

N 633

Seat No.
बैठक क्र.

2024 III 15 - 1100
२०२४.०३.१५ - ११००

Time : 2 Hours MATHEMATICS (71) GEOMETRY—PART II (M)

वेळ - २ तास

गणित (७१) भूमिती—भाग-२ (म)

(REVISED COURSE)

Pages - 11

Total Marks : 40

पृष्ठे - ११

एकूण गुण - ४०

सूचना :-

- (i) सर्व प्रश्न सोडविणे आवश्यक आहे.
- (ii) गणकयंत्राचा वापर करता येणार नाही.
- (iii) प्रश्नाच्या उजवीकडे दिलेल्या संख्या पूर्ण गुण दर्शवितात.
- (iv) प्रत्येक बहुपर्यायी प्रश्नाच्या उत्तराचे [प्रश्न क्र. 1(A)] मूल्यमापन केवळ प्रथम प्रयत्नातील पर्याय ग्राह्य धरून केले जाईल व त्यालाच गुण दिले जातील.
- (v) आवश्यक त्या ठिकाणी उत्तराशेजारी आकृती काढावी.
- (vi) रचनेच्या सर्व खुणा स्पष्ट असाव्यात. त्या पुसू नयेत.
- (vii) प्रमेयाची सिद्धता लिहिण्यासाठी आकृती आवश्यक आहे.

P.T.O.

1. (A) पुढील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिहा :

4

(1) खालीलपैकी कोणत्या तारखेतील संख्या हे पायथागोरसचे त्रिकूट आहे ?

(A) 15/8/17

(B) 16/8/16

(C) 3/5/17

(D) 4/9/15

(2) $\sin \theta \times \operatorname{cosec} \theta =$ किती ?

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\sqrt{2}$

(3) X-अक्षाचा चढ असतो.

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) ठरवता येत नाही

(4) 3 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळातील सर्वात मोठ्या जीवेची लांबी किती ?

(A) 1.5 सेमी

(B) 3 सेमी

(C) 6 सेमी

(D) 9 सेमी

(B) खालील उपप्रश्न सोडवा :

4

(1) जर $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ आणि $AB : PQ = 2 : 3$, तर $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)}$ ची किंमत काढा.

(2) बाह्यस्पर्शी असलेल्या दोन वर्तुळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 5 सेमी व 3 सेमी असतील तर त्यांच्या केंद्रातील अंतर किती असेल ?

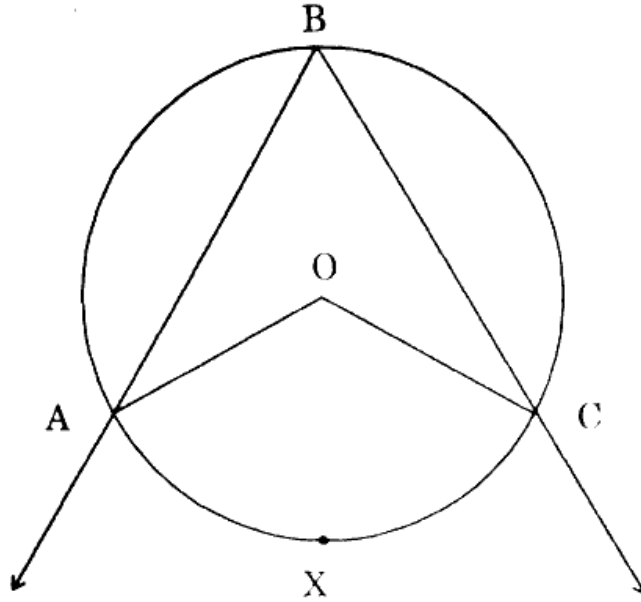
(3) एका चौरसाचा कर्ण $10\sqrt{2}$ सेमी असतील तर त्याच्या बाजूची लांबी काढा.

(4) रेषेने X-अक्षाच्या धन दिशेशी केलेला कोन 45° आहे. तर त्या रेषेचा चढ काढा.

4/N 633

2 (A) खालीलपैकी कोणत्याही दोन कृती लिहून पूर्ण करा :

(1)



वरील आकृतीमध्ये, $\angle ABC$ हा कंस ABC मधील आंतरलिखित कोन आहे.

जर $\angle ABC = 60^\circ$, तर $m\angle AOC$ काढा.

उकल :

$$\angle ABC = \frac{1}{2} m(\text{कंस } AXC) \dots\dots\dots \boxed{}$$

$$60^\circ = \frac{1}{2} m(\text{कंस } AXC)$$

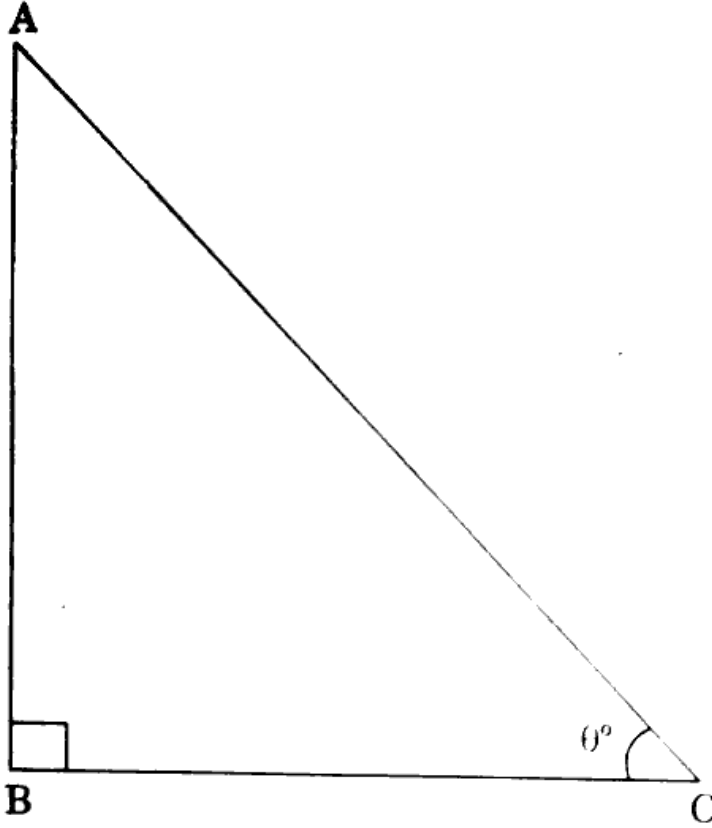
$$\boxed{} = m(\text{कंस } AXC)$$

परंतु $m\angle AOC = \boxed{m(\text{कंस } \dots\dots)} \dots\dots\dots$ (केंद्रीय कोनाचा गुणधर्म)

$$\therefore m\angle AOC = \boxed{}$$

5/N 633

(2) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ ची किंमत काढा.



उकल :

ΔABC मध्ये, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle C = \theta^\circ$.

$AB^2 + BC^2 = \boxed{} \dots\dots\dots$ (पायथागोरसचे प्रमेय)

दोन्ही बाजूला AC^2 ने भागून,

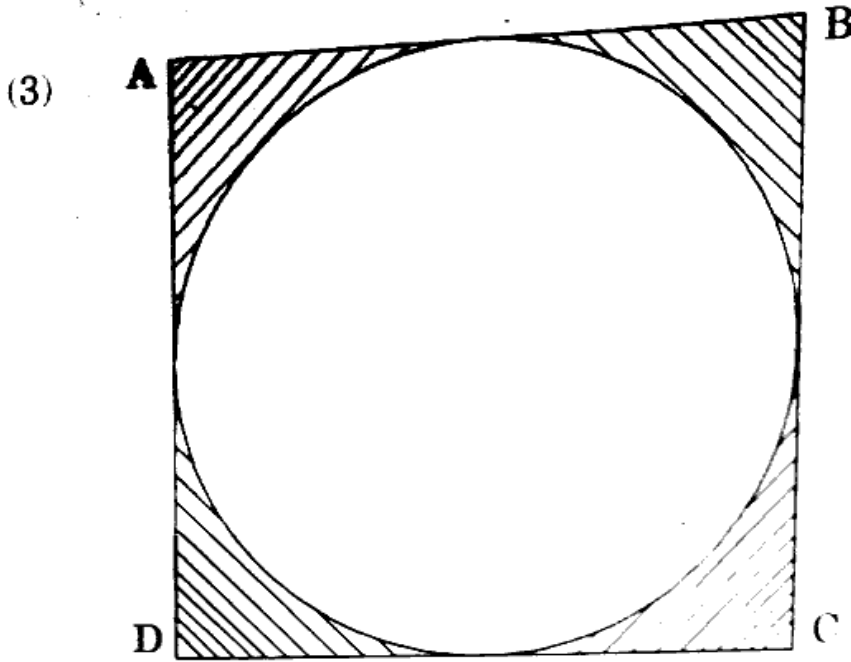
$$\frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2}$$

$$\therefore \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = 1$$

परंतु $\frac{AB}{AC} = \boxed{}$ आणि $\frac{BC}{AC} = \boxed{}$

$$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \boxed{}$$

P.T.O.



वरील आकृतीमध्ये, चौरस ABCD च्या बाजू वर्तुळाला स्पर्श करतात.

जर $AB = 14$ सेमी, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.

□ ABCD चौरसाला एक वर्तुळ आतून स्पर्श करत आहे.

$AB = 14$ सेमी

उकल :

$$\text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} = (\square)^2 \dots\dots\dots (\text{सूत्र})$$

$$= 14^2$$

$$= \square \text{ सेमी}^2$$

$$\text{वर्तुळाचे क्षेत्रफळ} = \square \dots\dots\dots (\text{सूत्र})$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ} = \text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} - \text{वर्तुळाचे क्षेत्रफळ}$$

$$= 196 - 154$$

$$= \square \text{ सेमी}^2$$

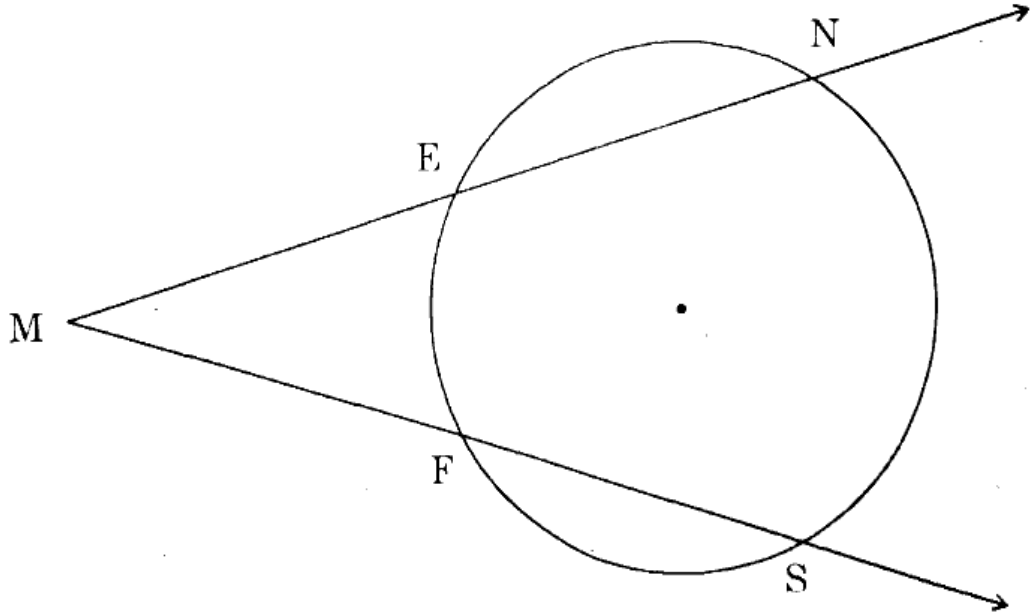
(B) खालीलपैकी कोणतेही चार उपप्रश्न सोडवा :

8

(1) वर्तुळपाकळीची त्रिज्या 3.5 सेमी असून तिच्या वर्तुळकंसाची लांबी 2.2 सेमी आहे, तर वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.

(2) एका काटकोन त्रिकोणामध्ये काटकोन करणाऱ्या बाजू 9 सेमी व 12 सेमी आहेत, तर त्या त्रिकोणाच्या कर्णाची लांबी काढा.

(3)



वरील आकृतीमध्ये, $m(\text{कंस } NS) = 125^\circ$, $m(\text{कंस } EF) = 37^\circ$.

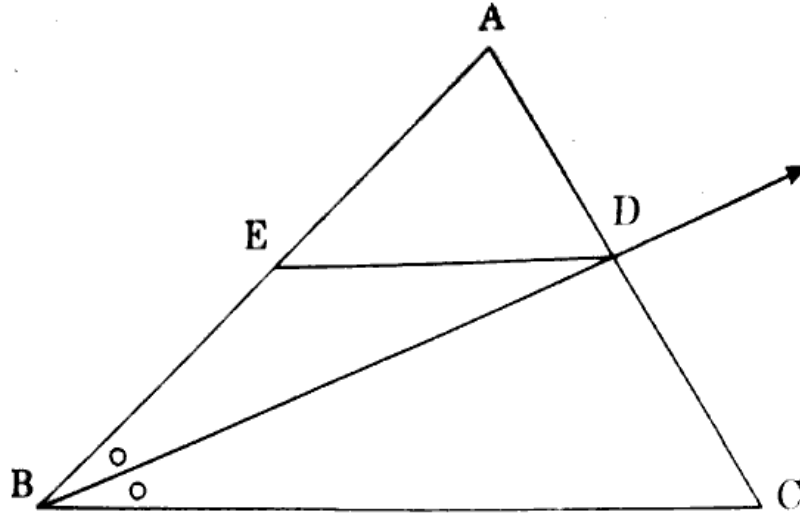
तर $\angle NMS$ चे माप काढा.

(4) A(2, 3) आणि B(4, 7) या बिंदूतून जाणाऱ्या रेषेचा चढ काढा.

(5) एका गोलाची त्रिज्या 7 सेमी असेल तर त्याचे वक्रपृष्ठफळ काढा.

3. (A) खालीलपैकी कोणतीही एक कृती लिहून पूर्ण करा :

(1)



ΔABC मध्ये, किरण BD हा $\angle ABC$ चा दुभाजक आहे.

A - D - C, रेषा DE \parallel बाजू BC, A - E - B, तर

$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB}$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा :

सिद्धता :

ΔABC मध्ये, किरण BD हा $\angle B$ चा दुभाजक आहे.

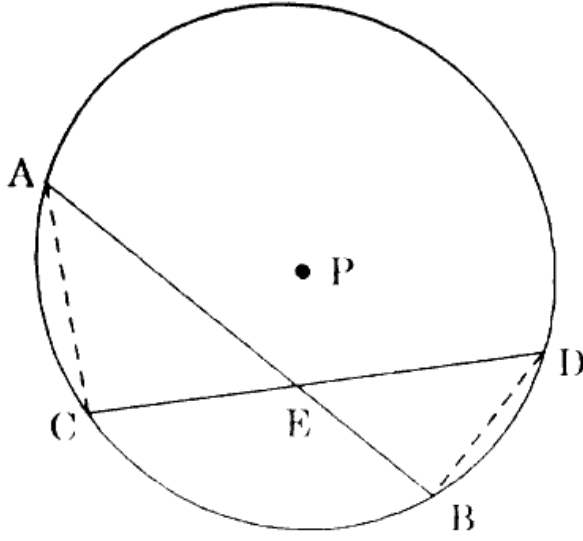
$$\therefore \frac{\boxed{}}{BC} = \frac{AD}{DC} \dots\dots\dots (I) (\boxed{})$$

ΔABC मध्ये, DE \parallel BC

$$\therefore \frac{\boxed{}}{EB} = \frac{AD}{DC} \dots\dots\dots (II) (\boxed{})$$

$$\frac{AB}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{EB} \dots\dots\dots [(I) व (II) वरून]$$

(2)



पक्ष :

केंद्र P असलेल्या वर्तुळाच्या जीवा AB आणि जीवा CD वर्तुळाच्या अंतर्भागात बिंदू E मध्ये छेदतात.

साध्य :

$$AE \times EB = CE \times ED$$

रचना :

रेख AC आणि रेख BD काढले.

रिकाम्या जागा भरून सिद्धता पूर्ण करा.

सिद्धता :

$\triangle CAE$ आणि $\triangle BDE$ मध्ये

$$\angle AEC \cong \angle DEB \dots\dots\dots \boxed{}$$

$$\boxed{} \cong \angle BDE \dots\dots\dots (\text{एकाच वर्तुळकंसातील आंतरलिखित कोन})$$

$$\therefore \triangle CAE \sim \triangle BDE \dots\dots\dots \boxed{}$$

$$\therefore \frac{\boxed{}}{DE} = \frac{CE}{\boxed{}} \dots\dots\dots \boxed{}$$

$$\therefore AE \times EB = CE \times ED.$$

(B) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा :

(1) खालील बिंदू एकरेषीय आहेत किंवा नाहीत, हे ठरवा.

$$A(1, -3), B(2, -5), C(-4, 7)$$

(2) $\Delta ABC \sim \Delta LMN$, ΔABC असा काढा की $AB = 5.5$ सेमी, $BC = 6$ सेमी, $CA = 4.5$ सेमी आणि $\frac{BC}{MN} = \frac{5}{4}$, तर ΔABC व ΔLMN काढा.

(3) ΔPQR मध्ये, रेख PM मध्यगा आहे. $PM = 9$ आणि $PQ^2 + PR^2 = 290$, तर QR काढा.

(4) "त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा त्याच्या उरलेल्या बाजूंना भिन्न बिंदूत छेदत असेल, तर ती रेषा त्या बाजूंना एकाच प्रमाणात विभागते." हे सिद्ध करा.

4. खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा :

(1) जर $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\tan^2 \theta} - \frac{1}{\cot^2 \theta} - \frac{1}{\sec^2 \theta} - \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta} = -3$, तर θ ची किंमत काढा.

(2) 12 सेमी त्रिज्या असलेल्या वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यात 20 सेमी उंचीपर्यंत पाणी भरलेले आहे. त्या भांड्यात एक धातूचा गोळा टाकल्यास पाण्याची उंची 6.75 सेमीने वाढते, तर त्या धातूच्या गोळ्याची त्रिज्या काढा.

(3) बिंदू O केंद्र घेऊन 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. या वर्तुळास P या बाह्यबिंदूतून रेख PA व रेख PB हे स्पर्शिकाखंड असे काढा की $\angle APB = 70^\circ$.

खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा :

- (1) समलंब चौकोन ABCD मध्ये बाजू $AB \parallel$ बाजू CD चौकोनाचे कर्ण हे एकमेकांना बिंदू P मध्ये छेदतात.

त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

(a) वरील दिलेल्या माहितीवरून आकृती काढा.

(b) व्युत्क्रम कोन व विरुद्ध कोनांची प्रत्येकी एक जोडी लिहा.

(c) समरूप त्रिकोणांची नावे समरूपतेच्या कसोटीसह लिहा.

- (2) O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची AB जीवा आहे. AOC वर्तुळाचा व्यास आहे. स्पर्शिका AT वर्तुळाला बिंदू A मध्ये स्पर्श करते.

खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

(a) वरील दिलेल्या माहितीवरून आकृती काढा.

(b) $\angle CAT$ व $\angle ABC$ ची मापे काढा व त्याचे कारण लिहा.

(c) $\angle CAT$ व $\angle ABC$ एकरूप आहेत का ? स्पष्टीकरण लिहा.