)^2}$$

$$= \sqrt{(30+18)(30-18)}$$

$$= \sqrt{48 \times 12} = \sqrt{4 \times 12 \times 12} = 24 \text{ सेमी.}$$

\therefore दूसरा विकर्ण (BD) = OB + OD

$$= 24 + 24 \Rightarrow 48 \text{ सेमी.}$$

$$\text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{दोनों विकर्णों का गुणनफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times 36 \times 48 \Rightarrow 864 \text{ वर्ग सेमी.}$$

Trick—

समचतुर्भुज में विकर्णों के वर्गों का योगफल, उसकी भुजा के वर्ग के चार गुने के बराबर होता है।

$$\text{अर्थात् } d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

$$36^2 + d_2^2 = 4 \times 30 \times 30$$

$$d_2^2 = 3600 - 1296$$

$$d_2^2 = 2304$$

$$d_2 = 48$$

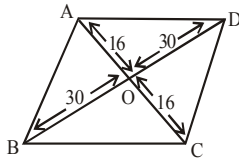
$$\therefore \text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 36 \times 48 = 864 \text{ वर्ग सेमी.}$$

124. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 32 सेमी तथा 60 सेमी हैं। समचतुर्भुज का परिमाण क्या है ?

- (a) 68 (b) 132
(c) 136 (d) 236

S.S.C. ऑनलाइन मल्टी चॉइसिंग परीक्षा, 19 सितंबर, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या—

समचतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक-दूसरे को 'O' बिंदु पर काटते हैं एवं समकोण बनाते हैं।

$\therefore \Delta AOD$ एक समकोण त्रिभुज होगा

$$\therefore (AD)^2 = (AO)^2 + (OD)^2$$

$$[\because AO = \frac{AC}{2} = \frac{32}{2} \Rightarrow 16]$$

$$\text{तथा } OD = \frac{BD}{2} = \frac{60}{2} \Rightarrow 30]$$

$$AD = \sqrt{(16)^2 + (30)^2}$$

$$= \sqrt{256 + 900} = \sqrt{1156} \Rightarrow 34$$

\therefore समचतुर्भुज की एक भुजा = 34 सेमी.

अतः समचतुर्भुज का परिमाण = $4 \times$ भुजा

$$= 4 \times 34 \Rightarrow 136 \text{ सेमी.}$$

Trick—

$$\begin{aligned} \because 4a^2 &= d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow 2a = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} \\ &= \sqrt{(32)^2 + (60)^2} \\ &= \sqrt{1024 + 3600} \\ &= \sqrt{4624} \\ &= 68 \end{aligned}$$

$$\text{समचतुर्भुज का परिमाण} = 4a$$

$$= 2 \times 2a$$

$$= 2 \times 68 = 136 \text{ सेमी.}$$

125. यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 12 सेमी. तथा 16 सेमी. हैं, तो उस समचतुर्भुज का परिमाण (सेमी. में) क्या है ?

- (a) 20 (b) 40
(c) 60 (d) 80

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 2 जुलाई, 2017 (I-पाती)

उत्तर—(b)

व्याख्या— समकोण ΔAQB में

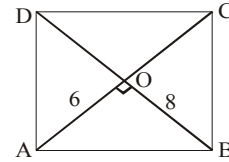
$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64} \Rightarrow \sqrt{100}$$

$$\therefore AB = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{समचतुर्भुज } ABCD \text{ का परिमाण} = 4 \times AB$$

$$= 40 \text{ सेमी.}$$

**Trick—**

$$\begin{aligned} \text{समचतुर्भुज का भुजा} &= \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{12^2 + 16^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{144 + 256}}{2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{परिमाण} = 4a = 4 \times 10 = 40 \text{ सेमी.}$$

126. एक समलंब चतुर्भुज की समांतर भुजाएं 14 सेमी. तथा 35 सेमी. हैं और उसका क्षेत्रफल 1176 सेमी.² है। समांतर भुजाओं के बीच की दूरी (सेमी. में) क्या होगी ?

- (a) 72 (b) 96
(c) 24 (d) 48

S.S.C. ऑनलाइन C.P.O. 1 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(d)

व्याख्या—

समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) \times समांतर भुजाओं के बीच की दूरी

$$1176 = \frac{1}{2} \times (14 + 35) \times \text{समांतर भुजाओं के बीच की दूरी}$$

$$\therefore \text{समांतर भुजाओं के बीच की दूरी} = \frac{1176 \times 2}{49} \Rightarrow 48 \text{ सेमी.}$$

127. यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 36 सेमी. तथा 48 सेमी. हैं, तो उस समचतुर्भुज का परिमाण (सेमी.) में क्या है?

- (a) 30 (b) 60
(c) 120 (d) 240

S.S.C. ऑनलाइन CPO SI (T-I) 5 जुलाई, 2017 (II-पाती)

उत्तर—(c)

व्याख्या— समचतुर्भुज की भुजा (a) = $\frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}{2}$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(36)^2 + (48)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{1296 + 2304}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{3600} = \frac{1}{2} \times 60$$

$$= 30$$

परिमाण = 4a

$$= 4 \times 30 \Rightarrow 120 \text{ सेमी.}$$

128. एक समलंब का क्षेत्रफल 384 सेमी.² है। यदि उसकी समांतर भुजाओं का अनुपात: 3 : 5 है और उनके बीच लंब दूरी 12 सेमी. है, तो समांतर भुजाओं में से छोटी भुजा है—

- (a) 20 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 36 सेमी.

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना समलंब की छोटी भुजा 3x तथा बड़ी भुजा 5x है।

$$\therefore \text{समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (3x + 5x) \times \text{उनके बीच की दूरी}$$

$$384 = \frac{1}{2} (3x + 5x) \times 12$$

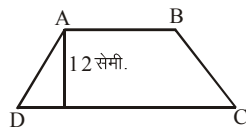
$$64 = 8x$$

$$\therefore x = 8$$

$$\therefore \text{समलंब की छोटी भुजा} = 3x$$

$$= 3 \times 8$$

$$= 24 \text{ सेमी.}$$



129. एक समांतर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाओं की लंबाई 15 सेमी. और 18 सेमी. है। यदि दो छोटी भुजाओं के बीच दूरी 12 सेमी. है, तो बड़ी भुजाओं के बीच दूरी है—

- (a) 8 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 15 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी x है।

समांतर चतुर्भुज में—

छोटी भुजा × उनके बीच की दूरी = बड़ी भुजा × उनके बीच की दूरी

$$15 \times 12 = 18 \times x$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 12}{18} = 10 \text{ सेमी.}$$

130. एक समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई उस वर्ग की भुजा की लंबाई के बराबर है, जिसका विकर्ण $40\sqrt{2}$ सेमी. है। तदनुसार, यदि उस समचतुर्भुज के विकर्णों की लंबाइयां 3 : 4 के अनुपात में हों तो उसका क्षेत्रफल कितने सेमी.² होगा?

- (a) 1536 (b) 1550
(c) 1600 (d) 1535

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)

व्याख्या— वर्ग के विकर्ण की लंबाई $= 40\sqrt{2}$ सेमी.

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 40 \text{ सेमी.}$$

माना समचतुर्भुज ABCD है।

\therefore समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लंबवत काटते हैं।

\therefore समकोण त्रिभुज BOC में

$$BO^2 + CO^2 = BC^2$$

$$\left(\frac{4x}{2}\right)^2 + \left(\frac{3x}{2}\right)^2 = 40^2$$

$$\frac{16x^2}{4} + \frac{9x^2}{4} = 1600$$

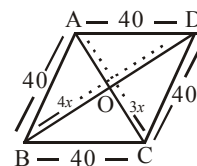
$$\therefore \frac{25x^2}{4} = 1600$$

$$x^2 = \frac{1600 \times 4}{25} \Rightarrow 256$$

$$\therefore x = 16 \text{ सेमी.}$$

\therefore समचतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः 3x तथा 4x हैं या समचतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः $(3 \times 16 = 48)$ तथा $(4 \times 16 = 64)$ हैं।

$$\begin{aligned} \text{अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times 48 \times 64 \\ &= 32 \times 48 \\ &= 1536 \text{ सेमी.}^2 \end{aligned}$$



Trick—

वर्ग की भुजा = समचतुर्भुज की भुजा = 40 सेमी.

$$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

$$(d_1 + d_2)^2 = 204d_2 = 4 \times 40 \times 40$$

$$(3x + 4x)^2 - 2 \times 3x \times 4x = 6400$$

$$49x^2 - 24x^2 = 6400$$

$$25x^2=6400$$

$$x = 16$$

$$\therefore \text{पहला विकर्ण} = 3x = 3 \times 16 = 48$$

$$\text{दूसरा विकर्ण} = 4x = 4 \times 16 = 64$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 48 \times 64$$

$$= 1536 \text{ सेमी.}^2$$

131. चतुर्भुज आकार के क्षेत्र का विकर्ण 24 मीटर है और शेष सम्मुख शीर्षों से बनाए गए लंब 8 मीटर और 13 मीटर हैं। क्षेत्र का क्षेत्रफल कितना है?

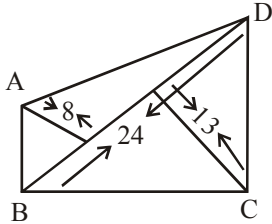
- (a) 252 मीटर²
 (b) 156 मीटर²
 (c) 96 मीटर²
 (d) 1152 मीटर²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— चतुर्भुज ABCD में विकर्ण BD = 24

लंब AM = 8 मीटर तथा CL = 13 मीटर



चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$= \triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle BCD \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{24 \times 8}{2} + \frac{24 \times 13}{2}$$

$$= 12 \times 8 + 12 \times 13$$

$$= 96 + 156 \Rightarrow 252 \text{ मीटर}^2$$

132. एक समषट्भुज और एक समबाहु त्रिभुज, जिनके परिमाण एक समान हों, के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 2 : 3
 (b) 6 : 1
 (c) 3 : 2
 (d) 1 : 6

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समबाहु त्रिभुज की भुजा a है।

दिया है— समषट्भुज एवं समबाहु त्रिभुज के परिमाण एक समान हैं।

$$\therefore \text{समषट्भुज की भुजा} = \frac{a}{2}$$

अब प्रश्न से—

$$= \frac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}$$

$$= \frac{6a^2}{4a^2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

\therefore समषट्भुज तथा समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल में अनुपात = 3 : 2

133. समषट्भुज (रेगुलर हेक्सागोन) का क्षेत्रफल क्या होगा, जिसकी एक भुजा 'a' है?

- (a) $\frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$ वर्ग इकाई
 (b) $\frac{12}{2\sqrt{3}} a^2$ वर्ग इकाई
 (c) $\frac{9}{2\sqrt{3}} a^2$ वर्ग इकाई
 (d) $\frac{6}{\sqrt{2}} a^2$ वर्ग इकाई

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)

व्याख्या— a भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल = $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} a^2$$

$$= \frac{9}{2\sqrt{3}} a^2 \text{ वर्ग इकाई}$$

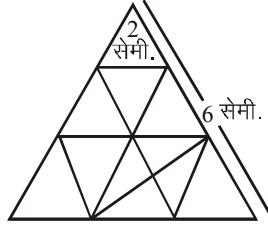
134. 6 सेमी भुजा वाले किसी समबाहु त्रिभुज के कोनों को काटकर एक समषट्भुज बनाया गया है। इस समषट्भुज का क्षेत्रफल (सेमी.² में) होगा—

- (a) $3\sqrt{3}$
 (b) $3\sqrt{6}$
 (c) $6\sqrt{3}$
 (d) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रत्येक समषट्भुज की भुजा = $\frac{6}{3} = 2$ सेमी.



$$\begin{aligned}\text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 \\ &= 6\sqrt{3} \text{ वर्ग सेमी.}\end{aligned}$$

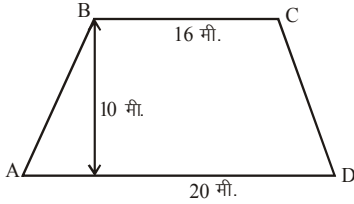
135. एक समलंब की दो समांतर भुजाओं की लंबाई क्रमशः 16 मीटर और 20 मीटर है। यदि भुजाओं के बीच की दूरी 10 मीटर हो, तो वर्ग मीटर में उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?
- (a) 360 (b) 260
(c) 240 (d) 180

S.S.C. मल्टी टास्किंग परीक्षा, 2011

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 27 अगस्त, 2016 (III-पाली)
उत्तर—(d)

व्याख्या— दिया है-

समलंब के समांतर भुजा AD की लंबाई = 20 मीटर
तथा BC की लंबाई = 16 मी.



समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times \text{समांतर भुजाओं का योग} \times \text{उनके बीच की न्यूनतम दूरी} \\ &= \frac{1}{2} \times (20 + 16) \times 10 \\ &= \frac{1}{2} \times 36 \times 10 \\ &= \frac{1}{2} \times 360 \Rightarrow 180 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

136. किसी चतुर्भुज की चार भुजाएं 2 : 3 : 4 : 5 के अनुपात में है और उसकी परिधि 280 मीटर है। सबसे लंबी भुजा की लंबाई बताइए?
- (a) 100 मीटर (b) 150 मीटर
(c) 175 मीटर (d) 180 मीटर

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 7 सितंबर, 2016 (II-पाली)
उत्तर—(a)

व्याख्या— चारों भुजाओं का अनुपात 2 : 3 : 4 : 5

अतः भुजाएं होंगी $2x, 3x, 4x$ तथा $5x$

भुजाओं का योग $14x = 280$

$$x = \frac{280}{14} \Rightarrow 20$$

सबसे लंबी भुजा $5x = 5 \times 20 \Rightarrow 100$ मीटर

137. एक किसान के पास समलम्ब आकार की जमीन है जिसकी समानांतर भुजाओं की लम्बाई 2.56 गज तथा 3.44 गज है तथा समानांतर भुजाओं में दूरी 1.44 गज है। जमीन को जोतने का खर्चा 1800 रु. प्रति वर्ग गज है। पूरी जमीन को जोतने के लिए कितनी राशि (रु. में) खर्च होगी?
- (a) 3672 (b) 6732
(c) 7776 (d) 8214

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 5 अगस्त, 2017 (3-पाली)
उत्तर—(c)

व्याख्या— समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (\text{समानांतर भुजाओं का योगफल}) \times \text{भुजाओं के बीच की दूरी}$

$$= \frac{1}{2} \times (2.56 + 3.44) \times 1.44$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 1.44$$

$$= 3 \times 1.44 = 4.32 \text{ वर्ग गज}$$

∴ जमीन को प्रति वर्ग गज जोतने का खर्च = 1800 रु.

$$\begin{aligned}\therefore 4.32 \text{ वर्ग गज जोतने में लगा खर्च} &= 1800 \times 4.32 \\ &= 18 \times 432 \\ &= 7776 \text{ रु.}\end{aligned}$$

B-त्रिविमीय आकृति

प्रकार-1

घन तथा घनाभ के क्षेत्रफल-आधारित

138. 5 सेमी. लंबाई, 4 सेमी. चौड़ाई और 3 सेमी. ऊंचाई के षट्फलक का विकर्ण कितना होगा?
- (a) $5\sqrt{2}$ सेमी.
(b) $2\sqrt{5}$ सेमी.
(c) 12 सेमी.
(d) 10 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 30 अगस्त, 2016 (I-पाली)
उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है-

$$\begin{aligned}\text{षट्फलक की लंबाई} &= 5 \\ \text{चौड़ाई} &= 4 \\ \text{ऊंचाई} &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{विकर्ण} &= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} \\ &= \sqrt{25 + 16 + 9} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

139. यदि किसी आयताकार समांतर षट्फलक (रेक्टेंगुलर) के आयाम का जोड़ 24 सेमी. है और विकर्ण (डायगोनल) की लंबाई 15 सेमी. है, तो उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (सर्फेस एरिया) क्या होगा?

- (a) 420 सेमी.² (b) 275 सेमी.²
(c) 351 सेमी.² (d) 378 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना समांतर षट्फलक की लंबाई l , चौड़ाई b तथा ऊंचाई h है।

$$\therefore l + b + h = 24 \text{ सेमी.}$$

$$\text{तथा } \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = 15 \text{ सेमी.}$$

$$\text{या } l^2 + b^2 + h^2 = 225 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{षट्फलक का विकर्ण} = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

समांतर षट्फलक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}&= 2(lb + bh + hl) \\ &= (l + b + h)^2 - (l^2 + b^2 + h^2) \\ &= (24)^2 - 225 \\ &= 576 - 225 \\ &= 351 \text{ सेमी.}^2\end{aligned}$$

140. घन, जिनके किनारे क्रमशः 3 सेमी., 4 सेमी. तथा 5 सेमी. है, पिघलाकर एक अकेला घन बना दिया जाता है। तदनुसार, उस नए घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 215 वर्ग मी. (b) 216 वर्ग मी.
(c) 115 वर्ग मी. (d) 150 वर्ग मी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना तीन घनों को पिघलाकर एक नए घन को बनाने पर नए घन की भुजा a है।

$$\begin{aligned}\therefore a &= \sqrt{3^3 + 4^3 + 5^3} \\ a &= \sqrt{27 + 64 + 125}\end{aligned}$$

$$a = \sqrt[3]{216}$$

$$a = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{घन का संपूर्ण पृष्ठ} &= 6a^2 \\ &= 6 \times 6^2 \\ &= 216 \text{ वर्ग मी.}\end{aligned}$$

141. एक घनाकार कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी छड़ की लंबाई $35\sqrt{3}$ मीटर है। घनाकार कमरे के भीतर समा सकने वाले सबसे बड़े गोलक का पृष्ठ क्षेत्रफल, वर्ग मीटर में है—(मान लें $\pi = \frac{22}{7}$)।

- (a) 4,250 (b) 3,500
(c) 3,850 (d) 2,450

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2013

S.S.C. E.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना घन की भुजा a है।

$$\therefore \text{घन का विकर्ण} = \sqrt{3} a$$

प्रश्नानुसार

घनाकार कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी छड़ घन के विकर्णवत होगी।

$$\therefore 35\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 35 \text{ मीटर}$$

घनाकार कमरे के भीतर समा सकने वाले बड़े गोलक का व्यास घन की भुजा के बराबर होगा।

$$\therefore \text{गोलक की त्रिज्या} = \frac{\text{घन की भुजा}}{2} = \frac{35}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{गोलक का पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 4\pi r^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{35}{2}\right)^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2} \\ &= 22 \times 5 \times 35 \\ &= 3850 \text{ वर्ग मी.}\end{aligned}$$

142. यदि 10 सेमी. किनारे वाले चार घनों को किनारे से किनारा मिला कर जोड़ा जाए, तो परिणामी टोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) ज्ञात कीजिए—

- (a) 2400 (b) 3600
(c) 1800 (d) 600

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)

व्याख्या— चार घन जिनकी भुजाएं 10 सेमी. है।

$$\begin{aligned}\therefore \text{चारों घनों को मिलाने पर परिणामी टोस की लंबाई} &= 10 + 10 + 10 + 10 \\ &= 40 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

तथा चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 10 सेमी. ही रहेगी।
 \therefore चारों घनों को मिलाने पर ठोस घनाभ के आकार का होगा।
 \therefore घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$
 $= 2(40 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 40)$
 $= 2(400 + 100 + 400)$
 $= 2 \times 900 \Rightarrow 1800$

143. यदि एक घन के प्रत्येक पार्श्व को दोगुना कर दिया जाए तो उसके पार्श्व पृष्ठ के क्षेत्रफल में कितने % की वृद्धि हो जाएगी।
 (a) 50% (b) 200%
 (c) 150% (d) 300%

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना घन की प्रत्येक भुजा a है।
 \therefore घन का पार्श्व पृष्ठ $= 6a^2$
 \therefore अब यदि घन के प्रत्येक पार्श्व को दोगुना किया जाय तब घन की सतह का क्षेत्रफल $= 6(2a)^2$
 $= 24a^2$
 \therefore बढ़ा हुआ क्षेत्रफल $= 24a^2 - 6a^2 = 18a^2$
 घन के पार्श्व पृष्ठ में अभीष्ट वृद्धि प्रतिशत $= \frac{18a^2}{6a^2} \times 100 \Rightarrow 300$
 नोट : प्रश्न के अंग्रेजी Version को देखें क्योंकि प्रश्न का हिंदी अनुवाद गलत है।

प्रकार-2

बेलन के पृष्ठीय क्षेत्रफल-आधारित

- 144 एक ठोस बेलन की कुल सतह का क्षेत्रफल 462 सेमी.² है। उसकी वक्रिय सतह का क्षेत्रफल, कुल सतह के क्षेत्रफल का $\frac{1}{3}$ है। तदनुसार, उस बेलन की त्रिज्या कितनी है?
 (a) 7 सेमी. (b) 3.5 सेमी.
 (c) 9 सेमी. (d) 11 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r है।
 \therefore प्रश्न से
 $\pi r^2 = \frac{1}{3} \times 462$
 $r^2 = \frac{462}{3} \times \frac{7}{22}$
 $r^2 = 49$
 $\therefore r = 7$ सेमी.

145. एक बेलन का व्यास 7 सेमी. और उसकी ऊंचाई 16 सेमी. है।
 $\pi = \frac{22}{7}$ मान का उपयोग करते हुए, उस बेलन के पार्श्वीय फलक का क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 352 सेमी.² (b) 350 सेमी.²
 (c) 355 सेमी.² (d) 348 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है $r = \frac{7.0}{2} = 3.5$ सेमी., $h = 16$ सेमी.
 बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 16$
 $= 22 \times 16$ (जहां $\pi = \frac{22}{7}$)
 $= 352$ सेमी.²

146. एक ठोस समलंब वृत्ताकार बेलन की ऊंचाई 6 मीटर है और उसके दोनों सिरों के क्षेत्रफलों का जोड़, उसके वक्रिय तल का दुगुना है। तदनुसार, बेलन के आधार की त्रिज्या कितने मीटर होगी?

- (a) 4 (b) 2
 (c) 8 (d) 10

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(*)

व्याख्या— माना ठोस समलंब बेलन की त्रिज्या r है।
 \therefore बेलन के दोनों सिरों के क्षेत्रफलों का योग $= 2 \times \pi r^2$
 $= 2\pi r^2$
 बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
 अब प्रश्न से—
 $2(\pi r^2) = 2(2\pi rh)$
 $(\pi r).r = 2 \times \pi r \times 6$
 $r = 12$ सेमी.
 \therefore बेलन के आधार की त्रिज्या $= 12$ सेमी.

147. क्रमशः 4 सेमी. तथा 5 सेमी. त्रिज्या और 6 सेमी. तथा 4 सेमी. लंबाई के दो ठोस सिलिंडरों को 1 सेमी. मोटी सिलिंडरकार डिस्क में ढाला गया है। डिस्क की त्रिज्या है—
 (a) 7 सेमी. (b) 14 सेमी.
 (c) 21 सेमी. (d) 28 सेमी.

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना कि डिस्क की त्रिज्या r सेमी. है।
 तथा $h = 1$ सेमी.
 $\pi r^2 h = \pi 4^2 \times 6 + \pi 5^2 \times 4$
 $= 16\pi \times 6 + 25\pi \times 4$
 $\pi r^2 \times 1 = 96\pi + 100\pi$
 $\pi r^2 \times 1 = 196\pi$
 $r = \sqrt{196} = 14$ सेमी.

148. एक लंब बेलन की आधार त्रिज्या और वक्र सतह क्षेत्रफल क्रमशः 'r' यूनिट और $4\pi rh$ वर्ग यूनिट है तो बेलन की ऊंचाई क्या है ?

- (a) $2h$ यूनिट (b) $4h$ यूनिट
(c) h यूनिट (d) $\frac{h}{2}$ यूनिट

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बेलन की ऊंचाई = H

$$\therefore \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} = 2\pi rH$$

$$\therefore 2\pi rH = 4\pi rh$$

$$H = 2h$$

अतः बेलन की ऊंचाई = $2h$ यूनिट

149. आधार त्रिज्या 7 सेमी. और ऊंचाई 20 सेमी. वाले लंब वृत्तीय बेलन का कुल सतह क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 1188 सेमी.² (b) 140 सेमी.²
(c) 900 सेमी.² (d) 1000 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015
S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है : $r = 7$ सेमी. तथा $h = 20$ सेमी.

$$\text{लंब वृत्तीय बेलन का सतह क्षेत्रफल} = 2\pi r(r + h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7 + 20)$$

$$= 44 \times 27$$

$$= 1188 \text{ सेमी.}^2$$

प्रकार-3

शंकु के पृष्ठीय क्षेत्रफल-आधारित

150. एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके

तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है, तो $\left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2}\right)$ का मान

क्या होगा, जहां h और r शंकु की क्रमशः ऊंचाई और त्रिज्या है?

- (a) 4 एकक (b) $\frac{1}{4}$ एकक
(c) 9 एकक (d) $\frac{1}{9}$ एकक

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना शंकु की तिरछी ऊंचाई l , ऊंचाई h और त्रिज्या r है।

$$\therefore l^2 = h^2 + r^2 \dots\dots\dots (i)$$

पुनः

लंब वृत्तीय शंकु का आयतन = शंकु का वक्र पृष्ठ

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r l$$

$$rh = 3l \dots\dots\dots (ii)$$

\therefore प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{r^2 + h^2}{h^2 r^2} \Rightarrow \frac{l^2}{9l^2} = \frac{1}{9} \text{ एकक}$$

151. दो शंकु हैं। उनमें से एक का वक्र सतह क्षेत्रफल दूसरे से दोगुना है। दूसरे की तिरछी ऊंचाई पहले से दोगुनी है। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात क्या है?

- (a) 4 : 1 (b) 4 : 3
(c) 3 : 4 (d) 1 : 3

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना पहले शंकु की तिरछी ऊंचाई = l

\therefore दूसरे शंकु की तिरछी ऊंचाई = $2l$

इसी प्रकार माना पहले शंकु की त्रिज्या r_1 एवं दूसरे शंकु की त्रिज्या r_2 है।

प्रश्नानुसार

$$(\pi r_1 l) = 2 \times (\pi r_2 2l)$$

$$\pi r_1 l = 4\pi r_2 l$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{1} = 4:1$$

152. 75 सेमी. चौड़ाई वाले कैनवस से 14 मी. ऊंचाई और 346.5 मी.² फर्श क्षेत्र वाले शंकु टेंट बनाने के लिए कैनवस की लंबाई है-

- (a) 665 मीटर (b) 770 मीटर
(c) 860 मीटर (d) 490 मीटर

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना शंक्वाकार टेंट की आधार त्रिज्या = r

फर्श का क्षेत्रफल = 346.5 मीटर² (वृत्ताकार)

$$\therefore \pi r^2 = 346.5$$

$$\therefore r^2 = \frac{346.5}{\pi} \Rightarrow \frac{346.5 \times 7}{22}$$

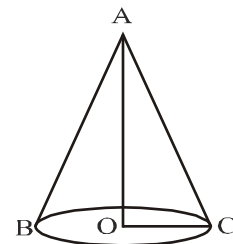
$$\therefore r^2 = 110.25$$

$$\therefore r = 10.5$$

$$AO = 14 \text{ मीटर,}$$

$$OC = 10.5 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{तिरछी ऊंचाई } AC &= \sqrt{AO^2 + OC^2} \\ &= \sqrt{14^2 + (10.5)^2} \\ &= \sqrt{196 + 110.25} \\ &= 17.5 \text{ मीटर} \end{aligned}$$



$$\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} = \pi \times r \times AC$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 17.5$$

$$= 22 \times 1.5 \times 17.5 \text{ मीटर}^2$$

$$\text{कैनवास की चौड़ाई} = 75 \text{ सेमी.} = 0.75 \text{ मीटर}$$

$$\text{वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}$$

$$\therefore \text{कैनवास की लंबाई} = \frac{\text{कैनवास की चौड़ाई}}{\text{वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{22 \times 1.5 \times 17.5}{0.75} \Rightarrow 770 \text{ मीटर}$$

153. एक शंकु की त्रिज्या तथा ऊँचाई का अनुपात 4 : 3 है। तदनुसार उसकी वक्राकार सतह के क्षेत्रफल तथा कुल सतह के क्षेत्रफल का अनुपात कितना होगा?

- (a) 5 : 9 (b) 3 : 7
(c) 5 : 4 (d) 16 : 9

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना शंकु की त्रिज्या $4x$ तथा $3x$ है।

$$r = 4x \text{ तथा } h = 3x$$

$$\therefore l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(3x)^2 + (4x)^2}$$

$$= \sqrt{9x^2 + 16x^2}$$

$$= \sqrt{25x^2}$$

$$= 5x$$

$$\text{शंकु का वक्र पृष्ठ} = \pi r l$$

$$= 4x \times 5x \times \pi$$

$$= 20\pi x^2$$

$$\text{शंकु का संपूर्ण पृष्ठ} = (\pi r l + \pi r^2)$$

$$= \pi r (l + r)$$

$$= \pi \times 4x(5x + 4x)$$

$$= \pi \times 4x \times 9x$$

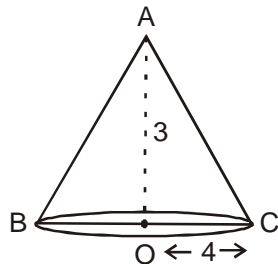
$$= 36\pi x^2$$

$$\text{वक्राकार सतह तथा कुल सतह के क्षेत्रफल में अनुपात}$$

$$= 20\pi x^2 : 36\pi x^2$$

$$= 20 : 36$$

$$= 5 : 9$$



154. r सेमी. त्रिज्या वाला एक समकोणीय सेक्टर मोड़ कर शंकु के रूप में इस प्रकार परिवर्तित कर दिया गया है, ताकि उसे बांधने वाली त्रिज्याएं परस्पर जुड़ जाएं। तदनुसार, उस शंकु की वक्र सतह का क्षेत्रफल कितना हो जाएगा?

- (a) πr^2 सेमी.² (b) $4\pi r^2$ सेमी.²

$$(c) \frac{\pi r^2}{4} \text{ सेमी.}^2$$

$$(d) 2\pi r^2 \text{ सेमी.}^2$$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या—शंकु की त्रिज्या ऊँचाई = समकोणीय सेक्टर की त्रिज्या = r सेमी.

अतः शंकु के आधार की परिधि = समकोणीय सेक्टर के चाप की लंबाई

$$2\pi r_1 = \frac{2\pi r}{4}$$

$$= \frac{\pi r}{2}$$

$$\text{अतः } 2\pi r_1 = \frac{\pi r}{2}$$

$$\therefore r_1 = \frac{r}{4}$$

$$\text{अतः शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r_1 l = \pi \times \frac{r}{4} \times r$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} \text{ सेमी.}^2$$

155. 7 सेमी. आधार त्रिज्या वाले 24 सेमी. ऊँचे शंकु को तैयार करने के लिए कितने क्षेत्रफल की लौह चादर की आवश्यकता

है? ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

- (a) 408 सेमी.² (b) 708 सेमी.²
(c) 804 सेमी.² (d) 704 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

व्याख्या— शंकु की तिरछी ऊँचाई $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{24^2 + 7^2}$$

$$= \sqrt{576 + 49}$$

$$= \sqrt{625}$$

$$= 25 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{आवश्यक लोहे की चादर} = \pi r (l + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7(25 + 7)$$

$$= 22 \times 32 \Rightarrow 704 \text{ सेमी.}^2$$

156. किसी शंकवाकार तम्बू के आधार का व्यास 19.2 मीटर है और इसकी ऊँचाई 2.8 मीटर है। इस प्रकार का तम्बू लगाने के लिए वांछित कैनवास का क्षेत्रफल (वर्गमीटर में) लगभग होगा

($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)–

- (a) 3071.10 सेमी. (b) 315.0 सेमी.

(c) 301.71 सेमी.²

(d) 30.17 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— कैनवास की त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2}$

$$= \frac{19.2}{2} = 9.6 \text{ मीटर}$$

कैनवास की ऊंचाई = 2.8 मीटर

$$\therefore \text{कैनवास की तिर्यक ऊंचाई } l = \sqrt{(9.6)^2 + (2.8)^2}$$

$$= \sqrt{92.16 + 7.84}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{कैनवास का क्षेत्रफल उसका वक्र पृष्ठ} = \frac{22}{7} \times 9.6 \times 10$$

$$= 301.71 \text{ सेमी.}^2$$

157. एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार का व्यास 4 सेमी. तथा उसकी ऊंचाई $2\sqrt{3}$ सेमी. है। शंकु की तिर्यक ऊंचाई होगी—

(a) 5 सेमी.

(b) 4 सेमी.

(c) $2\sqrt{3}$ सेमी.

(d) 3 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(b)

व्याख्या— लंब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या = $\frac{4}{2} = 2$ सेमी.

लंब वृत्तीय शंकु की ऊंचाई = $2\sqrt{3}$ सेमी.

$$\therefore \text{शंकु की तिर्यक ऊंचाई} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{4 + 12} \quad \left(\because l = \sqrt{r^2 + h^2} \right)$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4 \text{ सेमी.}$$

प्रकार-4

गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल-आधारित

158. 6.16 वर्ग सेमी. पृष्ठ क्षेत्रफल वाले गोले का व्यास (सेमी. में) क्या है?

(a) 1.4

(b) 0.7

(c) 2.8

(d) 2.1

S.S.C. ऑनलाइन स्नातक स्तरीय (T-I) 22 अगस्त, 2017 (III-पाठी)

उत्तर—(a)

व्याख्या—

\therefore गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$ (जहां r गोले की त्रिज्या है)

$$\therefore 6.16 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 \quad \left[\because \pi = \frac{22}{7} \text{ रखा गया} \right]$$

$$r^2 = \frac{6.16 \times 7}{4 \times 22} \Rightarrow 0.49$$

$$\therefore r = \sqrt{0.49} \Rightarrow 0.7 \text{ मीटर}$$

अतः गोले का व्यास = $2 \times$ त्रिज्या

$$= 2 \times 0.7 \Rightarrow 1.4 \text{ सेमी.}$$

159. एक अर्ध गोलाकार कटोरे की त्रिज्या 3.5 सेमी. है। इसे भीतर और बाहर से रंगा जाना है। रु. 5 प्रति 10 वर्ग सेमी. की दर पर इसकी रंगाई की लागत क्या आएगी?

(a) रु. 77

(b) रु. 100

(c) रु. 50

(d) रु. 175

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

व्याख्या— दिया है : $r = 3.5$ सेमी.

अर्ध गोले का वक्रपृष्ठ = $2\pi r^2$

\therefore रंगाई दोनों तरफ हो रही है

$$\therefore \text{कुल वक्र पृष्ठ} = 2 \times 2\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2$$

$$= 154.0 \text{ सेमी.}^2$$

\therefore 10 वर्ग सेमी. पर खर्च = 5 रुपये

$$\therefore 154 \text{ वर्ग सेमी. का खर्च} = \frac{5}{10} \times 154 \Rightarrow 77 \text{ रुपये}$$

160. यदि एक गोले की त्रिज्या को 2 सेमी. बढ़ाया जाता है, तो उसका सतह क्षेत्रफल 352 सेमी.^2 बढ़ जाता है। गोले की त्रिज्या

प्रारंभ में कितनी थी? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 3 सेमी.

(b) 4 सेमी.

(c) 6 सेमी.

(d) 5 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— माना गोले की प्रारंभिक त्रिज्या = r

$$\therefore \text{गोले का सतह क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

गोले की त्रिज्या 2 सेमी. बढ़ाने पर गोले की नई त्रिज्या = $r + 2$

$$\therefore \text{गोले की सतह का नया क्षेत्रफल} = 4\pi (r + 2)^2$$

प्रश्नानुसार

$$4\pi (r + 2)^2 - 4\pi r^2 = 352$$

$$4\pi [(r + 2)^2 - r^2] = 352$$

$$4\pi (r + 2 - r) (r + 2 + r) = 352$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times 2 \times (2r + 2) = 352$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2 (r+1) = 352$$

$$(r+1) = \frac{352 \times 7}{4 \times 22 \times 4}$$

$$r+1 = 7$$

$$r = 7 - 1 = 6 \text{ सेमी.}$$

प्रकार-5

दो या अधिक आकृतियों के पृष्ठीय क्षेत्रफल-आधारित

161. एक शंकु के आधार और एक गोले की त्रिज्या r समान है। उनके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल भी वही है। शंकु की ऊँचाई है—

- (a) $\sqrt{15}r$ (b) $5\sqrt{3}r$
(c) $3\sqrt{5}r$ (d) $4r$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— \therefore शंकु तथा गोले की त्रिज्या समान है तथा माना ऊँचाई h है।

\therefore प्रश्नानुसार—

शंकु का वक्र पृष्ठ = गोले का वक्र पृष्ठ

$$\pi r l = 4\pi r^2$$

$$\left(\because l = \sqrt{h^2 + r^2} \right)$$

$$\therefore \pi r \sqrt{h^2 + r^2} = 4\pi r^2$$

$$\therefore \sqrt{h^2 + r^2} = 4r$$

वर्ग करने पर

$$h^2 + r^2 = 16r^2$$

$$\therefore 16r^2 - r^2 = h^2$$

$$15r^2 = h^2$$

$$\therefore h = \sqrt{15}r$$

162. एक शंकु और एक बेलन के आधार की त्रिज्या 6 सेमी. है तथा उनकी ऊँचाई 8 सेमी. है। बेलन और शंकु के वक्र पृष्ठों का अनुपात है—

- (a) 8 : 5 (b) 8 : 3
(c) 4 : 3 (d) 5 : 3

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010, 2012

उत्तर—(a)

व्याख्या— बेलन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h$

$$\therefore r = 6 \text{ सेमी.}, h = 8 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{बेलन का वक्र पृष्ठ} = 2\pi \times 6 \times 8 \\ = 96\pi \dots\dots (i)$$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow \sqrt{64 + 36}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्र पृष्ठ} = \pi r l$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्र पृष्ठ} = \pi \times 6 \times 10 \\ = 60\pi$$

\therefore प्रश्नानुसार—

$$\frac{\text{बेलन का वक्र पृष्ठ}}{\text{शंकु का वक्र पृष्ठ}} = \frac{96\pi}{60\pi} = 8:5$$

163. एक खिलौना किसी गोलाई पर आरोपित शंकु के रूप में है। गोलाई और शंकु की त्रिज्या 3 सेमी. है और शंकु की ऊँचाई 4

सेमी. है। खिलौने का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल है ($\pi = \frac{22}{7}$ लेकर)

- (a) 75.43 सेमी.²
(b) 103.71 सेमी.²
(c) 85.35 सेमी.²
(d) 120.71 सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2012

उत्तर—(b)

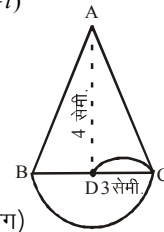
व्याख्या— शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= 5$ सेमी.

\therefore खिलौने का वक्र पृष्ठ $= \pi r (2r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 3 (3 \times 2 + 5)$$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 11$$

$$= \frac{726}{7} = 103.71 \text{ सेमी.}^2 \text{ (लगभग)}$$



164. एक अर्द्धगोले और एक शंकु के आधार बराबर हैं। यदि उनकी ऊँचाइयाँ भी बराबर हों, तो उनके वक्र पृष्ठों का अनुपात होगा—

- (a) $1:\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}:1$
(c) $1:2$ (d) $2:1$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना अर्द्धगोले एवं शंकु की त्रिज्या $= r$

तथा अर्द्धगोले की ऊँचाई $=$ शंकु की ऊँचाई $= r$

$$\therefore \text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{r^2 + r^2} \\ = r\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ} : \text{शंकु का वक्र पृष्ठ} &= 2\pi r^2 : \pi r l \\
 &= 2\pi r^2 : \pi r \cdot r\sqrt{2} \\
 &= 2 : \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{2} : 1
 \end{aligned}$$

165. किसी लंबवृत्तीय शंकु की ऊँचाई तथा आधार का अर्द्धव्यास क्रमशः 12 सेमी. तथा 6 सेमी. है। आधार से 3 सेमी. की दूरी पर आधार के समानांतर एक समतल द्वारा शंकु की वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट का अर्द्धव्यास होगा—
- (a) 4 सेमी. (b) 3.5 सेमी.
(c) 4.5 सेमी. (d) 3.4 सेमी.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रश्नानुसार, चित्र बनाने से—
 ΔAOC एवं ΔADE आपस में समरूप
 त्रिभुज का निर्माण करते हैं।

$$\therefore \text{ समरूप } \Delta \text{ में } \frac{DE}{OC} = \frac{AD}{AO}$$

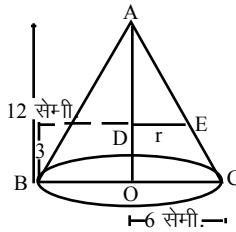
$$\therefore \frac{r}{6} = \frac{12-3}{12}$$

$$\frac{r}{6} = \frac{9}{12}$$

$$r = \frac{9 \times 6}{12}$$

$$r = \frac{9}{2}$$

$$r = 4.5 \text{ सेमी.}$$



166. एक बच्चा मिट्टी से बने एक शंकु को, जिसकी ऊँचाई 24 सेमी. तथा त्रिज्या 6 सेमी. है, गोलाकार बना देता है। तदनुसार उस गोले की त्रिज्या कितने सेमी. हो जाएगी?
- (a) 6 (b) 12
(c) 24 (d) 48

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)

$$\text{व्याख्या— शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 24$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 24$$

$$\therefore r^3 = 6 \times 6 \times 6$$

$$\therefore r = 6 \text{ सेमी.}$$

167. एक रॉकेट, एक लंब वृत्ताकार बेलन, जिसका नीचे का सिरा बन्द है, के आकार का है, जिसके ऊपर उसी आधार अर्द्धव्यास वाला एक शंकु लगाया गया है। बेलन का अर्द्धव्यास $2\frac{1}{2}$ मीटर तथा उसकी ऊँचाई 21 मीटर है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 8 मीटर है। रॉकेट का संपूर्ण पृष्ठ है ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)।

- (a) 330 मी.² (b) 412.5 मी.²
(c) 432.5 मी.² (d) 445 मी.²

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

व्याख्या— दिया है— शंकु एवं बेलन के आधार समान है।

$$\therefore \text{शंकु की त्रिज्या} = \text{बेलन की त्रिज्या} = \frac{5}{2} \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्र पृष्ठ} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times 8$$

$$= \frac{440}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{बेलन का वक्र पृष्ठ} = 2\pi r h$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times 21$$

$$= 330 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$$

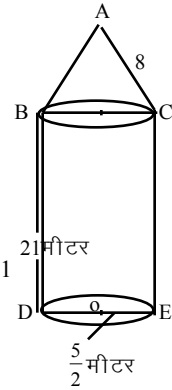
$$= \frac{275}{14} \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\therefore \text{रॉकेट का संपूर्ण पृष्ठ} = \frac{440}{7} + 330 + \frac{275}{14}$$

$$= \frac{880 + 4620 + 275}{14}$$

$$= \frac{5775}{14}$$

$$= 412.5 \text{ वर्ग मीटर}$$



168. एक ठोस धातु वाले शंकु को गलाया गया है तथा शंकु को समान आधार वाले एक ठोस बेलन में परिवर्तित किया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 7 सेमी. हो, तो शंकु की ऊँचाई थी—
- (a) 20 सेमी. (b) 21 सेमी.
(c) 28 सेमी. (d) 24 सेमी.

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

उत्तर—(b)

व्याख्या—माना शंकु की ऊँचाई h एवं त्रिज्या r है।
 \therefore शंकु एवं बेलन का आधार समान है। अतः त्रिज्याएं भी समान होगी।
 माना बेलन की ऊँचाई $h_1 = 7$ सेमी।
 अब दोनों के आयतनों की तुलना करने पर—

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \pi r^2 h &= \pi r^2 h_1 \\ \frac{1}{3} \pi r^2 h &= \pi r^2 \times 7 \\ \frac{1}{3} h &= 7 \\ h &= 7 \times 3 \\ &= 21 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

169. यदि S_1 तथा S_2 क्रमशः एक गोले का वक्रपृष्ठ तथा उसके परिगत बेलन का वक्र पृष्ठ प्रदर्शित करते हों, तो S_1 बराबर होगा—

- (a) $\frac{3}{4} S_2$ (b) $\frac{1}{2} S_2$
 (c) $\frac{3}{2} S_2$ (d) S_2

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)

व्याख्या— माना गोले की त्रिज्या r है।
 \therefore गोले का वक्र पृष्ठ $S_1 = 4 \pi r^2$
 अब गोले के परिगत बनने वाले बेलन की त्रिज्या $= r$
 ऊँचाई $= 2r$
 \therefore बेलन का वक्र पृष्ठ $S_2 = 2 \pi r \times 2r$ (जहाँ $h = 2r$)
 $= 4 \pi r^2$
 $\therefore S_1 = S_2$

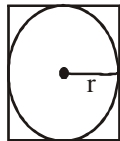
170. एक गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा उसके परिगत बेलन के वक्र पृष्ठ का अनुपात क्या होगा?

- (a) 1 : 2 (b) 1 : 1
 (c) 2 : 1 (d) 2 : 3

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2006

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना गोले की त्रिज्या r है।
 \therefore गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4 \pi r^2$ (i)
 \therefore गोले के परिगत बेलन की ऊँचाई $= 2r$
 अतः बेलन का वक्रपृष्ठ $= 2 \pi r \times 2r$ ($\because h = 2r$)
 $= 4 \pi r^2$ (ii)
 \therefore अभीष्ट अनुपात $= 1 : 1$



171. एक गोलक और एक बेलन का आयतन एक समान है और उनका अर्द्धव्यास भी एक समान है। तदनुसार उस बेलन और गोलक की वक्राकार सतहों के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 4 : 3 (b) 2 : 3

(c) 3 : 2

(d) 3 : 4

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2011

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)

व्याख्या—प्रश्नानुसार, $\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$
 (जहाँ r गोलक तथा बेलन की त्रिज्या है)

$$h = \frac{4}{3} r \text{ (i)}$$

पुनः प्रश्न से,

$$\begin{aligned}&= \frac{2 \pi r h}{4 \pi r^2} \\ &= \frac{2 \pi r \cdot \frac{4}{3} r}{4 \pi r^2} \quad [\because \text{समी. (i) में}] \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

अभीष्ट अनुपात $= 2 : 3$

172. एक गोलक और लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या 3 सेमी. है। यदि उनका आयतन समान है, तो बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल कितना

है? (मान लें $\pi = \frac{22}{7}$ है)

- (a) $72 \frac{3}{7}$ सेमी.² (b) $75 \frac{3}{7}$ सेमी.²
 (c) $65 \frac{3}{7}$ सेमी.² (d) $74 \frac{3}{7}$ सेमी.²

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)

व्याख्या— माना लंब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई $= h$

प्रश्नानुसार

गोलक का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

(जहाँ r = बेलन की त्रिज्या = गोले की त्रिज्या)

$$\frac{4}{3} \pi (3)^3 = \pi (3)^2 h$$

$$4 \pi 3^2 = \pi 3^2 h$$

$$h = 4 \text{ सेमी.}$$

\therefore बेलन का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल $= 2 \pi r h$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 3$$

$$= \frac{44}{7} \times 12 = 75 \frac{3}{7} \text{ सेमी.}^2$$

173. एक खोखले गोलाकार खोल के आंतरिक तथा बाह्य पृष्ठों के व्यास क्रमशः 6 सेमी. तथा 10 सेमी. हैं। यदि इस खोल को पिघलाकर, $\frac{8}{3}$ सेमी. लंबाई वाला एक ठोस बेलन बना दिया जाए, तो उस बेलन का व्यास कितना होगा?
- (a) 14 सेमी. (b) 16 सेमी.
(c) 7 सेमी. (d) 10 सेमी.

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2010

उत्तर—(a)

व्याख्या— माना बेलन की त्रिज्या r है।

∴ गोले के पिछले भाग का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi(5^3 - 3^3) = \pi r^2 \frac{8}{3}$$

$$\frac{4}{3}\pi(125 - 27) = \frac{8}{3}\pi r^2$$

$$98\pi = 2\pi r^2$$

$$\therefore r^2 = 49$$

$$r = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{बेलन का व्यास} &= 2 \times r \\ &= 2 \times 7 \\ &= 14 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

प्रकार-6

प्रिज्म तथा पिरामिड के क्षेत्रफल-आधारित

174. $10\sqrt{2}$ सेमी. विकर्ण के वर्गाकार आधार पर एक समलंब पिरामिड स्थित है। यदि पिरामिड की ऊंचाई 12 सेमी. है, तो उसके तिरछे पृष्ठ का क्षेत्रफल कितने सेमी.² होगा?
- (a) 520 (b) 420
(c) 360 (d) 260

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— ∴ पिरामिड का आधार वर्गाकार है।

$$\therefore \text{वर्ग की भुजा} = \frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 10$$

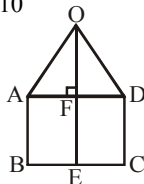
$$\begin{aligned} \therefore \text{वर्ग का परिमाप} &= 4 \times \text{भुजा} \\ &= 4 \times 10 \Rightarrow 40 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

$$\therefore AD = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AF = \frac{AD}{2} \Rightarrow \frac{10}{2} \Rightarrow 5 \text{ सेमी.}$$

∴ समकोण त्रिभुज OAF में

$$\begin{aligned} OA^2 &= AF^2 + OF^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \end{aligned}$$



$$= 25 + 144 \Rightarrow 169$$

$$\therefore OA = 13 \text{ सेमी.}$$

∴ पिरामिड का तिरछा पृष्ठ

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिरछी ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 13 \Rightarrow 260 \text{ सेमी.}$$

175. किसी समलंब पिरामिड का आधार 16 सेमी. लंबी भुजा वाला वर्ग है। यदि उसकी ऊंचाई 15 सेमी. हो, तो उस पिरामिड के पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल कितने वर्ग सेमी. होगा?

- (a) 136 (b) 544
(c) 800 (d) 1280

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011, 2013

उत्तर—(b)

व्याख्या— पिरामिड के पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= 4 \left[\frac{1}{2} \times \text{आधार की भुजा} \times \text{तिर्यक ऊंचाई} \right]$$

$$= 4 \left[\frac{1}{2} \times 16 \times \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + (15)^2} \right]$$

$$= 32 \times \sqrt{64 + 225}$$

$$= 32 \times \sqrt{289}$$

$$= 32 \times 17$$

$$= 544 \text{ वर्ग सेमी.}$$

Trick—

वर्ग की भुजा = 16 सेमी

$$\text{पिरामिड की तिरछी ऊंचाई} = \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ सेमी.}$$

∴ पिरामिड का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिरछी ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 4 \times 17 = 544 \text{ वर्ग सेमी.}$$

176. एक लंब प्रिज्म का आधार त्रिभुजाकार है। यदि v प्रिज्म के शीर्षों की संख्या, e कोरों की संख्या और f फलकों की संख्या है, तो

$$\frac{v + e - f}{2} \text{ का मान है—}$$

- (a) 10 (b) 4
(c) 5 (d) 2

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

व्याख्या— प्रिज्म में शीर्षों की संख्या (v)

$$= \text{आधार में भुजाओं की संख्या} \times 2$$

$$= 3 \times 2$$

$$v = 6$$

प्रिज्म में कोरों की संख्या (e) = आधार में भुजाओं की संख्या $\times 3$

$$= 3 \times 3$$

$$e = 9$$

तथा प्रिज्म में फतकों की संख्या (f) = आधार में भुजाओं की संख्या + 2

$$= 3 + 2$$

$$f = 5$$

प्रश्न से

$$\frac{v + e - f}{2} = \frac{6 + 9 - 5}{2}$$

$$= \frac{15 - 5}{2} \Rightarrow 5$$

177. किसी ठोस लंब प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है, जिसकी भुजाएं क्रमशः 9 सेमी., 12 सेमी. तथा 15 सेमी. हैं। उस प्रिज्म की ऊंचाई 5 सेमी. है। तो प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 180 सेमी.² (b) 234 सेमी.²
(c) 288 सेमी.² (d) 270 सेमी.²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)

व्याख्या— $s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{9 + 12 + 15}{2} = 18$

ठोस लंब प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का क्षेत्रफल + छत का क्षेत्रफल + प्रत्येक भुजाओं के साथ लगे पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} + \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$+ \{(9 \times 5) + (12 \times 5) + (15 \times 5)\}$$

$$= \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)} + \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$+ (45 + 60 + 75)$$

$$= \sqrt{18 \times 9 \times 6 \times 3} + \sqrt{18 \times 9 \times 6 \times 3} + 180$$

$$= 54 + 54 + 180$$

$$= 288 \text{ वर्ग सेमी.}$$

178. यदि एक समलंब प्रिज्म की ऊंचाई 10 सेमी. हो और उसका आधार 12 सेमी. भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज हो, तो उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने सेमी.² होगा?

- (a) $(5 + 3\sqrt{3})$
(b) $36\sqrt{3}$
(c) 360
(d) $72(5 + \sqrt{3})$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(d)

व्याख्या— ∴ समलंब प्रिज्म का आधार समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \text{ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल } = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

(जहां a समबाहु त्रिभुज की भुजा है)

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 144 \Rightarrow 36\sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज का परिमाप} = 3 \times a$$

$$= 3 \times 12 \Rightarrow 36 \text{ सेमी.}$$

∴ समलंब प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \text{पार्श्व पृष्ठ} + 2 \times \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$= \text{आधार का परिमाप} \times \text{ऊंचाई} + 2 \times \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$= 36 \times 10 + 2 \times 36\sqrt{3}$$

$$= 72(5 + \sqrt{3})$$

179. प्रति 1 सेमी. लंबे किनारों वाले नियमित त्रिभुजीय पिरामिड का कुल सतह क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) $4\sqrt{3}$ सेमी.² (b) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ सेमी.²
(c) $\sqrt{3}$ सेमी.² (d) 4 सेमी.²

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)

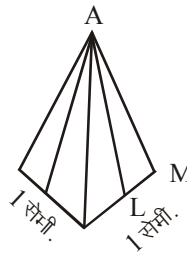
व्याख्या— नियमित त्रिभुजीय पिरामिड का आधार

= समबाहु त्रिभुज

$$\therefore \text{ आधार का क्षेत्रफल } = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

[प्रत्येक भुजा = 1 सेमी.]

$$\text{पिरामिड की तिरछी ऊंचाई } AL^2 = AM^2 - LM^2$$



$$= 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore AL = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{आधार का परिमाप} = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{ तिरछा पृष्ठ } = \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिरछी ऊंचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{अतः पिरामिड का कुल क्षेत्रफल} = \text{तिरछा पृष्ठ} + \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ सेमी.}^2$$