



Décomposition conjointe d'une séquence de signaux spectroscopiques

Vincent Mazet

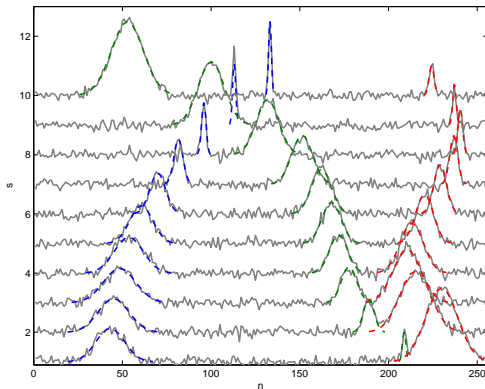
(vincent.mazet@unistra.fr)

séminaire ICube-MIV, 27 mars 2014

Sommaire

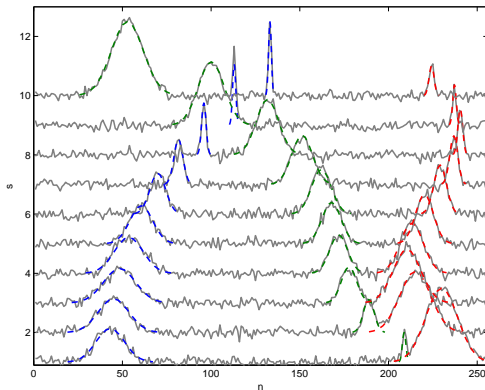
- Présentation du problème
- Approche bayésienne & algorithme RJMCMC
- Approches par approximation parcimonieuse
 1. Décomposition séquentielle + positivité des amplitudes
 2. Décomposition conjointe + positivité des amplitudes

Objectifs



- Estimer les paramètres des raies (position, largeur, amplitude)
- Estimer le nombre de raies
- Associer les raies entre elles → trajectoire

Hypothèses

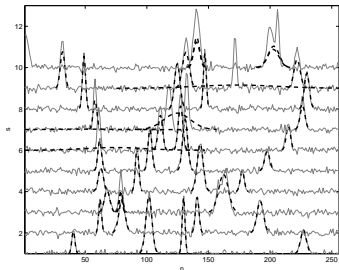


- Spectre = somme de raies + bruit
- Les raies évoluent lentement dans le temps
- Le nombre de raies peut varier au cours de la séquence

Décomposition séquentielle ou conjointe ?

Décomposition séquentielle ou conjointe ?

Décomposition séquentielle spectres décomposés indépendamment



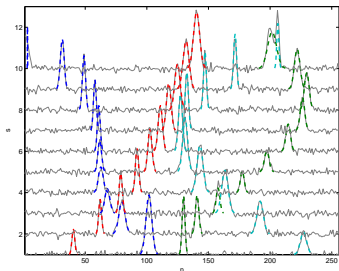
😊 algorithmes performants pour décomposer un unique spectre
[Gulam Razul 2003, Fischer 2000, ...]

😞 post-traitement pour associer les raies

😞 deux décompositions contiguës peuvent être **très** différentes

Décomposition séquentielle ou conjointe ?

Décomposition conjointe spectres décomposés ensemble

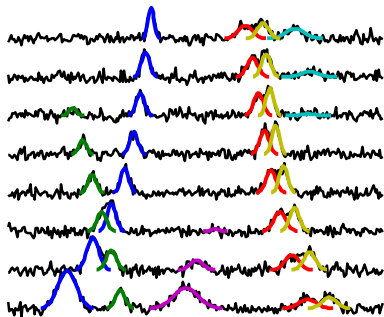


- 😊 chaque décomposition aide ses décompositions voisines
- 😊 permet de modéliser l'évolution lente des raies

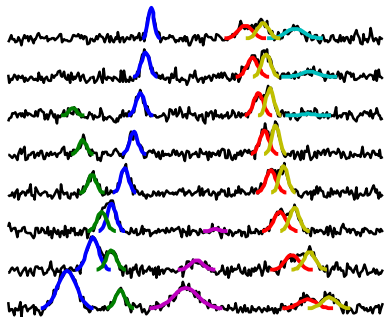
Approche bayésienne

Travail commun avec S. Faisan (ICube)

Modèle bayésien

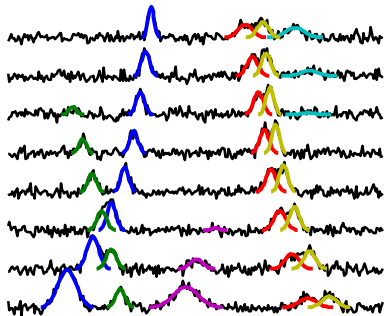
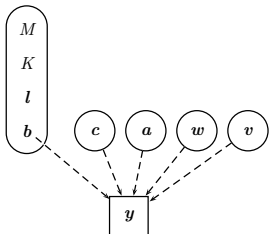


Modèle bayésien



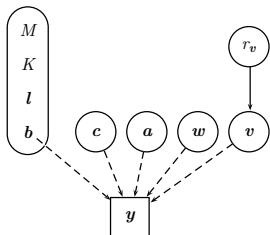
$$\underbrace{(\mathbf{y}_s)_n}_{\text{spectre}} = \underbrace{\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{l_k} a_{k,m} \exp \left(-\frac{(n - c_{k,m})^2}{2w_{k,m}^2} \right) \delta_{b_k+m-1,s}}_{\text{raies}} + \underbrace{(\mathbf{v}_s)_n}_{\text{bruit}}$$

Modèle bayésien



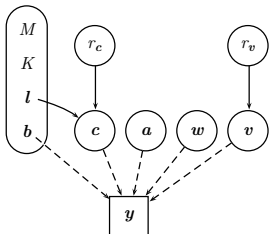
$$\underbrace{(\mathbf{y}_s)_n}_{\text{spectre}} = \underbrace{\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{l_k} a_{k,m} \exp \left(-\frac{(n - c_{k,m})^2}{2w_{k,m}^2} \right) \delta_{b_k+m-1,s}}_{\text{raies}} + \underbrace{(\mathbf{v}_s)_n}_{\text{bruit}}$$

Modèle bayésien



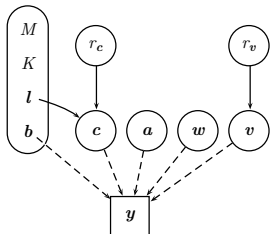
$$v \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, r_v)$$

Modèle bayésien



$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

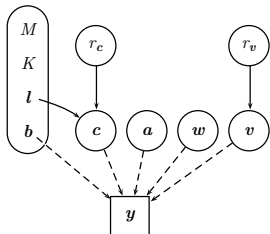
Modèle bayésien



$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

$$p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k) = p(c_{k,1} | \dots) \times p(c_{k,2} | c_{k,1}, \dots) \times \dots \times p(c_{k,l_k} | c_{k,l_k-1}, \dots)$$

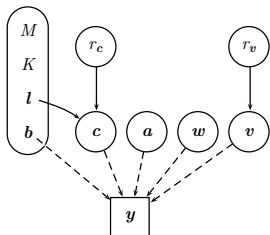
Modèle bayésien



$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

$$\begin{aligned} p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k) &= p(c_{k,1} | \dots) \times p(c_{k,2} | c_{k,1}, \dots) \times \dots \times p(c_{k,l_k} | c_{k,l_k-1}, \dots) \\ &= \frac{1}{(2\pi r_c)^{\frac{l_k-1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2r_c} \|\mathbf{D}\mathbf{c}_k\|^2 \right) \end{aligned}$$

Modèle bayésien

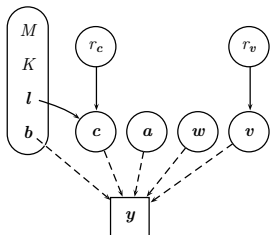


$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k) &= p(c_{k,1} | \dots) \times p(c_{k,2} | c_{k,1}, \dots) \times \dots \times p(c_{k,l_k} | c_{k,l_k-1}, \dots) \\ &= \frac{1}{(2\pi r_c)^{\frac{l_k-1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2r_c} \|\mathbf{D}\mathbf{c}_k\|^2 \right) \end{aligned}$$

Modèle bayésien

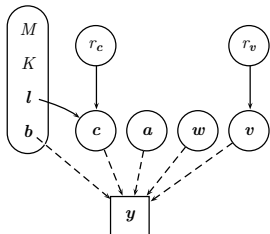


$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k) &= p(c_{k,1} | \dots) \times p(c_{k,2} | c_{k,1}, \dots) \times \dots \times p(c_{k,l_k} | c_{k,l_k-1}, \dots) \\ &= \frac{1}{N-1} \times \frac{1}{(2\pi r_c)^{\frac{l_k-1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2r_c} \|\mathbf{D}\mathbf{c}_k\|^2 \right) \end{aligned}$$

Modèle bayésien



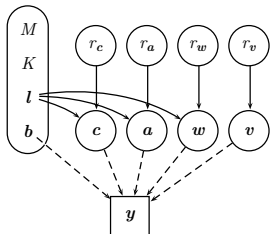
$$p(\mathbf{c} | r_c, \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

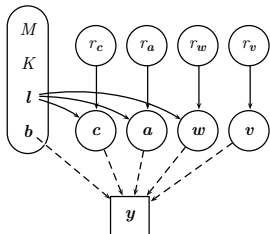
$$\begin{aligned} p(\mathbf{c}_k | r_c, l_k) &= p(c_{k,1} | \dots) \times p(c_{k,2} | c_{k,1}, \dots) \times \dots \times p(c_{k,l_k} | c_{k,l_k-1}, \dots) \\ &= \frac{1}{N-1} \times \frac{1}{(2\pi r_c)^{\frac{l_k-1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2r_c} \|\mathbf{D}\mathbf{c}_k\|^2\right) \mathbb{I}_{\mathcal{C}}(\mathbf{c}_k) \end{aligned}$$

Modèle bayésien

Amplitudes a et largeurs w modélisés
comme c .



Modèle bayésien



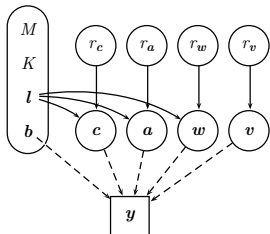
- M : nombre total de raies
- K : nombre de trajectoires
- l : longueur des trajectoires
- b : numéro du premier spectre des trajectoires

Modèle bayésien

Comment favoriser un nombre faible de raies **et** de trajectoires ?

Approche standard :

$$p(M, K, \mathbf{l}, \mathbf{b}) = p(M, K)p(\mathbf{l}, \mathbf{b} | M, K)$$

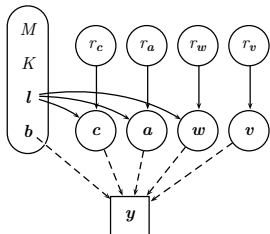


Modèle bayésien

Comment favoriser un nombre faible de raies **et** de trajectoires ?

Approche standard :

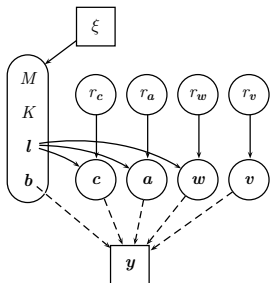
$$p(M, K, \mathbf{l}, \mathbf{b}) = p(M, K)p(\mathbf{l}, \mathbf{b} | M, K)$$



Or, si K est grand :

- et $M = SK$: une configuration $\Rightarrow p(\mathbf{l}, \mathbf{b} | M, K) = 1$
- et $M \approx SK/2$: beaucoup de configurations $\Rightarrow p(\mathbf{l}, \mathbf{b} | M, K) \ll 1$

Modèle bayésien

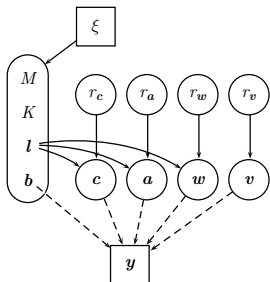


\Rightarrow A priori joint :

$$p(M, K, l, b) \propto \xi^{M+K} \mathbb{I}_{\mathcal{X}}(M, K, l, b)$$

où \mathcal{X} définit l'ensemble des valeurs admissibles

Modèle bayésien



Hyperparamètres :

- $r_c, r_a, r_w \sim \mathcal{U}_{\mathbb{R}^+}$: douceur des trajectoires
- $r_v \sim \mathcal{U}_{\mathbb{R}^+}$: variance du bruit
- ξ petit : favorise un nombre faible de trajectoires et de raies

Optimisation

- Nombre de variables important et inconnu
- Loi a posteriori très irrégulière

Optimisation

- Nombre de variables important et inconnu
- Loi a posteriori très irrégulière

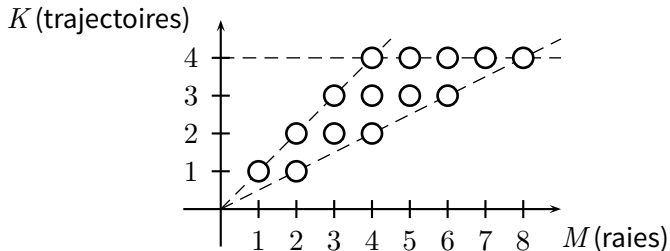
→ *reversible jump Monte Carlo Markov chain* (RJMCMC)

1. Initialiser l'état $\theta^{(0)}$
2. Pour i allant de 1 à beaucoup :
3. choisir un mouvement
4. proposer θ^* à partir de $\theta^{(i)}$
5. accepter ($\theta^{(i+1)} \leftarrow \theta^*$) ou refuser ($\theta^{(i+1)} \leftarrow \theta^{(i)}$)

Les échantillons générés sont distribués suivant la loi a posteriori.

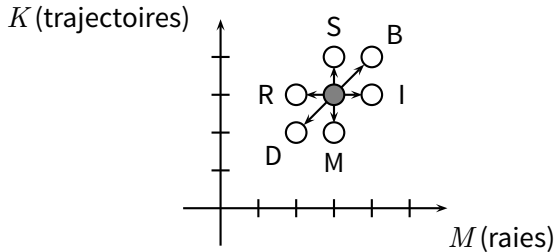
Deux variables de dimension

M et K sont très corrélées :

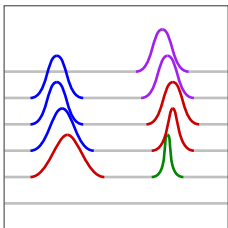


Deux variables de dimension

Pour M et K fixés, le problème est de dimension $3M + 2K + 4$.



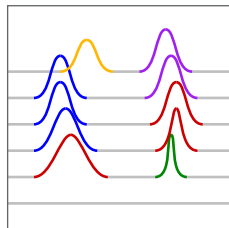
Mouvements



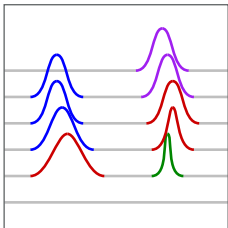
Naissance



Mort



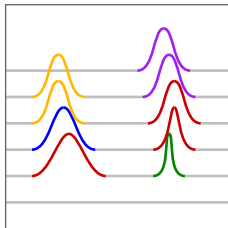
Mouvements



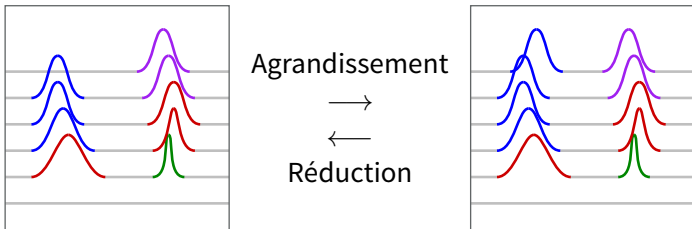
Scission



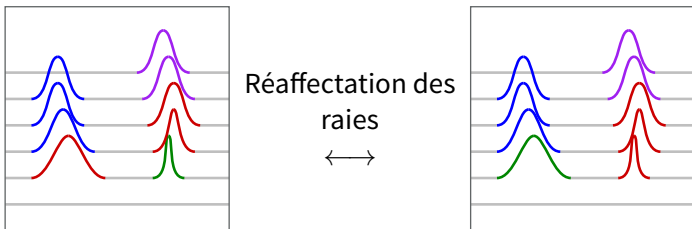
Fusion



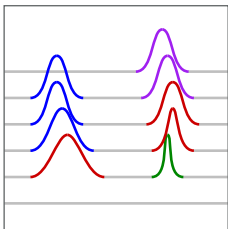
Mouvements



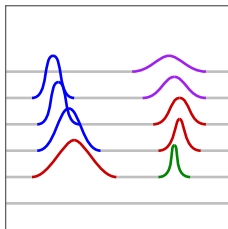
Mouvements



Mouvements



Mise à jour des
paramètres des
raies



Estimation des paramètres

- Comment comparer des densités de probabilité qui n'ont pas la même dimension ?
- Comment gérer le *label switching* (dans un contexte où le nombre de variables varie) ?

→ Estimateur MAP : l'estimation est l'échantillon le plus probable.

Lois candidates mixtes

Les lois candidates permettent de générer des états candidats θ^* .

- Loi candidate uniforme :
(candidats générés uniformément sur l'espace)
 - 😊 permet d'explorer « tout » l'espace
 - 😞 difficile de proposer un bon candidat

Lois candidates mixtes

Les lois candidates permettent de générer des états candidats θ^* .

- Loi candidate uniforme :
(candidats générés uniformément sur l'espace)
 - 😊 permet d'explorer « tout » l'espace
 - 😞 difficile de proposer un bon candidat
- Loi candidate issue du modèle ou des données :
(ex. : favoriser les naissances là où le résidu est grand)
 - 😊 augmente la probabilité de proposer un bon candidat
 - 😞 le rapport d'acceptation peut être très faible pour sortir d'une configuration peu probable

Lois candidates mixtes

Les lois candidates permettent de générer des états candidats θ^* .

- Loi candidate uniforme :

(candidats générés uniformément sur l'espace)

- 😊 permet d'explorer « tout » l'espace
- 😞 difficile de proposer un bon candidat

- Loi candidate issue du modèle ou des données :

(ex. : favoriser les naissances là où le résidu est grand)

- 😊 augmente la probabilité de proposer un bon candidat
- 😞 le rapport d'acceptation peut être très faible pour sortir d'une configuration peu probable

⇒ Utiliser une loi mixte permet d'obtenir de bonnes propriétés

Autres détails d'implémentation

- **Multi-résolution**

Une petite partie des spectres est d'abord décomposée, puis les autres sont ajoutés progressivement.

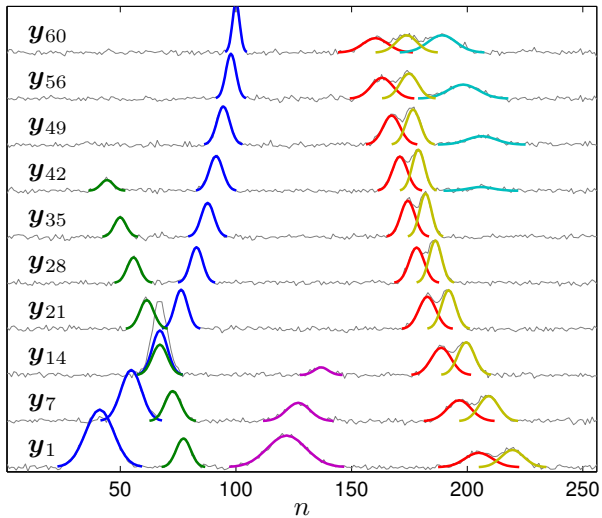
- **Sur-estimation des hyperparamètres**

Pour contre-balancer le phénomène qui, durant le *burn-in*, tend à sous-estimer les hyperparamètres.

- **Probabilités des mouvements**

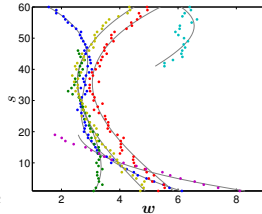
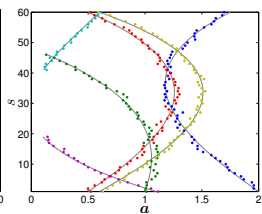
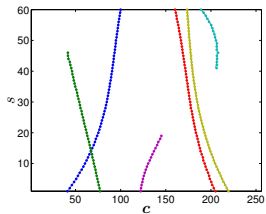
Certains mouvements sont plus probables que d'autres. Par exemple, on effectue beaucoup de mises à jour après une naissance.

Données simulées



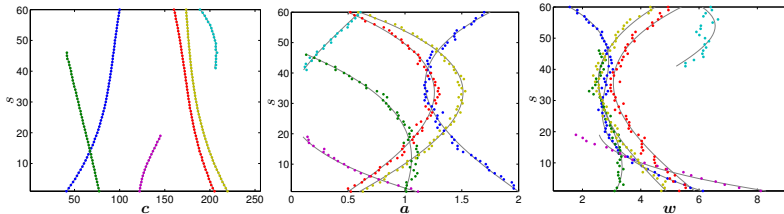
Données simulées

Approche proposée

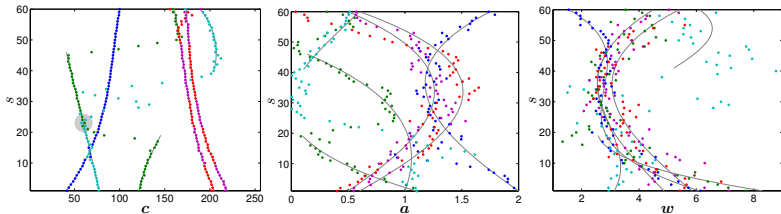


Données simulées

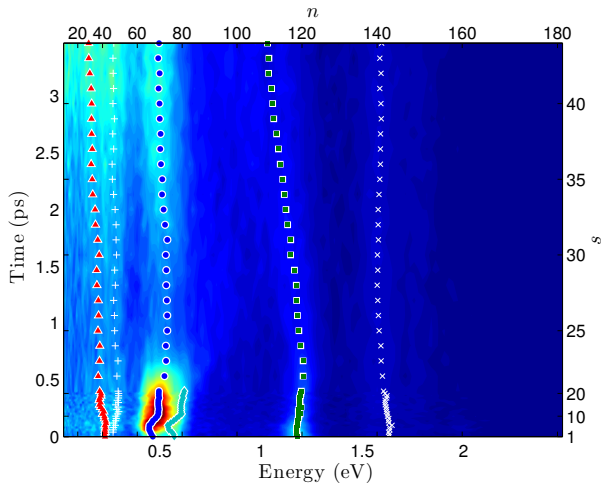
Approche proposée



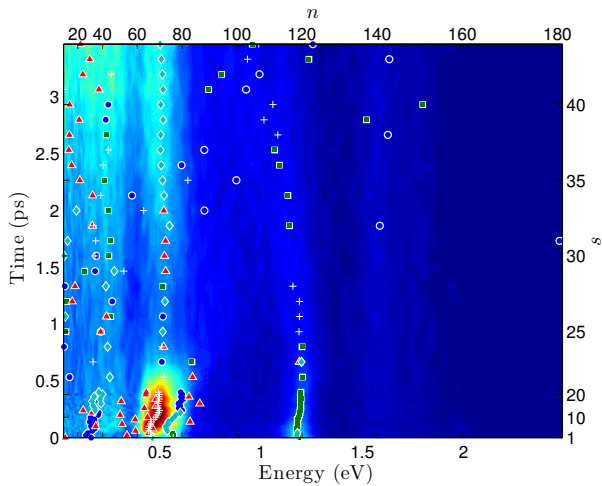
Approche supervisée et à dimension constante [Mazet 2011]



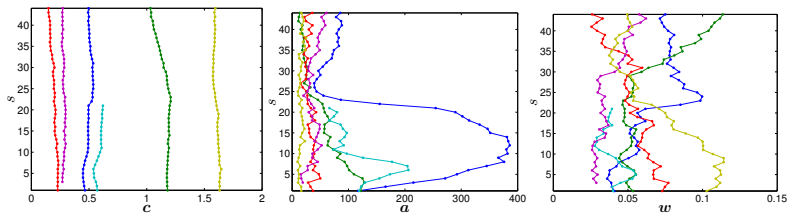
Données réelles



Données réelles



Données réelles



Approche bayésienne : conclusion

Résumé :

- Modèle bayésien pour la décomposition jointe de spectres
- Échantillonnage de l'a posteriori avec l'algorithme RJMCMC

Originalités et contributions :

- Approche conjointe
- A priori markovien pour modéliser l'évolution lente des raies
- Deux variables de dimension corrélées (M et K)
- Mouvements RJMCMC adaptés au problème

Approximation parcimonieuse

Travail commun avec C. Soussen & E.-H. Djermoune (CRAN)

Motivation

- Algorithmes MCMC inexploitable lorsque les données sont trop volumineuses
- Alternative efficace : algorithmes déterministes des méthodes d'approximation parcimonieuse [Bourguignon 2007, Sahnoun 2012]

Modèle

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{A} \mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s$$

où :

- \mathbf{x}_s : vecteur des amplitudes
- \mathbf{b}_s : bruit
- \mathbf{A} : dictionnaire des raies potentielles (atomes)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1 \quad \dots \quad \mathbf{a}_M)$$

- ⇒ dictionnaire surdimensionné ($M \gg N$)
- ⇒ atomes très corrélés
- ⇒ \mathbf{x}_s parcimonieux

Deux approches

- **Première approche**

Décomposition séquentielle + positivité des amplitudes

- **Seconde approche**

Décomposition conjointe + ~~positivité des amplitudes~~

Pour les deux méthodes, les raies estimées sont classées afin de reconstituer leurs trajectoires

Décomposition séquentielle non-négative

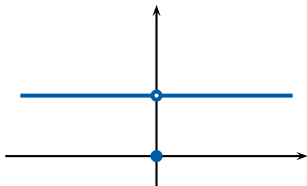
$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A}\mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi(\mathbf{x}_s(m))$$

Pour garantir la parcimonie, φ doit être non différentiable en 0

Décomposition séquentielle non-négative

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A} \mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi(\mathbf{x}_s(m))$$

Pour garantir la parcimonie, φ doit être non différentiable en 0 :



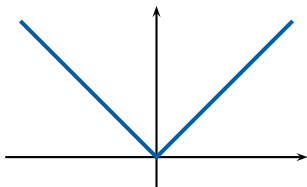
- 😊 favorise la parcimonie
- ☹ optimisation combinatoire

$$\varphi(t) = 1 - \delta_{t=0} \quad (\text{norme } \ell_0)$$

Décomposition séquentielle non-négative

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq 0} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A} \mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi(\mathbf{x}_s(m))$$

Pour garantir la parcimonie, φ doit être non différentiable en 0 :



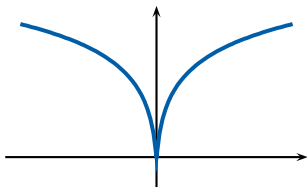
$\varphi(t) = |t|$ (norme ℓ_1)

- 😊 optimisation quadratique
- 😊 positivité facile
- 😊 gère les dictionnaires surdimensionnés
- 😞 atomes corrélés \Rightarrow manque de parcimonie [Fuchs 2007]

Décomposition séquentielle non-négative

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A} \mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi(\mathbf{x}_s(m))$$

Pour garantir la parcimonie, φ doit être non différentiable en 0 :



$$\varphi(t) = \log(|t| + \varepsilon)$$

- choix guidé par l'utilisation de $\text{IR}\ell_1$ [Candes 2008, Zou 2006]
- ☹ critère généralement non convexe et multimodal
- 😊 $\text{IR}\ell_1$ sous-optimal mais donne de bons résultats
- 😊 positivité facile

Décomposition séquentielle non-négative

Iterative Reweighted ℓ_1 [Candes 2008] : suite de problèmes ℓ_2 - ℓ_1

1. Jusqu'à convergence :
2. Calcule $\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A}\mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{W}^{(i)}\mathbf{x}_s\|_1$
3. Calcule $\mathbf{W}^{(i+1)} = \text{diag}(\mathbf{w})$ où $w_n = \frac{1}{(x_s)_n^{(i)} + \varepsilon}$

Décomposition séquentielle non-négative

Iterative Reweighted ℓ_1 [Candes 2008] : suite de problèmes ℓ_2 - ℓ_1

1. Jusqu'à convergence :
2. Calcule $\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A}\mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{W}^{(i)}\mathbf{x}_s\|_1$
3. Calcule $\mathbf{W}^{(i+1)} = \text{diag}(\mathbf{w})$ où $w_n = \frac{1}{(x_s)_n^{(i)} + \varepsilon}$

■ Nous fixons $\varepsilon = 0 \rightarrow$ Adaptive Lasso [Zou 2006]

Décomposition séquentielle non-négative

Iterative Reweighted ℓ_1 [Candes 2008] : suite de problèmes ℓ_2 - ℓ_1

1. Jusqu'à convergence :

2. Calcule $\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A}\mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{W}^{(i)}\mathbf{x}_s\|_1$

3. Calcule $\mathbf{W}^{(i+1)} = \text{diag}(\mathbf{w})$ où $w_n = \frac{1}{(x_s)_n^{(i)} + \varepsilon}$

- Nous fixons $\varepsilon = 0 \rightarrow$ Adaptive Lasso [Zou 2006]
- S'adapte naturellement à la contrainte de positivité [Wipf 2010]

Décomposition séquentielle non-négative

Iterative Reweighted ℓ_1 [Candes 2008] : suite de problèmes ℓ_2 - ℓ_1

1. Jusqu'à convergence :

2. Calcule $\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_s \geq \mathbf{0}} \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A} \mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{W}^{(i)} \mathbf{x}_s\|_1$

3. Calcule $\mathbf{W}^{(i+1)} = \text{diag}(\mathbf{w})$ où $w_n = \frac{1}{(x_s)_n^{(i)} + \varepsilon}$

- Nous fixons $\varepsilon = 0 \rightarrow$ Adaptive Lasso [Zou 2006]
- S'adapte naturellement à la contrainte de positivité [Wipf 2010]
- Algorithmes de minimisation ℓ_2 - ℓ_1 :
 - ADMM [Fadili 2009, Figueiredo 2010]
 - gradient projeté [Figueiredo 2007]
 - seuillage itératif [Beck 2009, Zibulevsky 2010]
 - algorithme d'homotopie [Asif 2012]

Décomposition conjointe non contrainte

La douceur d'évolution peut être mesurée en calculant la similarité entre \mathbf{x}_s et $\mathbf{x}_{s+1} \rightarrow$ distance de Hausdorff.

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{s=1}^S \|\mathbf{y}_s - \mathbf{A} \mathbf{x}_s\|_2^2 + \lambda \sum_{s=1}^S \|\mathbf{x}_s\|_0 + \mu \sum_{s=1}^{S-1} \max(d_{s \rightarrow s+1}, d_{s+1 \rightarrow s})$$

où $d_{s \rightarrow s+1}$ est la plus grande des plus petites distances entre les points de Γ_s (support de \mathbf{x}_s) et ceux de Γ_{s+1} (support de \mathbf{x}_{s+1}) :

$$d_{s \rightarrow s+1} = \max_{\gamma_s \in \Gamma_s} \left(\min_{\gamma_{s+1} \in \Gamma_{s+1}} \|\gamma_s - \gamma_{s+1}\|_2 \right)$$

Décomposition conjointe non contrainte

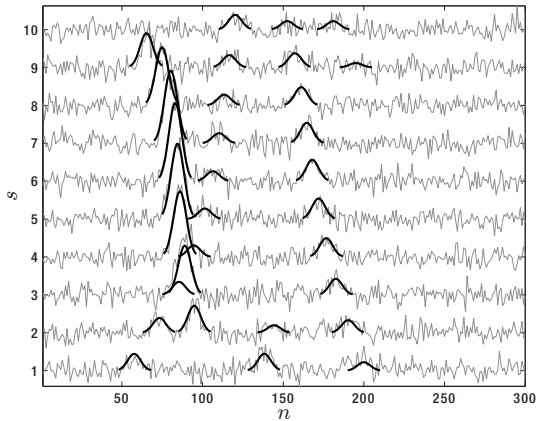
Problème combinatoire

⇒ Algorithme SBR (*single best replacement*) [Soussen 2011]

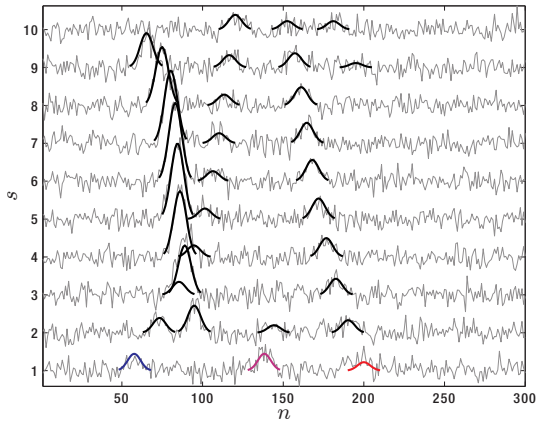
- algorithme de minimisation ℓ_2 - ℓ_0
- bons résultats en déconvolution impulsionnelle (où le dictionnaire est grand et redondant)

1. Jusqu'à convergence :
2. Pour chaque atome m du dictionnaire :
3. Calcule le critère avec l'atome m en plus ou en moins
4. Ajoute ou enlève l'atome qui minimise le plus le critère

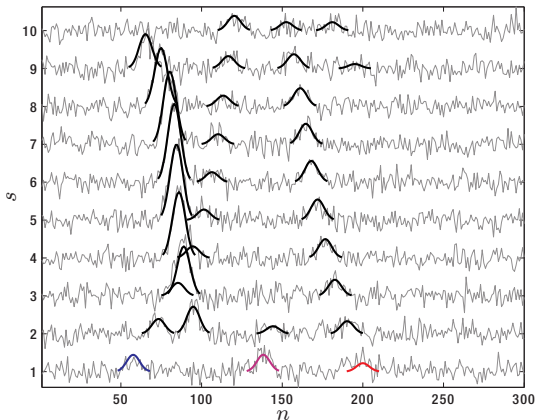
Post-traitement : suivi des raies



Post-traitement : suivi des raies



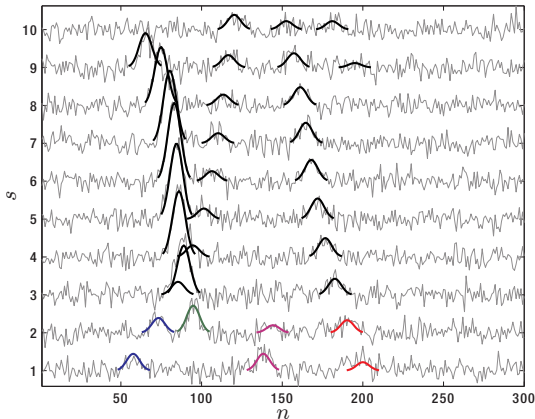
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

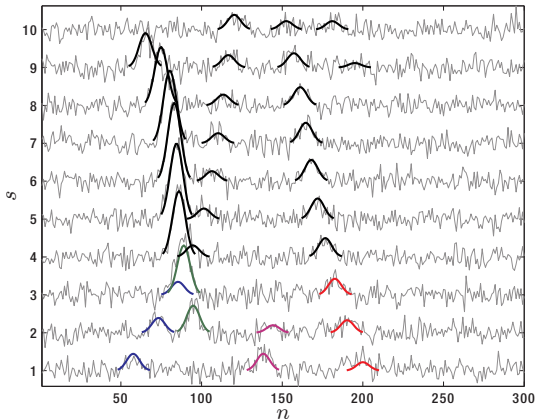
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

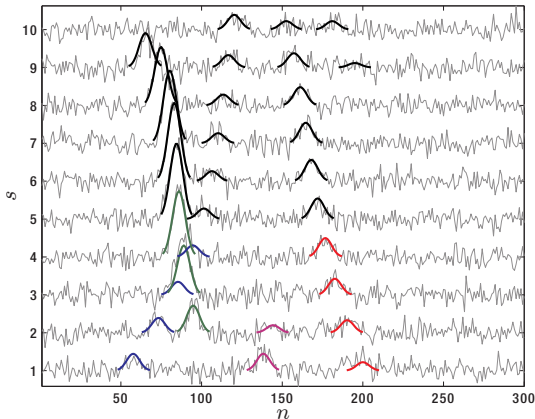
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

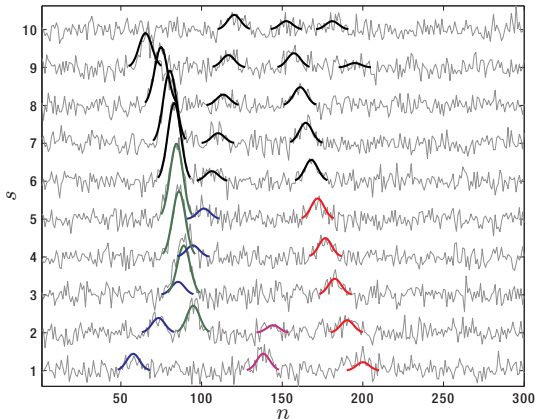
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

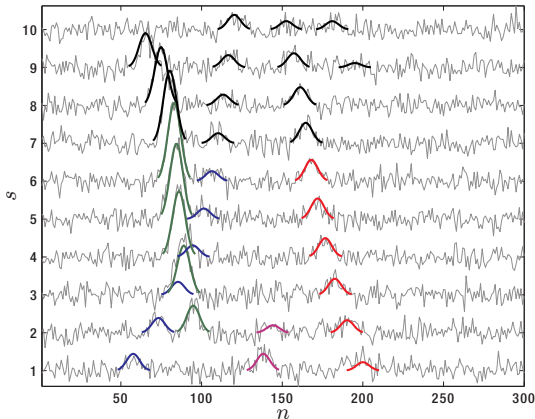
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

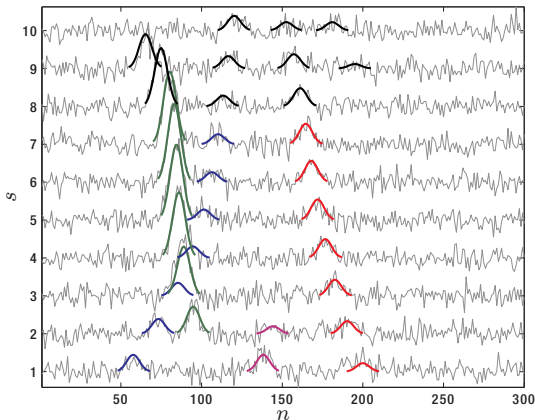
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

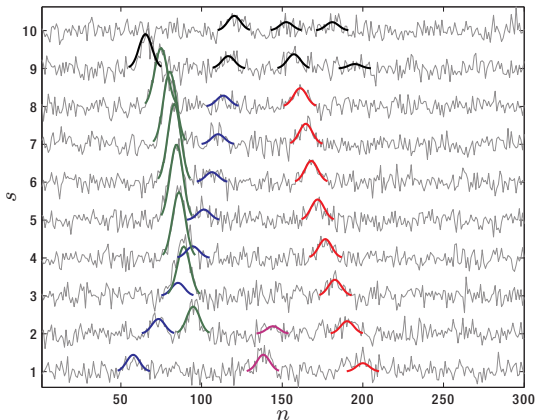
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

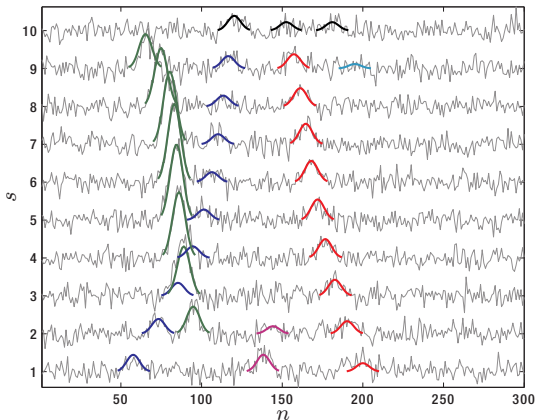
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

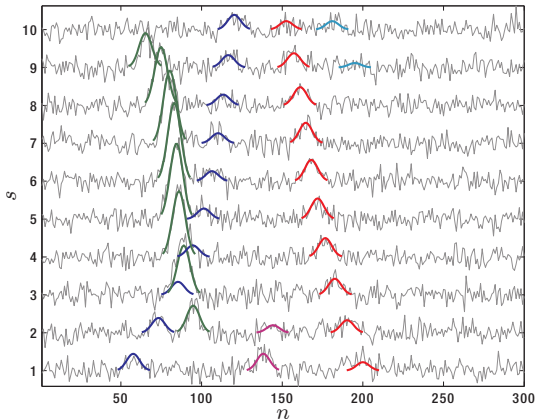
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

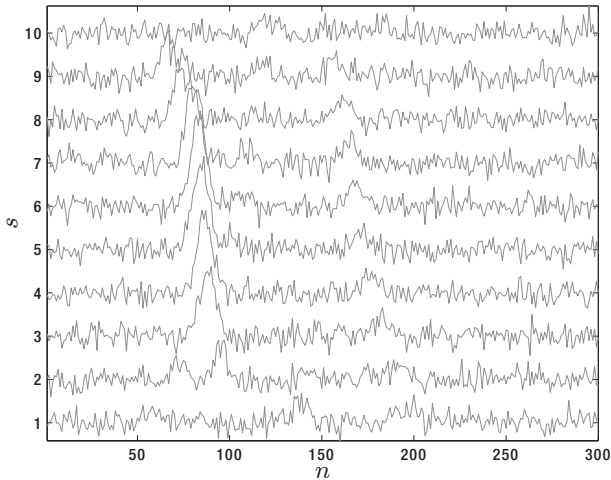
Post-traitement : suivi des raies



$$C_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j} & \text{si } d_{i,j} < D \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad d_{i,j} = \frac{(c_i - c_j)^2}{\sigma_c^2} + \frac{(a_i - a_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(w_i - w_j)^2}{\sigma_w^2}$$

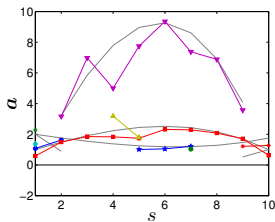
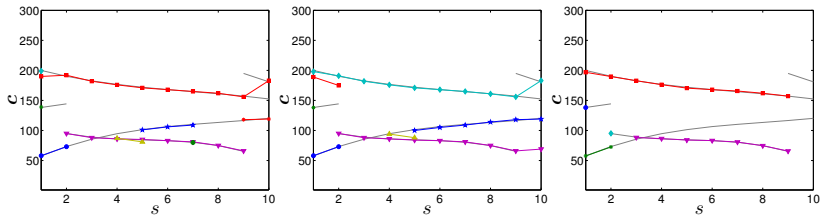
Optimisation avec l'algorithme hongrois [Kuhn 1955]

Données simulées



Dictionnaire de $M = 300$ atomes

Données simulées



séquentielle
($IR\ell_1$)

conjointe
(SBR)

RJMCMC
[Mazet 2012]

Approximation parcimonieuse : conclusion

Résumé :

- Deux approches sont testées :
 - décomposition séquentielle + positivité + classification ($IR\ell_1$)
 - décomposition conjointe + classification (SBR)
- Approches plus rapides qu'avec l'algorithme RJMCMC
- Résultats équivalents au RJMCMC si le RSB est faible
- Croisement entre deux trajectoires pas résolu

Conclusion :

- Alternative intéressante face aux MCMC pour la décomposition

Perspectives :

- Décomposition conjointe & positivité
- Prise en compte de la douceur d'évolution (normes mixtes ?)

miv.u-strasbg.fr/mazet/