

अध्याय 1

संख्या पद्धति

विभिन्न प्रकार की संख्याओं को लिखने/दर्शाने और उनके मध्य सम्बन्धों के आधार पर उन्हें वर्गीकृत करने के सुव्यवस्थित नियमों को **संख्या पद्धति** कहते हैं। किसी भी संख्या को व्यक्त करने के लिए दस संकेतों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 का प्रयोग किया जाता है, इन्हें अंक कहते हैं।

एक या एक से अधिक अंकों के समूह को संख्या कहते हैं। किसी भी संख्या को लिखने के लिए अंकों को दाईं से बाईं ओर क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार, लाख, दस लाख, करोड़, दस करोड़, ... आदि स्थानों पर स्थापित करते हैं।

किसी भी संख्या में अंकों के निम्न दो मान होते हैं

- जातीय मान** किसी संख्या में अंक का वह मान, जो कभी नहीं बदलता है, चाहे वह अंक या संख्या में किसी भी स्थान पर हो, उस अंक का जातीय या वास्तविक मान कहलाता है। जैसे— 39564 में 9 का वास्तविक मान 9 ही है।
- स्थानीय मान** किसी संख्या में अंक का वह मान, जो उसकी विशेष स्थिति के अनुसार बदलता रहता है, उस अंक का स्थानीय मान कहलाता है। किसी भी संख्या में इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार, ... आदि स्थानों पर स्थित अंकों के स्थानीय मान निकालने के लिए उस अंक में क्रमशः 1, 10, 100, 1000, 10000, ... आदि से गुणा करते हैं। जैसे— 39564 में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान निम्नवत् है

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	स्थानीय मान
3	9	5	6	4	
				$4 \times 1 = 4$	
			$6 \times 10 = 60$		
		$5 \times 100 = 500$			
	$9 \times 1000 = 9000$				
$3 \times 10000 = 30000$					

संख्याओं के प्रकार

संख्या पद्धति के अनुसार संख्याओं को निम्न प्रकारों में वर्गीकृत किया गया है

- प्राकृतिक संख्याएँ** वे संख्याएँ, जो वस्तुओं की गणना करने में प्रयुक्त की जाती हैं, प्राकृतिक संख्याएँ कहलाती हैं।
जैसे— $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

नोट (i) शून्य (0) को प्राकृतिक संख्या नहीं माना जाता है क्योंकि किसी भी वस्तु की गणना 1 से प्रारम्भ करते हैं।

- सभी प्राकृतिक संख्याएँ धनात्मक होती हैं।

- पूर्ण संख्याएँ** यदि प्राकृतिक संख्याओं के साथ शून्य को भी सम्मिलित कर लिया जाए, तो वे संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे— $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

सभी प्राकृतिक संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ होती हैं।

- पूर्णांक** सभी पूर्ण संख्याएँ तथा उनकी ऋणात्मक संख्याएँ, पूर्णांक कहलाती हैं।

जैसे— $I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

पूर्णांक निम्न दो प्रकार के होते हैं

- धन पूर्णांक** सभी प्राकृतिक संख्याएँ धन पूर्णांक कहलाती हैं।

जैसे— $I^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

- ऋण पूर्णांक** सभी ऋणात्मक संख्याएँ, ऋण पूर्णांक कहलाती हैं।

जैसे— $I^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$

नोट शून्य न तो धन पूर्णांक है और न ही ऋण पूर्णांक।

- परिमेय संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जिन्हें p/q (जहाँ, $p, q \in I$ तथा $q \neq 0$) के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे— $5, -2, \frac{7}{5}, 0$, आदि।

नोट प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या होती है।

- अपरिमेय संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जिन्हें p/q (जहाँ, $p, q \in I$ तथा $q \neq 0$) के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे— $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, तथा π आदि।

- वास्तविक संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जो या तो परिमेय हो या फिर अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे— $\sqrt{5}, \frac{3}{4}, \sqrt{8}, \frac{1}{2}$, आदि।

नोट सभी पूर्णांक, प्राकृतिक एवं पूर्ण संख्याएँ वास्तविक संख्याएँ होती हैं।

- सम संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जो 2 से पूर्णतया विभाजित हो जाती हैं, सम संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे— 2, 4, 6, 8, आदि।

नोट प्रत्येक सम संख्या का इकाई अंक 0, 2, 4, 6, 8 में से कोई एक होता है।

- विषम संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जो 2 से पूर्णतया विभाजित नहीं होती हैं, विषम संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे— 1, 3, 5, 7, आदि।

नोट प्रत्येक विषम संख्या का इकाई अंक 1, 3, 5, 7, 9 में से कोई भी एक होता है।

9. **अभाज्य संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जो 1 तथा स्वयं के अतिरिक्त किसी अन्य संख्या से पूर्णतः विभाजित नहीं होती हैं, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे— 2, 3, 5, 7, आदि।

नोट (i) केवल 2 एक सम अभाज्य संख्या है।

(ii) 1 से 100 के मध्य केवल 25 अभाज्य संख्याएँ होती हैं, जोकि निम्न हैं 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

10. **भाज्य संख्याएँ** वे सभी संख्याएँ, जो 1 तथा स्वयं के अतिरिक्त कम-से-कम एक अन्य संख्या से पूर्णतया विभाजित हो, भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे— 4, 8, 9, 15, आदि।

नोट (i) 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य।

(ii) भाज्य संख्याएँ सम एवं विषम दोनों हो सकती हैं।

विभाज्यता की जाँच

संख्याओं की विभाज्यता की जाँच निम्न प्रकार से की जाती है

- (i) **2 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई के स्थान पर शून्य या सम संख्या हो, तो वह संख्या 2 से पूर्णतः विभाज्य होगी। जैसे— 44, 200, 230, आदि।
- (ii) **3 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के सभी अंकों का योग 3 से विभाजित हो जाता है, तो वह संख्या 3 से पूर्णतः विभाज्य होगी।
जैसे— 1338
यहाँ, 1338 के अंकों का योग $= 1 + 3 + 3 + 8 = 15$
 $\therefore 15 \div 3 = 5$
अतः संख्या 1338, 3 से पूर्णतः विभाज्य है।
- (iii) **4 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई व दहाई अंकों द्वारा बनी संख्या 4 से विभाज्य हो या अन्तिम दोनों अंक शून्य हों, तब वह संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य होगी।
जैसे— 15436, 600, आदि।
यहाँ, संख्या 15436 के इकाई व दहाई अंकों द्वारा बनी संख्या 36, 4 से विभाज्य है, अतः संख्या 15436, 4 से पूर्णतः विभाज्य है।
- (iv) **5 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई का अंक शून्य या 5 हो, तो वह संख्या 5 से पूर्णतः विभाज्य होगी।
जैसे— 120, 225, आदि।
- (v) **6 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या 2 व 3 से पूर्णतः विभाजित हो, तो वह संख्या 6 से भी पूर्णतः विभाज्य होगी।
जैसे— 145926
यहाँ, इकाई का अंक 6 सम संख्या है इसलिए यह संख्या 2 से विभाजित होगी तथा इसके अंकों का योग 27 है, जो 3 से विभाज्य है इसलिए यह संख्या 3 से विभाजित होगी। अतः संख्या 145926, 6 से भी पूर्णतः विभाज्य है।
- (vi) **7 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई अंक को दोगुना करके शेष अंकों से बनी संख्या में से घटा देने के बाद प्राप्त संख्या 0 हो या 7 से विभाज्य हो, तो दी गई संख्या 7 से पूर्णतः विभाज्य होगी। यह प्रक्रिया दोहराई भी जा सकती है।
जैसे— 2429
यहाँ, 2429 में इकाई का अंक = 9

तब, इसका दोगुना $= 2 \times 9 = 18$

तथा शेष अंकों से बनी संख्या $= 242$

\therefore शेषफल $= 242 - 18 = 224$

उपरोक्त प्रक्रिया पुनः दोहराने पर

224 में इकाई का अंक = 4

4 का दोगुना $= 4 \times 2 = 8$ तथा शेष अंकों से बनी संख्या $= 22$

\therefore शेषफल $= 22 - 8 = 14$, जोकि 7 से विभाज्य है।

अतः संख्या 2429, 7 से पूर्णतः विभाज्य है।

(vii) **8 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के अन्तिम तीन अंकों द्वारा बनी संख्या 8 से विभाजित हो या अन्तिम तीन अंक शून्य हों, तो वह संख्या 8 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

जैसे— 321000, 641512, आदि।

यहाँ, संख्या 641512 के अन्तिम तीन अंकों से बनी संख्या $= 512$

अब, $512 \div 8 = 64$

अतः संख्या 641512, 8 से पूर्णतः विभाज्य है।

(viii) **9 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के सभी अंकों का योग संख्या 9 से विभाजित हो, तो वह संख्या 9 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

जैसे— 29034, 9 से पूर्णतः विभाज्य है, क्योंकि इसके अंकों का योग $2 + 9 + 0 + 3 + 4 = 18$, 9 से पूर्णतः विभाजित है।

(ix) **10 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या का इकाई का अंक शून्य हो, तो वह संख्या 10 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

जैसे— 150, 250, 4000, आदि।

(x) **11 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई अंक से बाई ओर चलने पर विषम स्थानों के अंकों का योग तथा सम स्थानों के अंकों के योग का अन्तर या तो शून्य हो या 11 से विभाजित हो, तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाज्य होगी। जैसे— 7127362

यहाँ, सम स्थानों के अंकों का योग $= 1 + 7 + 6 = 14$

तथा विषम स्थानों के अंकों का योग $= 7 + 2 + 3 + 2 = 14$

\therefore अभीष्ट अन्तर $= 14 - 14 = 0$

अतः संख्या 7127362, 11 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

(xi) **13 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई अंक को 4 से गुणा करके शेष अंकों से बनी संख्या में जोड़ देने के बाद प्राप्त शेषफल 13 से विभाजित हो, तो दी गई संख्या 13 से पूर्णतः विभाजित होगी। यह प्रक्रिया दोहराई भी जा सकती है। जैसे— 689

यहाँ, 689 में इकाई का अंक = 9 तथा शेष अंकों से बनी संख्या $= 68$

अब, 9 को 4 से गुणा करके शेष संख्या में जोड़ने पर,

$$68 + 9 \times 4 = 68 + 36 = 104$$

पुनः $10 + 4 \times 4 = 10 + 16 = 26$

चूँकि शेषफल 26, 13 से विभाज्य है। अतः संख्या 689, 13 से पूर्णतः विभाज्य है।

(xii) **17 से विभाज्यता** यदि दी गई संख्या के इकाई अंक को 5 से गुणा करके शेष अंकों से बनी संख्या में से घटा देने के बाद प्राप्त शेषफल 17 से विभाजित हो, तो तब दी गई संख्या 17 से पूर्णतः विभाजित होगी।

जैसे— 731

यहाँ, 731 में इकाई का अंक = 1 तथा शेष अंकों से बनी संख्या $= 73$

अब, 1 को 5 से गुणा करके शेष संख्या में घटाने पर,

$$73 - 1 \times 5 = 73 - 5 = 68, \text{ जोकि } 17 \text{ से विभाजित है।}$$

अतः संख्या 731, 17 से पूर्णतः विभाज्य है।

☉ **उदाहरण 1.** यदि संख्या $1x5x01,11$ से विभाज्य है, तो x का मान है

- (a) 2 (b) 6 (c) 8 (d) 3

हल (c) दी गई संख्या $= 1x5x01$

चूँकि दी गई संख्या 11 से विभाज्य है, अतः संख्या के सम तथा विषम स्थानों के अंकों के योगों का अन्तर 0 या 11 का गुणज होगा।

$$\therefore (x + x + 1) - (1 + 5 + 0) = 11 \text{ का गुणज या } 0$$

$$\Rightarrow (2x + 1) - 6 = 11 \text{ का गुणज या } 0$$

$$\Rightarrow 2x - 5 = 11$$

[\therefore समीकरण के बराबर में 0 रखने पर मान भिन्न में आएगा]

$$\Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

संख्याओं के गुणनफल में इकाई का अंक ज्ञात करना

दो या दो से अधिक संख्याओं के गुणनफल में इकाई का अंक ज्ञात करने के लिए प्रत्येक संख्या के इकाई के अंकों को लेकर आपस में गुणा करते हैं। यदि गुणनफल में कोई दहाई का अंक आ जाए, तो उसका इकाई का अंक लेकर पुनः गुणा करते हैं। इस प्रकार, अन्त में प्राप्त संख्या का इकाई का अंक ही अभीष्ट इकाई का अंक होता है।

☉ **उदाहरण 2.** $674 \times 218 \times 437 \times 513$ में इकाई का अंक है

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

हल (a) $674 \times 218 \times 437 \times 513$ में इकाई का अंक

$$= 4 \times 8 \times 7 \times 3 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 32 \times 21 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 2 \times 1 \text{ में इकाई का अंक} = 2$$

अतः अभीष्ट इकाई का अंक 2 है।

घातीय रूप की संख्याओं में इकाई का अंक ज्ञात करना

1. यदि दी गई संख्या के आधार की संख्या का इकाई का अंक 0, 1, 5, 6 हो, तो उसका इकाई का अंक अपरिवर्तित रहता है। जैसे— $(576)^{1151}$ में आधार की संख्या 576 का इकाई का अंक = 6

2. यदि दी गई संख्या के आधार की संख्या का इकाई का अंक 2 हो, तो उसकी घात को 4 से भाग देकर 2^4 के रूप में लिखते हैं तथा सरल करते हैं अर्थात्

$$2^4 \text{ में इकाई का अंक} = 6$$

जैसे— $(572)^{443}$ में इकाई का अंक = $(2)^{443}$ का इकाई का अंक

$$= (2^4)^{443/4} \text{ में इकाई का अंक} = (2^4)^{110} \times 2^3 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 6 \times 8 \text{ में इकाई का अंक} = 48 \text{ में इकाई का अंक} = 8$$

अतः $(572)^{443}$ में इकाई का अंक 8 है।

3. इसी प्रकार, आधार की संख्या के इकाई के अंक 4 तथा 8 वाली संख्याओं में इकाई का अंक ज्ञात करते हैं अर्थात्

$$4^4 \text{ में इकाई का अंक} = 8^4 \text{ में इकाई का अंक} = 6$$

4. यदि दी गई संख्या में इकाई का अंक 3 या 7 हो, तो उपरोक्त प्रक्रिया के अनुसार ही सरल करते हैं, परन्तु 3^4 में इकाई का अंक = 7^4 में इकाई का अंक = 1

5. यदि दी गई संख्या में इकाई का अंक 9 है, तो घात विषम होने पर इकाई का अंक 9 तथा घात सम होने पर इकाई का अंक 1 होगा।

जैसे— $(539)^{140}$ में इकाई का अंक = 1 (\therefore घात सम है)

तथा $(539)^{141}$ में इकाई का अंक = 9 (\therefore घात विषम है)

☉ **उदाहरण 3.** $7^{71} \times 6^{63} \times 3^{65}$ के गुणनफल में इकाई का अंक कितना होगा?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

हल (d) $7^{71} \times 6^{63} \times 3^{65}$ में इकाई का अंक

$$= 7^{4 \times 17 + 3} \times 6^{15 \times 4 + 3} \times 3^{16 \times 4 + 1} \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= (7^4)^{17} \times 7^3 \times (6^4)^{15} \times 6^3 \times (3^4)^{16} \times 3 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 1 \times 343 \times 6 \times 216 \times 1 \times 3 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 1 \times 3 \times 6 \times 6 \times 1 \times 3 \text{ में इकाई का अंक} = 18 \times 18 \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= 8 \times 8 \text{ में इकाई का अंक} = 64 \text{ में इकाई का अंक} = 4$$

संख्याओं पर भाग की संक्रिया

माना संख्या a को संख्या b से भाग देने पर प्राप्त भागफल x तथा शेषफल y है, जहाँ $b \neq 0$, तब $a = bx + y$ ($0 < y < b$)

अर्थात् भाज्य = भाजक \times भागफल + शेषफल

जहाँ, भाज्य = a (वह संख्या, जिसमें भाग दिया गया है)

तथा भाजक = b (वह संख्या, जिससे भाग दिया गया है)

कुछ महत्वपूर्ण नियम

- यदि कोई संख्या p , संख्याओं q और r को विभाजित करती है, तो संख्या p उनके योग तथा अन्तर को भी विभाजित करेगी।
- यदि n एक प्राकृतिक संख्या है, तो $(n^3 - n)$, 6 से पूर्णतया विभाजित होगा।
- किन्हीं भी तीन क्रमागत संख्याओं का गुणनफल सदैव 6 पूर्णतया से विभाजित होगा।
- n के सभी मानों के लिए $(x^n - a^n)$, $(x - a)$ से सदैव पूर्णतया विभाजित होगा।
- केवल n के सम मानों के लिए $(x^n - a^n)$, $(x + a)$ से पूर्णतया विभाजित होगा।
- केवल n के विषम मानों के लिए $(x^n + a^n)$, $(x + a)$ से पूर्णतया विभाजित होगा।

☉ **उदाहरण 4.** यदि किसी संख्या को 361 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल 47 रहता है। यदि उसी संख्या को 19 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल कितना रहेगा?

- (a) 8 (b) 1 (c) 3 (d) 9

हल (d) दिया है, भाजक = 361 तथा शेषफल = 47

माना वह संख्या (भाज्य) N तथा भागफल x है।

$$\therefore \text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$\therefore \text{संख्या, } N = 361x + 47 = 361x + 38 + 9 = 19(19x + 2) + 9$$

यहाँ, संख्या $N = 19k + 9$; जहाँ $k = 19x + 2$, के रूप में है।

अतः संख्या को 19 से भाग देने पर शेषफल 9 बचेगा।

योग पर आधारित महत्त्वपूर्ण नियम

- प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$
- प्रथम n सम प्राकृतिक संख्याओं का योग $= n(n+1)$
- 1 से संख्या n तक की सम प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$
- प्रथम n विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग $= n^2$
- प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
- दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों का अन्तर सदैव एक विषम संख्या

होती है, जो दोनों संख्याओं के योग के बराबर होती है।

☞ उदाहरण 5. 75 से 97 तक की प्राकृतिक संख्याओं का योग होगा

- (a) 2008
(b) 1985
(c) 1895
(d) 1978

हल (d) \because 1 से n तक की प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

$$\therefore 1 + 2 + \dots + 74 = \frac{74(74+1)}{2} = \frac{74 \times 75}{2} = 2775$$

$$\text{और } 1 + 2 + \dots + 97 = \frac{97(97+1)}{2} = \frac{97 \times 98}{2} = 4753$$

$$\therefore 75 + 76 + \dots + 96 + 97 = 4753 - 2775 = 1978$$

☑ अभ्यास के लिए प्रश्न

☞ संख्याओं के ज्ञान पर आधारित प्रश्न

- सबसे छोटी अभाज्य संख्या है
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
- शून्य है
(a) प्राकृत संख्या (b) पूर्ण संख्या
(c) धनात्मक पूर्णांक (d) ऋणात्मक पूर्णांक
- निम्नलिखित में से अभाज्य संख्या कौन-सी है?
(a) 161 (b) 221 (c) 373 (d) 437
- 0 और 100 के बीच में कुल अभाज्य संख्याएँ हैं
(a) 31 (b) 29 (c) 25 (d) 23
- संख्या 329075 में 7 के स्थानीय मान और जातीय मान में अन्तर है
(a) 69 (b) 0 (c) 49 (d) 63
- प्रथम चार अभाज्य संख्याओं का योग है
(a) 10 (b) 11 (c) 16 (d) 17

☞ विभाज्यता की जाँच पर आधारित प्रश्न

- निम्न में से कौन-सी संख्या 9 से भाज्य है?
(a) 2350821 (b) 2870052
(c) 4213533 (d) 6400080
- 7386038 भाज्य है
(a) 3 से (b) 4 से
(c) 9 से (d) 11 से
- निम्न में से कौन-सी संख्या 15 से भाज्य है?
(a) 30560 (b) 29515
(c) 23755 (d) 17325
- 555555 निम्न में से किससे भाज्य है?
(a) 7 (b) 17
(c) 19 (d) 23

11. n को 4 से भाग देने पर 3 शेष रहता है। $2n$ को 4 से भाग देने पर क्या शेष होगा?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 6

12. यदि $34x68$, 9 से भाज्य हो, तो x का मान होगा

- (a) 6 (b) 5 (c) 4 (d) 3

13. यदि X तथा Y संख्या $347XY$ के दो अंक इस प्रकार हैं कि संख्या 80 से पूर्णतः विभाजित हो जाती है, तो $X + Y$ का मान क्या है?

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

14. 75070 के निकटतम ऐसी संख्या कौन-सी है, जो 65 से विभाज्य हो?

- (a) 75010 (b) 75065
(c) 75070 (d) 75075

15. $9^{19} + 6$ को 8 से विभाजित करने पर शेष है

- (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 7

16. 19^{100} को 20 से विभाजित करने पर क्या शेष बचेगा?

- (a) 19 (b) 20 (c) 3 (d) 1

17. $(4764)^{1795}$ को 5 से भाग दिया जाता है। शेषफल है

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

18. 7251 को 66 से विभाजित करने पर प्राप्त होने वाला भागफल क्या है?

- (a) 110 (b) 109 (c) 111 (d) 112

19. 4131 में कौन-सी न्यूनतम संख्या को जोड़ा जाना चाहिए, ताकि वह राशि 19 से पूरी तरह से विभाजित हो?

- (a) 10 (b) 11 (c) 9 (d) 12

20. जब 6910 को 81 द्वारा विभाजित किया जाता है, तब अवशिष्ट क्या होता है?

- (a) 25 (b) 23 (c) 21 (d) 19

21. किसी संख्या में 56 से भाग देने पर शेष 29 आता है। यदि उसी संख्या में 8 से भाग दिया जाए, तो शेष क्या होगा?

- (a) 6 (b) 7 (c) 5 (d) 3

☞ इकाई अंक ज्ञात करने पर आधारित प्रश्न

22. गुणनफल $(2467)^{153} \times (341)^{72}$ में इकाई का अंक क्या है?

- (a) 9 (b) 3 (c) 1 (d) 7

23. $(122)^{173}$ में इकाई का अंक क्या है?

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

24. $(124)^{372} + (124)^{373}$ के योग में इकाई का अंक कौन-सा है?

- (a) 5 (b) 4 (c) 2 (d) 0

25. $207 \times 781 \times 39 \times 94$ के गुणनफल में इकाई का अंक क्या होगा?

- (a) 9 (b) 1 (c) 7 (d) 2

26. गुणनफल

$$(2464)^{(1793)} \times (615)^{317} \times (131)^{491} \text{ में}$$

इकाई का अंक होगा

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 5

27. यदि $(549 \times 46 \times 82 \times 844)$ का इकाई का अंक 2 हो, तो * के स्थान पर निम्न में से कौन-सा अंक होगा?

- (a) 2 (b) 4
(c) 0 (d) 6

☞ योग पर आधारित प्रश्न

28. प्रथम 20 विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग क्या होगा?

- (a) 210 (b) 300
(c) 400 (d) 420

29. प्रथम 25 सम संख्याओं का योग क्या होगा?
(a) 156 (b) 204
(c) 308 (d) 650
30. 1 और 60 के बीच सभी सम संख्याओं का योग क्या होगा?
(a) 870 (b) 960 (c) 840 (d) 930
31. 1 और 32 के बीच सभी विषम संख्याओं का योग क्या होगा?
(a) 256 (b) 128 (c) 25 (d) 16
32. 75 से 99 तक की सभी प्राकृतिक संख्याओं का योग कितना होगा?
(a) 1598 (b) 1798
(c) 1958 (d) 2175
33. प्रथम सौ प्राकृतिक संख्याओं का योग होगा
(a) 4000 (b) 5000
(c) 4500 (d) 5050

☺ विगत वर्षों के प्रश्न

34. उन सभी अभाज्य संख्याओं का, जो 17 से बड़ी नहीं हैं, योगफल है
[SSC कांस्टेबल, 2012]
(a) 59 (b) 58 (c) 41 (d) 42
35. 100 और 600 के बीच 4 तथा 6 दोनों से, भाज्य पूर्णांकों की संख्या है
[SSC कांस्टेबल, 2012]
(a) 40 (b) 42
(c) 41 (d) 50
36. एक धन पूर्णांक और उसके वर्ग का योगफल, पहली तीन अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के बराबर है, तो वह संख्या है
[SSC कांस्टेबल, 2012]
(a) 2 (b) 3
(c) 5 (d) 6

37. यदि $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = x$, तब x का मान ज्ञात कीजिए। [SSC कांस्टेबल, 2011]
(a) 5050 (b) 5000
(c) 10100 (d) 1000

उत्तरमाला

1 (c)	2 (b)	3 (c)	4 (c)	5 (d)
6 (d)	7 (d)	8 (d)	9 (d)	10 (a)
11 (b)	12 (a)	13 (a)	14 (d)	15 (d)
16 (d)	17 (d)	18 (b)	19 (b)	20 (a)
21 (c)	22 (d)	23 (a)	24 (d)	25 (d)
26 (a)	27 (a)	28 (c)	29 (d)	30 (d)
31 (a)	32 (d)	33 (d)	34 (b)	35 (c)
36 (c)	37 (a)			

संकेत एवं हल

1. (c) दी गई संख्याओं में से सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है।
2. (b) शून्य एक पूर्ण संख्या है।
3. (c) दी गई संख्याओं में 373 एक अभाज्य संख्या है। क्योंकि यह 1 तथा 373 को छोड़कर किसी से भी विभाजित नहीं होती है।
4. (c) 0 और 100 के बीच कुल 25 अभाज्य संख्याएँ होती हैं।
5. (d) संख्या 329075 में 7 का जातीय मान = 7 तथा संख्या 329075 में 7 का स्थानीय मान = $7 \times 10 = 70$
∴ अभीष्ट अन्तर = $70 - 7 = 63$
6. (d) चूँकि प्रथम चार अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5 तथा 7 हैं।
∴ अभीष्ट योग = $2 + 3 + 5 + 7 = 17$
7. (d) कोई भी संख्या 9 से तभी भाज्य होगी, जब संख्या के अंकों का योग 9 से पूर्णतः भाज्य हो। संख्या 6400080 के लिए,
अंकों का योग = $6 + 4 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 = 18$
जोकि 9 से भाज्य है।
अतः संख्या 6400080, 9 से पूर्णतः भाज्य है।
8. (d) संख्या 7386038 के लिए,
संख्या के विषम तथा सम स्थानों के अंकों के योग का अन्तर
= $(7 + 8 + 0 + 8) - (3 + 6 + 3)$
= $23 - 12 = 11$, जोकि 11 से भाज्य है।
अतः संख्या 7386038, 11 से पूर्णतः भाज्य है।

9. (d) कोई भी संख्या 15 से तभी भाज्य होगी, जब दी गई संख्या 5 व 3 दोनों से भाज्य हो अर्थात् इकाई का अंक 0 या 5 हो तथा संख्या के अंकों का योग 3 से भाज्य हो।
∴ संख्या 17325 में इकाई का अंक 5 है।
अंकों का योग = $1 + 7 + 3 + 2 + 5 = 18$
जोकि 3 से भाज्य है।
अतः संख्या 17325, 15 से भाज्य है।
10. (a) यदि दी गई संख्या के इकाई अंक को दोगुना करके शेष बचे अंकों से बनी संख्या में से घटाने पर प्राप्त शेषफल 0 हो या 7 से भाज्य हो, तो वह 7 से विभाजित होगी।
∴ $555555 \Rightarrow 55555 - 10 = 55545$
पुनः $5554 - 10 = 5544$
इसी प्रकार, $554 - 8 = 546 \Rightarrow 54 - 12 = 42$
जोकि 7 से विभाज्य है।
अतः 555555, 7 से भाज्य होगी।
11. (b) माना भागफल = q
 $n = 4q + 3$
∴ $2n = 8q + 6 = 8q + 4 + 2$
 $= 4(2q + 1) + 2$
अब, $2x$ को 8 से भाग देने पर क्षेत्रफल = 2
12. (a) दी गई संख्या = $34x68$
यदि संख्या के अंकों का योग 9 से भाज्य है, तो वह संख्या 9 से पूर्णतः भाज्य होगी।
∴ अंकों का योग = $3 + 4 + x + 6 + 8 = 21 + x$
∴ x के स्थान पर 6 रखने पर संख्या के अंकों का योग 9 से भाज्य होगा।
अतः x का मान 6 होगा।

13. (a) $80 = 10 \times 8$
स्पष्टतः 347XY, 10 से विभाजित होती है।
अतः $Y = 0$
अब 347X0, 8 से विभाजित होती है। अर्थात् अंतिम तीन अंक 7X0, 8 से विभाजित होते हैं।
अतः $X = 2$ या 6
यदि $X = 2$, संख्या 34720, जो 80 से पूर्णतः विभाजित होती है।
यदि $X = 6$, संख्या 34760, जो 80 से पूर्णतः विभाजित नहीं होती है।
∴ $X + Y = 2 + 0 = 2$
14. (d) ∴ $75070 = 1155 \times 65 - 5$
∴ अभीष्ट संख्या = $75070 + 5 = 75075$
15. (d) दी गई संख्या = $9^{19} + 6$
= $9^{19} - 1^{19} + 1^{19} + 6[1^{19} \text{ जोड़ने व घटाने पर}]$
= $(9^{19} - 1^{19}) + 1 + 6$
= $(9^{19} - 1^{19}) + 7$
∴ $x^n - a^n, x - a$ से n के सभी मानों के लिए पूर्णतया विभाजित होती है
∴ $9^{19} - 1^{19}, 9 - 1 = 8$ से पूर्णतया विभाजित होगी
∴ शेषफल = 7
16. (d) $19^{100} = 19^{100} - 1^{100} + 1^{100}$
[1^{100} जोड़ने व घटाने पर]
= $[19^{100} - 1^{100}] + 1$
∴ $x^n - a^n, x + a$ से n के सम मानों के लिए पूर्णतया विभाजित होती है

$\therefore [19^{100} - 1^{100}]$, $19 + 1 = 20$ से पूर्णतया विभाजित होगी।

\therefore शेषफल = 1

17. (d) $\frac{(4764)^{1795}}{5} = ?$

अब, 4764 की घात 1 लेने पर,

$$\frac{(4764)^1}{5} = \frac{4764}{5} = 952 \times 5 + 4$$

\therefore 4764 की घात 1 लेने पर शेषफल 4 बचता है

अतः $(4764)^{1795}$ को भी 5 से भाग देने पर

शेषफल 4 ही आएगा।

18. (b) 7251 को 66 से भाग करने पर,

$$66 \overline{) 7251(109}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 651 \\ \underline{584} \\ 67 \end{array}$$

\therefore अभीष्ट भागफल = 109

19. (b) 4131 को 19 से भाग करने पर,

$$19 \overline{) 4131(217}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{33} \\ 19 \\ \underline{141} \\ 133 \\ \underline{133} \\ 8 \end{array}$$

शेषफल = 8

अभीष्ट संख्या = $(19 - 8) = 11$

अतः 4131 में 11 को जोड़ने पर संख्या पूरी तरह विभाजित हो जाएगी।

20. (a) 6910 को 81 से भाग करने पर,

$$81 \overline{) 6910(85}$$

$$\begin{array}{r} 648 \\ \underline{430} \\ 405 \\ \underline{405} \\ 25 \end{array}$$

\therefore अभीष्ट संख्या (शेषफल) = 25

21. (c) \therefore पहला भाजक (56), दूसरे भाजक (8) का अपवर्त्य है।

\therefore अभीष्ट शेषफल = 29 में 8 से भाग देने पर प्राप्त शेषफल = 5

22. (d) $(2467)^{153} \times (341)^{72}$ में इकाई का अंक

$$= (7)^{4 \times 38 + 1} \times (1)^{72} \text{ में इकाई का अंक}$$

$$= (7^4)^{38} \times 7 \times 1 \text{ में इकाई का अंक} \\ = (1)^{38} \times 7 = 7$$

23. (a) $(122)^{173}$ में इकाई का अंक

$$= 2^{4 \times 43 + 1} \text{ में इकाई का अंक} \\ = (2^4)^{43} \times 2 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 6 \times 2 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 12 \text{ में इकाई का अंक} = 2$$

24. (d) $\{(124)^{372} + (124)^{373}\}$ में इकाई का अंक

$$= (124)^{4 \times 93} \{1 + 124\} \text{ में इकाई का अंक} \\ = (4^4) \times 125 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 6 \times 5 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 30 \text{ में इकाई का अंक} = 0$$

25. (d) $207 \times 781 \times 39 \times 94$ में इकाई का अंक

$$= 7 \times 1 \times 9 \times 4 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 7 \times 36 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 7 \times 6 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 42 \text{ में इकाई का अंक} = 2$$

26. (a) $(2464)^{1793} \times (615)^{317} \times (131)^{491}$

$$\begin{array}{l} \text{में इकाई का अंक} \\ = 4^4 \times 448 + 1 \times 5^4 \times 79 + 1 \times 1^{491} \\ \text{में इकाई का अंक} \\ = (4^4)^{448} \times 4 \times (5^4)^{79} \times 5 \times 1 \\ \text{में इकाई का अंक} \\ = 6 \times 4 \times 5 \times 5 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 24 \times 25 \text{ में इकाई का अंक} \\ = 600 \text{ में इकाई का अंक} = 0 \end{array}$$

27. (a) $\therefore 549 \times 46 \times 82 \times \dots \times 844$

$$\begin{array}{l} \text{में इकाई का अंक} = 2 \\ \Rightarrow 9 \times 6 \times \dots \times 4 \text{ में इकाई का अंक} = 2 \\ \Rightarrow 216 \times \dots \text{ में इकाई का अंक} = 2 \\ \Rightarrow 6 \times \dots \text{ में इकाई का अंक} = 2 \\ \therefore \dots \times = 2 \end{array}$$

28. (c) प्रथम n विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग $= n^2$

$$\therefore \text{प्रथम 20 विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग} \\ = (20)^2 = 400 \quad [\therefore n = 20]$$

29. (d) प्रथम n सम संख्याओं का योग

$$= n(n + 1)$$

\therefore 25 सम संख्याओं का योगफल

$$= 25(25 + 1) = 25 \times 26 = 650 \quad [\therefore n = 25]$$

30. (d) 1 और 60 के बीच सभी सम संख्याओं का

$$\text{योग} = 2 + 4 + \dots + 60 = \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$$

$$= \frac{60}{2} \left(\frac{60}{2} + 1 \right) = 30 \times 31 = 930$$

$[\therefore n = 60]$

\therefore 1 से n तक की सम प्राकृतिक संख्याओं का

$$\text{योगफल} = \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$$

31. (a) \therefore 1 और 32 के बीच कुल 16 विषम संख्याएँ होती हैं।

\therefore 1 और 32 के बीच सभी विषम संख्याओं का

$$\text{योग} = (16)^2 = 256 \quad [\therefore n = 16]$$

$[\therefore$ प्रथम n विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग $= n^2]$

32. (d) $75 + 76 + 77 + \dots + 99$

$$\begin{array}{l} = (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \\ \quad - (1 + 2 + 3 + \dots + 74) \\ = \frac{99(99 + 1)}{2} - \frac{74 \times (74 + 1)}{2} \end{array}$$

$[\therefore$ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n + 1)}{2}]$

$$= \frac{99 \times 100}{2} - \frac{74 \times 75}{2}$$

$$= 4950 - 2775$$

$$= 2175$$

33. (d) $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times (100 + 1)}{2}$

$[\therefore$ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n + 1)}{2}]$

$$= 50 \times 101$$

$$= 5050$$

34. (b) अभीष्ट योगफल

$$= 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 = 58$$

35. (c) 4 व 6 का ल.स. = 12

$$\therefore \text{अभीष्ट पूर्णांक} = \frac{600 - 100}{12} \equiv 41$$

36. (c) विकल्प (c) से,

$$5 + (5)^2 = 5 + 25 = 30$$

$$\therefore 30 = 2 \times 3 \times 5$$

\therefore उपरोक्त से स्पष्ट है कि वह संख्या 5 है।

37. (a) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{n(n + 1)}{2}$

$$\therefore x = \frac{100 \times (100 + 1)}{2}$$

$$= 50 \times 101$$

$$= 5050$$