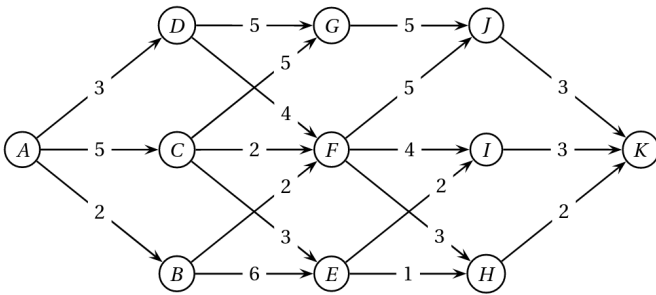


## TD : Graphes pondérés

### Exercice 1



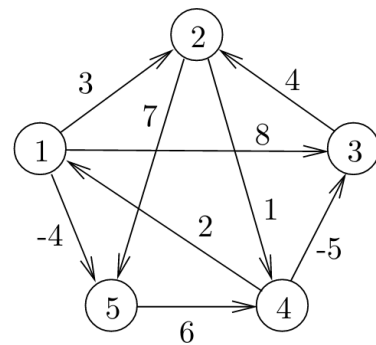
On souhaite transmettre un message depuis un ordinateur  $A$  jusqu'à un ordinateur  $K$ . Le graphe ci-dessus représente les trajets possibles. Les valeurs sur les arcs correspondent au coût énergétique de la transmission. On cherche la route de transmission la plus écologique.

1. En considérant les données à disposition, indiquer quel(s) algorithme(s) permettent de résoudre ce problème parmi : parcours en largeur, Dijkstra, Floyd-Warshall,  $A^*$ . Si plusieurs solutions algorithmiques sont possibles indiquer la plus adaptée. Justifier.
2. Appliquer l'algorithme choisi pour déterminer le coût d'un chemin optimal.
3. Reconstruire un chemin optimal à partir des données de sortie de l'algorithme.



### Exercice 2

Vous disposez d'un véhicule hybride. Lors de certains trajets en forte descente, le véhicule stocke de l'énergie, sinon le véhicule dépense de l'énergie comme n'importe quel autre.



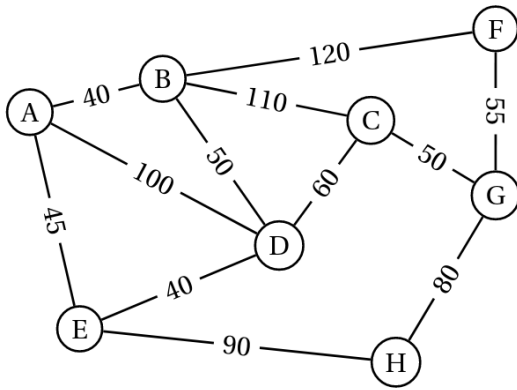
Les valeurs sur les arcs correspondent au coût énergétique. Un coût négatif signifie que l'on emmagasine de l'énergie. On souhaite savoir comment se rendre de 1 à 2 en dépensant le moins d'énergie.

1. En considérant les données à disposition, indiquer quel(s) algorithme(s) permettent de résoudre ce problème parmi : parcours en largeur, Dijkstra, Floyd-Warshall,  $A^*$ . Si plusieurs solutions algorithmiques sont possibles indiquer la plus adaptée. Justifier.
2. Appliquer l'algorithme choisi pour déterminer le coût d'un chemin optimal.
3. Adapter l'algorithme choisi pour que l'on puisse reconstruire un chemin optimal menant de 1 à 2.



### Exercice 3

Vous vivez dans la ville  $F$  et une compagnie aérienne vous propose de visiter d'autres villes selon les possibilités suivantes :



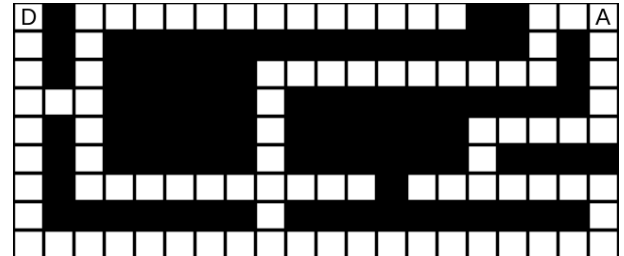
Les valeurs sur les arêtes représentent le prix du billet. On cherche à savoir combien il faut dépenser au minimum pour atteindre une autre ville au choix.

1. En considérant les données à disposition, indiquer quel(s) algorithme(s) permettent de résoudre ce problème parmi : parcours en largeur, Dijkstra, Floyd-Warshall,  $A^*$ . Si plusieurs solutions algorithmiques sont possibles indiquer la plus adaptée. Justifier.
2. Appliquer l'algorithme choisi pour déterminer le coût d'accès à chacune des villes depuis  $F$ .
3. Reconstruire un chemin optimal de  $F$  à  $A$  à partir des données de sortie de l'algorithme.



### Exercice 4

On considère le labyrinthe suivant où il faut se rendre du point de départ  $D$  au point d'arrivée  $A$ .



1. Si on considère un graphe où chaque case du labyrinthe est un sommet, quel algorithme peut-on considérer pour trouver une solution optimale ?
2. On décide de modéliser le labyrinthe à l'aide d'un graphe pondéré  $G$  où :
  - les sommets sont les cases d'intersection ou de cul-de-sac, ainsi que la case  $D$  et  $A$
  - les poids sont les distances en nombre de cases entre ses sommets.
 Représenter le graphe  $G$ .
3. Soit  $(x, y)$  les coordonnées d'une case et  $(x_A, y_B)$  les coordonnées de la case d'arrivée. On définit l'heuristique :

$$h((x, y)) = |x - x_A| + |y - y_B|$$

Calculer  $h$  sur chacun des sommets de  $G$ .

4. L'heuristique est-elle admissible ? monotone ?
5. Appliquer l'algorithme  $A^*$  pour déterminer une solution optimale au problème.

