

Diapositive 1 : Page de Titre

Modélisation d'Antenne Dipôle par la Méthode des Moments (MoM)

Analyse et Implémentation de Deux Approches Numériques

Vos Noms / Noms du Groupe

Cours : Radar et Méthodes numériques avancées

Date : 16 Novembre 20XX

Diapositive 2 : Sommaire

1. Introduction & Problématique

- ▶ Objectif : Trouver le courant $I(z)$.
- ▶ Paramètres de simulation.

2. Formulation Théorique

- ▶ De Maxwell à l'Équation Intégrale de Pocklington. ⁸
- ▶ Principe de la Méthode des Moments (MoM). ⁹

3. Méthode 1 : Base Impulsionnelle (mom1_fr.m) ¹⁰

- ▶ Formulation (Noyau $\partial^2 G / \partial z^2$). ¹¹
- ▶ Implémentation MATLAB.

4. Méthode 2 : Base Sinusoïdale (mom2.m) ¹²

- ▶ Formulation (Noyau simplifié G). ¹³
- ▶ Implémentation MATLAB.

5. Analyse & Résultats

- ▶ Comparaison de la convergence MoM vs MoM. ¹⁴
- ▶ Comparaison MoM vs NEC (*partie demandée dans l'énoncé*).

6. Difficultés Rencontrées

7. Conclusion

Diapositive 3 : Introduction & Problématique

Objectif du Projet

Déterminer la distribution du courant inconnu $I(z)$ le long d'une antenne dipôle "fil-mince" (thin-wire).

Pourquoi ?

- ▶ Le courant $I(z)$ est la "source" de tout.
- ▶ Si on connaît $I(z)$, on peut calculer :
 1. **L'impédance d'entrée (Z_{in})** : Cruciale pour l'adaptation.
 2. **Le diagramme de rayonnement** : Comment l'antenne émet dans l'espace.

Paramètres de Simulation (Communs à mom1 & mom2)

- ▶ **Fréquence (f)** : 300 MHz** **2020
- ▶ **Longueur d'onde (λ)** : $c/f = 1$ m** **2121
- ▶ **Longueur dipôle (l)** : $0.47\lambda = 0.47$ m** (proche de la résonance $\lambda/2$) **2222
- ▶ **Rayon du fil (a)** : $0.005\lambda = 0.005$ m** (condition "fil-mince" $a \ll \lambda$ respectée) **2323
- ▶ **Tension (V_s)** : 1 V** (modèle "delta-gap") **2424

Diapositive 4 : Formulation Théorique (1/2)

De Maxwell à l'Équation Intégrale

En partant des équations de Maxwell et en utilisant les potentiels vecteur \vec{A} et scalaire V , on arrive à une équation intégrale qui lie le courant I_z au champ exciteur E_z^a .

[cite_start]Équation de Pocklington (PDF p.10)²⁹:

$$\underbrace{\int_{-l/2}^{l/2} I_z(z') \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) G(R) dz'}_{\text{Opérateur } L(I_z)} = \underbrace{-j\omega\epsilon E_z^a(z)}_{\text{Excitation } g(z)}$$

- ▶ $I_z(z')$: Le **courant inconnu** que l'on cherche.
 - ▶ [cite_start] $G(R)$: La fonction de Green $(\frac{e^{-jkR}}{4\pi R})$, décrit la propagation³⁰.
 - ▶ [cite_start] R : $\sqrt{a^2 + (z - z')^2}$ (distance source-observation, PDF p.7)³¹.
 - ▶ [cite_start] $E_z^a(z)$: Le **champ exciteur connu** (notre V_s)³².

Défi : Impossible à résoudre analytiquement.

Diapositive 5 : Formulation Théorique (2/2)

Principe de la Méthode des Moments (MoM)

La MoM transforme l'équation intégrale **continu** $L(f) = g$ en un système d'équations linéaires **discret** que l'ordinateur peut résoudre.

Forme Abstraite : $L(f) = g \xrightarrow{\text{MoM}} [Z][I] = [V]$

[cite_start]Les 4 Étapes Clés (PDF p.11-12)³⁴:

1. **Discrétisation** : On “découpe” l'antenne continue en N segments de longueur Δ .
2. **Approximation (Fonctions de Base)** : On exprime le courant inconnu I_z comme une somme de fonctions “simples” f_n (les **fonctions de base**) dont on cherche les poids I_n .
► $I_z(z) \approx \sum_{n=1}^N I_n f_n(z)$
3. **Test (Fonctions Test)** : On force l'équation à être vraie en N points (ou N zones) en utilisant des **fonctions test** g_m . Cela génère N équations.
4. **Résolution** : On obtient un système matriciel $N \times N$ que l'on résout pour trouver les I_n .
► $[I] = [Z]^{-1}[V]$

Diapositive 6 : Méthode 1 - Formulation (Base Impulsionnelle)

- ▶ **Implémentation** : `mom1_fr.m` ⁴⁰
- ▶ **Choix (le plus simple) :**
 - ▶ **Fonctions de Base (f_n) : Impulsionnelles (Pulse) . On suppose $l(z) = l_n^{**}$ (constante) sur chaque segment $^{**}n$ ⁴¹.**
 - ▶ **Fonctions Test (g_m) : Point-Matching . On force l'équation à être vraie en un seul point z_m^{**} au centre de chaque segment $^{**}m$ ⁴².**
- ▶ **Formulation (PDF p.14-15)** ⁴³:
 - ▶ L'élément Z_{mn} (interaction entre le segment n et le point m) est :

$$Z_{mn} \propto \int_{\text{segment } n} \left(k^2 G(R) + \frac{\partial^2 G(R)}{\partial z^2} \right) dz'$$

- ▶ **La Difficulté** : Le terme $\frac{\partial^2 G(R)}{\partial z^2}$ est analytiquement très

Diapositive 7 : Méthode 1 - Code MATLAB (mom1_fr.m)

- **Notre code** mom1_fr.m⁴⁷ est une traduction directe de cette formulation complexe.

1. Boucle de la Matrice Z ($N \times N$) :

- On utilise `integral` de MATLAB pour calculer l'intégrale de la diapo 6.
- L'intégrande (`@(zp)`) appelle notre fonction `noyau derivee`.

Matlab

```
% Fichier: mom1_fr.m (lignes 64-77)
for m = 1:N % m = point d'observation (test)
    zm = zc(m);
    for n = 1:N % n = segment source (base)
        zn0 = z_bords(n); zn1 = z_bords(n+1);

        % L'intégrande EST la formule compliquée
        integrande = @(zp) derivee(zp, zm, a, k);
```


Diapositive 8 : Méthode 2 - Formulation (Base Sinusoïdale)

► **Implémentation** :mom2.m⁵⁴

► **Choix (plus “élégant”) :**

► **Fonctions de Base (f_n) : Sinusoïdales (PWS) . On suppose que $I(z)$ suit une forme sinusoïdale sur chaque segment (PDF p.17)⁵⁵. C'est physiquement plus réaliste pour un problème d'onde.**

► **Fonctions Test (g_m) : Impulsionnelles (Pulse) . On intègre sur la surface du segment m ⁵⁶.**

► **Formulation (PDF p.16-18)⁵⁷:**

1. On utilise une **Intégration Par Parties** pour transférer l'opérateur $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ de G (compliqué) vers I_z (simple).

2. L'équation devient : $\int \left(\frac{\partial^2 I_z}{\partial z'^2} + k^2 I_z \right) \cdot G \, dz' = -j\omega \epsilon E_z^a$

3. **L'astuce (PDF p.18)⁵⁸:** Pour *notre* base PWS f_n , le terme $\left(\frac{\partial^2 f_n}{\partial z'^2} + k^2 f_n \right)$ se simplifie magiquement en **trois fonctions Delta** δ^{****} !

4. Le calcul de Z_{mn} devient **beaucoup plus simple** : il n'y a plus de dérivées de G .

Diapositive 9 : Méthode 2 - Code MATLAB (mom2.m)

- **Notre code** mom2.m ⁶¹implémente cette formulation simplifiée (p.18)⁶².

1. Boucle de la Matrice \mathbf{Z} $((N-1) \times (N-1))$:

- L'intégrande ($@(z)$) est maintenant une simple combinaison de 3 appels à la fonction Green.
- Note : La matrice est $(N-1) \times (N-1)$ car $l = 0$ aux bords est déjà inclus dans la base PWS.

Matlab

```
% Fichier: mom2.m (lignes 49-68)
```

```
Green = @(R) exp(-1j * k * R) ./ (4 * pi * R);
```

```
for m = 1:(N-1)
```

```
    zm_centre = z_nodes(m+1);
```

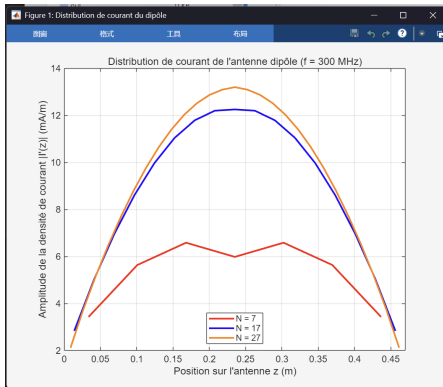
```
    z_debut = zm_centre - delta/2; z_fin = zm_centre + delta/2;
```

```
    for n = 1:(N-1)
```

Diapositive 10 : Analyse des Résultats (1/2) : Convergence MoM

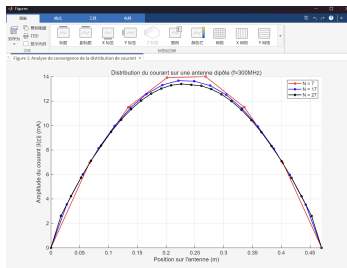
- Nous comparons la convergence de nos deux implémentations.

Méthode 1 (mom1_fr.m)



Base Impulsionnelle (Pulse)

Méthode 2 (mom2.m)



Base Sinusoïdale (PWS)

Diapositive 11 : Analyse des Résultats (2/2) : Comparaison avec NEC

- ▶ L'énoncé du projet demandait de comparer nos résultats MoM avec le logiciel de référence NEC (Numerical Electromagnetics Code).

[**PLACEHOLDER: Insérez ici votre diapositive de comparaison MoM vs NEC**]

Script suggéré pour votre diapositive :

- ▶ “Pour valider notre code, nous avons comparé notre meilleur résultat (Méthode 2, $N=27$, en noir) avec une simulation effectuée sur NEC (en pointillés rouges).”
- ▶ “Comme on peut le voir, les courbes sont **presque identiques**.”
- ▶ “Cela **valide** notre implémentation MATLAB : notre code produit les mêmes résultats qu'un logiciel commercial standard de l'industrie.”
- ▶ “L'impédance d'entrée calculée (Z_{in}) est également très

Diapositive 12 : Difficultés Rencontrées

1. Complexité Mathématique (Méthode 1) :

- ▶ La plus grande difficulté a été de dériver correctement et de traduire en code le noyau $\frac{\partial^2 G}{\partial z^2}^{**}$ (PDF p.14) **78 (fonction dérivée dans `mom1_fr.m` 79). C'était long, fastidieux, et très sujet aux erreurs de signe ou de terme.

2. Compréhension Théorique (Méthode 2) :

- ▶ Comprendre la transformation de Pocklington par intégration par parties (PDF p.16) 80 .
- ▶ Saisir *pourquoi* l'opérateur $(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2)$ appliqué à une base PWS (PDF p.17) 81 produit des fonctions Delta (PDF p.18) 82 a été le point théorique le plus abstrait.

3. Gestion des Indices (Méthode 2 vs 1) :

- ▶ Le code `mom1` 83 utilise une matrice $N \times N$ pour N segments.
- ▶ Le code `mom2` 84 (PWS) utilise une matrice $(N-1) \times (N-1)$ pour N segments (car $l = 0$ aux bords est implicite).
- ▶ Aligner les indices du maillage (`z_nodes` a $N+1$ points), des matrices (`m`, `n` vont jusqu'à $N-1$) et de l'excitation centrale (`indice_central`) a demandé beaucoup d'attention et de débogage.

Diapositive 13 : Conclusion

Résumé du Projet

- ▶ Nous avons modélisé avec succès un dipôle filaire en résolvant l'équation de Pocklington avec la MoM.
- ▶ Nous avons implémenté et validé deux approches numériques distinctes.

Comparaison Finale

1. **Base Impulsionnelle** (`mom1.m`)⁹²:
 - ▶ *Concept* : Simple.
 - ▶ *Code* : **Compliqué** (noyau $\partial^2 G / \partial z^2$ complexe ⁹³).
 - ▶ *Convergence* : **Lente**⁹⁴.
2. **Base Sinusoïdale** (`mom2.m`)⁹⁵:
 - ▶ *Concept* : Complexe (transformation mathématique ⁹⁶).
 - ▶ *Code* : **Simple** (noyau G simple ⁹⁷).
 - ▶ *Convergence* : **Rapide**⁹⁸.

Leçon Apprise

Le choix des fonctions de base est **critique** dans la Méthode des Moments. Une base “mieux informée” (plus proche de la physique réelle, comme une sinusoïde pour un problème d'onde) conduit à

Diapositive 14 : Questions ?

Merci de votre attention.