



**DIE  
TI.** UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI  
NAPOLI FEDERICO II

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA  
E TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE**

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

**ELABORATO DI LAUREA IN  
INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE**

**Controllo delle correnti nei coil  
attivi del tokamak EAST**

Relatore  
Chiar.mo Prof.  
Alfredo Pironti

Candidato  
Vincenzo Palomba  
N39/1073

Anno Accademico 2021/2022

*Dedicata a chiunque abbia spinto i limiti della conoscenza al di là delle frontiere dello scibile.*

*A chi ricerca con curiosità, a chi studia con passione affinché, grazie alle scienze e alla tecnologia si possano migliorare la condizione umana e quella del nostro pianeta, preservandone il patrimonio inestimabile che ci è stato dato in affidamento.*

*Giunto alla fine di questo elaborato vorrei ringraziare le esperienze che mi hanno permesso di rimanere sempre affascinato di fronte alle più complesse teorie della fisica, tra progetti di elettronica e qualche razzo improvvisato. Ringrazio Il Prof. Alfredo Pironti, nonché mio relatore, per la disponibilità e la possibilità di poter lavorare su un progetto così ambizioso e stimolante.*

*Un ringraziamento speciale alle professoresse e ai professori che mi hanno insegnato a riflettere in profondità su gli aspetti della realtà usando l'intuizione quando serve. Un ringraziamento anche alle professoresse e ai professori che mi hanno fatto quasi perdere l'interesse per queste discipline, ho scoperto che insegnare non è una vocazione per tutti. Un ringraziamento a chi mi è stato accanto e ha compreso l'importanza che ricoprono queste tematiche, agli amici lontani e vicini. Un pensiero anche ad UniNa Corse E-Team, associazione di cui cui faccio parte da ormai due anni e grazie alla quale ho avuto occasione di migliorare competenze e capacità pratiche, che mi ha arricchito con sfide ambiziose ogni settimana.*

# Indice

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduzione</b>                                     | <b>4</b>  |
| 1.1      | Struttura della tesi . . . . .                          | 8         |
| <b>2</b> | <b>Principi di Fusione Termonucleare</b>                | <b>9</b>  |
| 2.1      | La fusione nucleare . . . . .                           | 10        |
| 2.2      | Il plasma . . . . .                                     | 13        |
| 2.2.1    | Confinamento Inerziale . . . . .                        | 14        |
| 2.2.2    | Confinamento Magnetico . . . . .                        | 15        |
| 2.3      | Il criterio di Lawson . . . . .                         | 15        |
| 2.3.1    | Il criterio di ignizione . . . . .                      | 18        |
| 2.3.2    | Breakeven . . . . .                                     | 19        |
| 2.4      | Il Tokamak . . . . .                                    | 19        |
| 2.5      | Il Tokamak EAST . . . . .                               | 22        |
| <b>3</b> | <b>Modello del Tokamak e strutture passive</b>          | <b>24</b> |
| 3.1      | Modello del Tokamak senza plasma . . . . .              | 25        |
| 3.2      | Modello dei power supply . . . . .                      | 27        |
| 3.3      | Modello per il controllo . . . . .                      | 30        |
| 3.4      | Modello linearizzato del plasma . . . . .               | 31        |
| <b>4</b> | <b>Progetto del sistema di controllo</b>                | <b>32</b> |
| 4.1      | Analisi del processo e disaccoppiamento . . . . .       | 33        |
| 4.2      | Progetto dei controllori sul sistema ridotto . . . . .  | 37        |
| 4.2.1    | progetto con Luogo delle Radici . . . . .               | 37        |
| 4.3      | Progetto dei controllori sul sistema completo . . . . . | 41        |
| 4.4      | Anti Windup . . . . .                                   | 45        |
| 4.4.1    | Integral clamping . . . . .                             | 46        |
| 4.5      | Analisi di robustezza . . . . .                         | 46        |
| 4.5.1    | Analisi delle funzioni di sensitività . . . . .         | 46        |
| 4.5.2    | Analisi rispetto incertezze sui parametri . . . . .     | 47        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.5.3    | Predittore di Smith . . . . .                               | 52        |
| <b>5</b> | <b>Risultati delle simulazioni</b>                          | <b>53</b> |
| 5.1      | Analisi delle simulazioni sul sistema completo . . . . .    | 54        |
| 5.2      | Azione dell'anti windup . . . . .                           | 65        |
| <b>6</b> | <b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>                        | <b>69</b> |
| 6.1      | Utilizzo del controllore su scenari con il plasma . . . . . | 70        |
| 6.2      | Ottimizzazione del controllore . . . . .                    | 71        |

# **Capitolo 1**

## **Introduzione**

### **Sommario**

|   |          |
|---|----------|
| <b>1.1 Struttura della tesi . . . . .</b> | <b>8</b> |
|---|----------|

# Elenco delle tavole

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Massa utilizzata a parità di energia prodotta . . . . . | 10 |
| 2.2 | Possibili reazioni di fusione . . . . .                 | 12 |
| 2.3 | Campi magnetici in un tokamak . . . . .                 | 21 |
| 3.1 | Saturazioni Power Supply . . . . .                      | 29 |

# Elenco delle figure

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | Fusione nucleare e fissione nucleare . . . . .   | 11 |
| 2.2  | Sezione d'urto delle miscele . . . . .   | 12 |
| 2.3  | Caratteristica tensione-corrente del plasma . . . . .  | 14 |
| 2.4  | Condizioni per la fusione . . . . .  | 16 |
| 2.5  | Schema di principio del reattore a fusione . . . . .   | 16 |
| 2.6  | Strutture magnetiche di un Tokamak . . . . .   | 20 |
| 2.7  | Geometria 2D e 3D di EAST . . . . .  | 23 |
| 3.1  | Schema elettrico dei power supply di EAST . . . . .  | 28 |
| 3.2  | Risposta al gradino del Power Supply . . . . .   | 29 |
| 4.1  | Codice Matlab del modello . . . . .  | 34 |
| 4.2  | Codice Matlab per la riduzione dei sistemi . . . . .   | 35 |
| 4.3  | Diagrammi di Bode dei sistemi ridotti . . . . .  | 36 |
| 4.4  | Errore commesso dall'approssimazione in funzione del numero di stati . . . . .   | 36 |
| 4.5  | Luogo delle radici della serie processo ridotto e power supply . . . . .   | 37 |
| 4.6  | Margini di stabilità (in alto) e diagramma di Nyquist (in basso) . . . . .   | 39 |
| 4.7  | Risposte al Gradino regolatore 3 ordine (in blu) e 2 ordine (in arancio) sul sistema completo $G_1$ (in alto) e sul sistema ridotto $G_{red_1}$ (in basso) . . . . . | 40 |
| 4.8  | Diagrammi di Bode del sistema completo $G_1$ . . . . .   | 41 |
| 4.9  | Diagrammi di Bode della funzione d'anello $R_1G_1$ . . . . .   | 42 |
| 4.10 | Schema a blocchi di un PID . . . . .   | 43 |
| 4.11 | Risposta al gradino con regolatore PID sul sistema completo $G_1$ . . . . .  | 44 |
| 4.12 | Risposta al gradino con regolatore PID (in blu) e regolatore con luogo (in arancio) sul sistema completo $G_1$ . . . . .   | 44 |
| 4.13 | Clamping anti windup . . . . .   | 46 |
| 4.14 | Schema di controllo in retroazione dell'uscita . . . . .   | 47 |
| 4.15 | Funzione di Sensitività con riferimento a gradino sul sistema completo $G_1$ (PID in blu, Luogo delle radici in arancio) . . . . .                                   | 48 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.16 | Funzione di Sensitività con riferimento a rampa sul sistema completo $G_1$ (PID<br>in blu, Luogo delle radici in arancio) . . . . .   | 48 |
| 4.17 | Codice usato per l'analisi robustezza a fronte di incertezze dei parametri . . . . .  | 49 |
| 4.18 | Risposta al gradino regolatore con luogo e incertezza al 10 (in alto) e 65 percento<br>(in basso) . . . . .                           | 50 |
| 4.19 | Risposta al gradino regolatore PID e incertezza al 10 percento (in alto) e 65<br>percento (in basso) . . . . .                        | 51 |
| 4.20 | Schema di controllo con predittore di Smith . . . . .   | 52 |
| 5.1  | Schema Simulink della simulazione . . . . .   | 54 |
| 5.2  | Schemi Simulink dei controller . . . . .  | 55 |
| 5.3  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con regolatore tarato con luogo . . . . . | 56 |
| 5.4  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con PID . . . . .                         | 57 |
| 5.5  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con regolatore tarato con luogo . . . . . | 58 |
| 5.6  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con PID . . . . .                         | 59 |
| 5.7  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con regolatore tarato con luogo . . . . . | 60 |
| 5.8  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con PID . . . . .                         | 61 |
| 5.9  | Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in<br>basso) con PID . . . . .                         | 62 |
| 5.10 | Correnti controllate (in alto) ed errori (in basso) con regolatore con luogo e<br>rumore bianco . . . . .                             | 63 |
| 5.11 | Correnti controllate (in alto) ed errori (in basso) con PID e rumore bianco . . . . .   | 64 |
| 5.12 | Blocco PID custom con clamping anti windup . . . . .  | 65 |
| 5.13 | Blocco PID custom con clamping anti windup (clamping) . . . . .   | 65 |
| 5.14 | Blocco regolatore custom con clamping anti windup . . . . .   | 66 |
| 5.15 | Risposta con regolatore PID senza anti windup (in alto), con anti windup (in<br>basso) . . . . .                                      | 67 |
| 5.16 | Risposta con regolatore tarato luogo delle radici senza anti windup (in alto), con<br>anti windup (in basso) . . . . .                | 68 |
| 6.1  | Architettura di controllo EAST . . . . .  | 70 |
| 6.2  | Codice PID tarato con algoritmo genetico . . . . .  | 71 |

## 1.1 Struttura della tesi

La tesi è così organizzata:

- Nel secondo capitolo è presente una breve introduzione alla fusione nucleare, al confinamento magnetico e alla struttura di un tokamak, una macchina a confinamento magnetico toroidale per la fusione.
- Nel terzo capitolo viene effettuato lo studio del modello elettromagnetico MIMO delle strutture attive e passive per il controllo delle correnti nei PF coil. Inoltre è presente una breve introduzione al modello linearizzato del plasma.
- Il quarto capitolo è dedicato all'analisi del processo disaccoppiato e alla progettazione dei controllori sui singoli canali, con differenti tecniche. Viene realizzato anche un sistema di anti windup per evitare perdita di performance a causa delle saturazioni.
- Nel quinto capitolo vengono svolte diverse simulazioni sul processo MIMO, al fine di verificare la robustezza e il funzionamento dei controllori precedentemente progettati.
- Nell'ultimo capitolo vengono introdotti possibili sviluppi futuri e alcuni controllori avanzati che sono stati testati in maniera meno specifica, in particolare un PID tarato con un algoritmo genetico.

## Capitolo 2

# Principi di Fusione Termonucleare

### Sommario

|            |                              |           |
|------------|------------------------------|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>La fusione nucleare</b>   | <b>10</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Il plasma</b>             | <b>13</b> |
| 2.2.1      | Confinamento Inerziale       | 14        |
| 2.2.2      | Confinamento Magnetico       | 15        |
| <b>2.3</b> | <b>Il criterio di Lawson</b> | <b>15</b> |
| 2.3.1      | Il criterio di ignizione     | 18        |
| 2.3.2      | Breakeven                    | 19        |
| <b>2.4</b> | <b>Il Tokamak</b>            | <b>19</b> |
| <b>2.5</b> | <b>Il Tokamak EAST</b>       | <b>22</b> |

Il seguente capitolo descrive il processo fisico della fusione nucleare, illustrandone le principali caratteristiche, evidenziando inoltre le principali soluzioni tecnologiche adottate con il fine di contenere e controllare la reazione in modo da poter ricavare energia da essa. Infine verrà illustrata la struttura del Tokamak, in particolar modo il modello EAST.

## 2.1 La fusione nucleare

È noto da anni che il tenore di vita è direttamente proporzionale al consumo di energia. L'energia è essenziale per produrre cibo, riscaldare e illuminare le case, per il funzionamento degli impianti industriali, degli ospedali, per i trasporti pubblici e privati, per le comunicazioni, ecc. In generale, una buona qualità di vita richiede un notevole consumo di energia a un prezzo ragionevole. Gran parte del mondo si trova attualmente in una situazione energetica difficile e i problemi sono destinati a peggiorare prima di migliorare. In parole poche, la sempre più crescente domanda di energia, più di quanto sia possibile soddisfare in modo economicamente fattibile e rispettoso dell'ambiente, è difficile da pareggiare con l'attuale portafoglio di opzioni. Una questione di notevole importanza che guida il problema dell'approvvigionamento di risorse utilizzabili per la produzione di energia è l'ambiente. In particolare, è evidente che l'aumento delle emissioni di gas serra sta iniziando ad avere un impatto negativo sul nostro pianeta. Dunque, per ridurre la produzione di gas serra sono stati imposti limiti a quanta energia può essere generata dai combustibili fossili come carbone, gas naturale e petrolio. Un'ulteriore complicazione, considerando infatti che il fossile è la nostra fonte primaria di energia, è che, come è stato ben documentato, le riserve note di gas naturale e petrolio si esauriranno tra decenni. Sicuramente esistono molte alternative ai combustibili fossili per la produzione di energia: fotovoltaico, eolico, idroelettrico, geotermico e la fissione nucleare. Senza dubbio le fonti citate sono molto vantaggiose per quanto riguarda la loro relativa inesauribilità (come per il fotovoltaico) o per la loro grande efficienza (si pensi al nucleare), ma sicuramente allo stato dell'arte peccano per scalabilità, intesa come capacità di produzione continuativa o facilmente accessibile di energia, o per problemi legati alla sicurezza e allo smaltimento delle scorie. Sicuramente è noto il principio di conservazione dell'energia e, grazie al cambio di prospettiva che la fisica del secolo scorso ha apportato, il principio di equivalenza tra massa ed energia. E' proprio quest'ultimo principio che permette ai corpi celesti come le stelle di produrre energia dalla propria massa, mediante il processo di **fusione nucleare**, da cui effettivamente, mediante successive trasformazioni, derivano le altre forme di energia a noi note.

| <b>fossile</b>             | <b>fissione</b>            | <b>fusione</b>                |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 106 tonnellate di petrolio | = 0,8 tonnellate di uranio | = 0,14 tonnellate di deuterio |

Tabella 2.1: Massa utilizzata a parità di energia prodotta

Confrontando l'equivalenza energetica di vari tipi di fonti è facile capire perché è forte l'interesse per il nucleare per la produzione di energia: la sostanziale differenza è dovuta alle forze fondamentali che entrano in gioco nelle singole reazioni. Nella combustione la forza dominante che controlla il comportamento degli elettroni è quella elettromagnetica, forza, che è in grado di riorganizzare la struttura elettronica ma lascia i nuclei invariati. Nelle reazioni di fissione nucleare viene bombardato un atomo di Urano 235 da un neutrone che scinde in due l'atomo pesante, innescando una reazione a catena, da cui usando l'**equivalenza di Einstein**  $E = mc^2$ , si ottengono circa 200 MeV. Nella fusione, invece, i nuclei di due o più atomi si uniscono tra loro formando il nucleo di un nuovo elemento chimico [1]. Perché la fusione sia possibile i nuclei devono essere avvicinati tra loro, impiegando una grande energia per superare la repulsione elettromagnetica. La fusione degli elementi fino ai numeri atomici 26 e 28 (ferro e nichel) è una reazione esotermica, cioè emette energia poiché il nucleo prodotto dalla reazione ha massa minore della somma delle masse dei nuclei reagenti. Per gli atomi con numeri atomici superiori la reazione invece è endotermica, cioè assorbe energia. La reazione tra deuterio e trizio ad esempio produce 17.6 Mev.

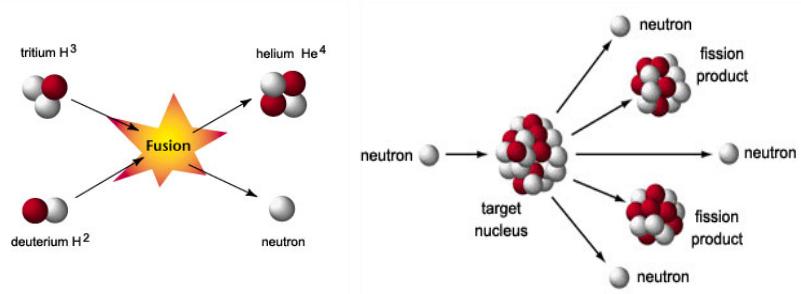


Figura 2.1: Fusione nucleare e fissione nucleare

Dopo la reazione di fusione la massa totale risulta inferiore a quella precedente alla reazione, in quanto la massa mancante è convertita in energia come si può vedere dall'equazione:

$$E = (m_1 - m_2)c^2 \quad (2.1)$$

Con:

- **E** = energia prodotta
- **m1** = massa reagenti
- **m2** = massa dopo la reazione
- **c** = velocità della luce nel vuoto

Senza dubbio la fusione nucleare è molto più vantaggiosa sulla carta, ed è per codesto motivo che si cerca di riprodurre questo fenomeno anche sulla terra, mediante opportuni reattori e con le miscele ottimali affinché venga massimizzata la produzione di energia e minimizzato il costo per produrla. Per la realizzazione di reattori a fusione, il primo problema è stato finora quello di individuare reazioni aventi una bassa temperatura (tecnicamente si parla di energia di soglia). Il primo pensiero chiaramente è naturalmente andato all'imitazione della natura: sappiamo che la fusione è la fonte di energia delle stelle, tra cui il Sole, in cui il gas caldo è tenuto confinato e coeso della loro stessa forza di gravità, come è stato spiegato nei paragrafi precedenti. Le reazioni delle stelle però hanno purtroppo temperature di soglia troppo alte per la resistenza dei materiali attuali e la capacità di tenere il plasma confinato e coeso. Le reazioni che verranno impiegate hanno una temperatura più bassa di quelle standard nelle stelle, ecco alcune alternative.

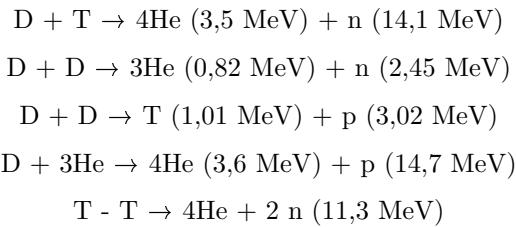


Tabella 2.2: Possibili reazioni di fusione

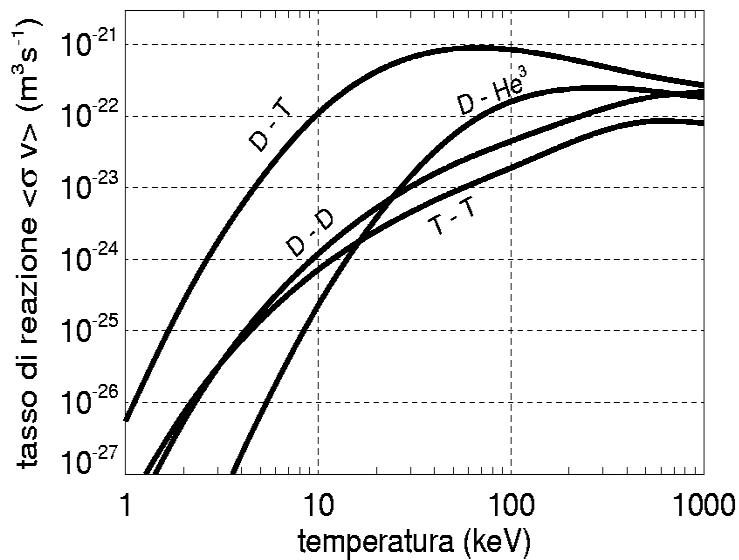


Figura 2.2: Sezione d'urto delle miscele

Tra le varie reazioni possibili, la più accessibile è quella **deuterio - trizio** e ed la più utilizzata per i test nei reattori, anche per la sua maggior probabilità di reazione a temperature

più basse [1] Fig.2.2. Quella **deuterio - elio 3** è sicuramente la più efficiente, ma la scarsità di quest'elemento sulla terra, rende estremamente complicato riprodurre la reazione.

Ricreare il processo di **fusione** è sicuramente una delle sfide tecnologicamente più rilevanti e complesse del nuovo secolo e sicuramente presenta molti vantaggi rispetto alla fissione, a partire dall'estrema **reperibilità** di deuterio e trizio, due isotopi dell'idrogeno, ricavabili da acqua e litio. Inoltre il processo di fusione non produce scorie radioattive, che devono essere stoccate per secoli e, a causa dell'intrinseca struttura di un reattore per la fusione nucleare, il processo risulta anche **sicuro**.

Le ricerche sullo sviluppo della fusione termonucleare controllata per scopi civili cominciarono in modo sistematico negli anni cinquanta, e continuano ancora oggi. Tra gli altri, nel 2021 sono in corso alcuni progetti con l'obiettivo di dimostrare la tecnologia: ITER, SPARC, DEMO, **EAST**, i quali si focalizzano sulla realizzazione di una particolare tipologia di reattore: il **Tokamak**.

## 2.2 Il plasma

il **plasma** è un **gas ionizzato**, costituito da un insieme di elettroni e ioni e globalmente neutro (la cui carica elettrica totale è nulla). In quanto tale, il plasma è considerato come il quarto stato della materia, che si distingue quindi dal solido, dal liquido e dall'aeriforme, mentre il termine "ionizzato" indica che una frazione abbastanza grande di elettroni è stata strappata dai rispettivi atomi. Essendo costituito da particelle cariche, i moti complessivi di queste ultime sono in gran parte dovuti alle forze elettriche a lungo raggio che si vengono continuamente a creare, e che a loro volta tendono a mantenere il plasma complessivamente neutro. Le cariche elettriche libere fanno sì che il plasma sia un buon **conduttore di elettricità**, e che risponda fortemente ai campi elettromagnetici [1]. Mentre sulla Terra la presenza del plasma è relativamente rara (fanno eccezione i fulmini e le aurore boreali), nell'Universo costituisce più del 99% della materia conosciuta: si trovano infatti sotto forma di plasma le stelle (incluso naturalmente il Sole) e le nebulose. Fornendo alle molecole di gas, a una data pressione, energia termica sufficiente a ionizzare il gas stesso e possibile passare dallo stato gassoso a quello di plasma in maniera graduale.

La modalità più semplice per generare un plasma consiste nell'applicare un campo elettromagnetico sufficientemente intenso a una miscela gassosa. Esistono diverse classificazioni che dipendono dalle condizioni operative utilizzate per la generazione del plasma. La legge di Paschen stabilisce il legame tra la tensione di "breakdown" per cui si forma il plasma ed il prodotto tra pressione e distanza degli elettrodi, dunque la miscela gassosa posta tra le piastre di un condensatore si comporta come un isolante elettrico. Applicando una tensione crescente ad una piastra, si raggiungerà ad un certo punto la situazione in cui il gas cambia comportamento, abbandonando la caratteristica di isolante e cominciando a condurre cariche elettriche. La cor-

rente elettrica che si genera nel gas in funzione della tensione applicata ha un comportamento complesso schematizzato in Fig.2.3

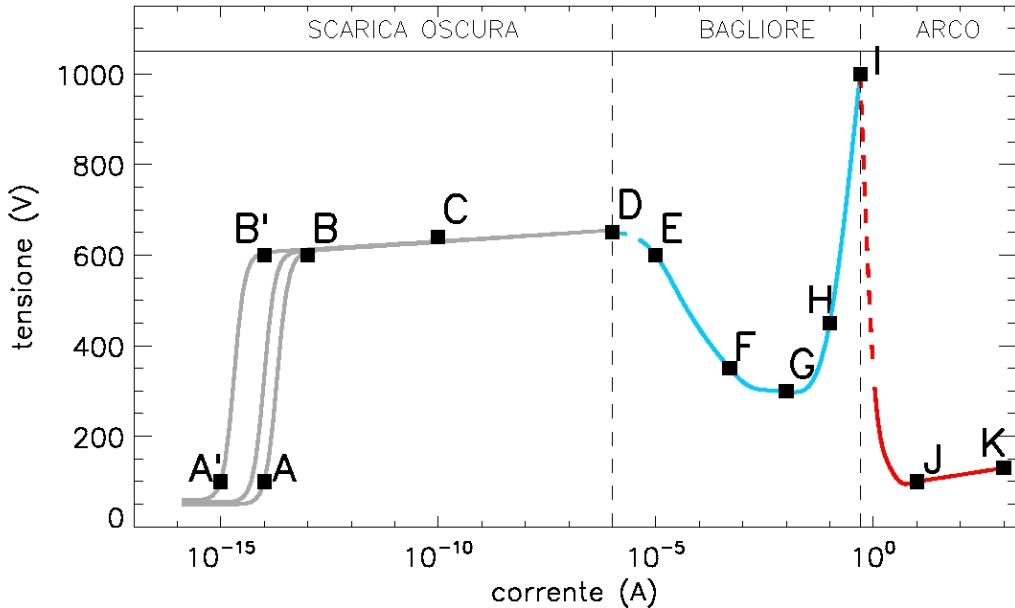


Figura 2.3: Caratteristica tensione-corrente del plasma

Il plasma, come già accennato, risente notevolmente della presenza di campi elettromagnetici grazie alla sua conformazione e non permette alle cariche di legarsi tra di loro ma solo di bilanciarsi globalmente. Per conferire ai nuclei che devono interagire e **fondersi** la necessaria **energia cinetica**, il modo più semplice è quello di portare il plasma (che contiene tali nuclei) a una temperatura estremamente elevata, assicurandosi di confinare opportunamente il plasma stesso, ovvero di separarlo dall'ambiente circostante, in quanto nessun materiale può resistere a tali temperature. Il **confinamento del plasma** può essere realizzato con differenti tecniche (ad esempio le stelle utilizzano il confinamento gravitazionale) che possiamo riassumere in:

- **confinamento inerziale**
- **confinamento magnetico**

### 2.2.1 Confinamento Inerziale

Le macchine a **confinamento inerziale** fanno sì che l'innesto delle reazioni di fusione nucleare (ignizione) avvenga per riscaldamento e compressione di un combustibile, costituito spesso da una mistura di deuterio e trizio, tipicamente nella forma di micro-sferula solida. L'energia per comprimere e riscaldare il combustibile viene somministrata allo strato esterno del bersaglio usando raggi di luce laser, elettroni o ioni, anche se, per una serie di motivi tecnici, quasi tutti gli ICF realizzati fino ad oggi hanno fatto uso di laser. Tali fasci ad alta energia (qualche

MJ per una durata di 10÷30 ns) riscaldano violentemente lo strato superficiale della microsfera provocando, per ablazione dello stesso, l'implosione del combustibile contenuto nella microsfera. La compressione adiabatica prodotta nel combustibile ne innalza la temperatura e la densità fino a raggiungere le condizioni di ignizione. L'inerzia dei nuclei D e T mantiene unito il combustibile per il tempo necessario allo sviluppo di un numero di reazioni di fusione sufficiente ad avere un bilancio energetico globale positivo. Terminata la spinta di compressione inerziale il numero di reazioni di fusione si riduce drasticamente fino all'annullamento mano mano che la miscela combustibile D-T si espande e si diluisce.

### 2.2.2 Confinamento Magnetico

Nella fusione a **confinamento magnetico** il plasma caldo è racchiuso in una camera a vuoto, e una opportuna configurazione di campi magnetici esterni e/o prodotti da correnti circolanti nel plasma impedisce il contatto con le pareti del recipiente. Sono state studiate, a questo proposito, diverse configurazioni magnetiche: configurazioni a specchio in cui le linee di forza del campo magnetico sono aperte alle estremità del plasma e configurazioni a simmetria toroidale (es. Stellarator, Tokamak). Quella che ha ottenuto finora i migliori risultati nella fusione a confinamento magnetico, è quella del **Tokamak**. Essendo il plasma un conduttore elettrico, è possibile riscalarlo mediante una corrente indotta dall'esterno: il plasma nella "ciambella" si comporta come una spira cortocircuitata che costituisce il secondario di un trasformatore il cui primario è all'esterno. La corrente indotta ha così il duplice scopo di creare il campo poloidale e di riscaldare il plasma a temperatura elevata. Per creare questi campi magnetici, la macchine a confinamento magnetico utilizzano **superconduttori elettromagnetici** raffreddati ad elio liquido, in modo da raffreddarli fino a temperature vicine allo zero assoluto. In questo modo è possibile intrappolare la maggior parte dei nuclei e quindi confinare il plasma. E' da notare come questi reattori ospitino uno dei gradienti di temperatura più elevati dell'universo conosciuto, avendo sia componenti prossimi allo zero assoluto, sia componenti sottoposti alla temperatura del plasma (centinaia di milioni di gradi).

## 2.3 Il criterio di Lawson

Il cammino per arrivare alla realizzazione del reattore a fusione prevede il raggiungimento di alcuni obiettivi fondamentali, in sequenza:

- **Il Breakeven.** Quando l'energia generata dalla fusione egualia quella immessa dall'esterno per mantenere il plasma a temperatura termonucleare. Il breakeven dimostra la fattibilità scientifica del reattore a fusione.
- **L' Ignizione.** Quando si ha l'autosostentamento della reazione di fusione, ad opera dei nuclei di elio prodotti.

- **La Fattibilità tecnologica.** Quando, il rendimento netto di tutto l'impianto è positivo.

Nel futuro reattore a fusione la reazione dovrà infatti autosostenersi: si suppone cioè che le particelle alfa intrappolate nel volume di plasma cedano ad esso la loro energia così da mantenerlo caldo dopo l'iniziale riscaldamento ottenuto con mezzi esterni. I neutroni trasferiscono intanto la loro energia al mantello del reattore, generando il trizio e tramutando energia in calore, utilizzabile per produrre energia elettrica.

L'energia prodotta dalle reazioni di fusione si esplica sotto forma di energia cinetica (calore) dei prodotti della reazione:

- **i neutroni**, che trasportano circa l'80% dell'energia prodotta, abbandonano il plasma senza interazioni apprezzabili e vengono assorbiti dal "mantello" di litio, posto intorno al nocciolo del reattore e utilizzato per la rigenerazione del trizio. Il mantello di litio deve essere sufficientemente spesso (circa 1 m) per assorbire i neutroni di fusione (di 14 MeV). Essi vanno quindi a riscaldare un fluido e producono energia elettrica attraverso uno scambiatore di calore;
- **i nuclei di elio**, più pesanti, rimangono intrappolati nel plasma e trasferiscono ad esso la loro energia, ottenendo così l' autosostentamento della reazione senza ulteriore riscaldamento dall'esterno.

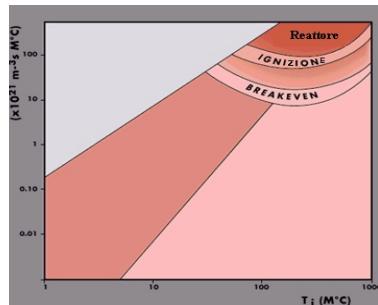


Figura 2.4: Condizioni per la fusione

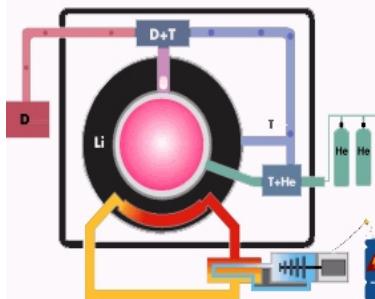


Figura 2.5: Schema di principio del reattore a fusione

Per ottenere in laboratorio la fusione termonucleare controllata, con un bilancio energetico positivo, è necessario riscaldare un plasma di deuterio-trizio a temperature molto alte (100

milioni di gradi, più di sei volte la temperatura all'interno del sole), mantenendolo confinato in uno spazio limitato per un tempo sufficiente a che l'energia liberata dalle reazioni di fusione possa compensare sia le perdite, sia l'energia usata per produrlo. Occorre cioè soddisfare le condizioni espresse dal **Criterio di Lawson**, condizioni che dipendono dalla temperatura del plasma [1]. Lawson suppone di lavorare con un plasma di deuterio e trizio, e ne calcola le condizioni perché produca una quantità apprezzabile di energia da fusione nucleare. Se il plasma è in equilibrio, la potenza di input e quella di output si bilancino secondo la legge:

$$P_{in} = P_{out} \quad (2.2)$$

dove la potenza uscente si può caratterizzare, al di là dei singoli processi fisici in gioco, con un unico parametro, cioè il **tempo di confinamento dell'energia**  $\tau_e$ . Esso è definito come il tempo caratteristico in cui il sistema perde energia, secondo un decadimento di tipo esponenziale:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{E}{\tau_e} \quad (2.3)$$

Dall'altro lato, il plasma, quando "brucia", produce potenza nucleare,  $P_N$ , che può essere espressa in termini della sezione d'urto media della reazione  $\langle \sigma v \rangle$  e dell'energia prodotta in una singola reazione  $W_N$  nel seguente modo:

$$P_N = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma v \rangle W_N^2 \quad (2.4)$$

$$P_T = \frac{3nT}{\tau_e} \quad (2.5)$$

$$P_B = C_b n^2 T^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

Si assume, poi, che un reattore nucleare sia una macchina in cui la potenza in ingresso venga reimessa usando la potenza nucleare e la potenza persa per trasporto con una efficienza  $\eta$ , in modo tale che:

$$P_{out} = P_T + P_B \quad (2.7)$$

$$P_{in} = \eta(P_N + P_T) = \frac{3nT}{\tau_e} + C_b n^2 T^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

con  $P_T$  potenza persa per trasporto e  $P_B$  potenza emessa per radiazione di frenamento (Bremsstrahlung).

Rimaneggiando le equazioni precedenti, la relazione di uguaglianza  $P_{in} = P_{out}$  che descrive la condizione critica di utilità di un reattore si può esprimere come una condizione su densità, temperatura e tempo di confinamento nel modo seguente:

$$n\tau_e = F(T) \quad (2.9)$$

Nell'equazione scritta qui sopra, il membro di destra è una funzione esclusiva della temperatura, per una data reazione nucleare di fusione.

Il significato della relazione di Lawson è chiaro: la potenza che ottengo sarà maggiore della potenza in ingresso nel reattore non appena il prodotto densità per tempo di confinamento sarà maggiore della funzione  $F(T)$  che compare a membro di destra dell'equazione di pareggio. E' quindi conveniente esprimere il criterio di Lawson in funzione del cosiddetto prodotto triplo di densità, tempo di confinamento e temperatura, valutando la funzione  $F(T)$  al minimo ( $T = 20\text{keV}$ ), ottenendo pertanto:

$$n\tau_e T \geq 1.2 \times 10^{21} \text{m}^{-3}\text{keVs} \quad (2.10)$$

### 2.3.1 Il criterio di ignizione

Il criterio di Lawson ha avuto una grandissima importanza storica, perché detta delle condizioni molto stringenti sullo spazio dei parametri utili per la realizzazione pratica di un reattore, al di là dei dettagli progettuali e dei singoli processi fisici in gioco. In realtà, questo è vero solo in parte: infatti, con il procedere delle sperimentazioni ci si è resi conto che il criterio di Lawson fa delle approssimazioni un po' troppo grezze sulle caratteristiche dei processi che avvengono in un reattore. Una revisione in chiave moderna di questo criterio, sulla base dei risultati ottenuti nei Tokamak (JET e TFTR soprattutto) si basa su queste considerazioni:

- nel confinamento magnetico c'è una divisione naturale fra i prodotti di fusione: le particelle alfa, essendo cariche, sono confinate, mentre i neutroni non vengono trattenuti dal campo magnetico, attraversano il plasma e tendono ad uscire dal reattore;
- la potenza va pertanto suddivisa in potenza di neutroni (che abbandonano il plasma), e potenza ceduta alle particelle alfa, che rimangono dentro il plasma; La nuova relazione di bilancio si scrive come:

$$P_\alpha = \eta(P_B + P_T) \quad (2.11)$$

Ancora una volta si trascura il termine di radiazione (Bremsstrahlung), e usando le relazioni già note e le stesse regole di algebra, si ottiene:

$$n\tau_e = F'(T) \quad (2.12)$$

ottenendo:

$$n\tau_e T \geq 3 \times 10^{21} m^{-3} keV s \quad (2.13)$$

### 2.3.2 Breakeven

È utile a questo punto introdurre il parametro  $Q$ , definito come il rapporto fra potenza da fusione prodotta e potenza di riscaldamento, e che talvolta viene definito fattore di guadagno della fusione:

$$Q = \frac{P_N}{P_H} \quad (2.14)$$

È a questo punto facile riconoscere che la condizione di ignizione corrisponde a  $Q = \infty$ , perché  $P_H = 0$ . Una condizione più realistica è quella in cui  $Q = 1$ , cioè l'energia immessa mantiene la reazione, e viene interamente convertita in energia nucleare: questa è una condizione minima perché la reazione rimanga attiva, ed è detta condizione di **break-even**.

## 2.4 Il Tokamak

Uno dei macchinari più innovativi e promettenti nel mondo della fusione nucleare è sicuramente il **tokamak**, il quale, si prevede, sarà il pezzo fondamentale delle prossime centrali a fusione per la produzione di energia. Il tokamak (acronimo russo per "camera toroidale con spire magnetiche") è un reattore nucleare a fusione di forma toroidale (a ciambella) in cui un plasma ad altissima temperatura e a bassa pressione viene mantenuto coeso e lontano dalle pareti interne grazie a un campo magnetico generato da elettromagneti esterni alla camera [1]. In opportune condizioni, è stato dimostrato che è possibile creare al suo interno le condizioni per la fusione termonucleare controllata, allo scopo di estrarre l'energia prodotta dalla fusione di nuclei di atomi leggeri. Richiedendo una quantità di energia enorme per portare il plasma alla temperatura di diverse decine di milioni di kelvin e far funzionare gli elettromagneti di confinamento e i sistemi ausiliari al reattore, rimane ancora da dimostrare la capacità di un eventuale impianto di produrre più energia elettrica di quanta ne consumi.

La miscela di gas presenti all'interno del tokamak è generalmente composta da due isotopi dell'idrogeno: deuterio e trizio. La mistura di gas allo stato di plasma risulta essere completamente ionizzata pertanto controllabile, sfruttando la **forza di Lorentz**, attraverso degli opportuni campi elettromagnetici esterni. I campi magnetici sono di tre tipi: **campi toroidale e verticale** indotti esternamente e **campo poloidale** generato dal plasma stesso. Il primo, generato per mezzo di bobine toroidali, permette di generare un campo diretto attorno all'asse di simmetria del toro che vincola le particelle cariche a fluire lungo quella direzione. Il secondo, generato per mezzo di bobine, permette il controllo della posizione del plasma all'interno del toro. Il terzo, assicura l'equilibrio del plasma. Il plasma per raggiungere le condizioni di fusione

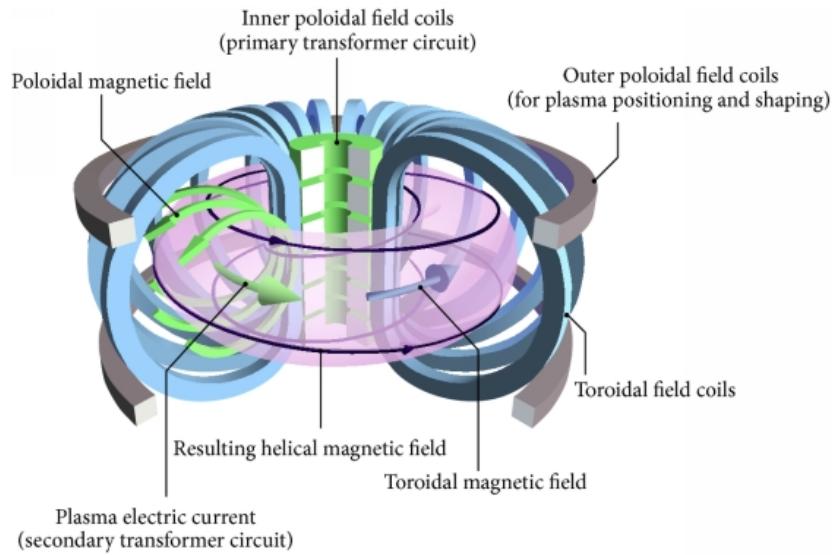


Figura 2.6: Strutture magnetiche di un Tokamak

termonucleare deve soddisfare particolari condizioni espresse nel dettaglio dal criterio di Lawson (anche se è più appropriato, nel dimensionamento dei tokamak, usare il criterio di ignizione). Per il raggiungimento di queste condizioni un fattore importante è la temperatura del plasma, per l'innalzamento della quale viene trasmessa altissima energia al sudetto attraverso varie tecniche, tra cui sono da citare: il **riscaldamento ohmico**, l'introduzione di **particelle ad alta energia** nonché irraggiamento di **campi elettromagnetici alla frequenza di risonanza** per mezzo di antenne a radiofrequenza (RF).

Il principio su cui si basa il funzionamento del plasma prodotto dal gas nel tokamak è che una particella carica immersa in un campo magnetico segue una traiettoria elicoidale (detta anche **moto di ciclotrone**) secondo l'**equazione di Larmor**, che definisce il **raggio di Larmor**.

$$\rho = \frac{mv_{\perp}}{Z_e B} \quad (2.15)$$

dove  $v_{\perp}$  è la velocità della particella perpendicolare al campo magnetico,  $m$  è la sua massa,  $B$  è l'intensità del campo magnetico, e  $Z_e$  è la carica dello ione. Quindi, poiché una particella (elettrone o ione che sia) non si può allontanare più di  $\rho$  dalla linea di campo, allora un campo magnetico risulta confinare in modo efficiente un plasma.

L'idea quindi è quella di realizzare delle linee di campo magnetico che si chiudano ad anello intorno a una forma geometrica a ciambella: in termini geometrici questa configurazione è definita toro. In questo modo, le particelle sono costrette a fluire lungo le linee del campo magnetico, percorrendo delle orbite ad anello intorno al buco del toro, e rimanendo pertanto confinate. Il campo magnetico ad anello viene chiamato in linguaggio tecnico campo toroidale (il piano poloidale è il piano ortogonale alla direzione toroidale). La situazione reale è abbastanza

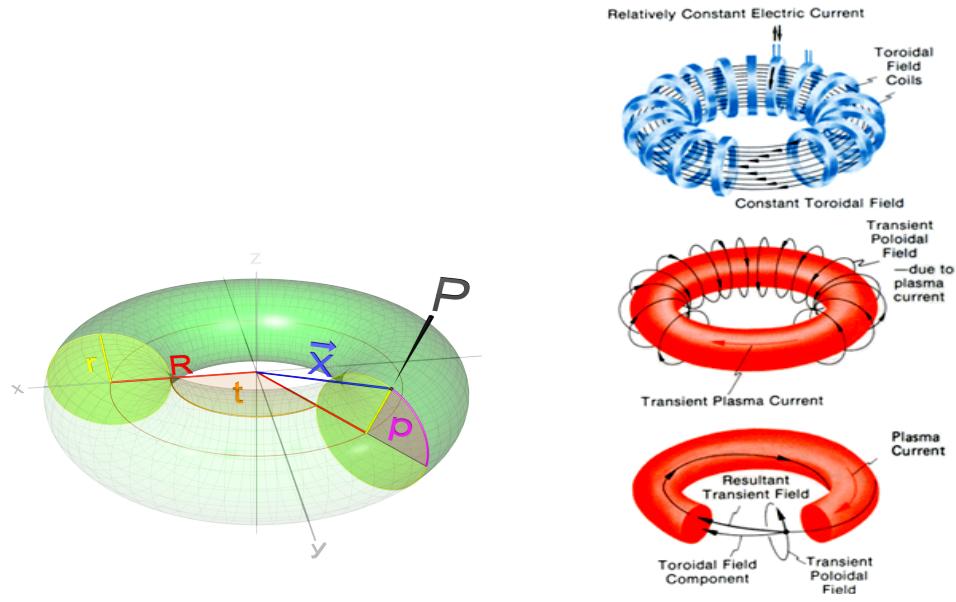


Tabella 2.3: Campi magnetici in un tokamak

più complicata: disomogeneità del campo magnetico toroidale (intensità e curvatura) fanno sì che esistano dei moti di deriva delle particelle, rispetto alla direzione del campo magnetico. La soluzione sta nell'incurvare a elica le linee di campo toroidale, in modo che la velocità di deriva punti alternativamente verso l'interno o l'esterno della camera di scarica, e mediamente l'effetto si annulli. In termini più precisi, si introduce una **trasformata rotazionale**  $\iota$ , cioè l'angolo che una linea di campo forma su un fissato piano poloidale, quando ha compiuto un giro toroidale. Spesso, al posto della trasformata rotazionale, si introduce il fattore di sicurezza, definito come:

$$\rho = \frac{2\pi}{\iota} \quad (2.16)$$

esso è il numero di giri toroidali che devo compiere per fare un giro poloidale.

In sostanza, per incurvare le linee di campo toroidale, occorre introdurre una componente del campo magnetico in direzione ortogonale: questa direzione è chiamata direzione poloidale, e il corrispondente campo poloidale.

In un tokamak, come condizione iniziale viene creato un vuoto spinto o ultraspinto, mediante apposite pompe a vuoto. L'accensione della corrente di plasma nel contenitore toroidale avviene in tre tempi:

- si immette corrente nelle bobine di campo toroidale;
- in seguito, viene immessa una piccolissima quantità di gas di cui si vogliono studiare le proprietà.

- si immette corrente nel solenoide centrale, che occupa il buco centrale del toro, creando un flusso nel nucleo del tokamak: esso costituisce il circuito primario di un trasformatore, di cui il toro costituisce il circuito secondario;
- la corrente nel primario viene fatta rapidamente calare, e questo crea una forza elettromotrice. Gli atomi neutri vengono ionizzati, si crea una scarica con elettroni via via più numerosi per effetto degli urti fra elettroni e atomi neutri.
- il gas non è più neutro, ma è diventato plasma: a questo punto la corrente elettrica, per effetto Joule, riscalda il plasma a temperature anche molto elevate (qualche milione di gradi).

## 2.5 Il Tokamak EAST

L'**E**xperimental **A**dvanced **S**uperconducting **T**okamak (abbreviato **EAST**), designato internamente come HT-7U (Hefei Tokamak 7 Upgrade), è un reattore sperimentale di fusione magnetica di tipo tokamak situato a Hefei, in Cina. L’Hefei Institutes of Physical Science sta conducendo questo esperimento per l’Accademia Cinese delle Scienze che è in funzione dal 2006. È il primo tokamak ad utilizzare magneti superconduttori toroidali e poloidali. Il suo obiettivo, cioè di raggiungere impulsi di plasma della durata di 1000 secondi, è stato raggiunto nel dicembre 2021. EAST è il successore del primo tokamak superconduttore cinese, soprannominato HT-7, costruito dall’Istituto di fisica del plasma in collaborazione con la Russia all’inizio degli anni ’90 e il suo target di sperimentazione principale è quello di testare una scarica di plasma della durata di 1000 s, in particolare il 30 dicembre 2021 è stato mantenuto un impulso di plasma per 1056 secondi, che ha creato ancora una volta un nuovo record mondiale per il funzionamento del dispositivo sperimentale Tokamak.

La struttura di east è composta da:

- Il **Vacuum Vessel**: la camera sotto vuoto in cui è contenuto il plasma, costituito da due shell
- Il **Blanket**: il rivestimento della camera (vessel) che protegge i componenti esterni dalle temperature e dall’energia prodotta dalla fusione.
- I **Poloidal Field Coils (PF coils)**: le bobine in cui passa la corrente che genera il campo poloidale. In particolare, East ha 14 pf coils alimentate da 12 power supply indipendenti. Inoltre sono presenti nella camera stagna altre due bobine, realizzate però in rame, chiamate IC1 e IC2, connesse in antiserie, con l’obiettivo di velocizzare l’azione di controllo per la stabilizzazione verticale del plasma.

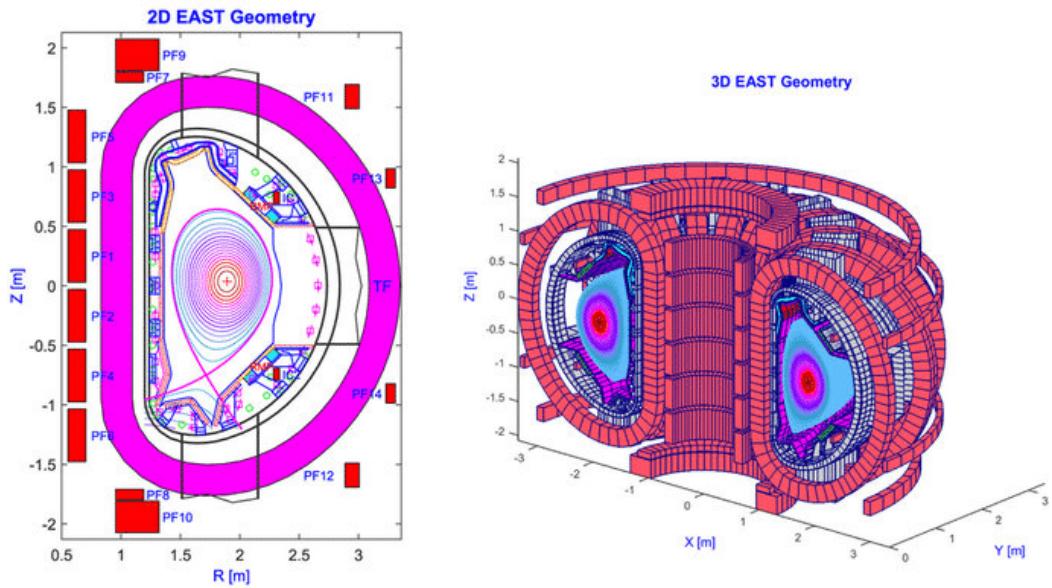


Figura 2.7: Geometria 2D e 3D di EAST

- Il **Central Solenoid (CS)**: delle bobine di materiale superconduttore che si trovano al centro del toroide, che fungono da primario del trasformatore che ha come secondario il plasma stesso.
- I **Toroidal Fields Coils (TF coils)**: bobine in cui passa la corrente che genera il campo magnetico toroidale che ha un ruolo fondamentale nel confinamento principale del plasma.

## Capitolo 3

# Modello del Tokamak e strutture passive

### Sommario

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.1 | Modello del Tokamak senza plasma . . . . . | 25 |
| 3.2 | Modello dei power supply . . . . .         | 27 |
| 3.3 | Modello per il controllo . . . . .         | 30 |
| 3.4 | Modello linearizzato del plasma . . . . .  | 31 |

In questo capitolo sarà descritto il modello matematico utilizzato della struttura magnetica del tokamak, concentrandosi sul comportamento del sistema quando non è presente il plasma e quindi usando un sistema lineare per approssimare il processo, che viene paragonato a un trasformatore. Sarà accennato un modello linearizzato del sistema con plasma e dei power supply.

### 3.1 Modello del Tokamak senza plasma

In questo paragrafo sarà discusso il comportamento del modello matematico che descrive le **strutture attive e passive** del Tokamak EAST. In particolare è stato ricavato un sistema che risulta lineare e che ben descrive dal punto di vista elettromagnetico l'andamento delle correnti nei coils attivi e nelle strutture passive, cioè in tutti i componenti costituiti da materiale conduttore, che sono attraversati da un campo magnetico variabile nel tempo. Come già detto in precedenza EAST presenta tre tipologie di coil, i TF coils, i PF coils e i CS coils, ma è interesse di questa tesi utilizzare un modello in cui sono presi in considerazione solo i PF coils. I PF coils di East sono 14, alimentati da 12 power supply indipendenti. Le correnti che scorrono nei PF coil generano sicuramente un campo magnetico  $B_1$ , in accordo con la legge di Ampère, in più, se queste correnti sono variabili nel tempo, generano anche un campo magnetico variabile nel tempo, da cui, applicando la legge di Faraday-Lenz, viene indotta una forza elettromotrice nelle strutture metalliche pari a:

$$\epsilon(t) = -\frac{\partial \phi(B)}{\partial t} \quad (3.1)$$

da cui, in un generico conduttore, scorrerà una corrente dipendente dall'equazione differenziale:

$$\epsilon(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (3.2)$$

Per cui la soluzione generale dipende da  $\epsilon(t)$ .

La variazione del flusso del campo magnetico  $B_1$  induce per la legge di Lenz le **correnti parassite**,  $i_1$ , dette anche **Eddy currents** nelle strutture passive, le quali, a loro volta inducono un campo magnetico  $B_2$  che si oppone alla variazione iniziale di  $B_1$ . La variazione del campo magnetico  $B_2$  genera a sua volta nel circuito le correnti  $i_2$  che si oppongono a  $i_1$ , e la loro somma tende ad annullarsi. La forza elettromotrice indotta nel caso di **mutua induttanza** si scrive:

$$f = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -M \frac{di}{dt} \quad (3.3)$$

dove  $M$  è chiamato coefficiente di mutua induttanza ed è dimensionalmente uguale ad un'induttanza (unità di misura: Henry).

Presi due circuiti  $c_1$  e  $c_2$  percorsi da correnti variabili nel tempo, poiché il flusso dipende linearmente dalla corrente, per il flusso concatenato con il secondo circuito si può scrivere:

$$\Phi_{1,2} = M_{1,2}i_1 \quad (3.4)$$

E, analogamente per il flusso concatenato con il primo circuito:

$$\Phi_{2,1} = M_{2,1}i_2 \quad (3.5)$$

Si può dimostrare che  $M_{2,1} = M_{1,2} = M$ . Nel caso più generale, in cui si hanno due circuiti, ognuno dei quali collegato ad un generatore, bisogna tenere conto sia della **mutua induttanza** che dell'**autoinduzione**, per cui la forma del flusso da usare nella formula precedente è data, in base al circuito che si considera, da:

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \\ \Phi_2 = M i_1 + L_2 i_2 \end{cases} \quad (3.6)$$

In generale si ha questo fenomeno nei trasformatori, dove la corrente  $i_1$  in entrata viene fatta passare attorno ad un nucleo di materiale ferromagnetico creando un flusso che induce una f.e.m. proporzionale alla corrente  $i_1$  stessa e inoltre richiude il flusso nel materiale ferromagnetico su cui è avvolto anche il filo dove passa la corrente  $i_2$ , in uscita. Lo stesso ragionamento si può fare anche con la corrente in uscita  $i_2$ .

Dalla 3.6 e considerando la 3.1 si ottiene la caduta di tensione dovuta alla muta induttanza e all'autoinduzione:

$$\begin{cases} \epsilon_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ \epsilon_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (3.7)$$

In un circuito reale sarà presente anche un valore di resistenza anche se nel nostro caso molto piccolo, per cui la caduta di tensione totale sarà:

$$\begin{cases} v_1 = R i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = R i_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (3.8)$$

Applicando la 3.8 al caso in cui il circuito primario siano le PF coil e il circuito secondario siano le strutture passive, sede delle Eddy current, e considerando inoltre che il secondario è un circuito chiuso "senza carico", da cui  $v_2 = 0$ , otteniamo il sistema:

$$\begin{cases} v_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + R i_1 \\ 0 = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} + R i_2 \end{cases} \quad (3.9)$$

Ovviamente, essendo 14 PF coils ed in generale 12 bobine indipendenti, avremo, per l'ap punto 1 coefficiente d'induzione  $L_{ii}$  per bobina per un totale di 12. In più ci sarà il contributo induttivo della bobina IC (IC1 e IC2), per un totale di 13 coefficienti d'induzione per le strutture attive. Inoltre i coefficienti d'induzione per le strutture passive sono stati calcolati mediante tecniche FEM e quindi con il metodo per degli **elementi finiti** per un totale di 63 elementi induttivi per l'intera struttura passiva. Analogamente per i coefficienti di mutua  $L_{ij} = L_{ji}$  si devono considerare le mutue induzioni tra i vari elementi finiti e le bobine attive. Questo significa che avremo una **matrice delle induttanze**  $L$  comprendente sia i coefficienti di autoinduzione  $L_{ii}$  sia dei coefficienti mutua induzione  $L_{ij}$  e  $L_{ji}$ , che nel nostro caso risulta di dimensioni  $76 \times 76$ . In più, è stata calcolata analogamente la **matrice delle resistenze**  $R$ , che per ovvi motivi risulta essere una matrice diagonale anch'essa di dimensioni  $76 \times 76$ . Infine usiamo una matrice identica  $s$  e una matrice di zeri, la composizione a blocchi delle matrici è la **matrice delle tensioni**  $S$ , che ha dimensioni  $76 \times 12$ .

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} S = \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Quindi in forma matriciale, considerando  $i_{PF}$  il vettore delle correnti attive e  $i_e$  il vettore delle correnti passive,  $v_{PF}$  il vettore delle tensioni attive:

$$\begin{cases} sv_{PF} = L_{11} \frac{di_{PF}}{dt} + L_{12} \frac{di_e}{dt} + Ri_1 \\ 0 = L_{21} \frac{di_{PF}}{dt} + L_{22} \frac{di_e}{dt} + Ri_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} v_{PF} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{PF}}{dt} \\ \frac{di_e}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{PF} \\ i_e \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

con:

$$\begin{aligned} i_{PF} &= [i_{PF1}, i_{PF2}, \dots, i_{PF12}, i_c]^T \\ i_e &= [i_{e1}, i_{e2}, \dots, i_{e63}]^T \\ v_{PF} &= [v_{PF1}, v_{PF2}, \dots, v_{PF12}]^T \end{aligned} \quad (3.12)$$

Da cui:

$$Sv = L \frac{di}{dt} + Ri \quad (3.13)$$

con  $i$  vettore delle correnti attive e passive  $i = [i_{PF}^T, i_e^T]^T$  e  $v = v_{PF}^T$ .

## 3.2 Modello dei power supply

In questa sezione verrà brevemente introdotto il modello dei power supply utilizzati per alimentare i PF coils. In particolare la struttura che fornisce alimentazione ai diversi moduli di EAST è piuttosto variegata, come si vede in 3.1.

Come detto già in precedenza, EAST possiede 14 coil superconduttori per il campo poloidale con l'obiettivo di avviare la corrente plasmatica e controllarne la forma e la posizione. I 14 coil

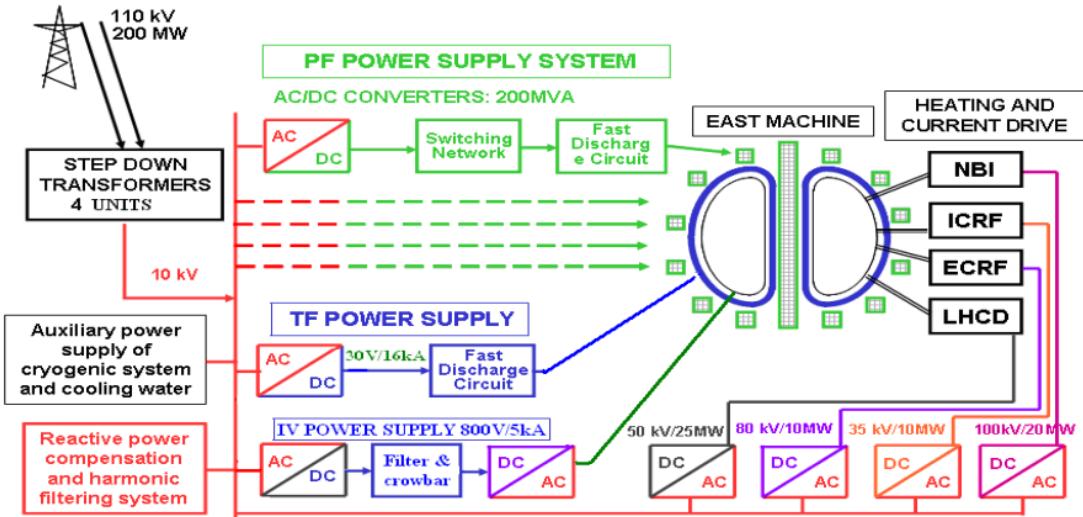


Figura 3.1: Schema elettrico dei power supply di EAST

sono connessi in 12 bobine indipendenti, alimentati da altrettanti **power suplly** indipendenti, realizzati con dei convertitori AC/DC a tiristori a quattro quadranti, per una corrente massima  $\pm 15kA$  e tensioni di  $\pm 1kV$ , per una potenza di  $200MVA$ . Ogni power supply è composto da un AC/DC, un'unità di switching (SNU) e un'unista di scarica veloce (FDU), usata come protezione per i superconduttori. I power supply hanno come output real-time le correnti in accordo con lo scenario di test.

Al fine del controllo è utile modellare ogni power supply come un **filtro del primo ordine con un ritardo**:

$$V(s) = \frac{e^{-s\delta}}{s\tau + 1} V_{PF}(s) \quad (3.14)$$

con  $\tau = 0.007s$  e  $\delta = 0.0017s$  i valori stimati della costante di tempo e del ritardo.

La tensione  $V$  sarà la tensione che i power supply erogano, seguendo come riferimento la tensione d'ingresso  $V_{PF}$  (fig.3.2), la quale a sua volta sarà calcolata dal controllore. Naturalmente, essendo i power supply dei sistemi reali, essi sono affetti anche da soglie di **saturazione**, che ne limitano le prestazioni, in particolare:

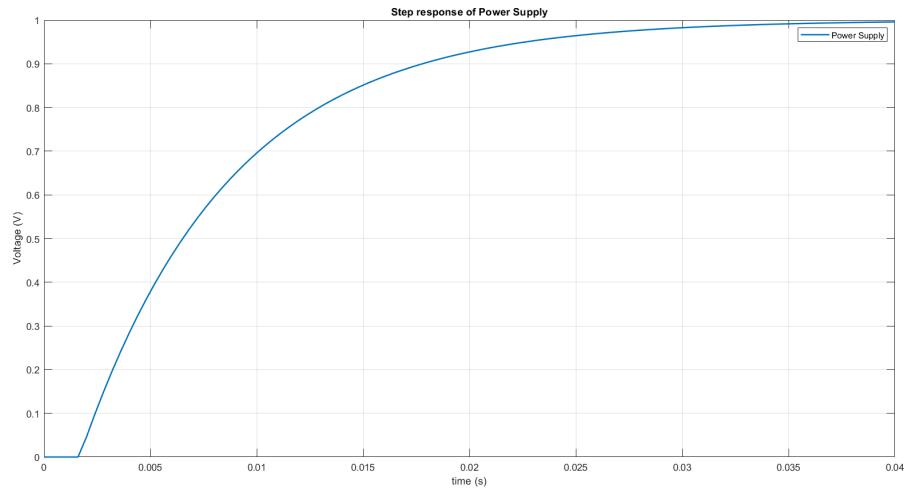


Figura 3.2: Risposta al gradino del Power Supply

---

| Power Supply | Limiti di saturazione |
|--------------|-----------------------|
| PS1          | $\pm 350$             |
| PS2          | $\pm 350$             |
| PS3          | $\pm 350$             |
| PS4          | $\pm 350$             |
| PS5          | $\pm 350$             |
| PS6          | $\pm 350$             |
| PS7          | $\pm 800$             |
| PS8          | $\pm 800$             |
| PS9          | $\pm 400$             |
| PS10         | $\pm 400$             |
| PS11         | $\pm 330$             |
| PS12         | $\pm 330$             |

---

Tabella 3.1: Saturazioni Power Supply

### 3.3 Modello per il controllo

L'obiettivo di questo paragrafo è quello di realizzare un modello matematico MIMO che possa rappresentare il nostro impianto, costituito dalla serie dei power supply e del modello magnetico del tokamak. Il sistema risulta un **sistema MIMO** (multiple input multiple output), con **12 ingressi**, ovvero le tensioni di pilotaggio dei power supply  $v$  e **12 uscite**, cioè le correnti attive  $i_{PF}$ .

Partendo dalla 3.10 e 3.14 dobbiamo giungere al modello MIMO che verrà utilizzato per la sintesi del controllore, per cui, portanto il sistema in forma I-S-U otteniamo:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} v_{PF} &= \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{PF}}{dt} \\ \frac{di_e}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{PF} \\ i_e \end{bmatrix} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \frac{di_{PF}}{dt} \\ \frac{di_e}{dt} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{PF} \\ i_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} v_{PF} \end{aligned} \quad (3.15)$$

da cui otteniamo il sistema nello spazio degli stati:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

con:

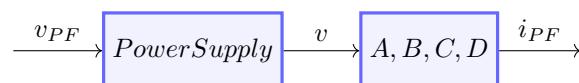
$$x = [i_{PF}^T, i_e^T]^T \quad u = v_{PF} \quad (3.17)$$

e

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} S \\ C &= [I \quad 0] & D &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dove la **matrice degli stati** A è di dimensioni  $76 \times 76$ , la **matrice degli ingressi** B ha dimensioni  $76 \times 12$ , mentre la **matrice delle uscite** è di  $12 \times 76$ , dove gli elementi non nulli sono costituiti esclusivamente dalla matrice identica di  $12 \times 12$ , in quanto come uscite ci interessano solo le correnti attive ed infine la matrice D è la matrice nulla.

Per quanto riguarda i modelli dei power Supply, quest'ultimi sono stati già analizzati nel paragrafo precedente, per cui il sistema da controllare sarà in ultima istanza costituito dal **processo** vero e proprio, costituito dal modello elettromagnetico del tokamak, e dagli **attuatori**, ovvero i power supply. Lo schema a blocchi del processo MIMO sarà infatti come quello rappresentato qui.



### 3.4 Modello linearizzato del plasma

In questo paragrafo sarà brevemente esposto il modello compreso di plasma, in maniera molto sintetica, in modo da completare la panoramica sulla modellistica di un reattore a fusione. Questa sezione, in particolare, presenta il modello lineare utilizzato per simulare il comportamento del plasma, dei PF coil e delle strutture passive circostanti, come esposto in [4]. Nei dispositivi di fusione toroidali e confinati magneticamente, l'**equazione di Grad – Shafranov** permette di determinare l'equilibrio magnetico in due dimensioni sotto l'ipotesi di assalsimmetria. L'equazione alle derivate parziali di Grad – Shafranov viene risolta con dei codici numerici, dai quali si può ricavare il flusso poloidale  $w$  e il suo valore nelle strutture circondanti il plasma, sia attive che passive. Si ottiene così un modello circuitale non lineare a parametri concentrati:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}[M(y(t), \beta_p(t), l_i(t))I(t)] + RI(t) = v(t) \\ y(t) = f(I(t), \beta_p(t), l_i(t)) \end{cases} \quad (3.19)$$

- $y(t)$  vettore delle uscite da controllare;
- $I(t) = [I_{PF}^T, I_e^T, I_p^T]^T$  è il vettore contenente le correnti attive, passive e di plasma;
- $v = v_{PF}^T$  è il vettore delle tensioni in ingresso;
- $M$  è la funzione non lineare della mutua induttanza, dipendente dai parametri del plasma,  $\beta_p$  (poloidal beta) e  $l_i$  (induttanza interna);
- $R$  è la matrice delle resistenze;
- $f$  è la funzione di uscita non lineare.

**Linearizzando** il sistema, in un intorno di un punto di equilibrio  $I_{eq}, \beta_{p_{eq}}, l_{p_{eq}}$ , si ottiene il modello I-S-U:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E\dot{w}(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Fw(t) \end{aligned} \quad (3.20)$$

con:

- $w(t) = [\delta\beta_p, \delta l_i]^T$  vettore dei disturbi;
- $x(t) = [\delta I_{PF}^T, \delta I_e^T, \delta I_p^T]^T$  è il vettore contenente le correnti attive, passive e di plasma;
- $v = v_{PF}^T$  è il vettore delle tensioni in ingresso;

## Capitolo 4

# Progetto del sistema di controllo

### Sommario

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.1   | Analisi del processo e disaccoppiamento . . . . .       | 33 |
| 4.2   | Progetto dei controllori sul sistema ridotto . . . . .  | 37 |
| 4.2.1 | progetto con Luogo delle Radici . . . . .               | 37 |
| 4.3   | Progetto dei controllori sul sistema completo . . . . . | 41 |
| 4.4   | Anti Windup . . . . .                                   | 45 |
| 4.4.1 | Integral clamping . . . . .                             | 46 |
| 4.5   | Analisi di robustezza . . . . .                         | 46 |
| 4.5.1 | Analisi delle funzioni di sensitività . . . . .         | 46 |
| 4.5.2 | Analisi rispetto incertezze sui parametri . . . . .     | 47 |
| 4.5.3 | Predittore di Smith . . . . .                           | 52 |

Nel seguente capitolo si tratterà principalmente dell'analisi del processo MIMO, che verrà disaccoppiato in 12 sistemi SISO, per poter essere controllato su ogni canale. Inoltre verrà usato un anti windup, per migliorare le prestazioni dei controllori durante la saturazione degli attuatori ed infine sarà effettuata un'analisi di robustezza nei confronti di incertezze sulle misure dei parametri.

## 4.1 Analisi del processo e disaccoppiamento

Il primo passo verso la progettazione del controllore consiste nell'analisi del sistema da controllare, nello specifico la serie del modello elettromagnetico e dei power supply. In particolare, sappiamo che il sistema elettromagnetico ha come ingressi 12 tensioni, le  $v$  erogate dai power supply, e come uscite 12 correnti, ovvero le  $i_{PF}$ . Invece i power supply sono in totale 12 sistemi SISO ognuno dei quali ha come ingresso la  $v_{PF}$  del controllore e in uscita la  $v$  da erogare ai coil attivi. Dunque, partendo da 3.16 abbiamo il processo nella forma ISU, costituito da 76 stati, 12 ingressi e uscite, quindi possiamo portare il sistema in **forma IU**:

$$Y(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)U(s) \quad (4.1)$$

da cui:

$$(C(sI - A)^{-1}B + D) = G(s) \quad (4.2)$$

dove  $G(s)$  è la **matrice di trasferimento** del sistema, nel nostro caso una matrice  $12 \times 12$  dove il termine  $G_{ij}$  rappresenta la **funzione di trasferimento** tra l'ingresso  $j$  e l'uscita  $i$ . Ogni funzione di trasferimento sarà di ordine 76, cioè pari al numero di stati e dunque di autovalori del sistema.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) & \dots & \dots & \dots & G_{1,12}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) & \dots & \dots & \dots & G_{2,12}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{12,1}(s) & G_{12,2}(s) & \dots & \dots & \dots & G_{12,12}(s) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$G_{i,j}(s) = \frac{\rho \prod_i (s + z_i) \prod_i (s^2 + 2\zeta_i \alpha_i s + \alpha_i^2)}{s^g \prod_i (s + p_i) \prod_i (s^2 + 2\epsilon_i \omega_i s + \omega_i^2)} \quad (4.4)$$

Per ottenere la matrice di trasferimento è stato usato il file *EquilshotEDDYPlasmaless2022CL* contenente i dati sulle matrici L, R e S. Usando quindi il comando **Matlab** *ss* viene ricavata la rappresentazione in spazio di stato del sistema con le matrici ricavate in 3.18.

```

% inductances, resistences and voltages matrices
circuitNumber = LinearModel.PoloidalCircuits.Number-1; % number of Poloidal Circuit used in the model

L = LinearModel.L; % Inductance matrix
R = LinearModel.R; % Resistence matrix
L = L(1:end-1,1:end-1); % Inductance model matrix
R = R(1:end-1,1:end-1); % Resistence model matrix
S = LinearModel.S(1:end-1,1:circuitNumber); % Voltage model matrix

% system matices for state-space mimo model
A = -inv(L)*R; % state matrix
B = L\S; % input matrix
C = eye(circuitNumber,length(A)); % output matrix
D = zeros(circuitNumber,circuitNumber); % feedforward matrix

% mimo system in state-space form
sys = ss(A,B,C,D);
sys.StateName = LinearModel.OutputsInfo.Name(1:76);
sys.Name = 'Plasmaless Circuit';
sys.InputName = LinearModel.InputsInfo.Name(1:12);
sys.OutputName = LinearModel.OutputsInfo.Name(1:12);

```

Figura 4.1: Codice Matlab del modello

Per controllare in maniera semplice il sistema MIMO, si è deciso dunque di diasaccoppiare le dinamiche in modo da ottenere 12 sistemi SISO e utilizzare una logica di controllo decentrallizzata. Per valutare la possibilità di realizzare un efficace schema di controllo decentralizzato è utile avere una misura del grado di interazione tra gli ingressi e le uscite del processo e un criterio per la determinazione degli accoppiamenti  $(u_i, y_j)$  in base ai quali progettare poi il regolatore  $R(s)$  si basa sul metodo della *matrice dei guadagni relativi o relative gain array (RGA)* [3]. Per poter efficacemente disaccoppiare il sistema è stata infatti prima calcolata la **matrice dei guadagni relativi**, che, benché non si fondi su solidi risultati teorici, fornisce spesso utili indicazioni ed è pertanto un metodo molto usato. È infatti evidente l'opportunità di regolare la generica variabile di uscita  $y_j$  con la variabile di controllo  $u_i$  che ha maggiore influenza su di essa. La matrice dei guadagni relativi è stata originariamente introdotta come una misura delle interazioni alla pulsazione  $\omega = 0$  nei processi asintoticamente stabili e con matrice dei guadagni statici non singolare. Sia  $g_{ji}$  è il guadagno statico della funzione di trasferimento in anello aperto tra  $u_i$  e  $y_j$ . Si supponga ora di imporre la medesima variazione  $\delta u_i$  a  $u_i$ , e che, agendo opportunamente sulle altre variabili di controllo, a regime tutte le uscite tranne la componente  $y_j$ , assumano ancora il valore precedente alla variazione stessa. Chiamiamo tale valore  $h_{ji}$ . Sia  $\lambda_{ji} = \frac{g_{ji}}{h_{ji}}$  e la matrice dei guadagni relativi:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \dots & \lambda_{1,n} \\ . & \dots & . \\ \lambda_{n,1} & \dots & \lambda_{n,n} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Si dimostra che il calcolo di  $\Lambda$  può essere effettuato semplicemente mediante la formula:

$$\Lambda = G(0) \odot (G^{-1}(0)) \quad (4.6)$$

in particolare vale che:

- se risulta  $\lambda = 1$  l'accoppiamento giusto è  $y_i$  con  $u_i$ ;
- se risulta  $\lambda = 0$  l'accoppiamento  $y_i$  con  $u_i$  non è conveniente;
- se  $0 < \lambda < 1$  esiste quindi un'interazione tra le variabili che è tanto più critica quanto più  $\lambda$  è prossimo a 0;

Una volta calcolata la matrice  $\Lambda$  del processo MIMO, poiché i termini sulla sua diagonale erano pari a 1, mentre gli altri elementi risultavano, in modulo, molto piccoli, si è optato per accoppiare le variabili aventi stesso indice.

In seguito, per ridurre ancor più efficacemente la complessità e semplificare il problema di controllo, è stato ricavato il sistema con un numero di stati ridotto mediante il comando *balred*, il quale permette di calcolare un'approssimazione di ordine ridotto del sistema preso in esame.

```
% relative gain array to see if the system can be decoupled
% for a centralized controller
RGA = dcgain(sys).*inv(dcgain(sys))';

% reduced systems from input i and output i
ord = 2; % reduction order
sys1 = balred(sys(1,1),ord);
sys2 = balred(sys(2,2),ord);
sys3 = balred(sys(3,3),ord);
sys4 = balred(sys(4,4),ord);
sys5 = balred(sys(5,5),ord);
sys6 = balred(sys(6,6),ord);
sys7 = balred(sys(7,7),ord);
sys8 = balred(sys(8,8),ord);
sys9 = balred(sys(9,9),ord);
sys10 = balred(sys(10,10),ord);
sys11 = balred(sys(11,11),ord);
sys12 = balred(sys(12,12),ord);
```

Figura 4.2: Codice Matlab per la riduzione dei sistemi

L'approssimazione fatta è sufficientemente accettabile ai fini del controllo. Infatti, come possiamo osservare anche dai diagrammi di Bode (Fig.4.3), l'errore commesso è molto piccolo nel range delle frequenze d'interesse. Il sistema è molto simile ad un filtro passa basso e risulta asintoticamente stabile, come si evince dalle radici del denominatore, che sono tutte a parte reale negativa. Dunque, una volta ottenuti i 12 sistemi SISO di ordine ridotto, ciascuno dei quali rappresenta la funzione di trasferimento  $G_{i,i}$  tra l'ingresso  $i$  e l'uscita  $i$ , con  $i = j$ , la

serie tra il sistema  $G_{i,i}$  (che sarà rappresentata d'ora in avanti con  $G_i$  per brevità) e  $G_{red_i}$  per il sistema ridotto) e il power supply sarà usata per tarare i 12 controllori sui singoli canali. In particolare otteniamo 12 modelli SISO del tipo:

$$G_{red_i}(s) = PS(s) \cdot REDsys_{i,i}(s) \Leftrightarrow G_{red_1}(s) = \frac{21.281(s + 331.8)(s + 0.6105)}{(s + 1.3)(s + 0.4573)(s + 142.9)} e^{-0.0017s} \quad (4.7)$$

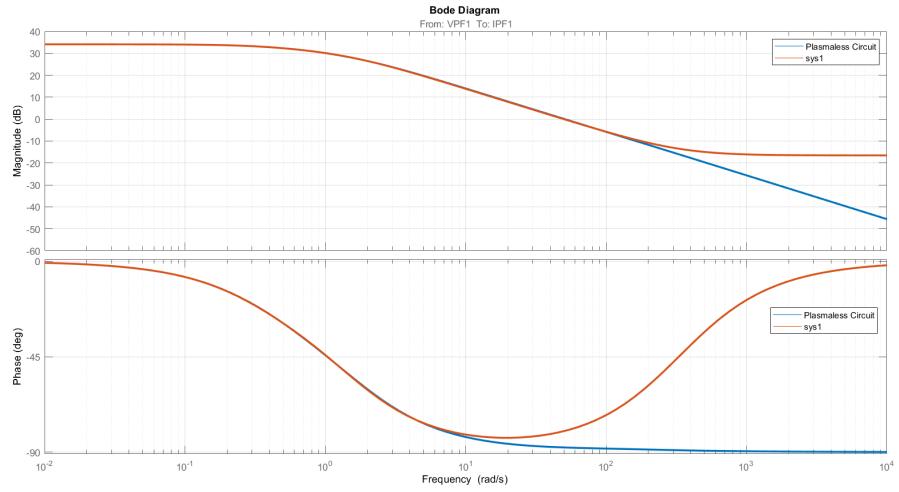


Figura 4.3: Diagrammi di Bode dei sistemi ridotti

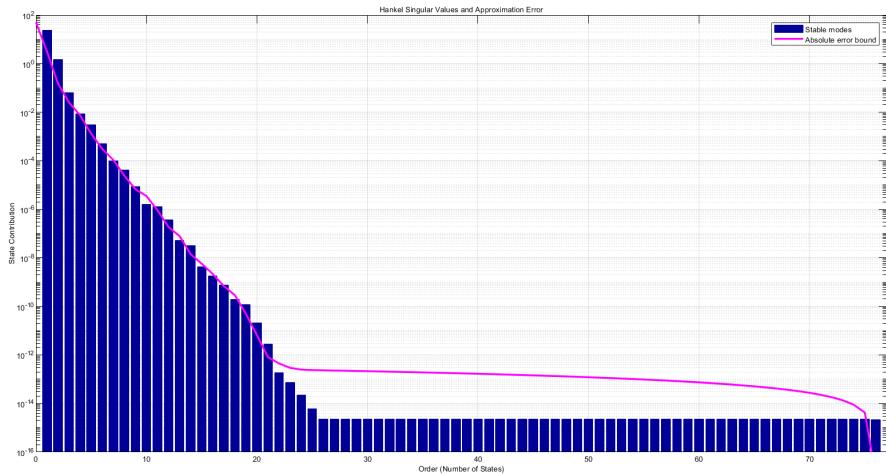


Figura 4.4: Errore commesso dall'approssimazione in funzione del numero di stati

## 4.2 Progetto dei controllori sul sistema ridotto

### 4.2.1 progetto con Luogo delle Radici

La prima tipologia di controllore realizzato, usando come modello di riferimento il sistema ridotto del tipo 4.7, è stato tarato grazie al metodo del **luogo delle radici**, in modo da conoscere con certezza dove sono collocati i poli del sistema ad anello chiuso, al variare della costante di guadagno  $\rho$ . Poiché il modello del power supply contiene un ritardo di tempo, si è deciso di utilizzare per quest'ultimo, l'approssimazione di Padè, arrestata al secondo ordine. Ciò fa sì che il sistema non sia a **fase minima**, in quanto sono presenti degli zeri a parte reale positiva, che rendono il sistema retroazionato instabile per guadagni troppo elevati. I sistemi SISO sono risultati del tipo:

$$G_{red_i}(s) = PSpade(s) \cdot REDsys_i(s) \Leftrightarrow G_{red_1}(s) = \frac{21.281(s + 331.8)(s + 0.6105)(s^2 - 3593s + 4.303e06)}{(s + 1.3)(s + 0.4573)(s + 142.9)(s^2 + 3593s + 4.303e06)} \quad (4.8)$$

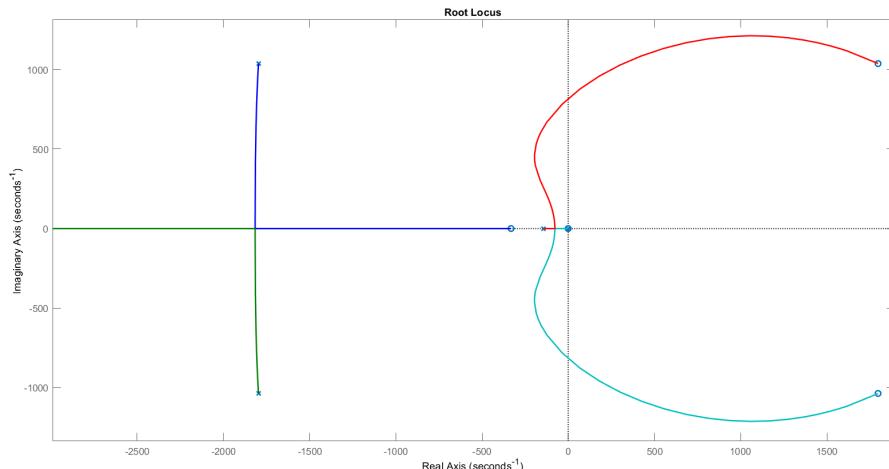


Figura 4.5: Luogo delle radici della serie processo ridotto e power supply

Prima di tutto si è voluto cercare di ridurre l'errore a regime  $e_\infty$  per riferimenti a gradino e a rampa. Nel caso di riferimenti a gradino basterebbe un polo nell'origine, mentre per riferimenti a rampa sarebbe necessario di un doppio integratore, il che renderebbe il sistema  $G_i$  instabile e difficile da controllare. Si è optato quindi per utilizzare un **regolatore statico** con un solo polo nell'origine, del tipo:

$$R_{statico_i}(s) = \frac{1}{s} \quad (4.9)$$

Per quanto riguarda il regolatore dinamico, considerando di voler avere un buon **tempo di assestamento**, in particolare un tempo di assestamento all'1%  $T_{a1} \leq 0.1\text{sec}$ , un buon **margine di fase**, circa  $\phi_m \geq 40$  e una **sovraelongazione** contenuta, una prima soluzione è:

$$\begin{aligned} R_{dinamico_i}(s) &= \frac{\rho \prod_i (s+z_i) \prod_i (s^2 + 2\zeta_i \alpha_i s + \alpha_i^2)}{\prod_i (s+p_i) \prod_i (s^2 + 2\epsilon_i \omega_i s + \omega_i^2)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow R_{dinamico_1}(s) &= \frac{9.6332(s+142.9)(s+1.3)(s+0.4573)}{(s+331.8)(s+0.6105)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

da cui il regolatore completo:

$$R_1(s) = \frac{9.6332(s+142.9)(s+1.3)(s+0.4573)}{s(s+331.8)(s+0.6105)} \quad (4.11)$$

I 12 regolatori su altrettanti canali hanno caratteristiche molto simili, in quanto i processi disaccoppiati  $G_{red_i}$  possiedono poli e zeri collocati in posizioni poco differenti sul piano complesso, per cui saranno mostrati i risultati per un solo canale, in quanto tra i vari regolatori  $R_i$  ci sono differenze riconducibili al guadagno o alla collocazione di poli e zeri che si discostano di poco tra i differenti controllori. In particolare ogni regolatore è tarato in modo tale che  $G_{red_i}$  evolva con la stessa costante di tempo. Infatti, usando una funzione ad anello aperto di target  $L(s)$  sono stati ricavati i regolatori sui singoli canali:

$$L(s) = \frac{205(s^2 - 3593s + 4.303e06)}{s(s^2 + 3593s + 4.303e06)} \Leftrightarrow R_i(s) = \frac{L(s)}{G_i(s)} \quad (4.12)$$

con  $R_i(s)$  regolatore del canale  $i$ -esimo e  $G_{red_i}(s)$  sistema  $i$ -esimo d'ordine ridotto.

Chiaramente la funzione d'anello deve essere tale che il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile, quindi applicando il **teorema di Nyquist** o equivalente il teorema di Bode, si può verificare l'asintotica stabilità, come in Fig.4.6, dal quale ricaviamo anche i valori del **margine di guadagno, margine di fase e pulsazione critica**, pari a:

$$G_m = 9.66dB \quad P_m = 43.6deg \quad w_c = 187rad/s$$

tali da rispettare anche i requisiti.

Sarebbe auspicabile ottenere un regolatore di ordine più piccolo, ad esempio del secondo ordine. Sempre usando il comando *balred* è stato ottenuto il regolatore:

$$R(s) = \frac{10.799(s+390.6)(s+0.7571)}{s(s+790.8)} \quad (4.13)$$

Le prestazioni sui singoli canali del regolatore di ordine 3 e di ordine 2 sono poco differenti tra di loro.

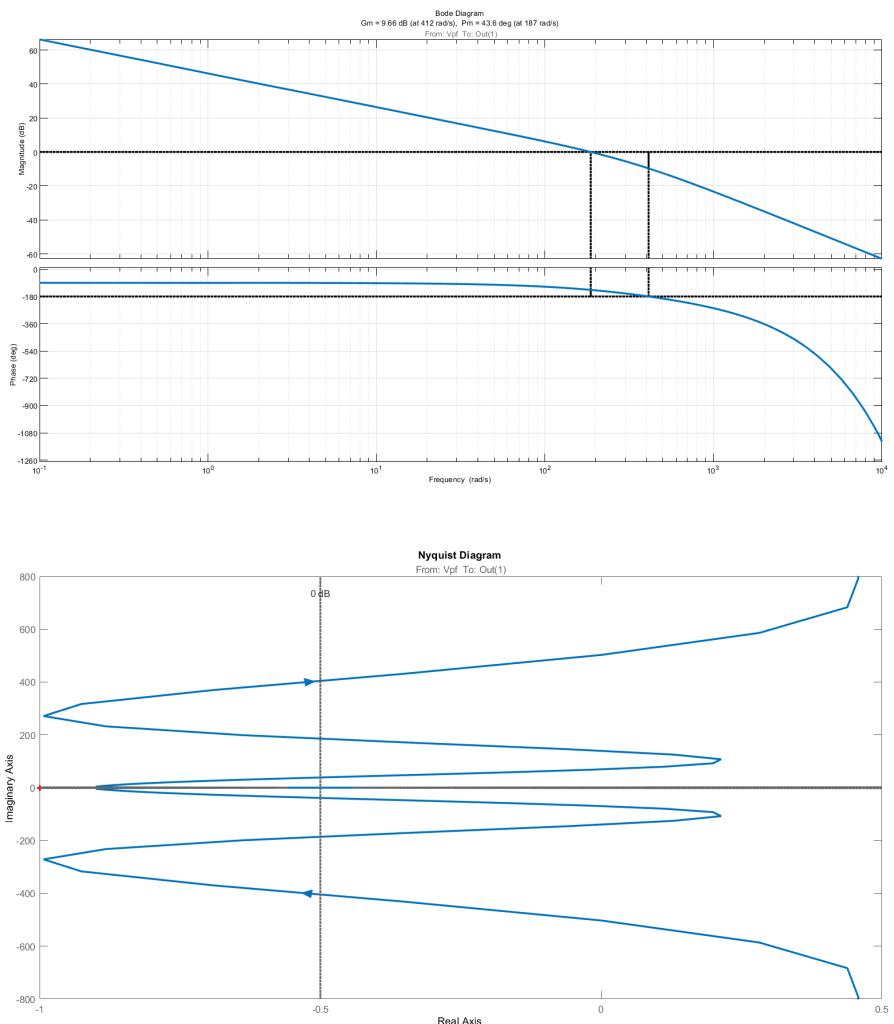


Figura 4.6: Margini di stabilità (in alto) e diagramma di Nyquist (in basso)

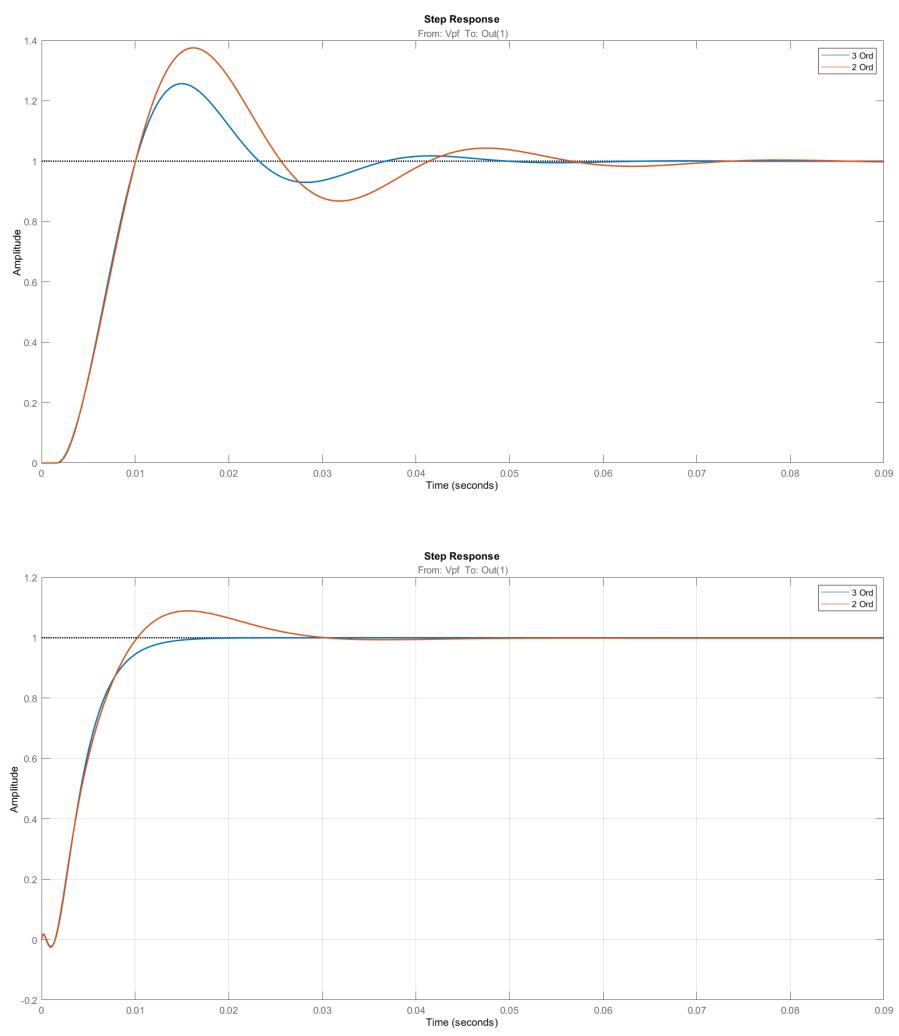


Figura 4.7: Risposte al Gradino regolatore 3 ordine (in blu) e 2 ordine (in arancio) sul sistema completo  $G_1$  (in alto) e sul sistema ridotto  $G_{red_1}$  (in basso)

### 4.3 Progetto dei controllori sul sistema completo

Una soluzione alternativa al metodo del luogo delle radici è sicuramente l'utilizzo della tecnica del **loop shaping**, o sintesi in frequenza, mediante cui è possibile studiare i diagrammi di Bode delle funzioni ad anello aperto e aggiungere poli e zeri in modo da ottenere la risposta desiderata. Poiché è stato usato uno strumento di calcolo come Matlab, è conveniente lavorare direttamente sui modelli SISO completi, invece che su quelli d'ordine ridotto, in modo da aver maggior precisione nella taratura dei parametri. I requisiti dunque possono essere leggermente meno stringenti. Dunque, considerando di voler avere sempre un buon **tempo di assestamento**, in particolare un tempo di assestamento all'1%  $T_{a1} \leq 0.1\text{sec}$ , un buon **margine di fase**, circa  $\phi_m \geq 60$  e una **sovraelongazione** contenuta. Si è scelto di utilizzare una **pulsazione critica**  $\omega_c = 200$  in modo da aver un  $T_{a1} = \frac{4.6}{200} = 0.023$ . I diagrammi di Bode del sistema SISO completo sono (Fig.4.8):

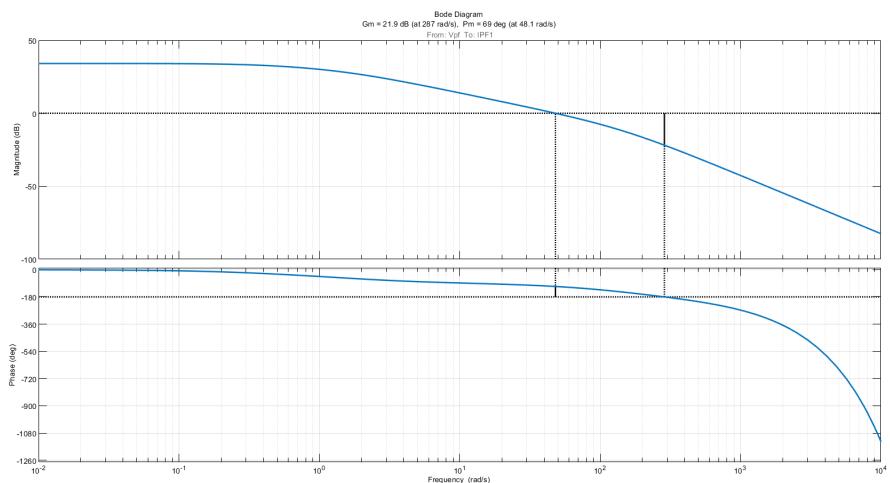


Figura 4.8: Diagrammi di Bode del sistema completo  $G_1$

A tal fine è stata tarata una **rete a sella** (Fig.4.9), che consiste in una combinazione di una rete anticipatrice e di una rete attenuatrice:

$$R_i(s) = \frac{\mu_R(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \Leftrightarrow R_1(s) = \frac{60.104(s + 116.2)(s + 24.57)}{s(s + 2098)} \quad (4.14)$$

Come possiamo osservare Il sistema è asintoticamente stabile ed inoltre risultano:  $\omega_c = 200$ ,  $\phi_m = 65$ . Come è risaputo, una rete a sella, può essere ricondotto a un **regolatore PID** reale, il quale, oltre alle azioni **proporzionale**, **integrale** e **derivativa**, possiede anche un polo ad alta frequenza, per rendere fisicamente realizzabile il regolatore [3]. Si può scrivere la funzione di trasferimento di un PID ideale, come somma dei vari contributi. Nel dominio del tempo:

$$u(t) = k_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (4.15)$$

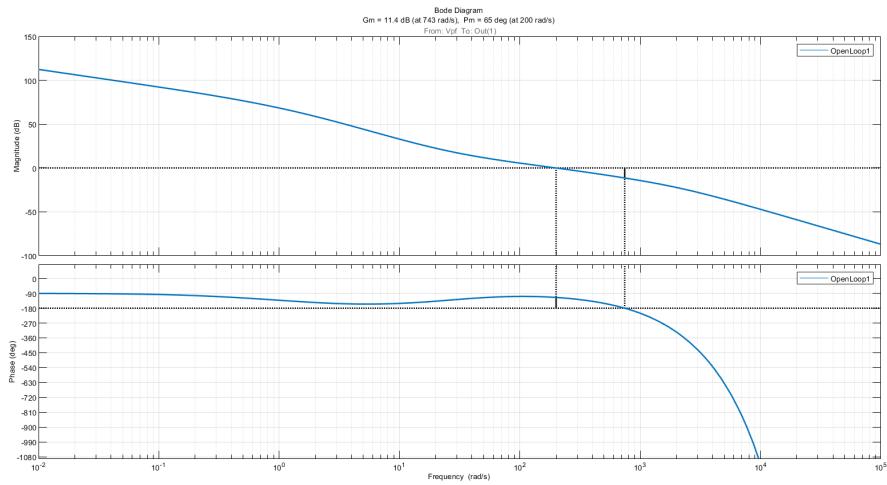


Figura 4.9: Diagrammi di Bode della funzione d'anello  $R_1G_1$

Mentre nel dominio di Laplace risulta:

$$R_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + sK_D \quad (4.16)$$

in cui si individuano il termine proporzionale ( $R_P = K_P$ ), quello integrale ( $R_I(s) = \frac{K_I}{s}$ ) e quello derivativo ( $R_D(s) = K_D s$ ). Si può concludere che la presenza dell'azione integrale garantisce errore nullo a fronte di segnali di riferimento e disturbi additivi costanti, mentre l'azione derivativa introduce uno zero, che a sua volta genera un anticipo di fase e quindi una maggiore prontezza del sistema di controllo. Una diversa rappresentazione dei PID, forse anche più utilizzata della 4.16, è data da:

$$R_{PID}(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = k_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \quad (4.17)$$

in cui  $T_I = \frac{K_P}{K_I}$  è il tempo integrale (o di reset) e  $T_D = \frac{K_D}{K_P}$  è il tempo derivativo.

Il PID è quindi un sistema improprio per la presenza del termine derivativo  $R_D(s)$ . Per questo motivo nella pratica l'azione derivativa è ottenuta per mezzo della funzione di trasferimento

$$R_D^a(s) = \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{K_P N} s} = \frac{K_P T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \quad (4.18)$$

dove la costante positiva  $N$  è scelta in modo che il polo  $s = -\frac{N}{T_D}$ , aggiunto per la realizzabilità, sia all'esterno della banda di frequenze di interesse nel controllo.

I PID hanno un polo nell'origine del piano complesso, e, nella loro forma ideale, due zeri in posizione:

$$s = \frac{-T_I \pm \sqrt{T_I(T_I - 4T_D)}}{2T_I T_D} \quad (4.19)$$

Se si considera la forma reale, gli zeri si modificano (di poco) e si aggiunge un polo a pulsazione più elevata. Pertanto il PID può essere interpretato come una particolare rete a sella in cui gli zeri sono ricavati da 4.19, un polo corrisponde al polo nell'origine e il secondo polo è situato in  $s = -\frac{N}{T_D}$ . Quindi otteniamo dalla rete a sella ricavata in 4.14 il regolatore PID equivalente, per cui:

$$\begin{aligned} K_P &= 4 \\ K_I &= 81.8 \\ K_D &= 0.0267 \\ \frac{T_D}{N} &= 0.000477 \end{aligned} \tag{4.20}$$

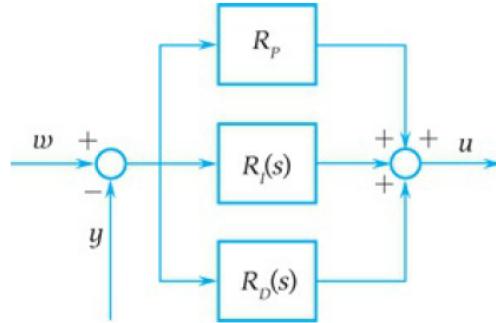


Figura 4.10: Schema a blocchi di un PID

Come prevedibile tutti i PID hanno coefficienti simili per cui viene mostrata solo la risposta al gradino con il PID di parametri 4.20, che è caratterizzata da una sovraelongazione contenuta, ma ha un tempo di assestamento maggiore rispetto ai regolatori discussi nel paragrafo precedente, in accordo con le teorie del controllo, inoltre risulta anche più robusto, a causa del fatto che presenta un maggior margine di fase.

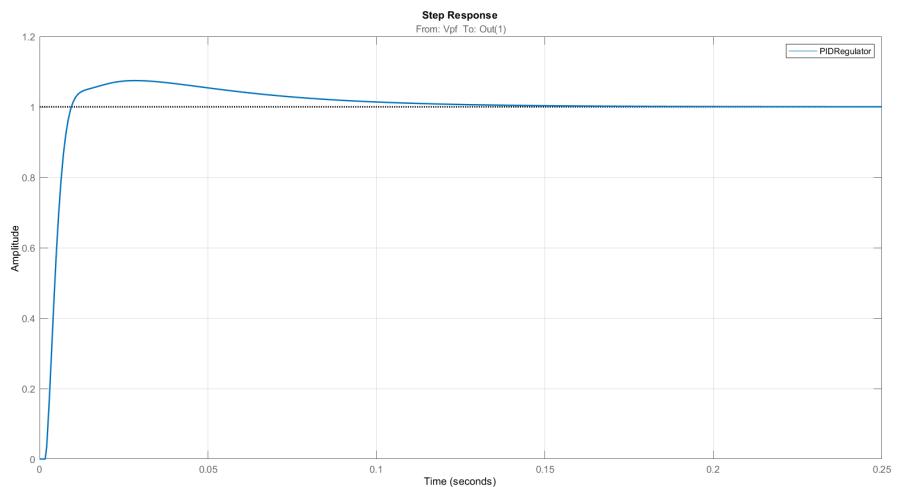


Figura 4.11: Risposta al gradino con regolatore PID sul sistema completo  $G_1$

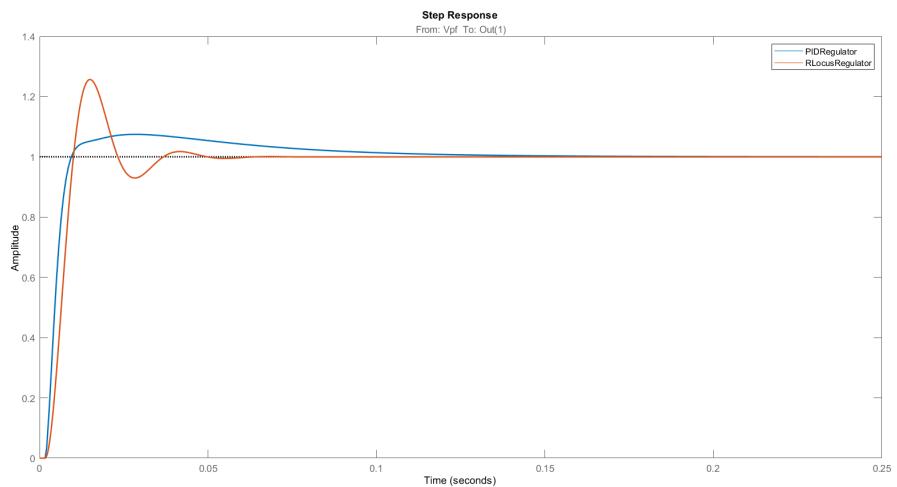
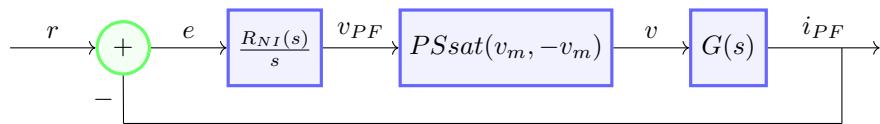


Figura 4.12: Risposta al gradino con regolatore PID (in blu) e regolatore con luogo (in arancio) sul sistema completo  $G_1$

## 4.4 Anti Windup

La presenza combinata dell’azione integrale e di una saturazione dovuta all’attuatore provoca un effetto di tipo non lineare che può deteriorare significativamente le prestazioni del sistema di controllo. Quando l’errore  $e$  si mantiene dello stesso segno per un certo periodo, lo stato dell’integratore, che coincide con la sua uscita  $u$ , cresce in modulo sempre più. Ciò avviene anche se l’effettiva variabile di ingresso  $m$  del sistema sotto controllo viene limitata al valore  $u_M$  o  $u_M$  dalla saturazione dovuta all’attuatore. Quando questo accade, se l’errore cambia segno è necessario attendere che lo stato  $u$  dell’integratore torni ad assumere valori in modulo inferiori a  $u_M$  prima che l’attuatore riprenda a operare in zona lineare, cioè si abbia  $m(t) = u(t)$ . In altri termini, si deve attendere la scarica dell’azione integrale. Sarebbe invece molto più opportuno che la variabile di controllo effettiva lasciasse il valore di saturazione non appena l’errore cambia segno. Il fenomeno sopra descritto prende il nome di carica integrale o, più comunemente dall’inglese, di **integral windup**.



Il fenomeno del windup è dovuto al fatto che la dinamica del regolatore non è influenzata dall’eventuale presenza di limitazioni sulla sua variabile di uscita. Se queste limitazioni sono attive si usa dire che lo stato del regolatore non è congruente con l’effettiva variabile  $m$ . Per ovviare a ciò, tutti i vari schemi proposti in letteratura per attenuare il windup hanno in comune la caratteristica di alimentare il regolatore anche con il segnale a valle della saturazione, in modo che il suo stato possa evolvere coerentemente con l’andamento della variabile che effettivamente agisce sul processo [3].

Nel caso specifico, tutti i power supply hanno dei limiti di saturazione, che peggiorano le performance dei controllori, una volta superate tali soglie. L’obiettivo è quindi quello di realizzare un sistema di **anti-windup**, in modo da migliorare le prestazioni dei regolatori. Esistono molti schemi di desaturazione integrale, ma le tecniche più note sono quelle del **back-calculation** e dell’**integral clamping**. Nel caso del back-calculation, l’azione integrale viene resettata per mezzo di una costante di tempo  $T_t$  qualora ci sia saturazione. Ciò significa che l’azione integrale sarà nulla dopo un tempo dettato da  $T_t$ . La difficoltà principale di questo schema è quella di tarare correttamente la costante di tempo, la quale dipende anche dai parametri del processo. Per la seguente tesi è quindi stato scelto il metodo dell’integral clamping, il quale risulta più efficace su una vasta scala di processi da controllare e risulta relativamente semplice da implementare su un dispositivo digitale.

#### 4.4.1 Integral clamping

L'**integral clamping** è una tecnica che consiste nel resettare istantaneamente l'azione integrale, qualora l'attuatore stia saturando [2]. Per far ciò si confronta il modulo dell'uscita dell'attuatore non saturata col modulo dell'uscita dell'attuatore saturata e il segnale risultante viene utilizzato "in feedback" come controllo condizionato. Se la differenza tra i due valori è nulla, l'attuatore non sta saturando, quindi l'azione integrale funziona in condizioni di normale funzionamento, (cioè con un certo guadagno  $K_I$ ). Viceversa se la differenza tra i due valori non è nulla, allora l'attuatore sta saturando, dunque l'azione integrale viene istantaneamente resettata ( $K_I = 0$ ). Tale strategia fa sì che durante la fase di windup, poiché l'azione integrale viene annullata, la variabile di controllo non aumenta, permettendo di raggiungere il riferimento desiderato in tempi più brevi, senza attendere la scarica integrale.

In particolare si è deciso di utilizzare una tecnica avanzata di clamping, in particolare, l'integrazione viene spenta quando c'è saturazione e l'uscita integrale è tale che causerebbe ancor più saturazione. Ad esempio, supponiamo che l'attuatore saturi positivamente. L'azione integrale viene spenta se l'errore è positivo, ma non se è negativo.

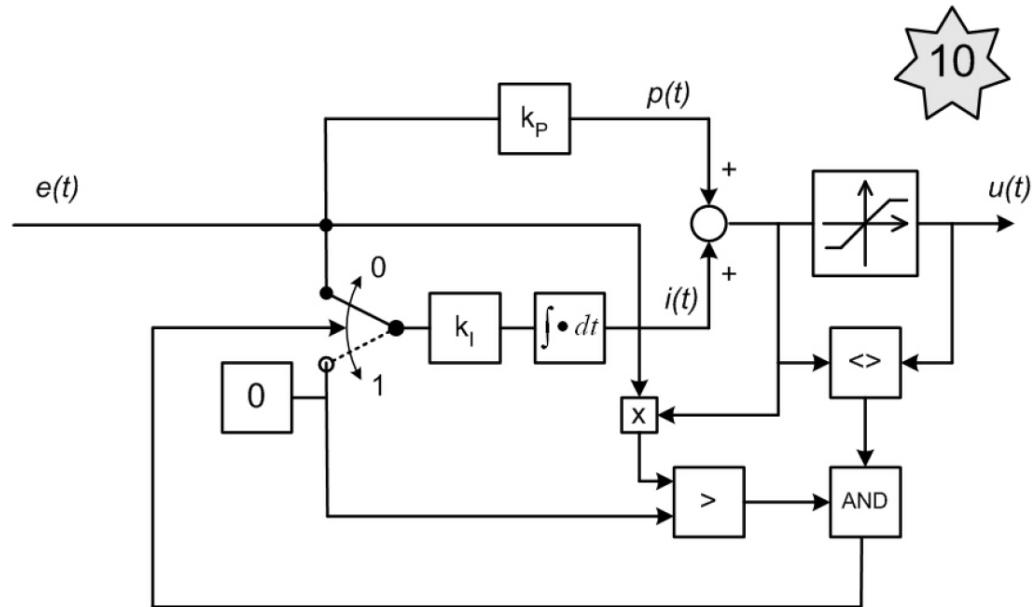


Figura 4.13: Clamping anti windup

## 4.5 Analisi di robustezza

### 4.5.1 Analisi delle funzioni di sensitività

Nel seguente paragrafo vengono analizzate le **funzioni di sensitività** del sistema di controllo.

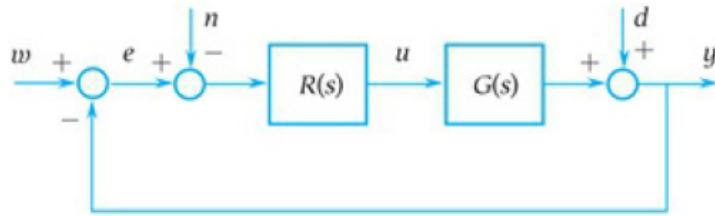


Figura 4.14: Schema di controllo in retroazione dell'uscita

In particolare:

- *funzione di sensitività:*

$$S(s) = \frac{1}{1 + R(s)G(s)} \quad (4.21)$$

- *funzione di sensitività complementare:*

$$F(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} \quad (4.22)$$

- *funzione di sensitività del controllo:*

$$Q(s) = \frac{R(s)}{1 + R(s)G(s)} \quad (4.23)$$

Inoltre risulta anche valido in forma matriciale [3]:

$$\begin{bmatrix} Y(s) \\ U(s) \\ E(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s) & S(s) & -F(s) \\ Q(s) & -Q(s) & -Q(s) \\ S(s) & -S(s) & F(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ D(s) \\ N(s) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

E' di nostro interesse analizzare le funzioni di sensitività dei due controllori sviluppati, quello con il luogo delle radici e il PID. In particolare, analizzare la funzione di sensitività  $S(s)$  ci permetterà di comprendere come evolve l'andamento dell'errore rispetto al riferimento. Qui sono riportati i grafici dell'errore in funzione di un riferimento a gradino e a rampa unitari, considerando entrambi i controllori (Fig.4.15 e Fig.4.16)

Come è possibile osservare il comportamento del regolatore PID è superiore per quanto riguarda l'errore a regime per riferimenti a rampa, poiché il suo guadagno è maggiore rispetto al regolatore realizzato col luogo delle radici.

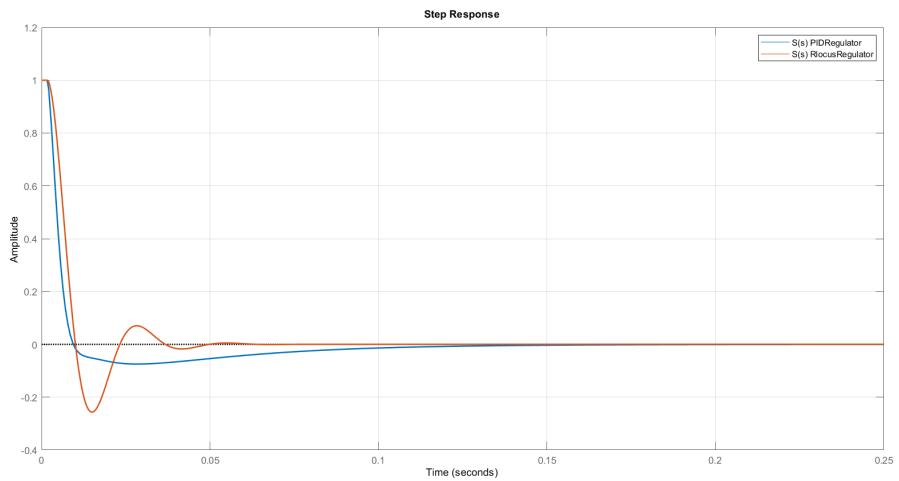


Figura 4.15: Funzione di Sensitività con riferimento a gradino sul sistema completo  $G_1$  (PID in blu, Luogo delle radici in arancio)

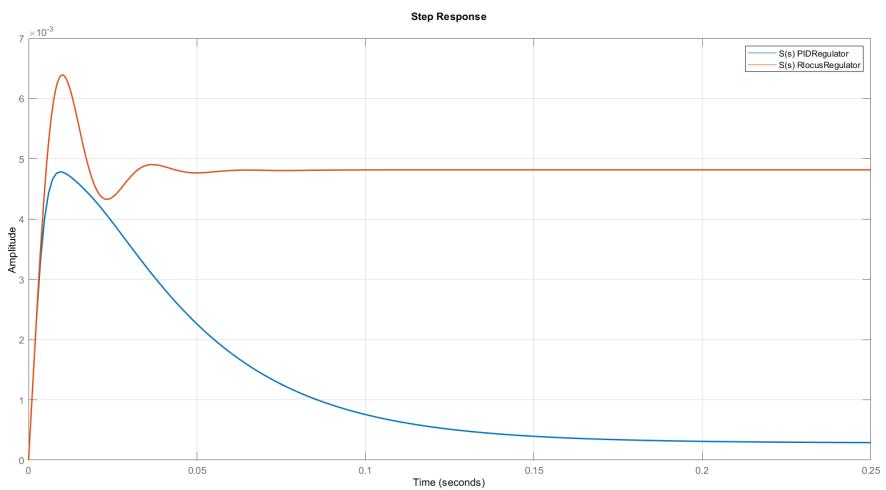


Figura 4.16: Funzione di Sensitività con riferimento a rampa sul sistema completo  $G_1$  (PID in blu, Luogo delle radici in arancio)

#### 4.5.2 Analisi rispetto incertezze sui parametri

Per verificare la **robustezza** dei regolatori progettati, rispetto alle incertezze dei parametri, è stato realizzato uno script, mediante il quale è possibile tener conto di una variazione percentuale arbitraria sulla delle induttanze  $L$  e sulla matrice delle resistenze  $R$ . Qui di seguito è stato riportato il codice che permette di effettuare le simulazioni con un intervallo incertezza massima di  $\pm 10\%$  sui parametri (Fig.4.17)

In particolare è possibile effettuare contemporaneamente più simulazioni sui singoli sistemi generati ciascuno dalle matrici  $L_i$  ed  $R_i$  di sample, in modo da ottenere differenti modelli

```

Msample = 10;    % number of sample
Mpercent = 10;  % uncertainty
precision = Mpercent/Msample;  % precision of sampling

% sampling L matrix
Lu = zeros([size(L), 2*Msample+1]); % L uncertain matrix
for i = 1:Msample
    Lu(:,:,i) = L - i .* precision/100 .* L;
end
Lu(:,:,Msample+1) = L;
for i = Msample+2:2*Msample+1
    Lu(:,:,i) = L + i .* precision/100 .* L;
end

% sampling R matrix
Ru = zeros([size(R), 2*Msample+1]); % R uncertain matrix
for i = 1:Msample
    Ru(:,:,i) = R - i .* precision/100 .* R;
end
Ru(:,:,Msample+1) = R;
for i = Msample+2:2*Msample+1
    Ru(:,:,i) = R + i .* precision/100 .* R;
end

% system matrices for uncertain state-space mimo model
Au = zeros([size(A), 2*Msample+1]); Bu = zeros([size(B), 2*Msample+1]);
Cu = zeros([size(C), 2*Msample+1]); Du = zeros([size(D), 2*Msample+1]);
sysu = ss(zeros([size(sys), 2*Msample+1]));
% sampling state space matrix
for i=1:2*Msample+1
    Au(:,:,i) = -inv(Lu(:,:,i))*Ru(:,:,i);
    Bu(:,:,i) = Lu(:,:,i)\S;
    Cu(:,:,i) = eye(circuitNumber,length(Au(:,:,i)));
    Du(:,:,i) = zeros(circuitNumber,circuitNumber);
    sysu(:,:,i) = ss(Au(:,:,i),Bu(:,:,i),Cu(:,:,i),Du(:,:,i));
end

```

Figura 4.17: Codice usato per l'analisi robustezza a fronte di incertezze dei parametri

numerici, al variare dei parametri delle matrici. I sistemi così generati possono dunque essere analizzati per verificarne le caratteristiche quali stabilità e prestazioni. La filosofia usata è molto simile ad una simulazione Montecarlo. In questo caso le matrici campione sono state generate secondo una distribuzione normale ma è possibile sfruttare un altro tipo di distribuzione, come una gaussiana.

I risultati sono stati verificati per entrambi i controllori, scegliendo in primis riferimenti a gradino, per poi testare le analisi su un segnale trapezoidale.

Dai risultati ottenuti si può verificare che il regolatore con luogo delle radici è meno robusto alle variazioni dei parametri e il threshold di incertezza dopo il quale il sistema closed loop diventa instabile si assesta intorno 67%. Il regolatore PID invece è più robusto e presenta un

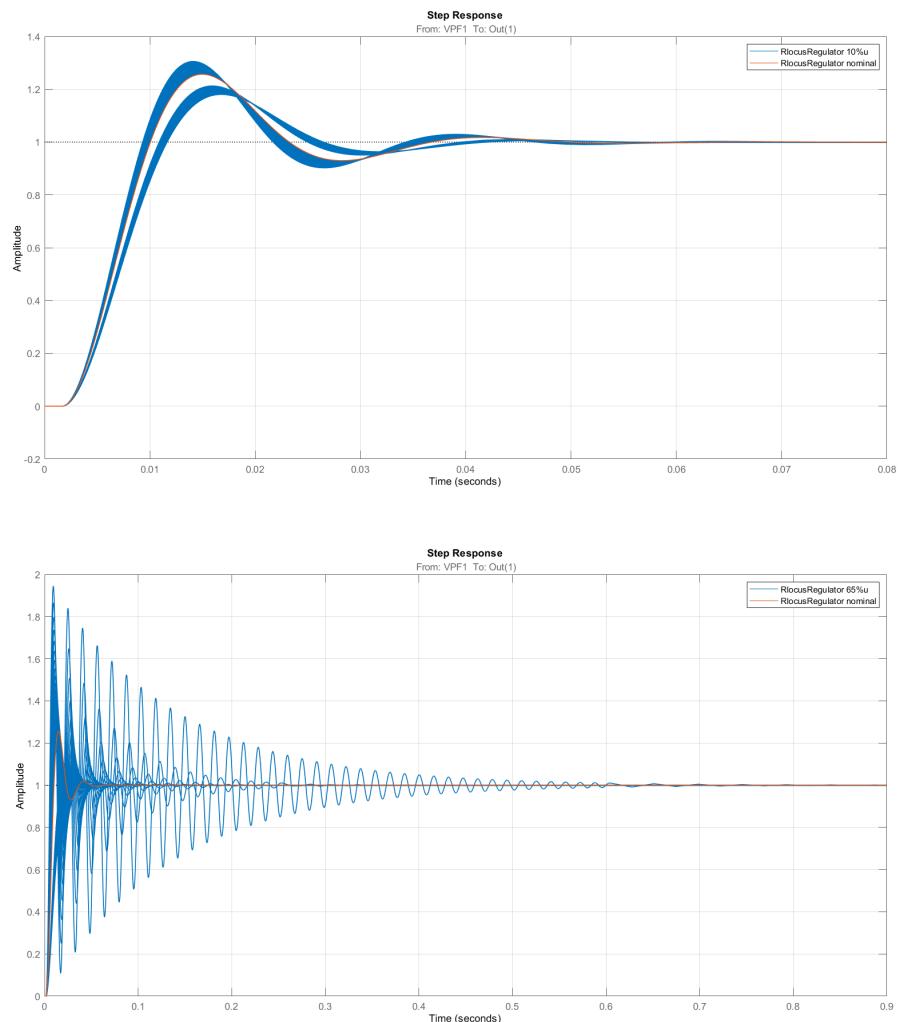


Figura 4.18: Risposta al gradino regolatore con luogo e incertezza al 10 (in alto) e 65 percento (in basso)

threshold dopo il quale il sistema retroazionato diventa instabile di 73%.

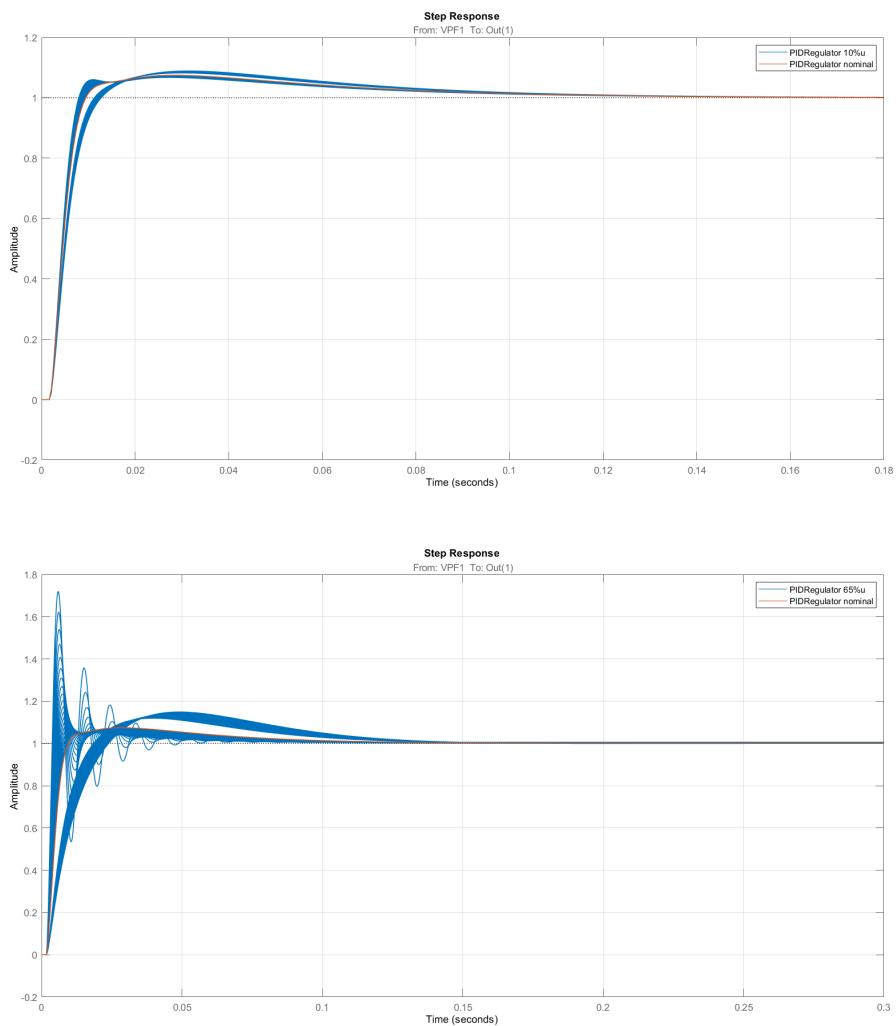


Figura 4.19: Risposta al gradino regolatore PID e incertezza al 10 percento (in alto) e 65 percento (in basso)

### 4.5.3 Predittore di Smith

E' chiaro che la presenza di un ritardo di tempo limita le prestazioni ottenibili con il tradizionale schema in retroazione. Infatti il contributo negativo di fase introdotto dal ritardo impedisce di aumentare il valore della pulsazione critica, pena una drastica riduzione del margine di fase o addirittura la perdita della stabilità asintotica del sistema retroazionato. Si mostra ora che, se il processo è asintoticamente stabile, queste restrizioni possono essere attenuate mediante l'adozione di un predittore di Smith [3]. Dato il processo:

$$G(s) = G'(s)e^{-s\tau} \quad (4.25)$$

sia:

$$P(s) = (1 - e^{-s\tau})G'(s) \quad (4.26)$$

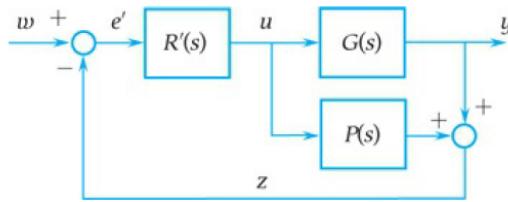


Figura 4.20: Schema di controllo con predittore di Smith

seguendo lo schema in Fig.4.20 si ottiene:

$$L(s) = (G(s) - P(s))R(s) = G'(s)R(s) \quad (4.27)$$

Il progetto di  $R(s)$  può quindi essere effettuato con riferimento a  $G'(s)$  senza tener conto delle restrizioni dovute alla presenza del ritardo di tempo di  $G(s)$ . Con riferimento al nostro sistema il processo  $G(s)$  è la serie tra il sistema magnetico e il power supply, il quale presenta un ritardo. L'introduzione del predittore di Smith, sebbene possa migliorare le prestazioni dei controllori, in quanto è possibile non curarsi del ritardo di tempo, risulta comunque sensibile alle incertezze parametriche e a problemi di modellazione come la presenza di dinamiche nascoste. Infatti questo schema di controllo è usato su processi caratterizzati da ritardi di tempo molto più elevati e di ordine molto piccolo. Usare quindi questa architettura di controllo potrebbe anche portare ad effetti indesiderati come instabilità e in ogni caso contribuirebbe ad aumentare la complessità del regolatore in se. Per questi motivi è stata tralasciata l'ipotesi di introdurre il predittore di Smith nelle simulazioni effettuate.

## Capitolo 5

# Risultati delle simulazioni

### Sommario

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 5.1 | Analisi delle simulazioni sul sistema completo . . . . . | 54 |
| 5.2 | Azione dell'anti windup . . . . .                        | 65 |

Nel seguente capitolo si tratterà principalmente dell'analisi delle simulazioni effettuate sul modello MIMO. Verranno dunque esposti i risultati in funzione di diversi riferimenti (gli scenari) e si valuteranno le performance dei controllori.

## 5.1 Analisi delle simulazioni sul sistema completo

Il modello completo è stato realizzato su *Simulink*, in modo da poter simulare facilmente il sistema di controllo MIMO, con tutti i controllori realizzati. Per cambiare facilmente tipologia di controllore per la simulazione si è fatto uso de *variant subsystem*, ovvero dei blocchi che permettono di scegliere in maniera condizionata quale sistema far eseguire durante la simulazione. Lo schema di simulazione è costituito dal variant subsystem contenente i controllori, il blocco dei power supply, costituito dalle 12 funzioni di trasferimento con ritardo di tempo e saturazione, ed infine il sistema, rappresentante il processo vero e proprio. E' stato anche aggiunto un generatore di **rumore bianco**, cioè un particolare tipo di rumore caratterizzato dall'assenza di periodicità nel tempo e da ampiezza costante su tutto lo spettro di frequenze. La varianza del rumore è stata ricavata dai dati sperimentali delle misure, in modo da simulare l'errore sulla misura sul processo.

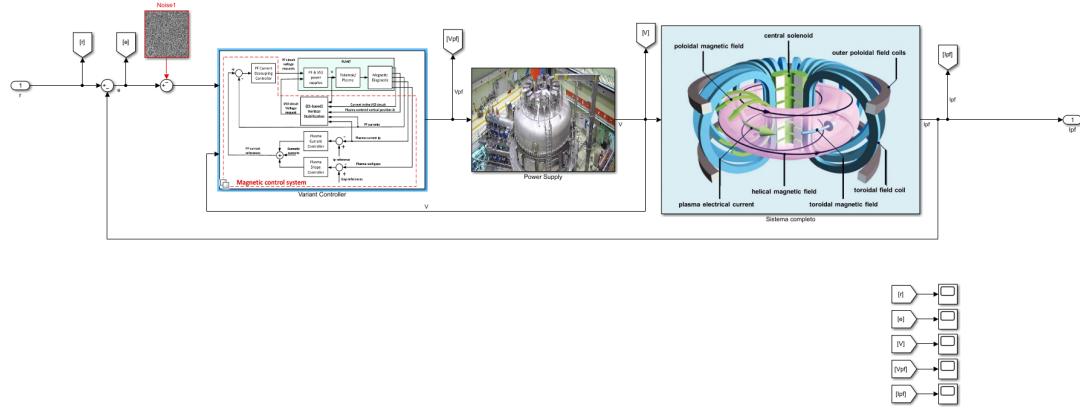


Figura 5.1: Schema Simulink della simulazione

I controllori sono stati realizzati mediante delle *maschere*, ovvero uno strumento messo a disposizione da simulink, che permette di personalizzare un *subsystem* in modo da nascondere la sottostruttura, che può essere modificata mediante un interfaccia personalizzabile. Nel nostro caso, sono stati realizzati dei blocchi sia per il controllore di tipo PID, il quale ha come parametri configurabili  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ , filtro derivativo e threshold di saturazione, sia per il controllore custom, il quale permette di settare i parametri del termine proporzionale, del termine integrale, la rete di compensazione e il threshold di saturazione.

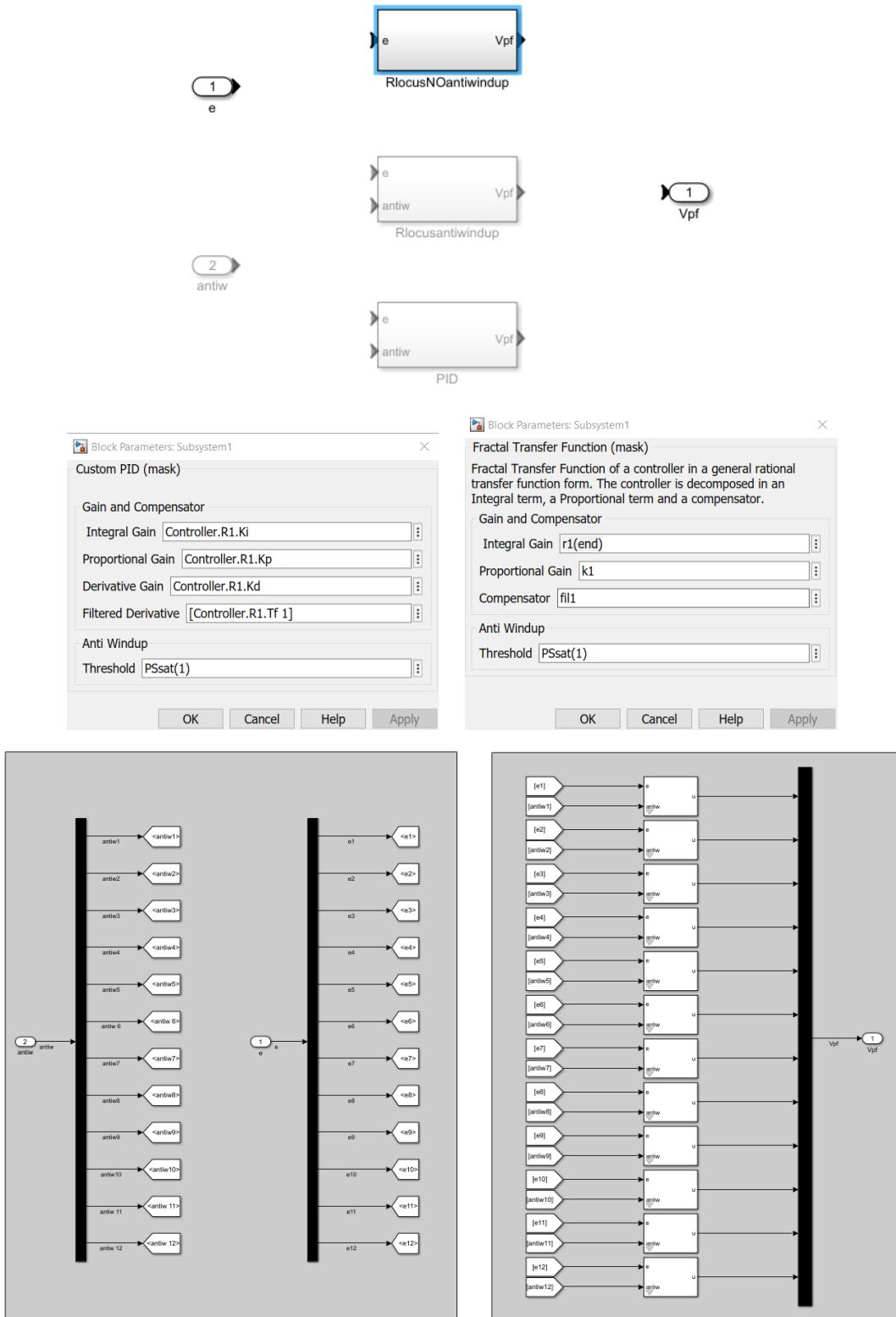


Figura 5.2: Schemi Simulink dei controller

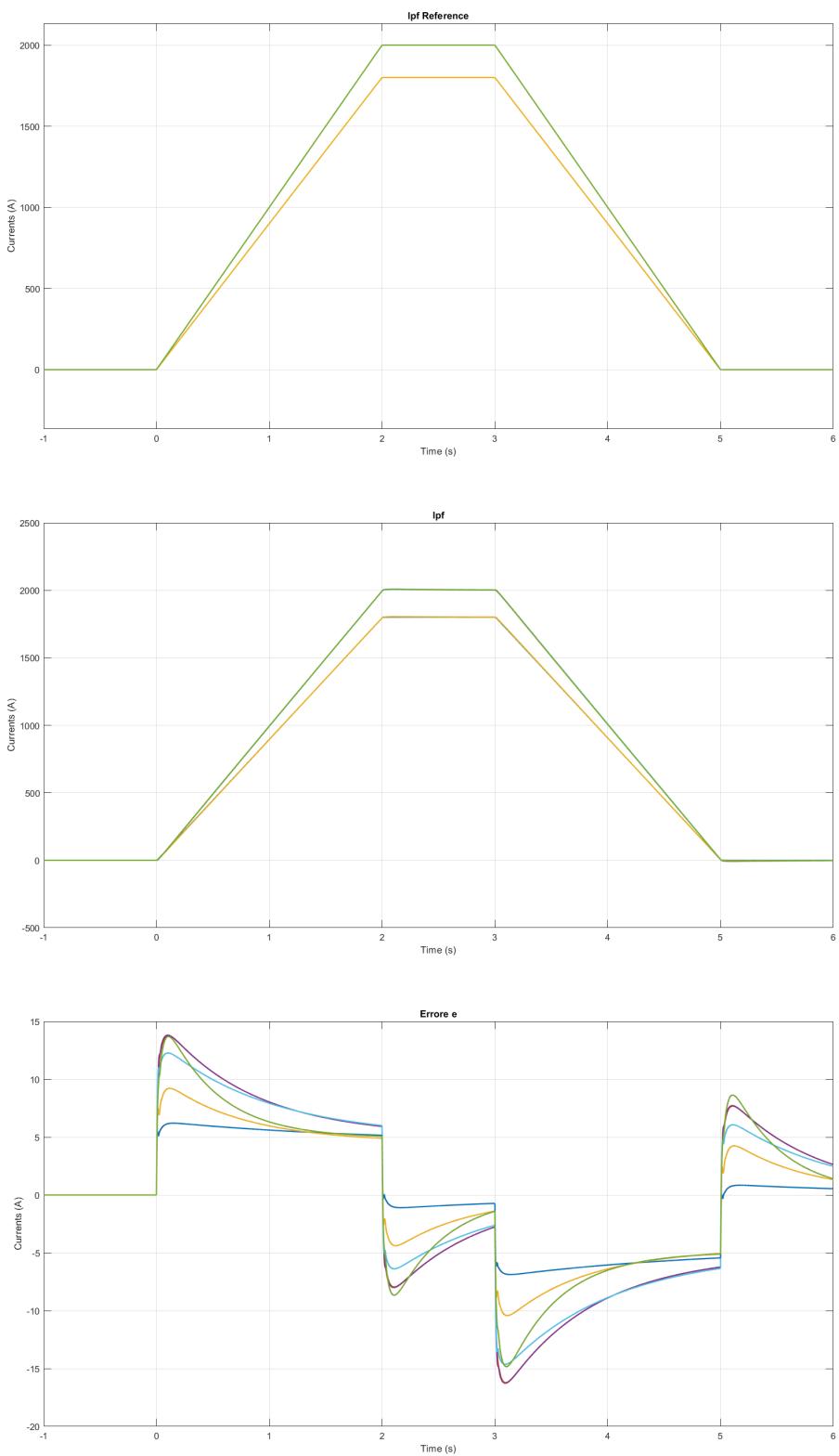


Figura 5.3: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con regolatore tarato con luogo

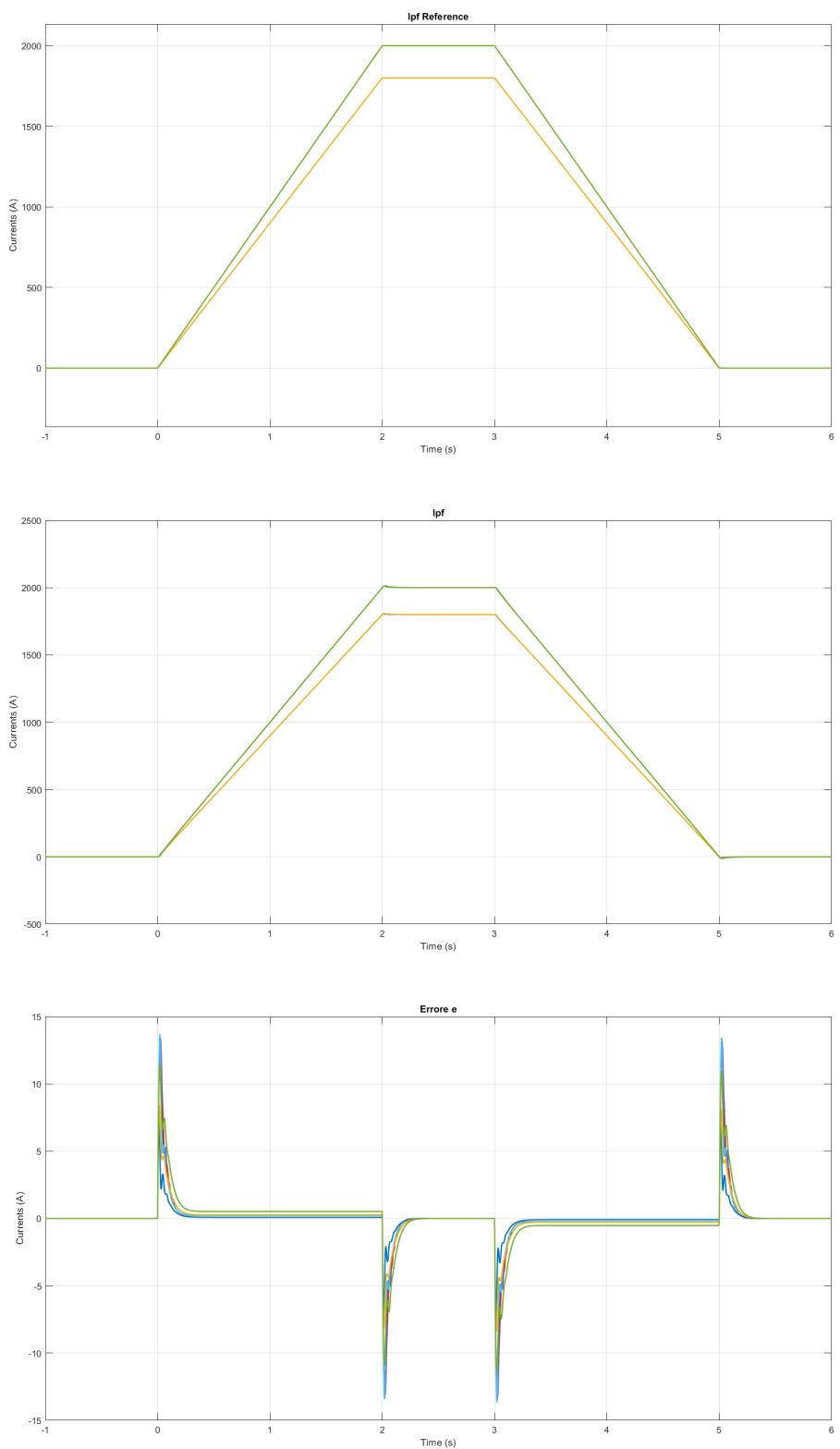


Figura 5.4: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con PID

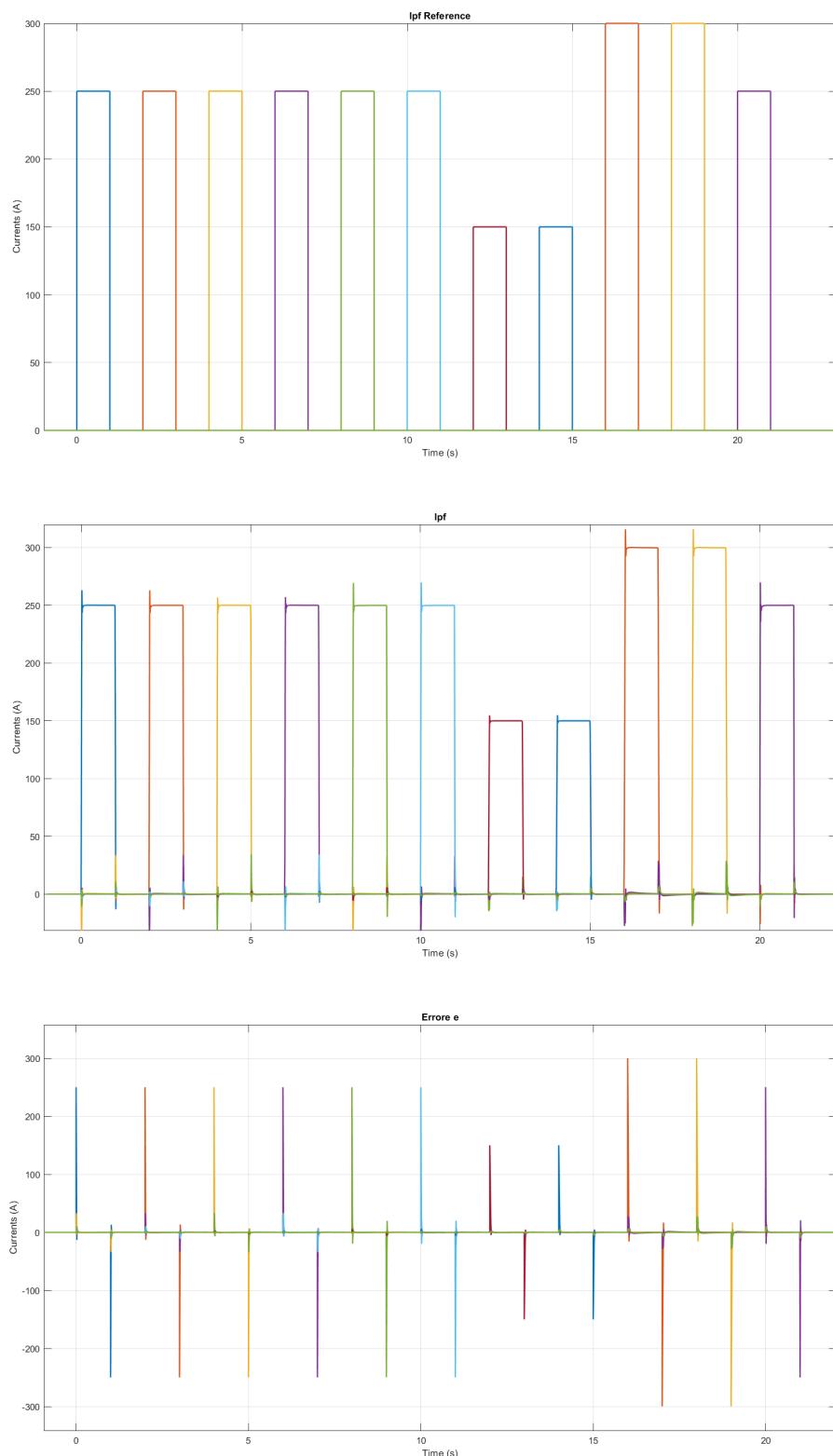


Figura 5.5: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con regolatore tarato con luogo

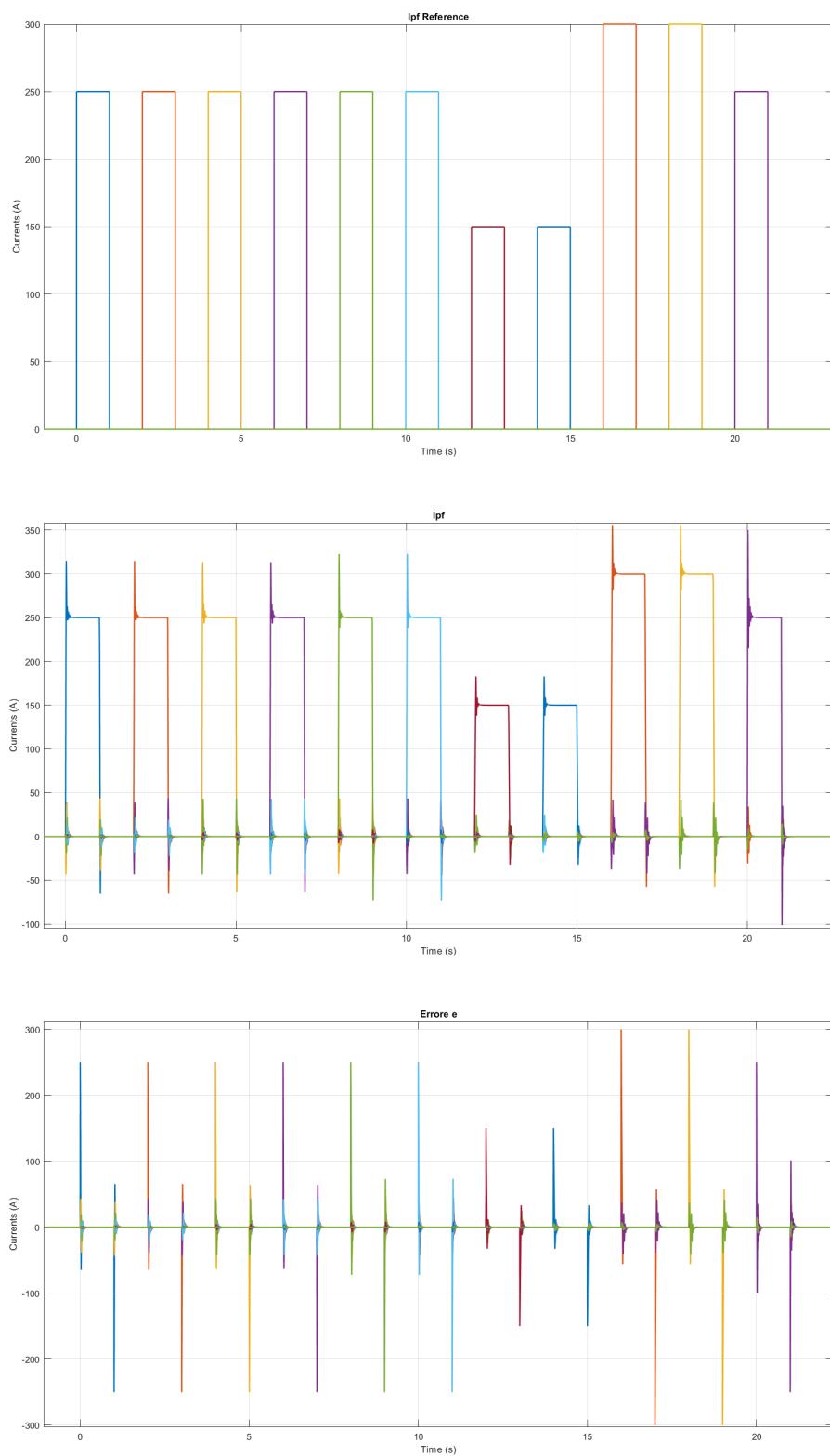


Figura 5.6: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con PID

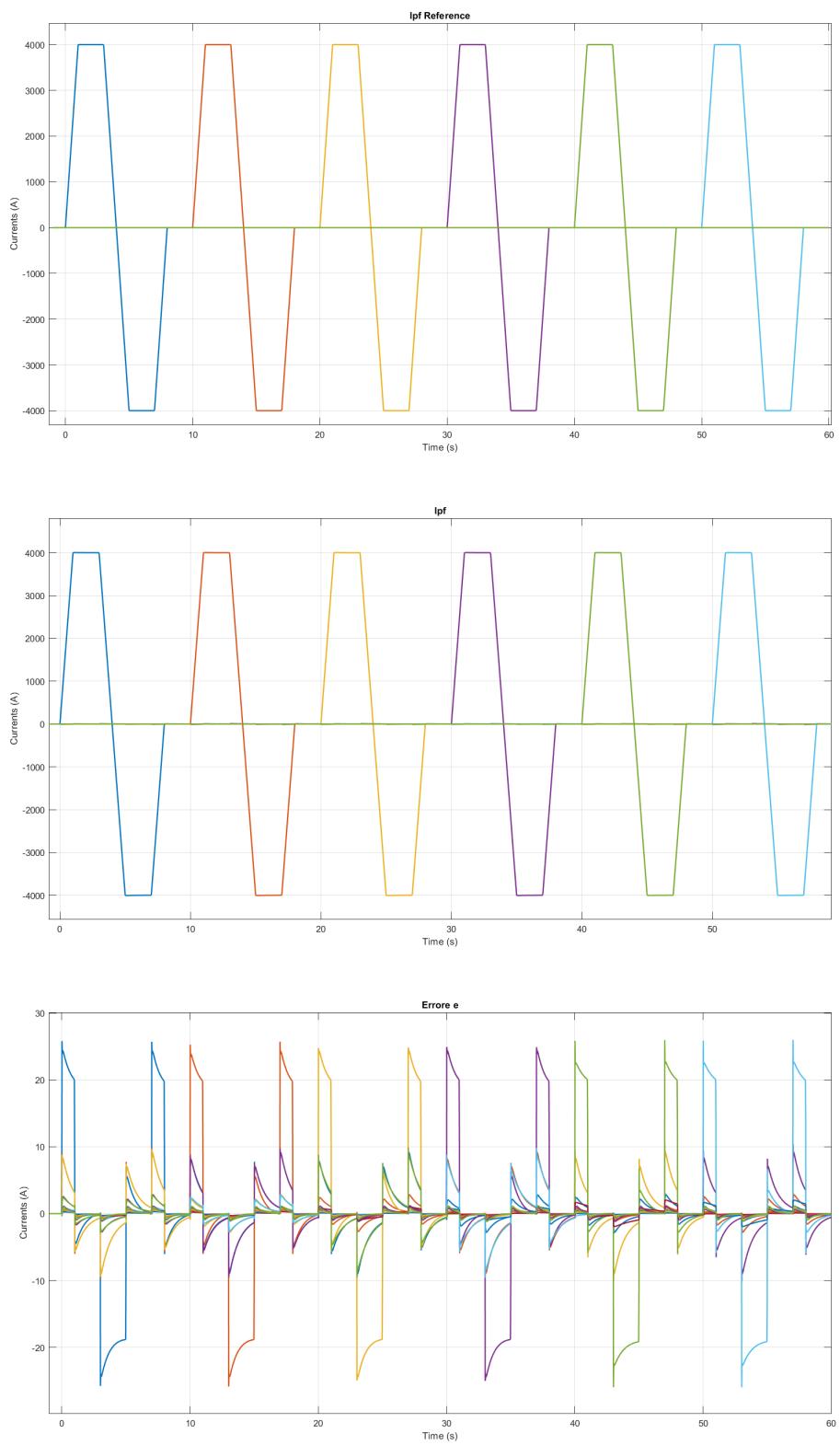


Figura 5.7: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con regolatore tarato con luogo

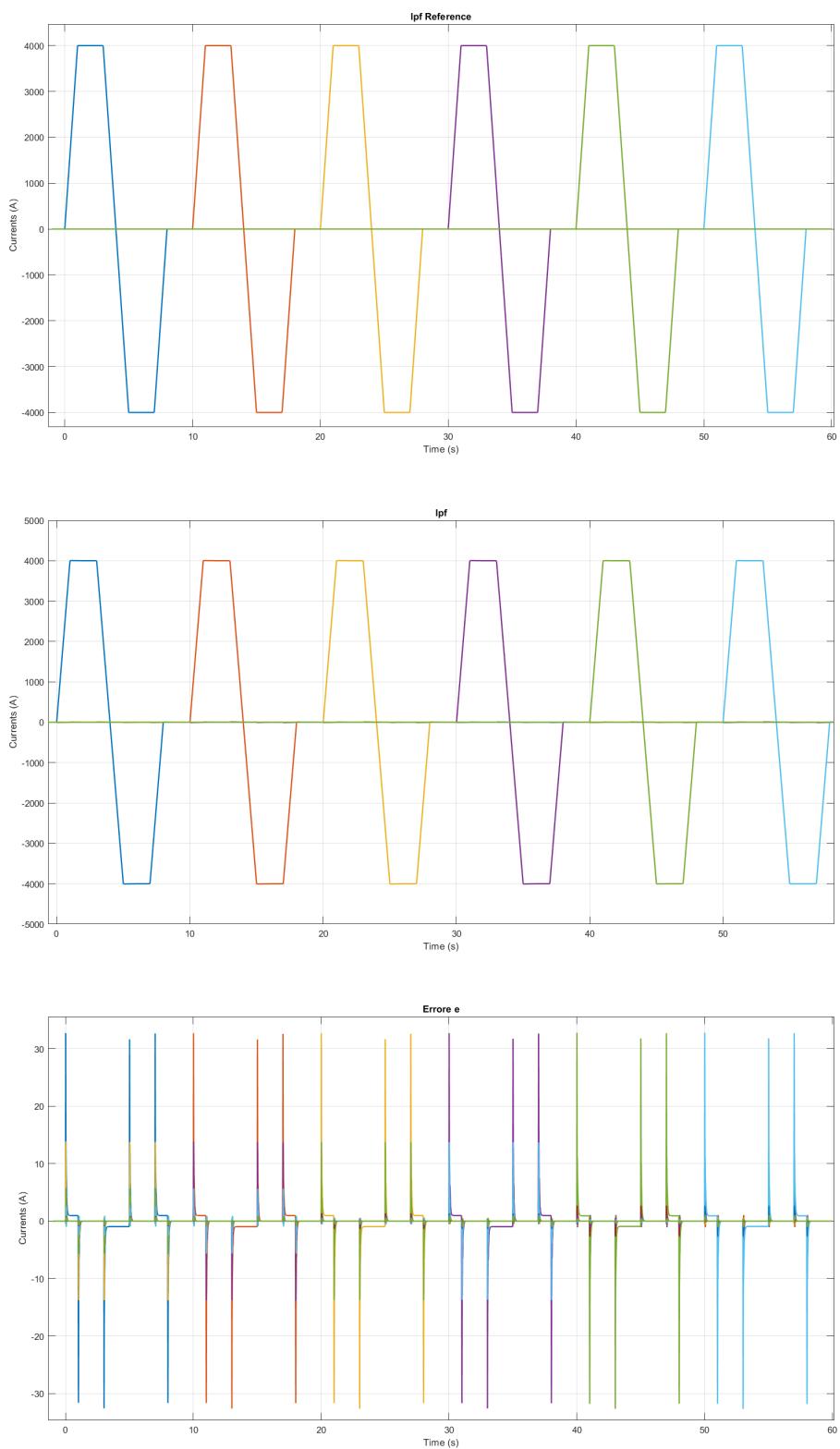


Figura 5.8: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con PID

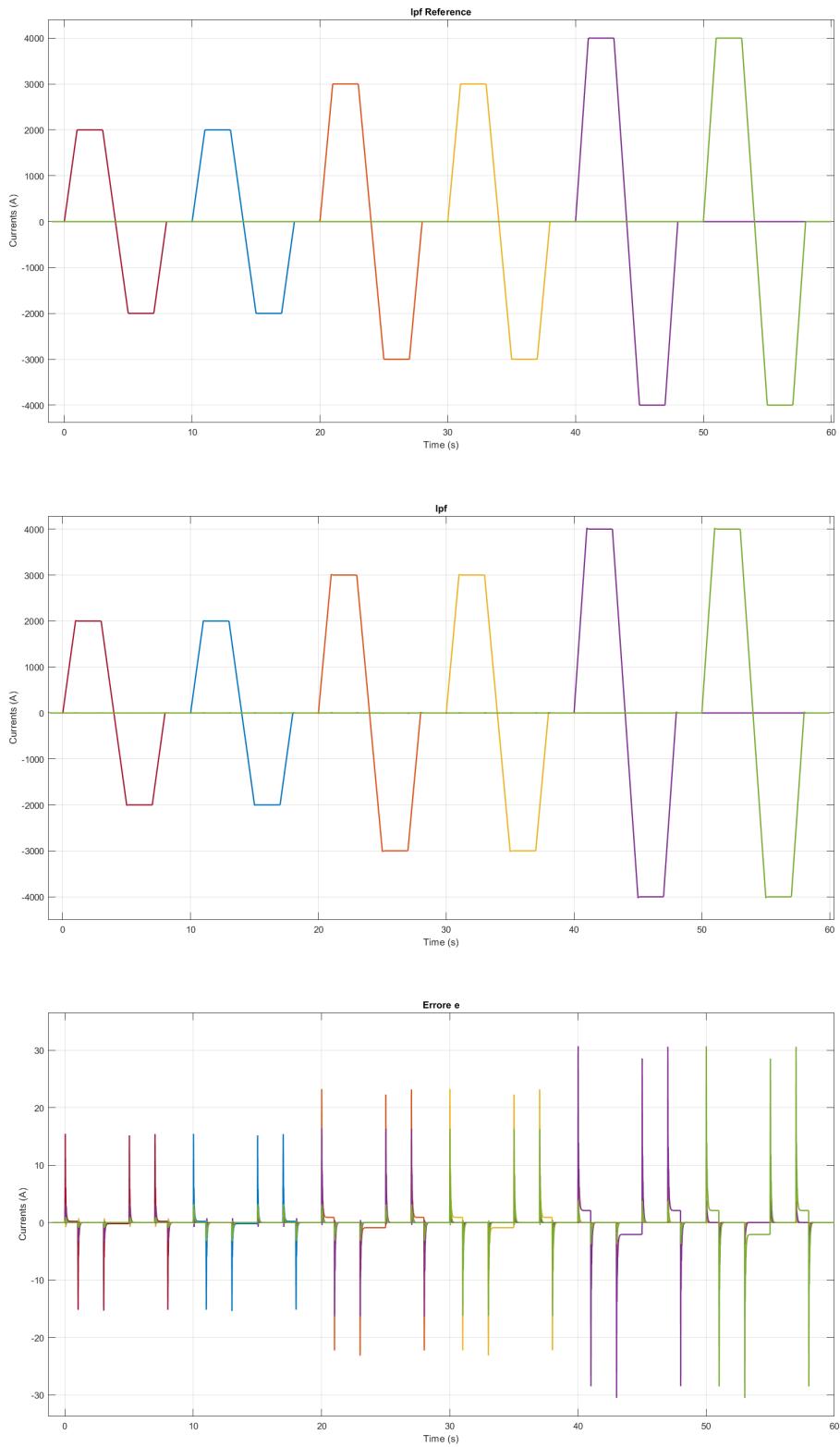


Figura 5.9: Correnti di riferimento (in alto), correnti controllate (al centro) ed errori (in basso) con PID

I risultati ottenuti sul sistema MIMO considerando i 12 controllori tarati con il luogo delle radici, sono positivi, in quanto la sovraelongazione è ridotta e il riferimento viene inseguito con un piccolo errore. Analogamente, le simulazioni effettuate con il regolatore PID, sono soddisfacenti e presentano una maggiore sovraelongazione, ma un miglior inseguimento dei riferimenti e dunque un minor errore rispetto ad essi.

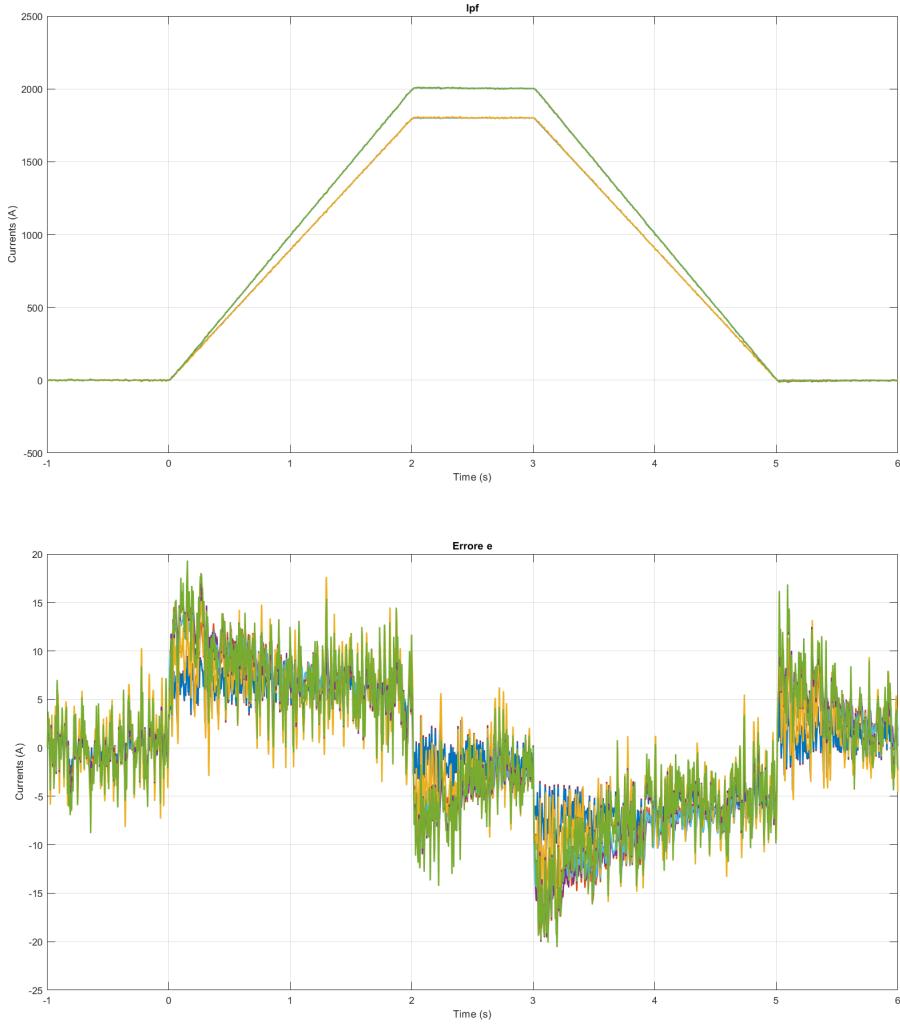


Figura 5.10: Correnti controllate (in alto) ed errori (in basso) con regolatore con luogo e rumore bianco

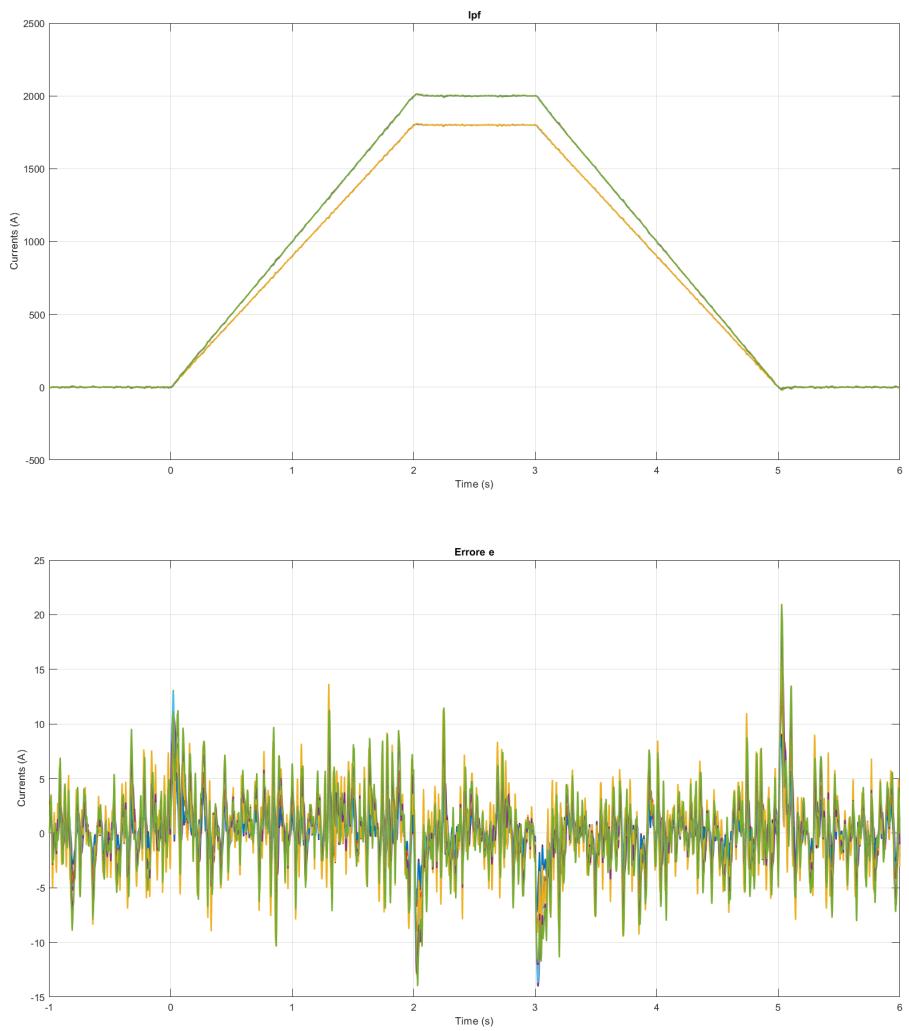


Figura 5.11: Correnti controllate (in alto) ed errori (in basso) con PID e rumore bianco

## 5.2 Azione dell'anti windup

Per la realizzazione dell'anti windup si è deciso di realizzare uno schema per il regolatore PID e uno schema per il regolatore tarato mediante il luogo delle radici. Per isolare l'azione integrale da quest'ultimo, si è scomposta la funzione di trasferimento in fratti semplici, utilizzando poi il metodo del clamping solo sull'azione integrale

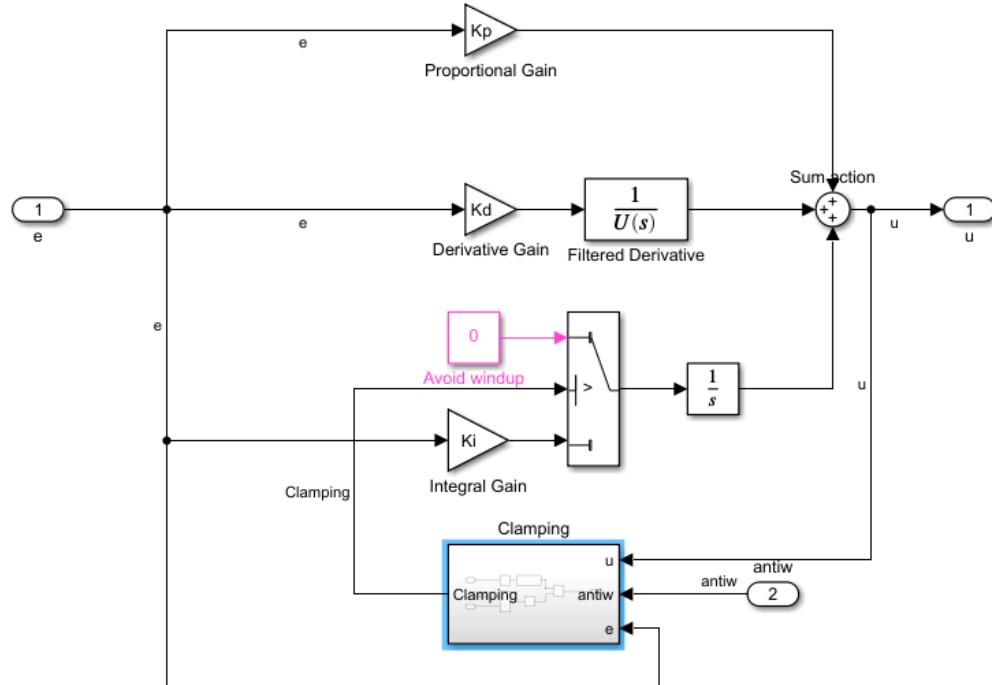


Figura 5.12: Blocco PID custom con clamping anti windup

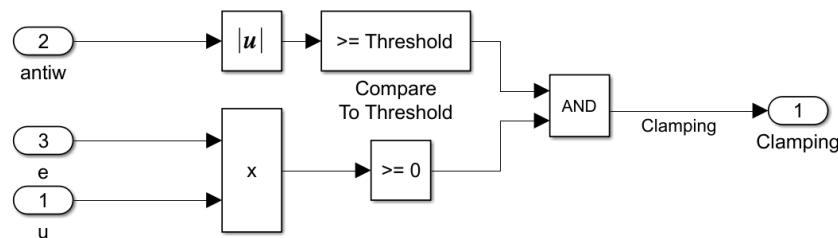


Figura 5.13: Blocco PID custom con clamping anti windup (clamping)

Dai grafici riportati si può chiaramente osservare che il sistema di anti windup funziona con ottime performance su entrambe le tipologie di regolatori, nel caso del PID limitandone le eccessiva sovraelongazione, che sarebbe altrimenti presente, mentre nel caso del controllore

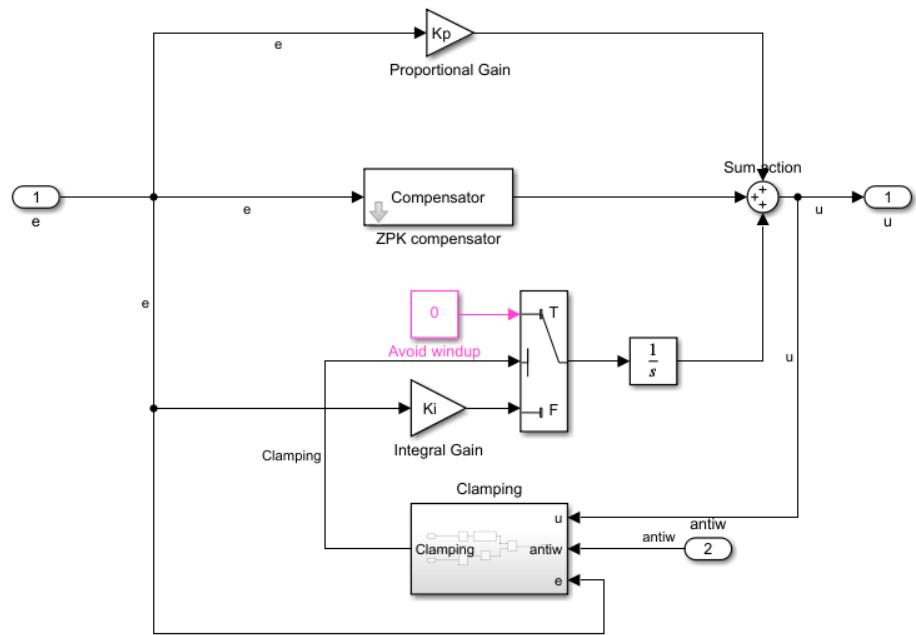


Figura 5.14: Blocco regolatore custom con clamping anti windup

tarato con il luogo delle radici, nel caso non venisse usato l'anti windup, si avrebbe una pessima performance di inseguimento dei riferimenti.

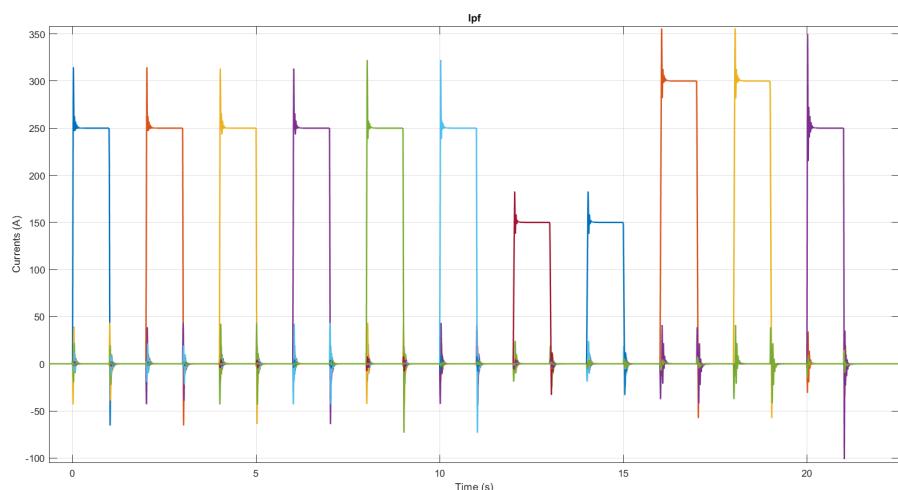
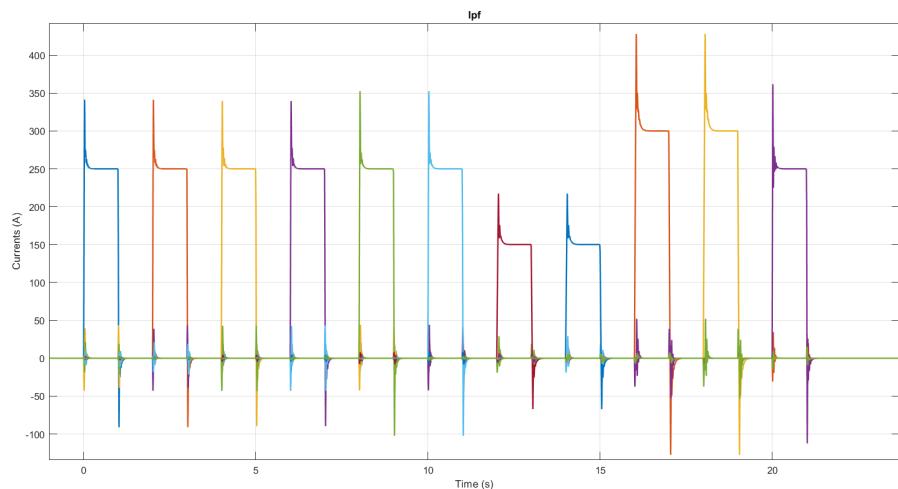


Figura 5.15: Risposta con regolatore PID senza anti windup (in alto), con anti windup (in basso)

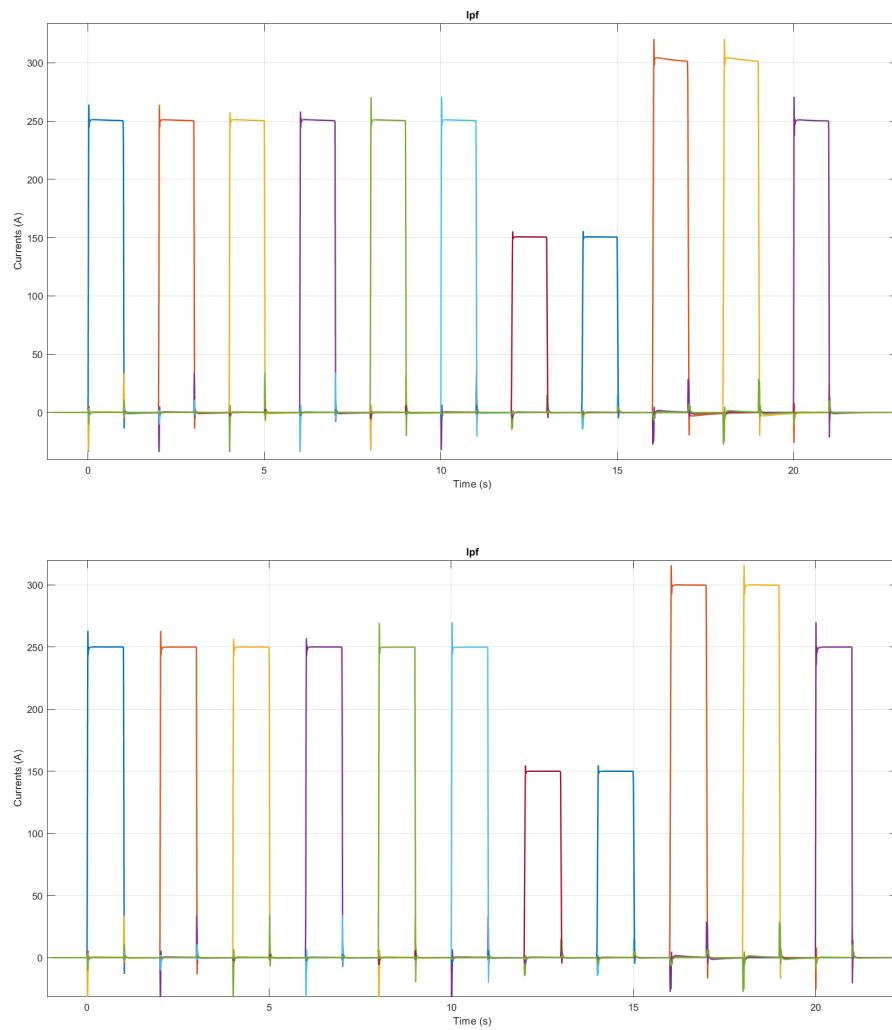


Figura 5.16: Risposta con regolatore tarato luogo delle radici senza anti windup (in alto), con anti windup (in basso)

# Capitolo 6

## Conclusioni e sviluppi futuri

### Sommario

|   |    |
|---|----|
| 6.1 Utilizzo del controllore su scenari con il plasma . . . . . | 70 |
| 6.2 Ottimizzazione del controllore . . . . .                    | 71 |

## 6.1 Utilizzo del controllore su scenari con il plasma

Il diagramma del sistema di controllo utilizzato per il tokamak EAST è molto esteso ed è costituito da diversi loop di controllo e da differenti regolatori, ognuno dei quali ha un preciso compito:

- *PF Current Decoupling Controller (PFC)*: il controllore sul quale ci siamo concentrati nella tesi, il cui scopo è quello di inseguire i riferimenti di corrente di uno scenario nei PF coil, insieme alle correzioni dovute ai loop più esterni.
- *Vertical Stabilization System (VS)*: si occupa principalmente della stabilizzazione del plasma. Il sistema fa affidamento su un set di power supply dedicati, i quali generalmente sono più rapidi. Il VS prende come riferimenti una velocità vertical, ma non la posizione, in modo da fermare il plasma e non regolare la sua posizione.
- *Plasma Current Controller*: ha come riferimento la corrente di plasma e può generare segnali addizionali per il PFC.
- *Plasma Shape Controller*: il suo obiettivo è quello di controllare la forma del plasma, prendendo come riferimento alcuni descrittori di forma.

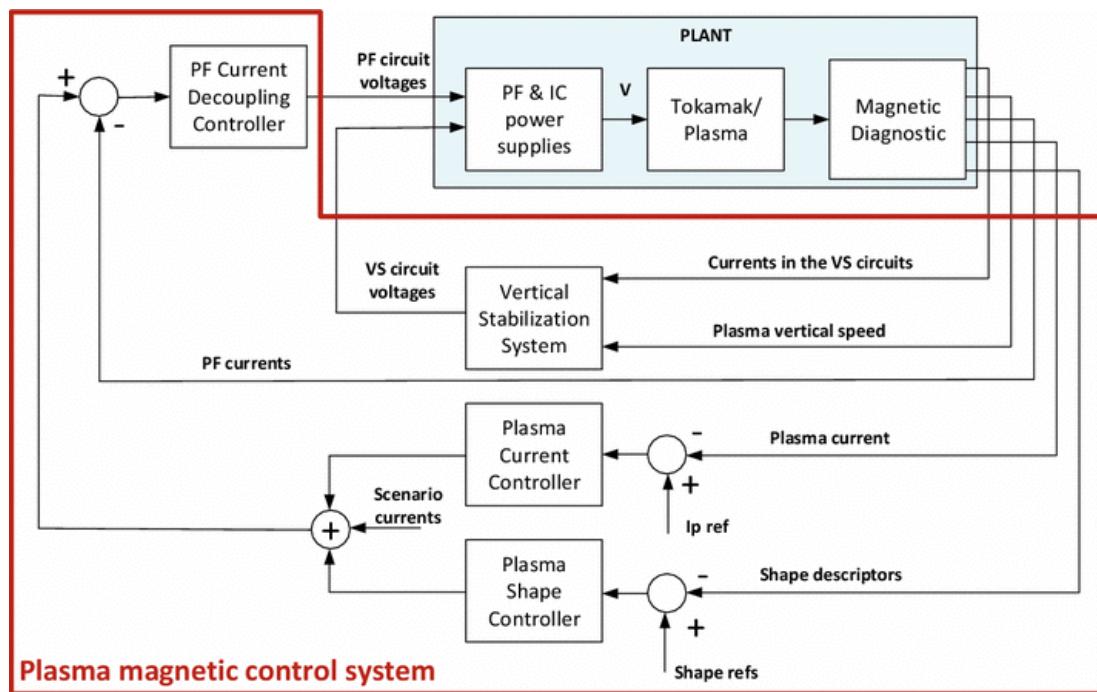


Figura 6.1: Architettura di controllo EAST

L'obiettivo, dunque, sarebbe quello di integrare i controllori tarati nella suddetta tesi nel *PF Current Decoupling Controller (PFC)* e testare il loro comportamento in differenti scenari, in modo da testarne le performance anche in presenza del plasma.

## 6.2 Ottimizzazione del controllore

L'ultima sezione di questa tesi è dedicata alla ricerca di un **controllore ottimo**, il quale permetta di migliorare le performance e rendere il regolatore più robusto a fronte di incertezze dei parametri, dei rumori di misura e di eventuali disturbi. Le tecniche di controllo ottimo possono anche essere utilizzate trasversalmente su tutta l'architettura di controllo, al pari di tecniche di **controllo robusto** come  $H_\infty$  e  $\mu - synthesis$ . In particolare l'autore della tesi si è preso la libertà di realizzare uno script in cui è possibile tarare i parametri di un PID mediante **algoritmo genetico**. Esso consiste fondamentalmente in un processo nel quale viene generata una "popolazione" con un numero massimo di individui, i cui elementi sono le terne dei parametri  $K_P, K_I, K_D$ . In questo modo si possono testare i differenti regolatori di una singola generazione in modo da soddisfare i vincoli e minimizzando una **funzione di costo**:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} Qe(t)^2 + Ru(t)^2 dt \quad (6.1)$$

Trovati i valori della popolazione che più si avvicinano a un minimo locale per la funzione di costo, viene generata una nuova popolazione, con i migliori individui della precedente generazione in modo da perfezionare sempre di più la ricerca del minimo. L'algoritmo termina quando viene raggiunto uno dei criteri prestabiliti.

```
% optimal problem
options = optimoptions(@ga,'PopulationSize',PopSize, ...
    'MaxGenerations',MaxGenerations);
[x,fval] = ga(@(K)pidtest(G,dt,K),3,-eye(3),zeros(3,1))

% cost function
function J = pidtest(G,dt,parms)
    s = tf('s');
    K = parms(1) + parms(2)/s + parms(3)*s/(1+.001*s);
    Loop = series(K,G);
    ClosedLoop = feedback(Loop,1);
    t = 0:dt:5;
    [y,t] = step(ClosedLoop,t);
    CTRLtf = K/(1+K*G);
    u = lsim(CTRLtf,1-y,t);
    Q = 1;
    R = .001;
    W = 1;
    ta = 0.05;
    J = dt*sum(Q*(1-y(:)).^2+R*u(:).^2)+W*ta
    [y,t] = step(ClosedLoop,t);
    plot(t,y,'LineWidth',2,'color','r')
    drawnow
end
```

Figura 6.2: Codice PID tarato con algoritmo genetico

# Bibliografia

- [1] Jeffrey P. Freidberg. *Plasma Physics and Fusion Energy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [2] T. Hägglund K. Åström. *Advanced PID Control*. Research Triangle Park, NC: ISA, 2005.
- [3] N. Schiavoni P. Bolzern R. Scattolini. *Fondamenti di controlli automatici*. McGraw-Hill Education, 2015.
- [4] Gianmaria De Tommasi. «Plasma Magnetic Control in Tokamak Devices». In: *Journal of Fusion Energy* 38.1-3 (2018), pp. 406–436.