

Problème fondamental de l'inférence causale

Vincent Arel-Bundock



Plan

- Mondes Contre-factuels
- Résultats Potentiels
- Effet de Traitement Individuel
- Effet de Traitement Moyen
- Postulats
- Leçons





Mondes contre- factuels

Modèle Causal Neyman-Rubin



Jerzy Neyman (1894-1981)



Donald Rubin (1943-)

MCNR:

- Mondes contre-factuels
- Résultats potentiels

Résultats potentiels

Expérience aléatoire:

1. Groupe de "traitement"
2. Groupe de "contrôle".

$$X_i \in \{0, 1\}$$

$X_i = 1$ si l'individu i reçoit le traitement

$X_i = 0$ si l'individu i fait partie du groupe de contrôle.

Résultats potentiels

Expérience aléatoire:

1. Groupe de "traitement"
2. Groupe de "contrôle".

$$X_i \in \{0, 1\}$$

$X_i = 1$ si l'individu i reçoit le traitement

$X_i = 0$ si l'individu i fait partie du groupe de contrôle.

La variable dépendante peut prendre deux valeurs

- Si i fait partie du groupe de traitement, le résultat est Y_{i1} .
- Si i fait partie du groupe de contrôle, le résultat est Y_{i0} .

Résultats potentiels

Y_{i1} et Y_{i0} sont les résultats potentiels, puisqu'un seul des deux résultats se concrétisera réellement.

Y_{i1}

Résultat qui surviendrait dans le monde hypothétique où i est assigné au groupe de traitement.

Y_{i0}

Résultat qui surviendrait dans le monde hypothétique où i est assigné au groupe de contrôle.

Problème fondamental de l'inférence causale

Les deux résultats potentiels Y_{i0} et Y_{i1} peuvent pas être observés simultanément.

Pourquoi?

Problème fondamental de l'inférence causale

Les deux résultats potentiels Y_{i0} et Y_{i1} peuvent pas être observés simultanément.

Pourquoi?

Chaque individu fait partie d'un seul groupe: il est membre du groupe de traitement ou du groupe de contrôle, mais pas des deux.

Problème fondamental de l'inférence causale

Les deux résultats potentiels \mathbf{Y}_{i0} et \mathbf{Y}_{i1} peuvent pas être observés simultanément.

Pourquoi?

Chaque individu fait partie d'un seul groupe: i est membre du groupe de traitement ou du groupe de contrôle, mais pas des deux. L'individu qui consomme une aspirine aujourd'hui est différent de l'individu qui consomme un placebo demain.

Aujourd'hui, le chercheur observe \mathbf{Y}_{i1} , mais demain il observe \mathbf{Y}_{j0} , où $i \neq j$.

Problème fondamental de l'inférence causale

Individu	X_i	Y_{i1}	Y_{i0}
1	Aspirine (1)	2	?
2	Placebo (0)	?	4
3	Aspirine (1)	3	?
4	Placebo (0)	?	6
5	Placebo (0)	?	2
6	Aspirine (1)	1	?

Problème fondamental de l'inférence causale

GRAPHIQUE 8.1. –

Le problème fondamental de l'inférence causale : nous ne pouvons jamais observer l'effet d'un traitement et d'un placebo sur le même individu, dans exactement les mêmes circonstances.



Problème fondamental de l'inférence causale

Omniprésent
en sciences sociales

- L'effet de la crise fiscale grecque de 2009 sur la montée du parti politique populiste Aube Dorée (mMOr AuCr).
- L'effet d'une thérapie cognitivo-comportementale sur le trouble obsessif-compulsif d'un individu donné.
- L'effet des études de doctorat sur le revenu de Vincent Rel-Bundock.

Effet de l'aréaitemen^t individual



Effet de traitement individuel

Définition dans le MCNR:

Différence entre ce qui arriverait à l'individu si il recevait le traitement, et ce qui arriverait au même individu si il était assigné au groupe de contrôle.

L'effet causal κ du traitement X_i sur l'individu i :

$$\kappa = Y_{i1} - Y_{i0}$$

Effet de traitement individuel

Définition dans le MCNR:

Différence entre ce qui arriverait à l'individu si il recevait le traitement, et ce qui arriverait au même individu si il était assigné au groupe de contrôle.

L'effet causal κ du traitement X_i sur l'individu i :

$$\kappa = Y_{i1} - Y_{i0}$$

Individu	X_i	Y_{i1}	Y_{i0}
1	Aspirine (1)	2	?
2	Placebo (0)	?	4
3	Aspirine (1)	3	?
4	Placebo (0)	?	6
5	Placebo (0)	?	2
6	Aspirine (1)	1	?

L'effet de traitement individuel est toujours impossible à mesurer.

Problème fondamental de l'inférence causale!

Effet de Traitement Moyen



Effet de traitement moyen

Pour sortir de cette impasse, nous abandonnons l'effet de traitement au niveau individuel, pour nous intéresser à l'effet de traitement moyen:

$$E[Y_{i1} - Y_{i0}]$$

Effet de traitement moyen

Pour sortir de cette impasse, nous abandonnons l'effet de traitement au niveau individuel, pour nous intéresser à l'effet de traitement moyen:

$$E[Y_{i1} - Y_{i0}]$$

Certaines conditions sont nécessaires pour que cet effet de traitement moyen soit identifiable même si les effets individuels ne le sont pas.

Relation entre résultats potentiels et résultats observés

$$Y_i = \begin{cases} Y_{i1} & \text{si } X_i = 1 \\ Y_{i0} & \text{si } X_i = 0 \end{cases}$$

Effet de traitement moyen

La relation entre les résultats potentiels et les résultats observés peut être exprimée ainsi :

$$Y_i = X_i Y_{i1} + (1 - X_i) Y_{i0}$$

Si $X_i = 1$, alors :

$$\begin{aligned} Y_i &= 1 \cdot Y_{i1} + (1 - 1) Y_{i0} \\ &= Y_{i1} \end{aligned}$$

Si $X_i = 0$, alors :

$$\begin{aligned} Y_i &= 0 \cdot Y_{i1} + (1 - 0) Y_{i0} \\ &= Y_{i0} \end{aligned}$$

Effet de traitement moyen

Problème fondamental de l'inférence causale:

- Nous n'observons pas tous les résultats potentiels.
- Nous observons tous les résultats observés

Par exemple, il est facile d'estimer l'expression suivante, en prenant la moyenne de Y dans le groupe traitement.

$$E[Y_i | X_i = 1]$$

Effet de traitement moyen

Substituer

$$Y_i = X_i Y_{i1} + (1 - X_i) Y_{i0}$$

dans

$$E[Y_i | X_i = 1]$$

donne:

$$E[Y_i | X_i = 1] = E[X_i Y_{i1} + (1 - X_i) Y_{i0} | X_i = 1]$$

Remplacer X_i par 1 dans la partie à gauche de l'espérance conditionnelle donne:

$$\begin{aligned} E[Y_i | X_i = 1] &= E[1 \cdot Y_{i1} + (1 - 1) Y_{i0} | X_i = 1] \\ &= E[Y_{i1} | X_i = 1] \end{aligned}$$

$$E[Y_i | X_i = 0] = E[Y_{i0} | X_i = 0]$$

Effet de traitement moyen

Nous allons maintenant adopter un postulat très restrictif: les résultats potentiels sont indépendants du traitement:

$$Y_{i0} \perp X_i$$

$$Y_{i1} \perp X_i$$

Exemples:

- Effet de l'aspirine X_i sur les maux de tête Y_i
 - La chercheuse ne donne pas l'aspirine seulement à ceux qui auraient mal sans aspirine Y_{i0}
- Effet d'un diplôme de maîtrise X_i sur le revenu Y_i :
 - Le diplôme n'est pas accordé principalement à ceux qui ont de hautes compétences, et qui auraient eu de hauts revenus sans diplôme Y_{i0}

Effet de traitement moyen

Règles de l'espérance:

$$\text{Si } A \perp B, \text{ alors } E[A] = E[A|B]$$

$$E[A + B] = E[A] + E[B]$$

Effet de traitement moyen

Règles de l'espérance:

$$\text{Si } A \perp B, \text{ alors } E[A] = E[A|B]$$

$$E[A + B] = E[A] + E[B]$$

$$E[Y_{i1}] = E[Y_{i1}|X_i = 1]$$

$$E[Y_{i0}] = E[Y_{i0}|X_i = 0]$$

$$\begin{aligned}\text{Effet de traitement moyen} &= E[Y_{i1} - Y_{i0}] \\ &= E[Y_{i1}] - E[Y_{i0}]\end{aligned}$$

Effet de traitement moyen

Nous avons établi:

$$E[Y_{i1}] = E[Y_{i1}|X_i = 1]$$

$$E[Y_{i0}] = E[Y_{i0}|X_i = 0]$$

et

$$E[Y_i|X_i = 0] = E[Y_{i0}|X_i = 0]$$

$$E[Y_i|X_i = 1] = E[Y_{i1}|X_i = 1]$$

Effet de traitement moyen:

$$\begin{aligned} E[Y_{i1} - Y_{i0}] &= E[Y_{i1}] - E[Y_{i0}] \\ &= E[Y_{i1}|X_i = 1] - E[Y_{i0}|X_i = 0] \\ &= E[Y_i|X_i = 1] - E[Y_i|X_i = 0] \end{aligned}$$

Nous pouvons décomposer l'effet de traitement moyen en deux parties:

$$E[Y_i|X_i = 1]$$

$$E[Y_i|X_i = 0]$$

Effet de traitement moyen

Ces deux espérances sont faciles à estimer dans un autre échantillon.

$E[Y_i|X_i = 1]$ peut être estimée en calculant la moyenne de Y pour les membres du groupe de traitement.

$E[Y_i|X_i = 0]$ peut être estimée en calculant la moyenne de Y pour les membres du groupe de contrôle.

La différence entre ces deux moyennes est une estimation de l'effet de traitement moyen; elle permet de contourner le problème fondamental de l'inférence causale.

Effet de traitement moyen

Individu	X_i	Y_{i1}	Y_{i0}
1	Aspirine (1)	2	?
2	Placebo (0)	?	4
3	Aspirine (1)	3	?
4	Placebo (0)	?	6
5	Placebo (0)	?	2
6	Aspirine (1)	1	?

Effet de traitement moyen en comparant la moyenne dans les deux groupes:

$$E[Y_i|X_i = 1] - E[Y_i|X_i = 0]$$

$$\frac{(2 + 3 + 1)}{3} - \frac{(4 + 6 + 2)}{3} \\ -2$$

En moyenne, consommer une aspirine réduit l'intensité des maux de tête de 2 unités sur une échelle de 0 à 10.

Postulats



Postulats

La démonstration mathématique de l'effet d'un traitement moyen repose sur deux postulats restrictifs:

1. Indépendance du traitement et des résultats potentiels
2. Stabilité et non-interférence
3. Positivité

Postulat 1: Indépendance

$$E[Y_{i1}] = E[Y_{i1}|X_i = 1]$$

$$E[Y_{i0}] = E[Y_{i0}|X_i = 0]$$

Pour que l'équation de l'effet de traitement moyenienne, il faut que la valeur du traitement soit indépendante des résultats potentiels:

$$X_i \perp Y_{i0}, Y_{i1}$$

Postulat 1: Indépendance

Exemples:

1. Pour estimer l'effet causal d'une thérapie cognitive comportementale sur le trouble obsessif compulsif, il faut que l'assignation au traitement soit indépendante des résultats potentiels.
2. Pour estimer l'effet causal des études de doctorat sur ce qui est arrivé, il faut que la décision d'engager dans ces études soit complètement indépendante des événements potentiels avec et sans études.

Très difficile à faire en pratique, surtout lorsqu'on analyse des données observationnelles.

Biais de sélection. Biais par variable omise.

Postulat 2: Stabilité et non-interférence

$$Y_i = X_i Y_{i1} + (1 - X_i) Y_{i0}$$

Pour que l'équation de la relation entre les résultats potentiels et observés soit valide, on doit accepter le postulat SUTVA ("Stable Unit Treatment Value Assumption").

SUTVA équivaut à ce que les résultats potentiels soient "stables": un traitement produit toujours le même résultat.

Lorsque $X_i = 1$, le résultat observé Y_i doit toujours être égal au même résultat potentiel Y_{i1} .

Cette condition sera violée si une autre mesure X_i ne capture pas toutes les versions possibles d'un traitement (p. ex. changement de dose ou hétérogénéité dans les conditions d'administration).

Postulat 2: Stabilité et non-interférence

SUTVA équivaut à l'absence d'interférence entre les unités d'observation: les résultats potentiels d'un individu ne doivent pas être affectés par le traitement que reçoit un autre individu.

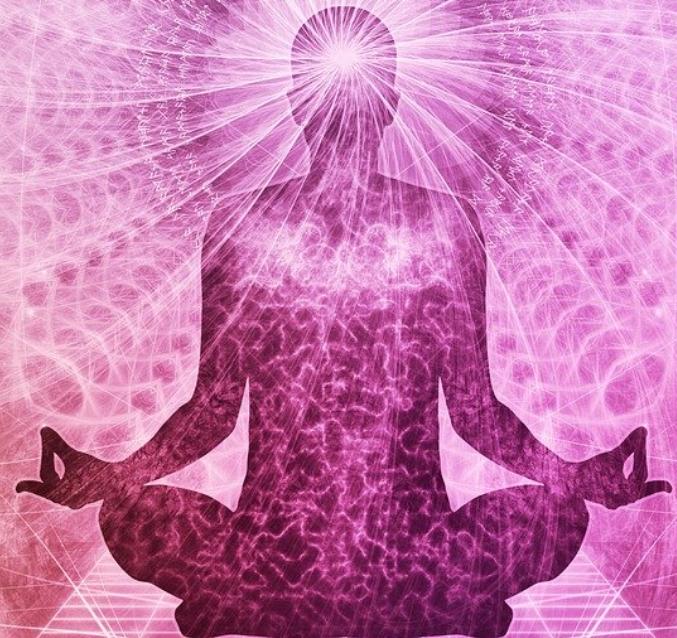
Par exemple, si ma conjointe est vaccinée contre la grippe, les risques que j'attrape à la maladie sont réduits. Mes résultats potentiels (avec ou sans vaccin) sont affectés par le traitement reçu par les autres.

Postulat 3: Positivité

Il doit avoir une probabilité plus grande que zéro à qu'un individu soit assigné à chacun des traitements possibles.



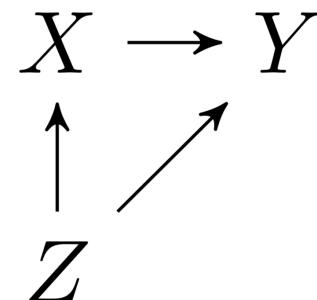
Leçons



Analyse causale: GOA vs. Neyman-Rubin

GOA

Condition d'identification:
Pas de chemin ouvert
par la porte arrière



Neyman-Rubin

Condition d'identification:

$$X_i \perp Y_{i0}, Y_{i1}$$

Expériences aléatoires

Pour estimer l'effet d'un traitement moyen, il faut que la valeur du traitement soit indépendante des résultats potentiels.

Expériences aléatoires

Pour estimer l'effet d'un traitement moyen, il faut que la valeur du traitement soit indépendante des résultats potentiels.

Dans une expérience aléatoire, la valeur du traitement est indépendante de tout.



Résumé

- Mondes ~~A~~contre-factuels
- Résultats ~~A~~potentiels
- Effet ~~A~~de ~~A~~raitemen~~t~~ ~~A~~ndividuel
- Effet ~~A~~de ~~A~~raitemen~~t~~ ~~A~~moyen
- Postulats
- Leçons



Merci!

