

# Bài Toán 3: Số phân hoạch tự liên hợp

Đồ Án Phân Hoạch Số Nguyên

## Phát biểu bài toán

Cho  $n, k \in \mathbb{N}$ . Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

- (a) Đếm số phân hoạch tự liên hợp của  $n$  có đúng  $k$  phần tử, ký hiệu  $p_k^{\text{self}}(n)$
- (b) Với  $k$  bất kỳ, in ra tất cả các phân hoạch tự liên hợp của  $n$
- (c) Thiết lập công thức đệ quy truy hồi tính  $p_k^{\text{self}}(n)$

## Định nghĩa: Phân hoạch tự liên hợp

Phân hoạch  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  là tự liên hợp nếu biểu đồ Ferrers của nó bằng chính chuyển vị của nó. Ví dụ:  $(3, 1, 1)$  và  $(5, 3, 1)$  là phân hoạch tự liên hợp.

## Công thức đếm (derivation)

Số phân hoạch tự liên hợp của  $n$  bằng số tập các số nguyên dương lẻ phân biệt sao cho tổng của chúng là  $n$ .

Công thức tổng quát:

$$p^{\text{self}}(n) = \text{số phân hoạch của } n \text{ thành tổng của các số lẻ phân biệt}$$

## Công thức đệ quy

Gọi  $dp[i][j]$  là số phân hoạch của  $i$  dùng các số lẻ phân biệt  $\leq j$ . Ta có:

$$dp[i][j] = dp[i][j-2] + dp[i-j][j] \quad \text{nếu } j \leq i$$

Ngược lại:

$$dp[i][j] = dp[i][j-2]$$

Với khởi tạo:  $dp[0][j] = 1$ ,  $dp[i][0] = 0$  với  $i > 0$

## Chú thích các biến

- $n$  – tổng cần phân hoạch
- $dp[i][j]$  – số phân hoạch của  $i$  dùng số lẻ phân biệt  $\leq j$
- $j$  tăng theo bước 2 (chỉ số lẻ)