Metodi Matematici e Statistici per le Decisioni Economiche

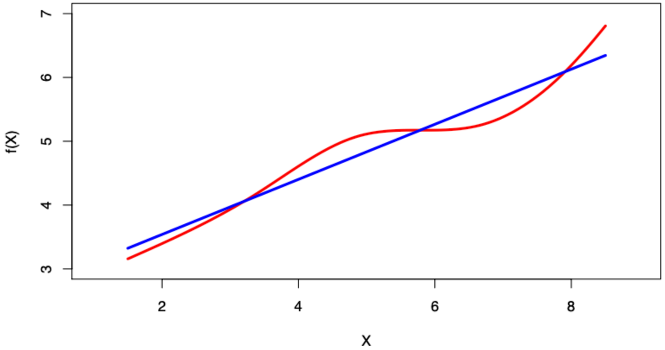
Corso di Laurea Magistrale in Management, Imprese e Mercati
2025-2026

Vincenzo Nardelli

vincenzo.nardelli@unicatt.it

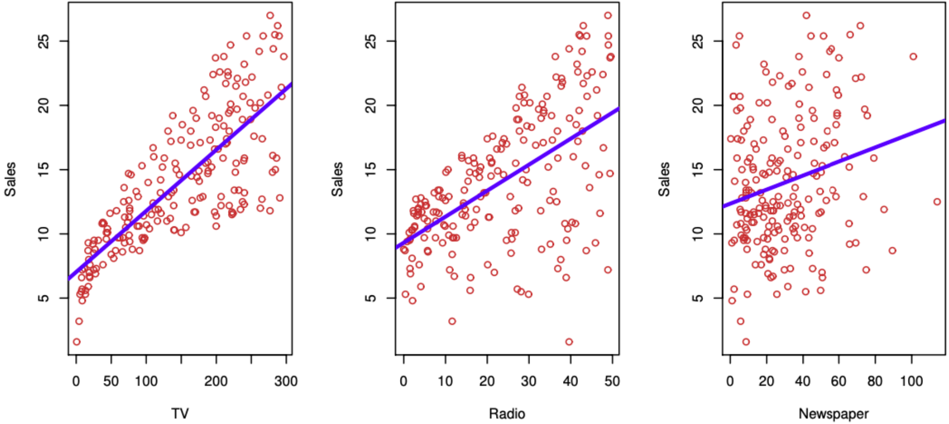
Regressione Lineare

- La regressione lineare è un approccio semplice per l'apprendimento supervisionato. Assume che la dipendenza di Y da $X_1, X_2, \ldots, X_p$ sia lineare.



- Anche se può sembrare troppo semplicistico, la regressione lineare è estremamente utile sia concettualmente che praticamente.

Dati pubblicitari



Regressione lineare per i dati pubblicitari

Domande che potremmo porci:

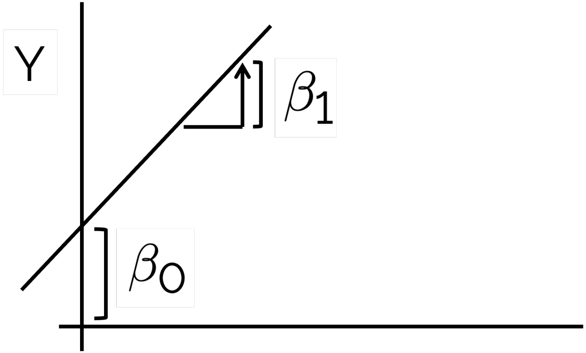
- Esiste una relazione tra budget pubblicitario e vendite?
- Quanto è forte la relazione tra budget pubblicitario e vendite?
- Quali mezzi contribuiscono alle vendite?
- Con quanta accuratezza possiamo prevedere le vendite future?
- La relazione è lineare?
- Esiste sinergia tra i mezzi pubblicitari?

Regressione lineare semplice con un singolo predittore X

Assumiamo un modello

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon,$$

dove β_0 e β_1 sono due costanti sconosciute che rappresentano l'*intercetta* e la *pendenza*, noti anche come *coefficienti* o *parametri*, e ϵ è il termine di errore.



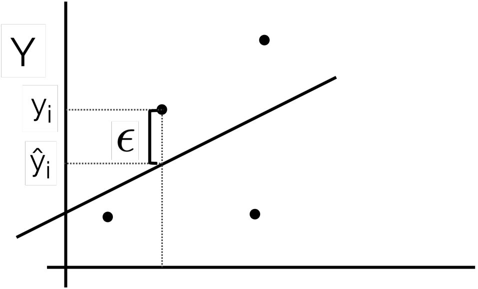
Regressione lineare semplice con un singolo predittore X

Dati alcuni valori stimati $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ per i coefficienti del modello, prevediamo le vendite future usando

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x,$$

dove $\hat{y}$ indica una previsione di Y sulla base di $X = x$. Il simbolo con il cappello denota un valore stimato.

Sia $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$ la previsione per Y basata sul valore i-esimo di X. Allora $e_i = y_i - \hat{y}_i$ rappresenta il residuo i-esimo.



Stima dei parametri tramite minimi quadrati

- Definiamo la *somma dei quadrati dei residui* (RSS) come

$$\mathrm{RSS} = e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2,$$

o equivalentemente come

$$\mathrm{RSS} = (y_1 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_1)^2 + (y_2 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_2)^2 + \cdots + (y_n - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_n)^2.$$

Stima dei parametri tramite minimi quadrati

- Definiamo la *somma dei quadrati dei residui* (RSS) come

$$\mathrm{RSS} = e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2,$$

o equivalentemente come

$$\mathrm{RSS} = (y_1 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_1)^2 + (y_2 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_2)^2 + \cdots + (y_n - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_n)^2.$$

- L'approccio dei minimi quadrati sceglie $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ per minimizzare l'RSS. I valori che minimizzano possono essere mostrati come

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x},$$

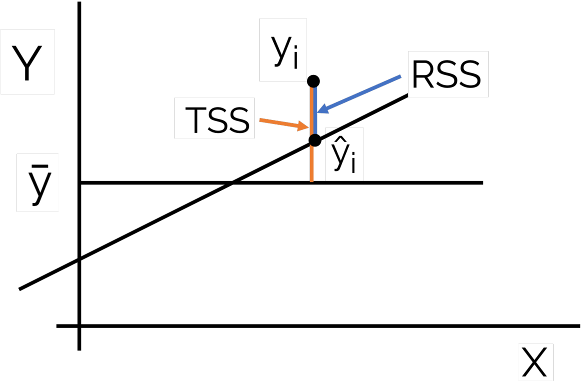
dove $\bar{y} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ e $\bar{x} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ sono le medie campionarie.

Valutazione dell'Accuratezza Complessiva del Modello

- Il *R-quadrato* o frazione della varianza spiegata è

$$R^2 = \frac{\text{TSS} - \text{RSS}}{\text{TSS}} = 1 - \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}}$$

dove $\text{TSS} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$ è la *somma totale dei quadrati*.



LAB Consumo di Sigarette

Un ente sanitario sta studiando come il prezzo e la tassazione influenzino il consumo di sigarette a livello statale. Analizzando i dati storici, l'obiettivo è comprendere l'efficacia delle politiche di aumento dei prezzi e delle tasse sul controllo del consumo di tabacco. Questa analisi fornirà basi solide per formulare raccomandazioni a favore della salute pubblica, con l'intento di ridurre il consumo di sigarette e i rischi correlati alla salute.

Attraverso lo studio di queste relazioni, l'ente sanitario intende valutare l'effetto delle variazioni di prezzo e tassazione per pianificare strategie che possano incentivare un decremento nel consumo di sigarette.

Descrizione delle Variabili - Dataset Cigarette (Pacchetto Ecdat)

Il dataset contiene informazioni raccolte a livello statale negli Stati Uniti e include variabili chiave per l'analisi dell'effetto dei prezzi e della tassazione sul consumo di sigarette. Le principali variabili sono:

- **state**: Stato in cui sono stati raccolti i dati.
- **year**: Anno della raccolta dei dati.
- **avgprs**: Prezzo medio di un pacchetto di sigarette (in dollari).
- **packpc**: Consumo di sigarette (pacchetti pro capite).
- **taxs**: Totale delle tasse su un pacchetto di sigarette (in dollari).

LAB Consumo di Sigarette: Domande di Analisi

- Esiste una relazione tra il prezzo medio di un pacchetto di sigarette (`avgprs`) e il consumo di sigarette (`packpc`)? La relazione è positiva o negativa?
- Qual è la correlazione tra prezzo medio e consumo di sigarette? Come possiamo interpretare questo valore per valutare l'influenza del prezzo sul consumo?
- In che modo la tassazione totale (`taxs`) influenza il consumo di sigarette? Analizza questa relazione utilizzando uno scatterplot e calcola la correlazione.
- Tramite un modello di regressione lineare, quale sarebbe l'impatto sui consumi di sigarette se la tassazione in uno stato passasse da 50$ a 100$?

LAB Real Estate

Un’agenzia immobiliare è interessata a comprendere come il livello socioeconomico di una zona influenzi il valore medio delle case di Boston. L’obiettivo è valutare l’impatto del livello di povertà sul valore medio delle abitazioni, così da poter offrire raccomandazioni più precise agli investitori e ai pianificatori urbani. L’analisi di questa

relazione è fondamentale per definire strategie di investimento mirate e per prevedere l’andamento del mercato immobiliare in funzione delle variabili socioeconomiche, contribuendo a migliorare l’efficacia delle decisioni di business.

Descrizione delle Variabili - Dataset Boston (Pacchetto ISLR2)

Il dataset contiene informazioni su vari quartieri, includendo variabili chiave per l'analisi socioeconomica del valore delle abitazioni. Di seguito alcune delle principali variabili utilizzate:

- **lstat**: Percentuale di popolazione con basso livello socioeconomico, un indicatore del livello di povertà nella zona.
- **medv**: Valore medio delle abitazioni in migliaia di dollari, rappresenta il target di interesse per il mercato immobiliare.
- **rm**: Numero medio di stanze per abitazione, una misura della dimensione abitativa media in ciascun quartiere.
- **age**: Percentuale di abitazioni costruite prima del 1940, indica la vetustà del patrimonio immobiliare.
- **dis**: Distanza media dai centri di lavoro di Boston, importante per valutare l'accessibilità ai servizi urbani.

LAB Real Estate: Domande di Analisi

- Qual è la relazione tra il livello di povertà (`lstat`) e il valore medio delle case (`medv`)? La relazione è positiva o negativa?
- Qual è la covarianza tra `lstat` e `medv`? Che cosa ci indica questo valore?
- Qual è la correlazione tra `lstat` e `medv`? Come si interpreta questa correlazione in termini di influenza del livello di povertà sui prezzi immobiliari?
- Possiamo prevedere il valore delle case in funzione del livello di povertà? Quali sono le previsioni del valore medio delle case per quartieri con livelli di povertà pari al 5%, 10%, e 15%?

LAB Real Estate: Visualizzazione dei Dati

- Qual è la distribuzione del livello di povertà (`lstat`) tra i quartieri? Visualizza e descrivi la distribuzione.
- Qual è la distribuzione del valore medio delle case (`medv`) tra i quartieri?
- Esiste una relazione lineare tra livello di povertà e valore medio delle case? Mostra il grafico e discuti i risultati.

LAB Real Estate: Analisi del Modello

- Quali sono i coefficienti di regressione tra livello di povertà e valore medio delle case? Come si interpretano l'intercetta e la pendenza?
- Qual è il livello di bontà di adattamento del modello? È una relazione forte o debole?
- In che modo possiamo utilizzare i risultati del modello per stimare il valore delle case in quartieri con livelli diversi di povertà?
- Prova a stimare altri modelli con le rimanenti variabili. Come si interpretano i risultati?

Errore Standard

- L'errore standard di un estimatore riflette come varia sotto campionamento ripetuto. Abbiamo:

$$\mathrm{SE}\left(\hat{\beta}_1\right)^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}, \quad \mathrm{SE}\left(\hat{\beta}_0\right)^2 = \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right]$$

dove $\sigma^2 = \mathrm{Var}(\epsilon)$.

Intervalli di Confidenza

- Questi errori standard possono essere usati per calcolare intervalli di confidenza.
- Un intervallo di confidenza al 95% è definito come un intervallo che, con il 95% di probabilità, contiene il valore vero sconosciuto del parametro. Ha la forma:

$$\hat{\beta}_1 \pm 2 \cdot \mathsf{SE}\left(\hat{\beta}_1\right)$$

Intervalli di Confidenza - Continuazione

- Cioè, c'è approssimativamente una probabilità del 95% che l'intervallo:

$$\left[\hat{\beta}_1 - 2 \cdot \text{SE}\left(\hat{\beta}_1\right), \hat{\beta}_1 + 2 \cdot \text{SE}\left(\hat{\beta}_1\right)\right]$$

contenga il valore vero di β_1 (in uno scenario in cui si ottengano campioni ripetuti come quello attuale).

Test di Ipotesi

- Gli errori standard possono essere utilizzati anche per eseguire test di ipotesi sui coefficienti.
- Il test più comune riguarda l'ipotesi nulla:

$$\mathrm{H}_0 : \text{Non c'è relazione tra X e Y}$$

contro l'ipotesi alternativa:

$$\mathrm{H}_A : \text{C'è una relazione tra X e Y.}$$

- Matematicamente, ciò corrisponde a testare:

$$\mathrm{H}_0 : \beta_1 = 0, \quad \mathrm{H}_A : \beta_1 \neq 0$$

poiché se $\beta_1 = 0$, il modello si riduce a $Y = \beta_0 + \epsilon$, e X non è associato a Y.

Test di Ipotesi - Continuazione

- Per testare l'ipotesi nulla, calcoliamo una statistica t, data da:

$$\mathsf{t} = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{\mathsf{SE}\left(\hat{\beta}_1\right)}$$

- Questa statistica ha una distribuzione t con n – 2 gradi di libertà, assumendo che $\beta_1 = 0$.
- Usando software statistici, è facile calcolare la probabilità di osservare un valore uguale o maggiore di |t|. Questa probabilità è chiamata p-value.

Risultati sui Dati di Pubblicità

	Coefficiente	Errore Std.	Statistica t	p-value
Intercetta	7.0325	0.4578	15.36	< 0.0001
TV	0.0475	0.0027	17.67	< 0.0001

Valutazione dell'Accuratezza Complessiva del Modello

- Calcoliamo l'Errore Standard Residuo (RSE):

$$\mathrm{RSE} = \sqrt{\frac{1}{n-2}\mathrm{RSS}} = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}$$

dove il residuo somma dei quadrati è:

$$\mathrm{RSS} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 .$$

Risultati sui Dati di Pubblicità

Quantità	Valore
Errore Standard Residuo	3.26
R^2	0.612
Statistica F	312.1

Regressione Lineare Multipla

- Il modello è:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \epsilon$$

- Interpretiamo β_j come l'effetto medio su Y di un aumento unitario in X_j, mantenendo tutti gli altri predittori fissi. Nell'esempio pubblicitario, il modello diventa:

$$\text{vendite} = \beta_0 + \beta_1 \times \text{TV} + \beta_2 \times \text{radio} + \beta_3 \times \text{giornali} + \epsilon$$

Interpretazione dei Coefficienti di Regressione

- Lo scenario ideale è quando i predittori sono non correlati:
  - Ogni coefficiente può essere stimato e testato separatamente.
  - Interpretazioni come "un cambiamento unitario in X_j è associato a un cambiamento di β_j in Y, mentre tutte le altre variabili rimangono fisse" sono possibili.
- Attenzione alle correlazioni tra i predittori, possono causare problemi!

Stima e Predizione per la Regressione Multipla

- Date le stime $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p$, possiamo fare previsioni usando la formula:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \cdots + \hat{\beta}_p x_p$$

- Stimiamo $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ come i valori che minimizzano la somma dei residui al quadrato:

$$\begin{aligned} \mathrm{RSS} &= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \hat{\beta}_2 x_{i2} - \cdots - \hat{\beta}_p x_{ip} \right)^2 \end{aligned}$$

- Questo è fatto usando software statistici standard. I valori $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p$ che minimizzano RSS sono le stime dei coefficienti di regressione multipla ottenuti con il metodo dei minimi quadrati.

Risultati per i Dati Pubblicitari

	Coefficiente	Errore Std.	Statistica t	p-value
Intercetta	2.939	0.3119	9.42	< 0.0001
TV	0.046	0.0014	32.81	< 0.0001
radio	0.189	0.0086	21.89	< 0.0001
giornali	-0.001	0.0059	-0.18	0.8599

Correlazioni

	TV	radio	giornali	vendite
TV	1.0000	0.0548	0.0567	0.7822
radio		1.0000	0.3541	0.5762
giornali			1.0000	0.2283
vendite				1.0000

Alcune domande importanti

1. Almeno uno dei predittori $X_1, X_2, \ldots, X_p$ è utile per prevedere la risposta?
2. Tutti i predittori aiutano a spiegare Y, o è utile solo un sottoinsieme?
3. Quanto bene il modello si adatta ai dati?
4. Dato un set di valori predittori, quale valore della risposta dobbiamo prevedere, e quanto è accurata la nostra previsione?

Almeno un predittore è utile?

- Per rispondere alla prima domanda, possiamo usare la statistica F:

$$F = \frac{(\mathrm{TSS} - \mathrm{RSS})/p}{\mathrm{RSS}/(n - p - 1)} \sim F_{p,n-p-1}$$

Quantità	Valore
Errore Standard Residuo	1.69
R^2	0.897
Statistica F	570

Valutazione dell'Accuratezza Complessiva del Modello: Confronto tra R^2 e R^2 adj

- Il R^2 è calcolato come:

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

  dove:

  - $RSS = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ è la somma dei quadrati dei residui.
  - $TSS = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$ è la somma totale dei quadrati.

- Il R^2 *adj* tiene conto del numero di predittori e del numero di osservazioni, ed è calcolato come:

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{RSS/(n-p-1)}{TSS/(n-1)}$$

  dove:

  - n è il numero di osservazioni.
  - p è il numero di predittori nel modello.

Decidere sulle variabili importanti

- L'approccio più diretto si chiama regressione con tutti i sottoinsiemi o migliori sottoinsiemi: calcoliamo la stima dei minimi quadrati per tutti i sottoinsiemi possibili e poi scegliamo in base a un criterio che bilancia l'errore di training con la dimensione del modello.
- Tuttavia, spesso non possiamo esaminare tutti i modelli possibili, dato che sono 2^{p}. Ad esempio, quando $p = 40$, ci sono più di un miliardo di modelli!
- Serve quindi un approccio automatizzato che cerchi tra un sottoinsieme di modelli. Discutiamo due approcci comunemente usati.

Selezione Avanti (Forward Selection)

- Inizia con il modello nullo: un modello che contiene un'intercetta ma nessun predittore.
- Adatta p regressioni lineari semplici e aggiungi al modello nullo la variabile che produce il minimo RSS.
- Aggiungi al modello la variabile che produce il minimo RSS tra tutti i modelli a due variabili.
- Continua finché non si soddisfa una regola di arresto, ad esempio quando tutte le variabili rimanenti hanno un p-value sopra una certa soglia.

Selezione Indietro (Backward Selection)

- Inizia con tutte le variabili nel modello.
- Rimuovi la variabile con il p-value più alto, cioè quella meno statisticamente significativa.
- Adatta il nuovo modello con $(p - 1)$ variabili e rimuovi la variabile con il p-value più alto.
- Continua finché non si raggiunge una regola di arresto. Ad esempio, si può arrestare quando tutte le variabili rimanenti hanno un p-value significativo rispetto a una soglia prestabilita.

Previsioni con il Modello Lineare

Equazione della previsione:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

Esempio pratico:

- Coefficienti stimati: $\hat{\beta}_0 = 5$, $\hat{\beta}_1 = 2$
- Per $x = 10$, si ottiene:

$$\hat{y} = 5 + 2 \cdot 10 = 25$$

Nota: La previsione è valida solo nel range dei dati osservati (*interpolazione*).

Valutazione tramite MSE

Errore Quadratico Medio (MSE):

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

Interpretazione:

- Misura la distanza media quadratica tra i valori osservati (y_i) e quelli previsti ($\hat{y}_i$).
- Un MSE basso indica un buon adattamento del modello ai dati.

Rischi e Cose da Attenzionare

Rischi delle Previsioni:

- **Overfitting**: Il modello si adatta troppo ai dati di training, perdendo capacità predittiva sui nuovi dati.
- **Estrapolazione**: Fare previsioni fuori dal range dei dati osservati può portare a risultati poco accurati.
- **Outlier**: Valori anomali nei dati possono influenzare negativamente il modello e aumentare l'MSE.

Cose da Attenzionare:

- **Selezione delle variabili**: Utilizzare solo variabili rilevanti per ridurre il rumore nel modello.
- **Validazione del modello**: Valutare il modello su un set di dati di test per verificare la generalizzabilità.
- **MSE non contestualizzato**: Un MSE basso non garantisce che il modello sia utile; valutare anche il contesto dei dati.

Altre Considerazioni nel Modello di Regressione

Predittori Qualitativi

- Alcuni predittori non sono quantitativi ma qualitativi, assumendo un set discreto di valori.
- Questi sono anche chiamati predittori categorici o variabili fattoriali.
- Per esempio, dati sulle carte di credito.

LAB Vendite Seggiolini Auto

Un'azienda produttrice di seggiolini auto per bambini vuole comprendere quali fattori influenzano maggiormente le vendite nei suoi 400 punti vendita distribuiti sul territorio. L'obiettivo è ottimizzare la strategia commerciale analizzando come variabili di prezzo, caratteristiche del mercato locale e posizionamento del prodotto impattino sulle performance di vendita.

Attraverso questa analisi, l'azienda intende identificare le leve più efficaci per massimizzare le vendite, valutando sia l'effetto di fattori quantitativi come prezzo e budget pubblicitario, sia di elementi qualitativi come la qualità della posizione sugli scaffali e la presenza in mercati specifici come quello statunitense.

Descrizione delle Variabili - Dataset Carseats (Pacchetto ISLR2)

Variabile Dipendente:

- `Sales`: Vendite unitarie (in migliaia) presso ciascuna sede

Predittori Quantitativi:

- `Price`: Prezzo praticato dall'azienda per i seggiolini in ciascun sito
- `CompPrice`: Prezzo praticato dal concorrente in ciascuna sede
- `Income`: Livello di reddito della comunità (in migliaia di dollari)
- `Advertising`: Budget pubblicitario locale per l'azienda (in migliaia di dollari)
- `Population`: Dimensione della popolazione nella regione (in migliaia)

Predittori Qualitativi:

- `US`: Fattore con livelli No e Yes per indicare se il negozio è negli USA o meno
- `ShelveLoc`: Fattore con livelli Bad, Good e Medium che indica la qualità della posizione degli scaffali per i seggiolini in ciascun sito

Preditori Qualitativi - Continuazione

Esempio: Differenze nei saldi delle carte di credito tra uomini e donne, ignorando le altre variabili. Creiamo una nuova variabile:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{se la persona i è donna} \\ 0 & \text{se la persona i è uomo} \end{cases}$$

Modello risultante:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 + \epsilon_i & \text{se la persona i è donna} \\ \beta_0 + \epsilon_i & \text{se la persona i è uomo} \end{cases}$$

Dati Carte di Credito - Continuazione

Risultati per il modello con genere:

	Coefficiente	Errore Std.	Statistica t	p-value
Intercetta	509.80	33.13	15.389	< 0.0001
genere[Femminile]	19.73	46.05	0.429	0.6690

Predittori Qualitativi con Più di Due Livelli

- Con più di due livelli, creiamo variabili dummy aggiuntive. Ad esempio, per la variabile etnia possiamo creare due variabili dummy. La prima potrebbe essere:

$$x_{i1} = \begin{cases} 1 & \text{se la persona i è Asiatica} \\ 0 & \text{se la persona i non è Asiatica} \end{cases}$$

e la seconda potrebbe essere:

$$x_{i2} = \begin{cases} 1 & \text{se la persona i è Caucasica} \\ 0 & \text{se la persona i non è Caucasica} \end{cases}$$

Predittori qualitativi con più di due livelli - Continuazione

- Entrambe queste variabili possono essere utilizzate nell'equazione di regressione, ottenendo il modello:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \epsilon_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 + \epsilon_i & \text{se la persona i è Asiatica} \\ \beta_0 + \beta_2 + \epsilon_i & \text{se la persona i è Caucasica} \\ \beta_0 + \epsilon_i & \text{se la persona i è Afroamericana.} \end{cases}$$

- Ci sarà sempre una variabile dummy in meno rispetto al numero di livelli. Il livello senza variabile dummy (in questo esempio Afroamericano) è noto come **baseline**.

Risultati per l'etnia

	Coefficiente	Errore Std.	Statistica t	p-value
Intercetta	531.00	46.32	11.464	< 0.0001
etnia [Asiatica]	-18.69	65.02	-0.287	0.7740
etnia [Caucasica]	-12.50	56.68	-0.221	0.8260

LAB Credit Analysis

Una banca è interessata a comprendere quali fattori influenzano il saldo medio delle carte di credito dei clienti, con l'obiettivo di migliorare le decisioni sulle richieste di prestiti e crediti. L'analisi si focalizza su variabili socioeconomiche e comportamentali, come reddito, limite di credito e status da studente. L'obiettivo finale è fornire

raccomandazioni strategiche per ottimizzare la gestione del credito e ridurre i rischi finanziari, contribuendo a un processo decisionale più efficace.

Descrizione delle Variabili - Dataset Credit (Pacchetto ISLR2)

Il dataset contiene informazioni su clienti di una banca, incluse variabili chiave per l'analisi delle loro abitudini finanziarie e socioeconomiche. Di seguito alcune delle principali variabili utilizzate:

- **Balance**: Saldo medio della carta di credito, rappresenta la variabile target per l'analisi.
- **Income**: Reddito annuale del cliente (in migliaia di dollari), un indicatore della capacità di spesa.
- **Limit**: Limite massimo della carta di credito, rappresenta la disponibilità economica concessa dalla banca.
- **Rating**: Valutazione del cliente da parte della banca, in base alla sua storia creditizia.
- **Student**: Indica se il cliente è uno studente (variabile categorica).

LAB Credit Analysis: Analisi descrittiva

- Qual è la distribuzione del reddito (`Income`) tra i clienti? Visualizza e descrivi la distribuzione.
- Qual è la distribuzione del saldo medio delle carte di credito (`Balance`)?
- Qual è la relazione tra reddito (`Income`) e saldo medio della carta di credito (`Balance`)? La relazione è positiva o negativa?
- Qual è la covarianza tra `Income` e `Balance`? Che cosa ci indica questo valore?
- Qual è la correlazione tra `Income` e `Balance`? Come si interpreta questa correlazione in termini di influenza del reddito sul saldo della carta di credito?

LAB Credit Analysis: Modello

- Quali sono i coefficienti di regressione tra reddito e saldo medio? Come si interpretano l'intercetta e la pendenza?
- Possiamo prevedere il saldo medio della carta in funzione del reddito? Quali sono le previsioni del saldo per redditi pari a 20k, 50k, e 80k dollari?
- Qual è il livello di bontà di adattamento del modello (R^2)? È una relazione forte o debole?
- Includendo altre variabili come `Limit` e `Rating`, come cambia il modello? Quali variabili risultano più significative?
- In che modo la variabile categorica `Student` influisce sul saldo medio della carta di credito?

Cosa non abbiamo trattato

- Outlier
- Varianza non costante dei termini di errore
- Collinearità

Generalizzazione del Modello Lineare

- **Problemi di classificazione:** regressione logistica, support vector machines.
- **Non-linearità:** kernel smoothing, splines e modelli additivi generalizzati; metodi dei k-vicini più prossimi.
- **Interazioni:** metodi basati su alberi, bagging, foreste casuali e boosting (che catturano anche le non-linearità).
- **Fitting regolarizzato:** regressione Ridge e Lasso.