



ELTE | IK  
INFORMATIKAI KAR

# Adatbázisok 2

Indexek

# B+ fa

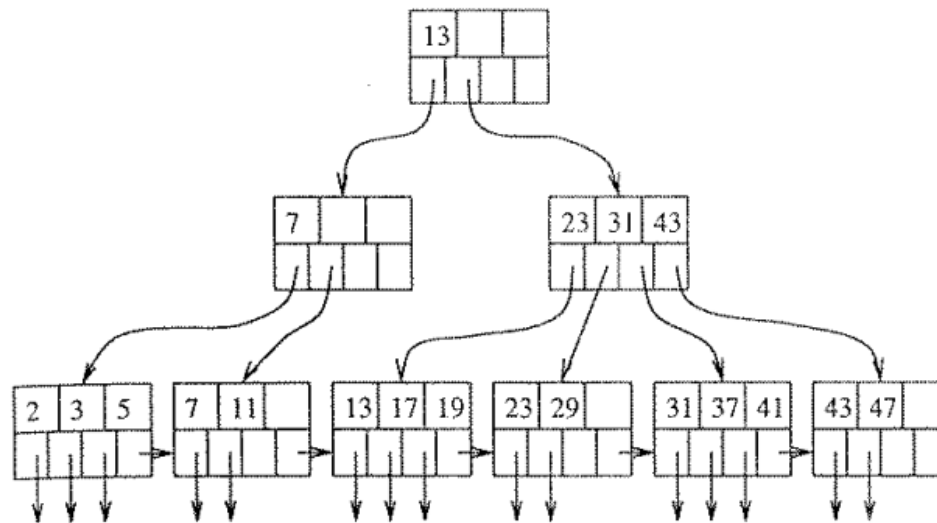
---

- **Kiegyensúlyozott fa**, azaz minden út a gyökértől egy levélíig egyforma hosszú.
- Általánosan a B-fák egy adatszerkezetek egy családja. Az évek során sok változat megjelent:
  - B-Tree (1970)
  - B+Tree (1973)
  - B\*Tree(1977)
  - B-link Tree (1981)
  - ...
- Minden B+ fához tartozik egy paraméter ( **$n$** ), amely meghatározza a blokkok elrendezését.
  - Egy blokk legfeljebb  **$n$**  kulcsot és  **$n + 1$**  mutatót tartalmazhat.



# B+ fa tulajdonságok

- Blokkolvasások száma keresésnél:  $t + 1$ , ahol  $t$  a fa magassága.
- $t \approx \log_{n+1} T(R)$  adja meg, ahol az  $n + 1$  a mutatók száma.
- A B+ fa alsó szintje sűrű indexnek tekinthető, azaz a levél csúcsok minden kulcsot tartalmaznak.
- A gyökér csúcsban kell lennie legalább 2 használatban lévő mutatónak (kivéve azt a triviális esetet, amikor összesen 1 rekordunk van).

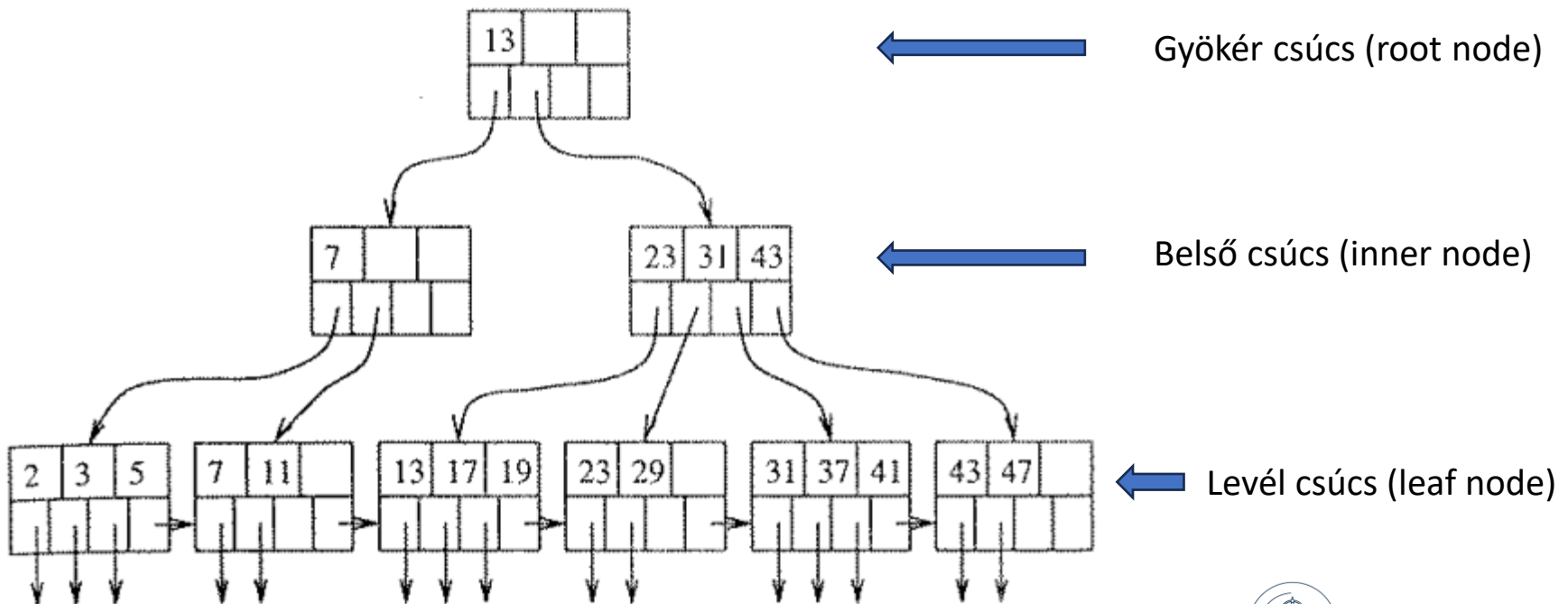


Egyszerű B+ fa (n=3)



# B+ fa csúcsai

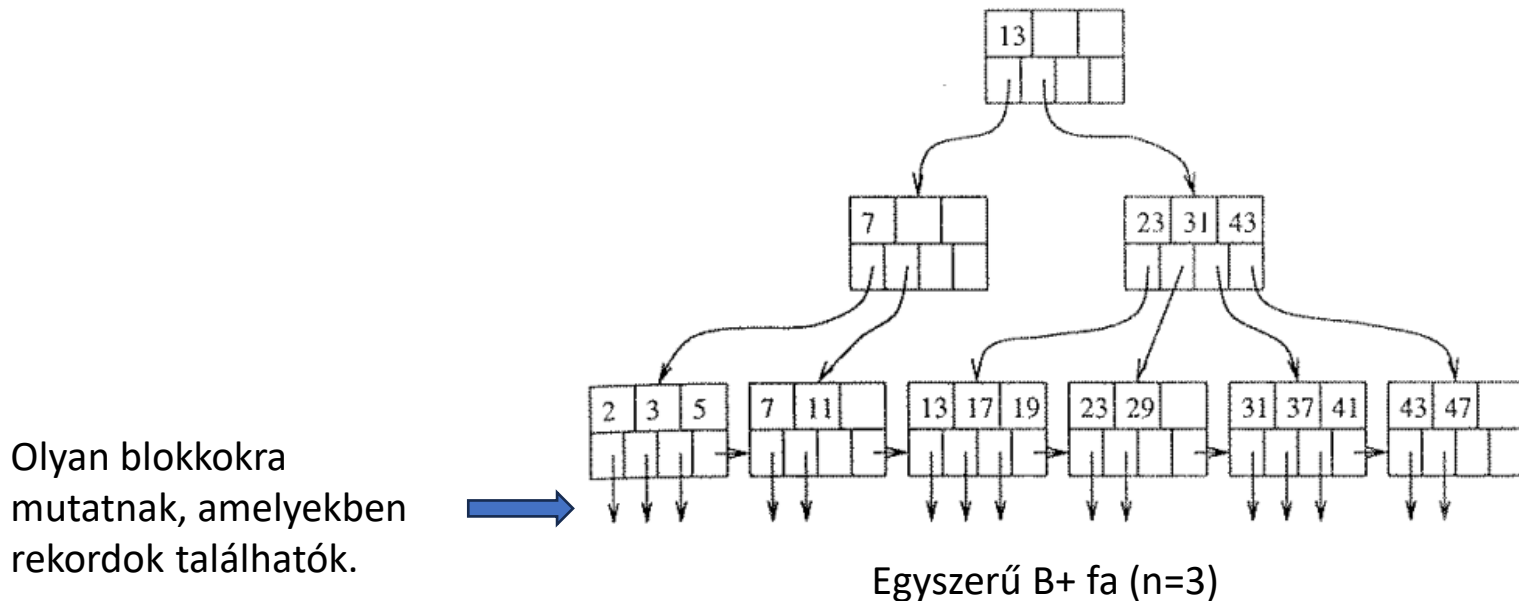
- A csúcsok kulcs-mutató párokat tartalmaznak:  
`<mutató>|<kulcs>|<mutató>|<kulcs>|<mutató>|<kulcs>|<mutató>`
- A kulcsok általában rendezve vannak (nem mindig).
- A levél csúcsok mutatói ROWID-k, amelyek a megfelelő blokkokra mutatnak.



Egyszerű B+ fa (n=3)

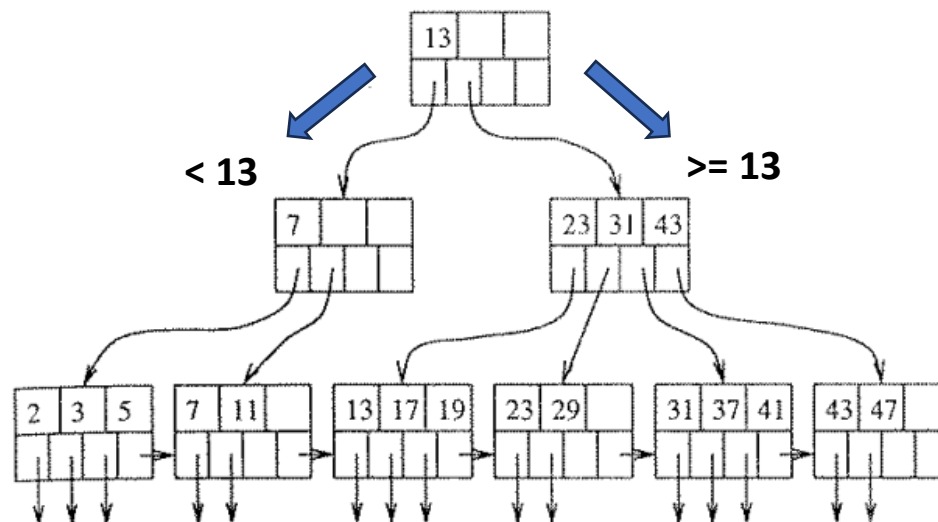
# B+ fa tulajdonságok (folytatás)

- A levelekben az utolsó mutató a következő levélblokkra mutat.
- Egy levélblokk többi  $n$  mutatójából legalább  $\lfloor (n + 1)/2 \rfloor$  használatban van és adatrekordra mutat.



# B+ fa tulajdonságok (folytatás)

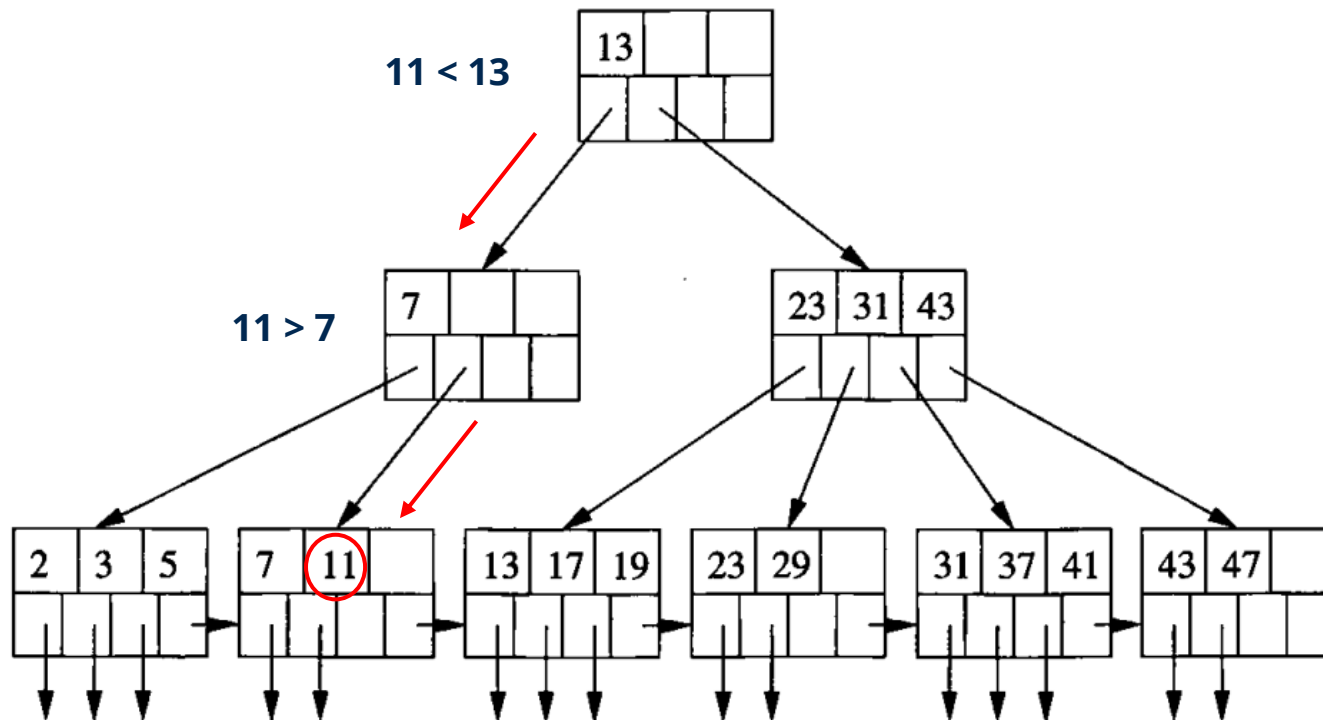
- A közbeeső szinteken lévő csúcsokban mind az  $n + 1$  mutató a fa következő szintjére mutat. Közülük legalább  $\lceil (n + 1)/2 \rceil$  használatban van.
- Ha  $j - 1$  kulcs van ( $K_1 K_2 \dots K_{j-1}$ ), akkor  $j$  mutató van használatban. Az első mutató a fa olyan részére mutat, ahol  $K_1$ -től kisebb kulcsok találhatóak
- A második mutató a fa olyan részére mutat, ahol a kulcsok értéke  $\geq K_1$  és  $\leq K_2$  és így tovább.



Egyszerű B+ fa ( $n=3$ )

# Keresés B+ fában

- Kereséskor a gyökértől indulunk és levél csúcsok felé haladunk.
- Alkalmas egyenlőség alapú keresésre és tartomány (intervallum) lekérdezéshez is.
- Példa: Keressük meg a 11-es kulcsú rekordot.



# Beszúrás B+ fába

---

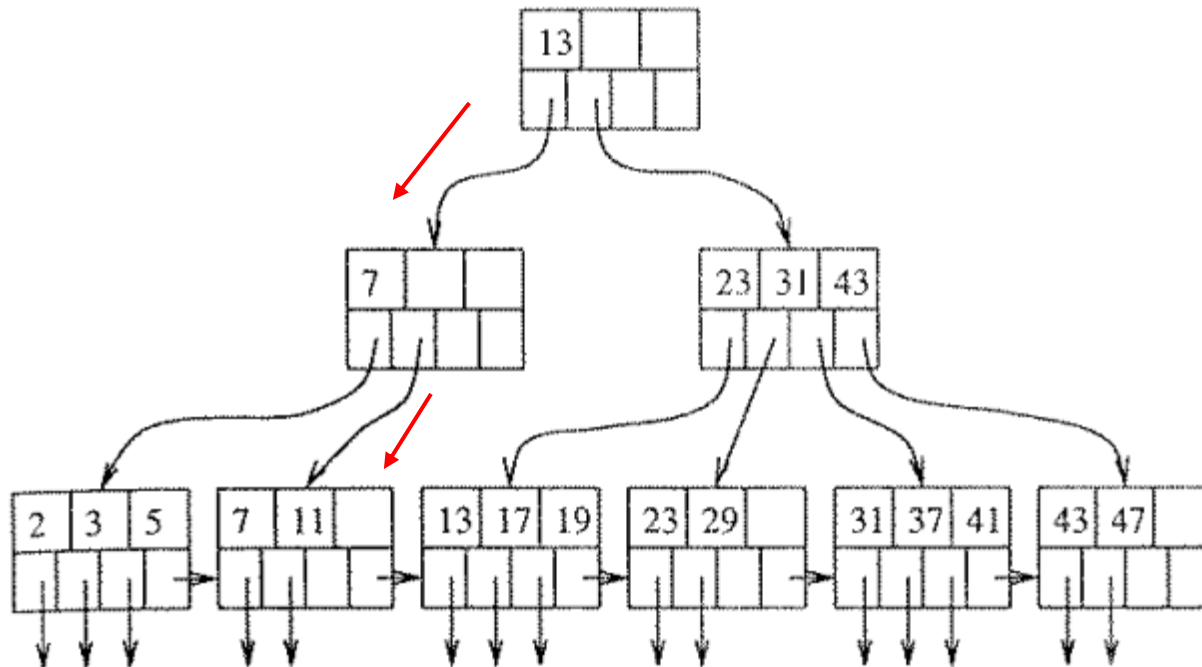
- Keressük meg a megfelelő levél csúcs (mint a keresésnél).
- Ha van üres hely: szúrjuk be az új kulcsot és mutatót.
- Ha nincs üres hely, akkor szét kell vágnunk egy levél csúcsot:
  - Az  $L$  levél csúcsban lévő kulcsokat osszuk szét  $L$  és egy új  $L_2$  csúcs között.
  - Az  $L$  csúcs szülő csúcsába szúrjunk be egy mutatót, amely  $L_2$ -re mutat ( $L_2$  legkisebb kulcsát).





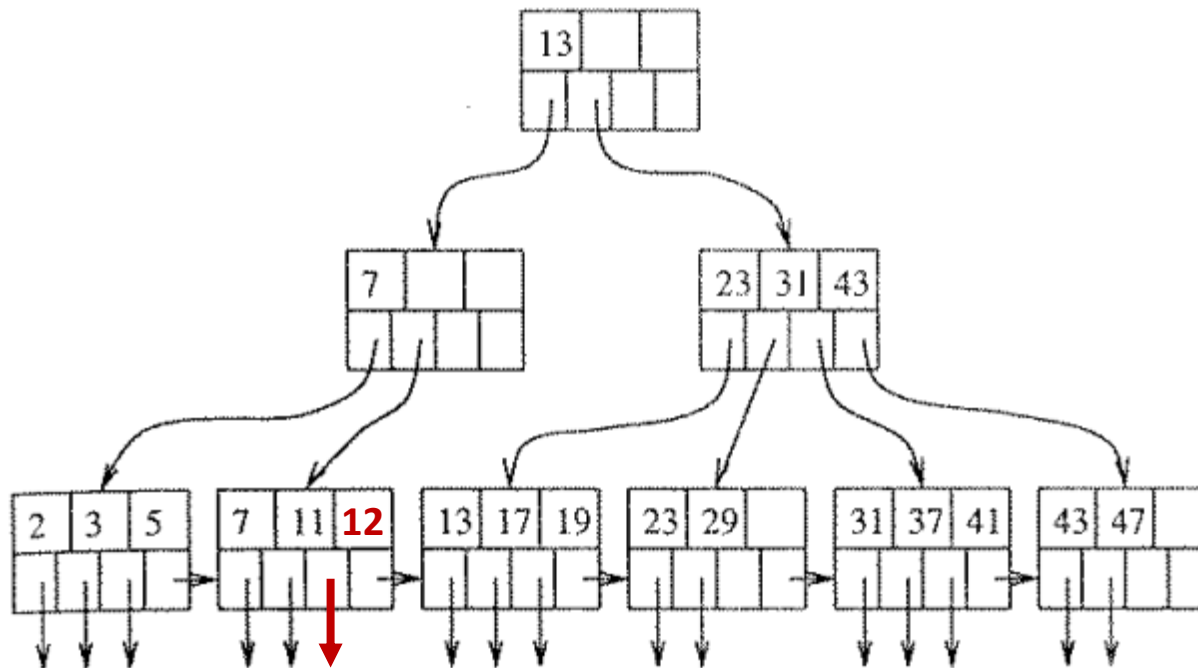
# Beszúrás példa: 12

- A 12-es kulcs beszúrása.
  - Keressük meg a megfelelő levél csúcsot.
  - Ha van hely a levélben, szúrjuk be a kulcsot és a mutatót.



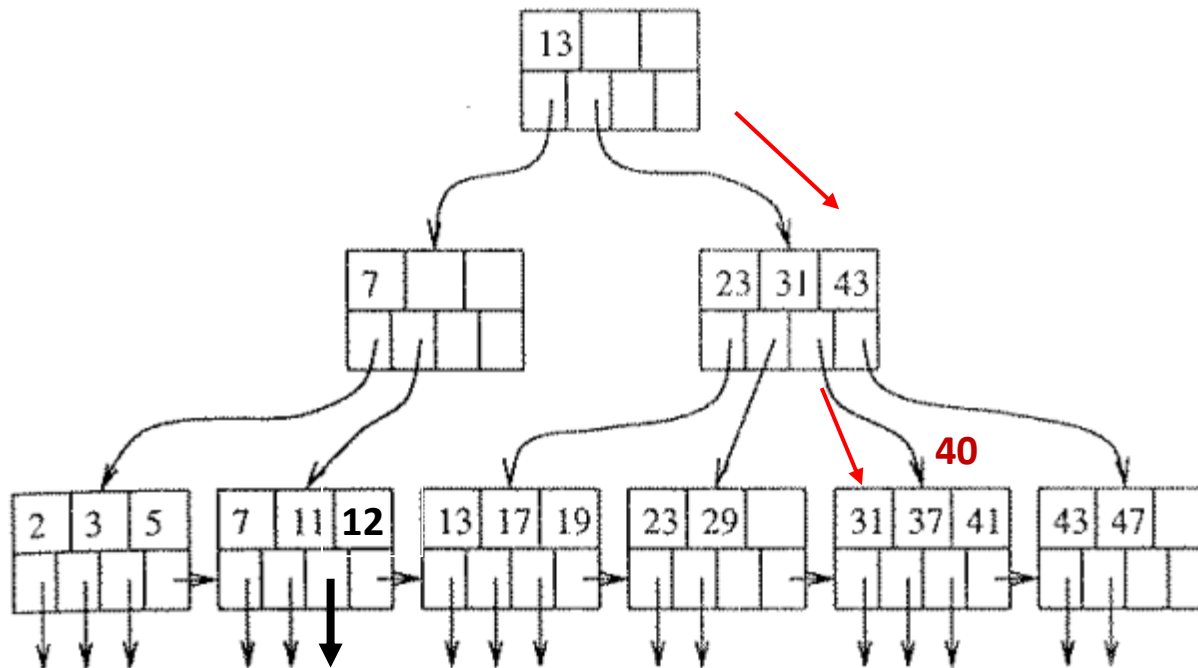
# Beszúrás példa: 12

- A 12-es kulcs beszúrása.
  - Keressük meg a megfelelő levél csúcsot.
  - Van hely a levélben, szúrjuk be a kulcsot és a mutatót.



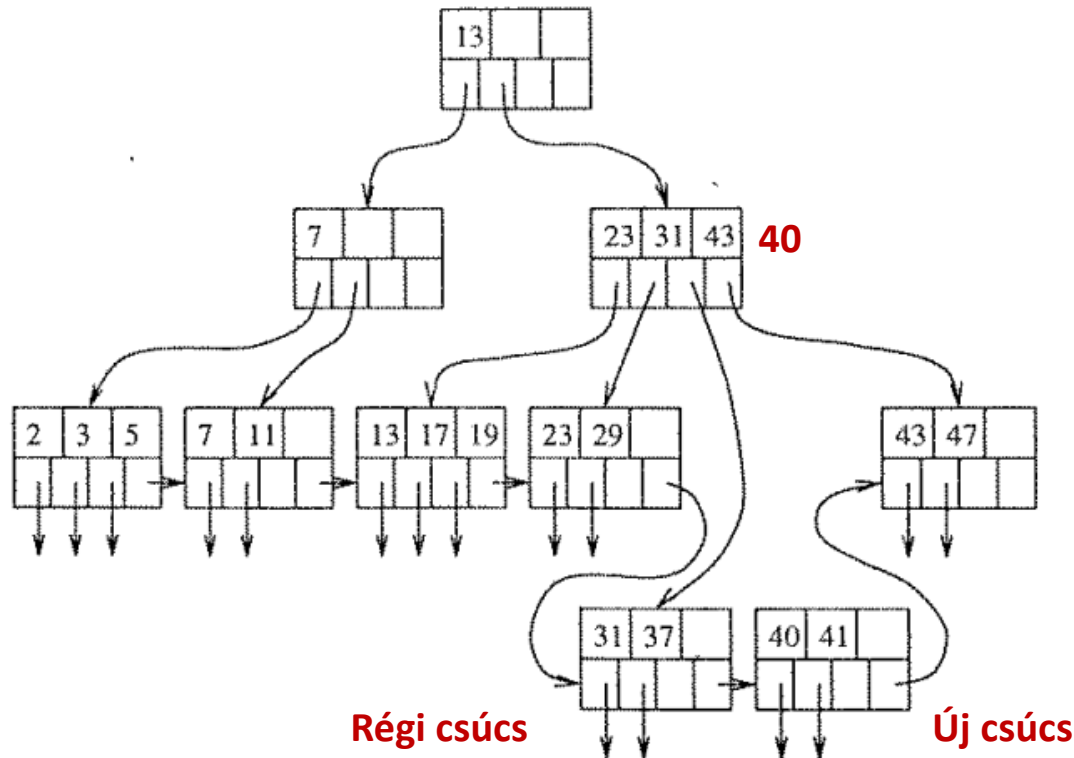
# Beszúrás példa: 40

- A 40-es kulcs beszúrása.
  - Keressük meg a megfelelő levél csúcsot.
  - Mivel nincs hely, ezért csúcs szétvágásra van szükség.



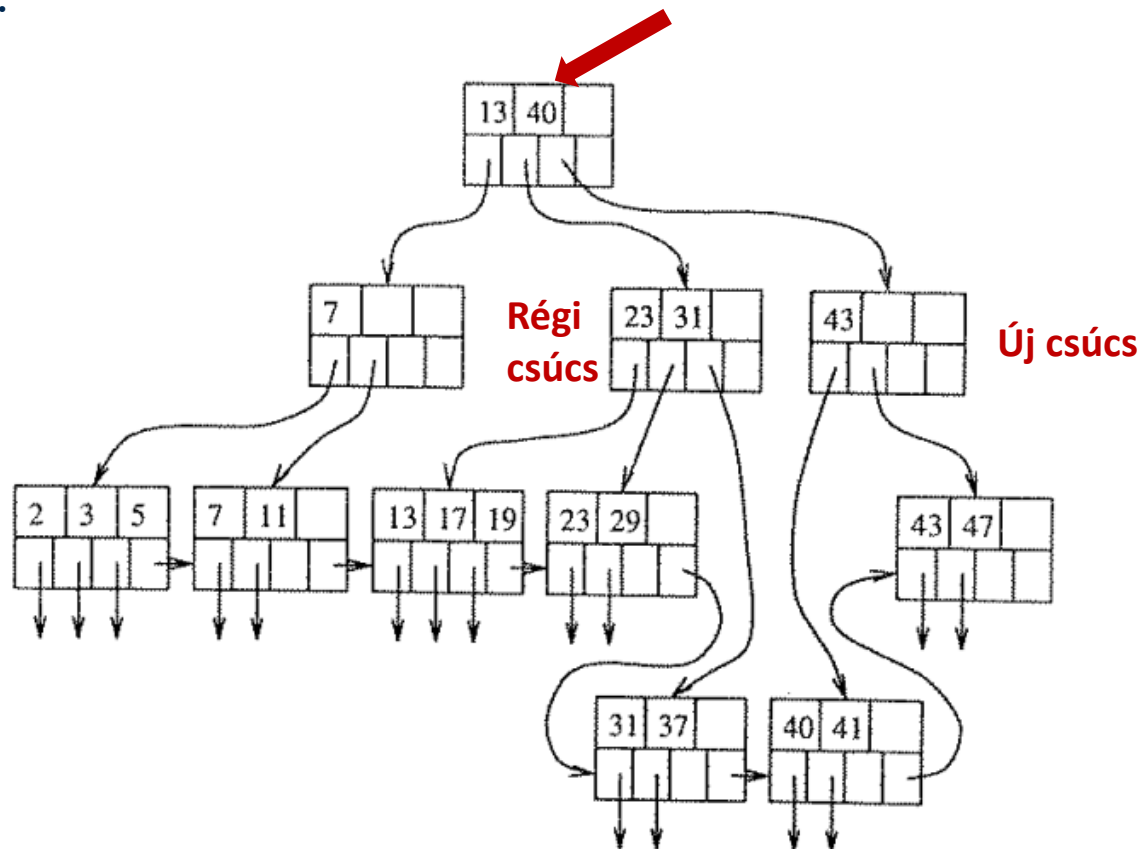
# Beszúrás példa: 40

- Létrehozunk egy új csúcsot.
- Szétoosztjuk a kulcsokat a régi és új csúcs között.
- Az új csúcsnak kell egy szülő, ezért egy kulcsot fel kell küldenünk (40).



# Beszúrás példa: 40

- A szülő csúcsba is be kell szűrnünk egy mutatót, viszont ott nincs hely.
- Ezért a köztes csúcsot is szétvágjuk és a szülő csúcsba beszúrjuk a megfelelő mutatót.



# Törlés B+ fában

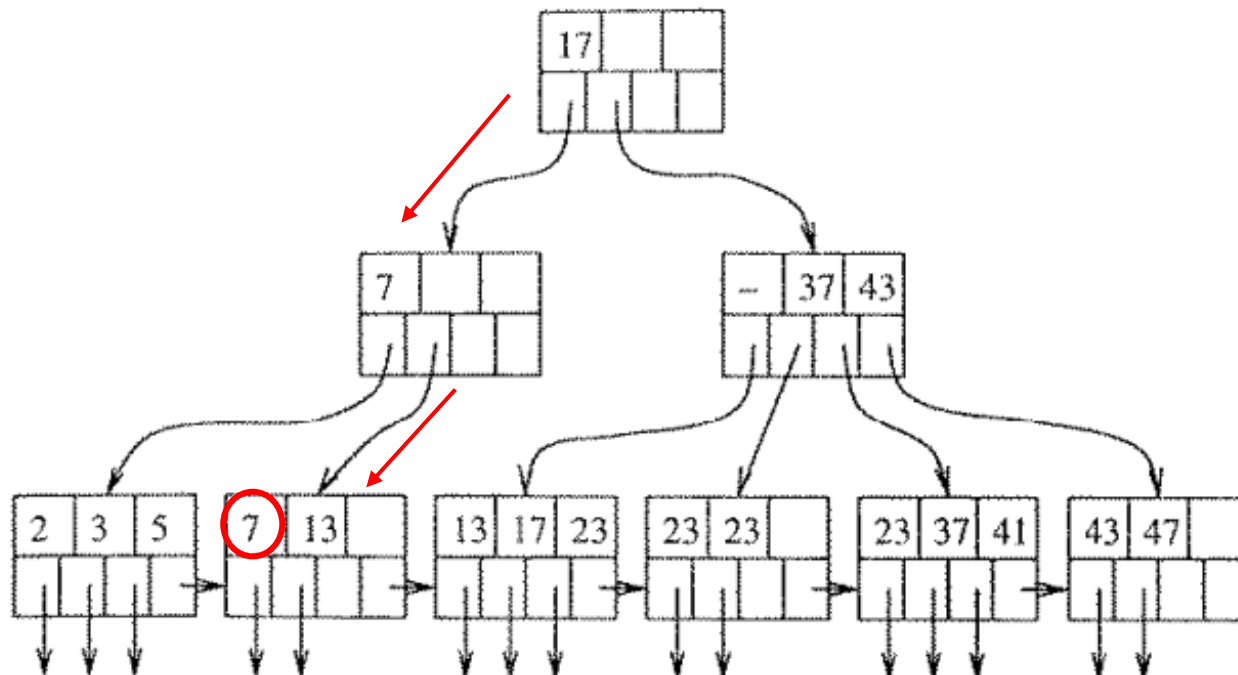
---

- A gyökértől indulva keressük meg a rekordot és töröljük az index bejegyzést.
- Ha a csúcs a törlés után is **tartalmaz elegendő kulcsot**, akkor kész is vagyunk!
- Ha törlés után nincs elegendő kulcs két lehetőségünk van:
  - Próbáljunk **kölcsön kérni** kulcsokat a csúcs testvérétől (olyan csúcs, amelynek ugyanaz a szülője). A szülőben lévő kulcsok változhatnak.
  - Ha az átrendezés (kölcsön kérés) nem működik, akkor **össze kell vonni** csúcsokat és törölni a megfelelő mutatókat. Ha a szülőben nincs elegendő kulcs, akkor rekurzívan folytatjuk az összevonást a szülőre.



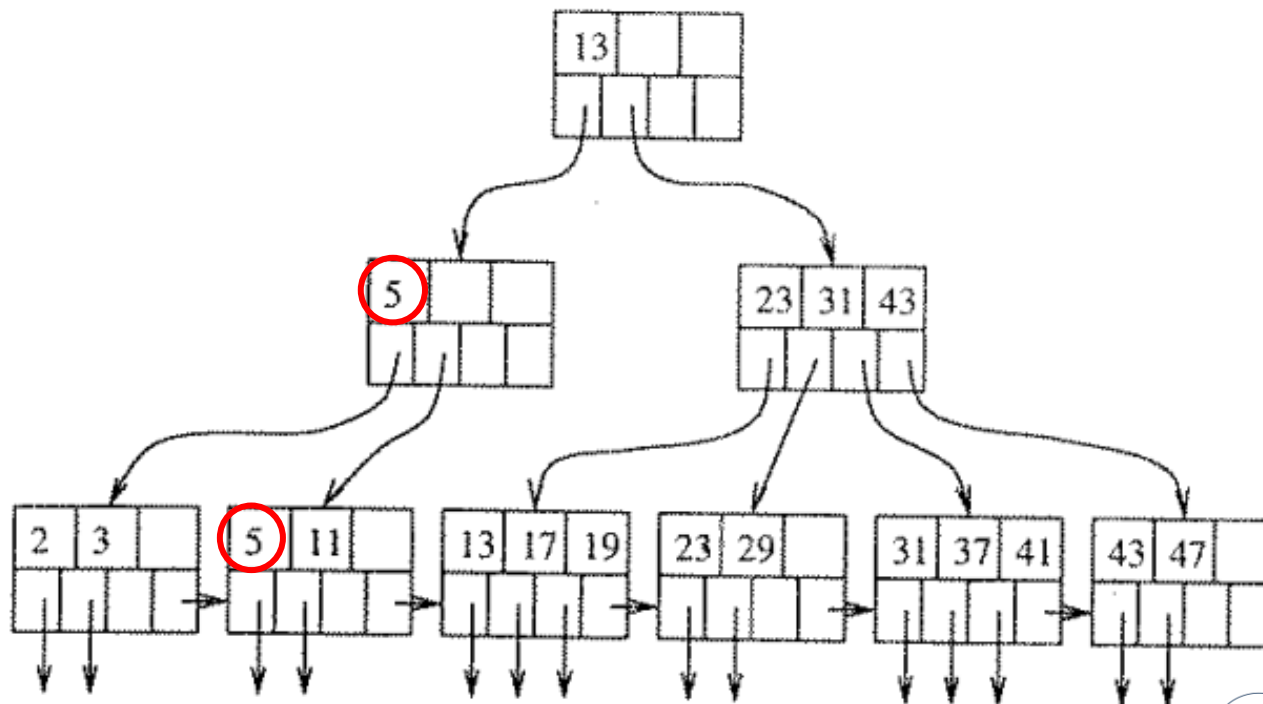
# Törlés példa: 7

- Töröljük a 7-es kulcsú rekordot. Először meg kell keresnünk.
- Ha töröljük a rekordot, akkor a levél csúcsban nem marad elegendő rekord, ezért kölcsön kell kérnünk a testvér csúctól.
- Mivel ott a kölcsön után is lesz elegendő, ezért ezt gond nélkül megtehetjük.



# Törlés példa: 7

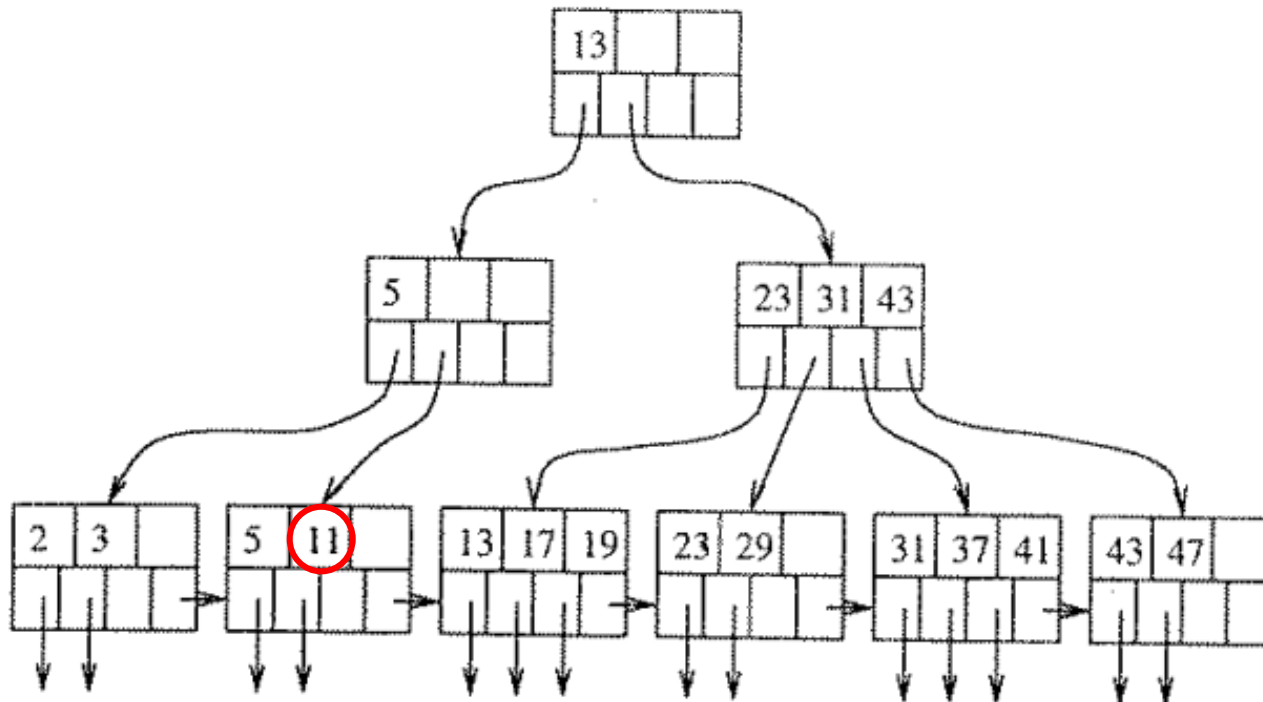
- Az 5-ös kulcsot kölcsönkértük.
- Ezért a szülőben is megváltoznak a kulcsok. A 7-es helyére az 5-ös kerül, hogy helyes maradjon a B+ fa struktúrája.





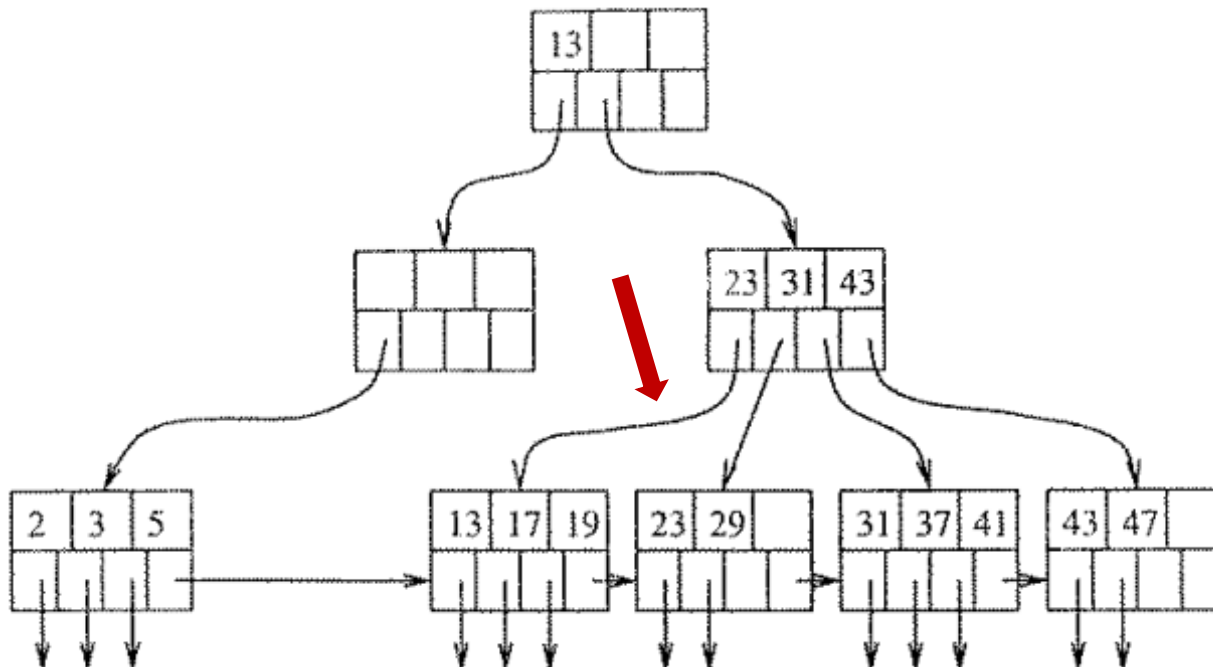
# Törlés példa: 11

- Töröljük most a 11-es kulcsú rekordot.
- A törlés után nem marad elengedő kulcs a levélben.
- A csúcsnak egy testvére van, de onnan már nem kérhetünk többet kölcsön, hiszen ott is csak épp elengedő kulcs van.



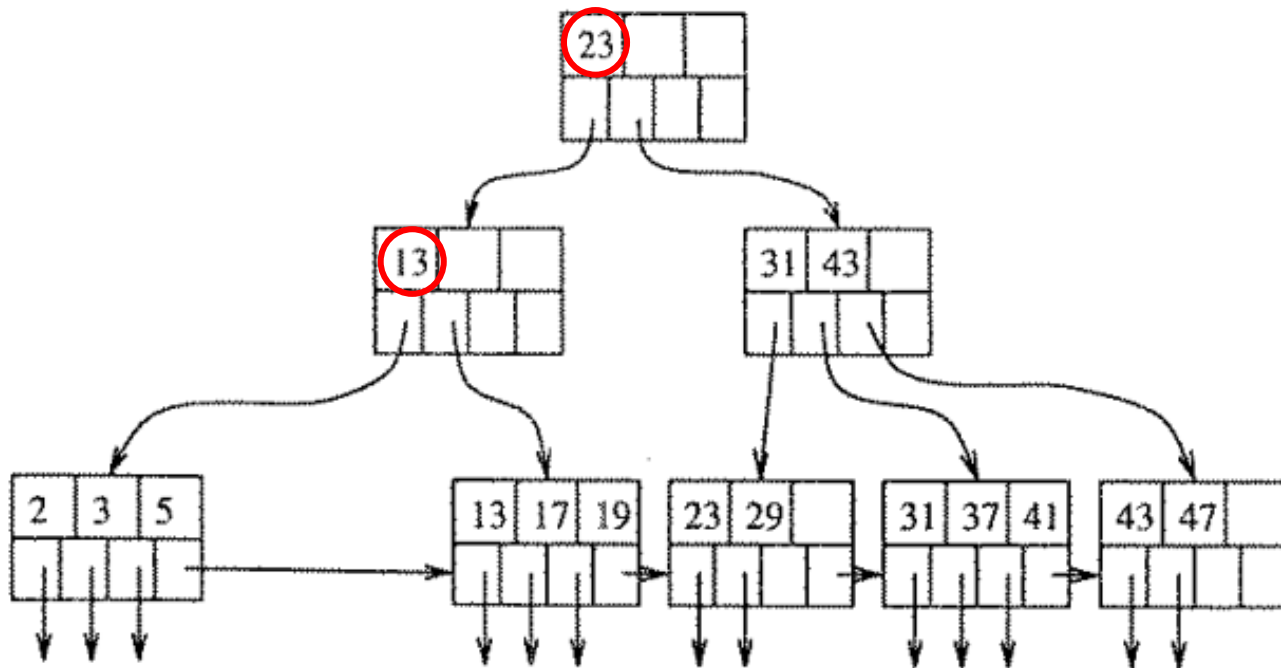
# Törlés példa: 11

- A csúcsot, ahol a 11-es volt töröljük a mutatójával együtt.
- Az 5-ös kulcsot áttesszük a testvér csúcsba.
- Így a szülőben nem marad elegendő kulcs.
- Szerencsére a szülő testvér csúcsától kölcsön tudunk kérni.



# Törlés példa: 11

- A testvér csúcs átadott egy mutatót, így a bal oldali köztes csúcsba bekerült a 13-as kulcs (ez már elégséges).
- A jobb oldali köztes csúcsból a 23-as kulcs átkerült a gyöker csúcsba.



# Törlés B+ fában?

---

- Valóban szükségünk van törlésre?
- Általában a táblák egyenletesen nőnek (még ha néha törlünk is).
- Egyes rendszerek **késleltetik** a csúcsok összevonását.
  - A késleltetés csökkenti az újraszervezések számát.
- Vannak olyan rendszerek is, ahol hagyják a nem megfelelően telített csúcsok létezését és **periodikusan újraépítik** az egész struktúrát.



# Ismétlődő értékek

---

- **Három megközelítés:**

- Engedjük a NULL kulcsokat (tankönyvben megtalálható).
  - Valamilyen azonosító hozzáfűzése a kulcshoz, hogy egyedi legyen (pl. elsődleges kulcs; blokk azonosító és részjegyzék azonosító).
  - Túlcsoordulás blokkok a levél csúcsokhoz.
- Ezek közül a **második** megközelítés a leggyakrabban használt!



# B+ fa az adatbázisokban

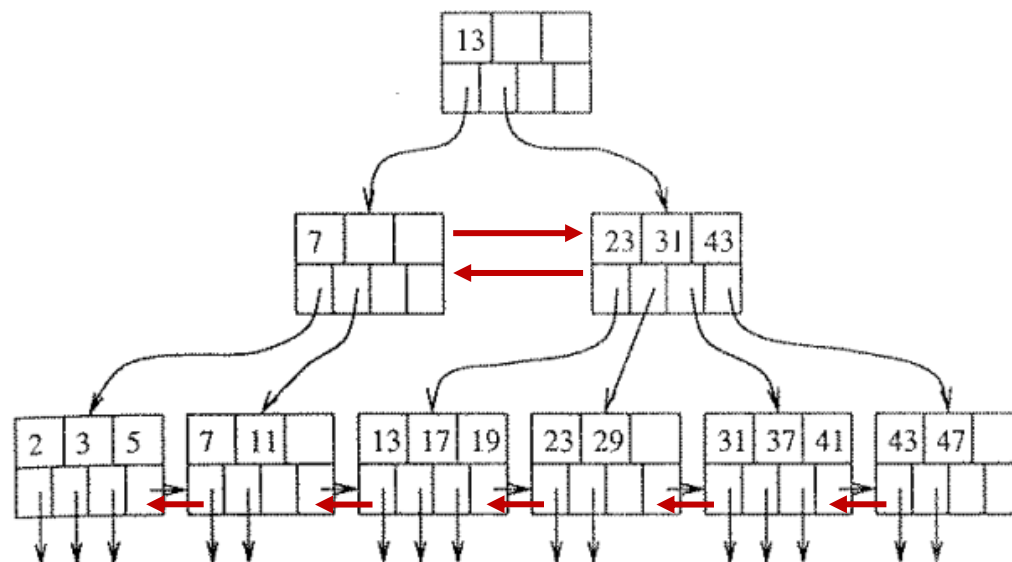
---

- Egy csúcs tipikusan egy bloknak felel meg (általában 4-16 KB).
- Így valós esetben egy blokk 500-600 kulcs-mutató párt is tartalmazhat.
- Példa 500 pár esetén:
  - 3 szint esetén:  $500 * 500 = 250\,000$  rekord indexelhető.
  - 4 szint esetén:  $500^3 = 125\,000\,000$  rekord indexelhető.



# B+ fa az adatbázisokban

- Általában nem az egyszerű B+ fát implementálják (pl. B-link fa – sibling pointerekkel).
- Egyes rendszerekben a pufferkezelő a gyakran használt indexek gyökér csúcsát mindig az pufferben tartják, így gyakorlatban a szükséges blokkolvasások száma egyel csökken.

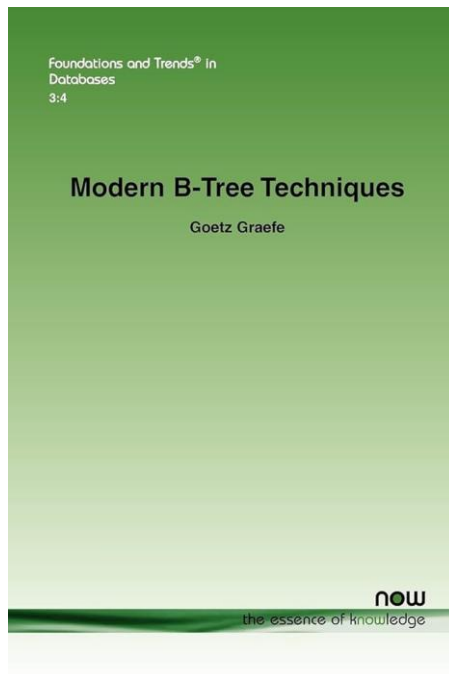


B-link fa

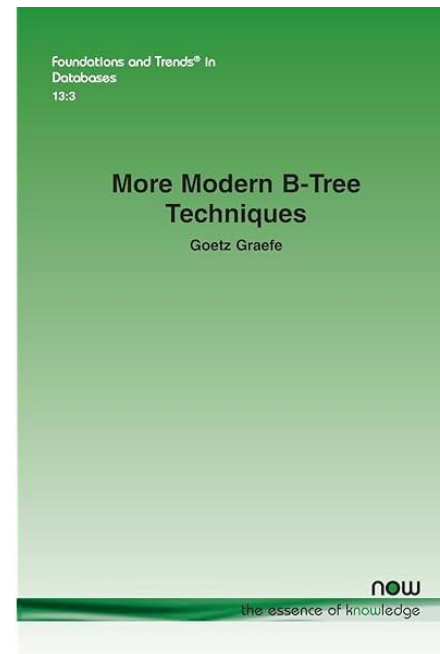


# B+ fa az adatbázisokban

- Optimalizálások: deduplication, bluk insert, prefix compression, suffix truncation, fractal trees (delayed update).
- Ajánlott irodalom:



2011



2024



ELTE | IK



# Bittérkép (bitmap) indexek

- Egy oszlopra N hosszú bitvektorokat készítünk, ahol N a sorok száma és annyi bitvektorunk lesz, ahány különböző érték előfordul az oszlopban.

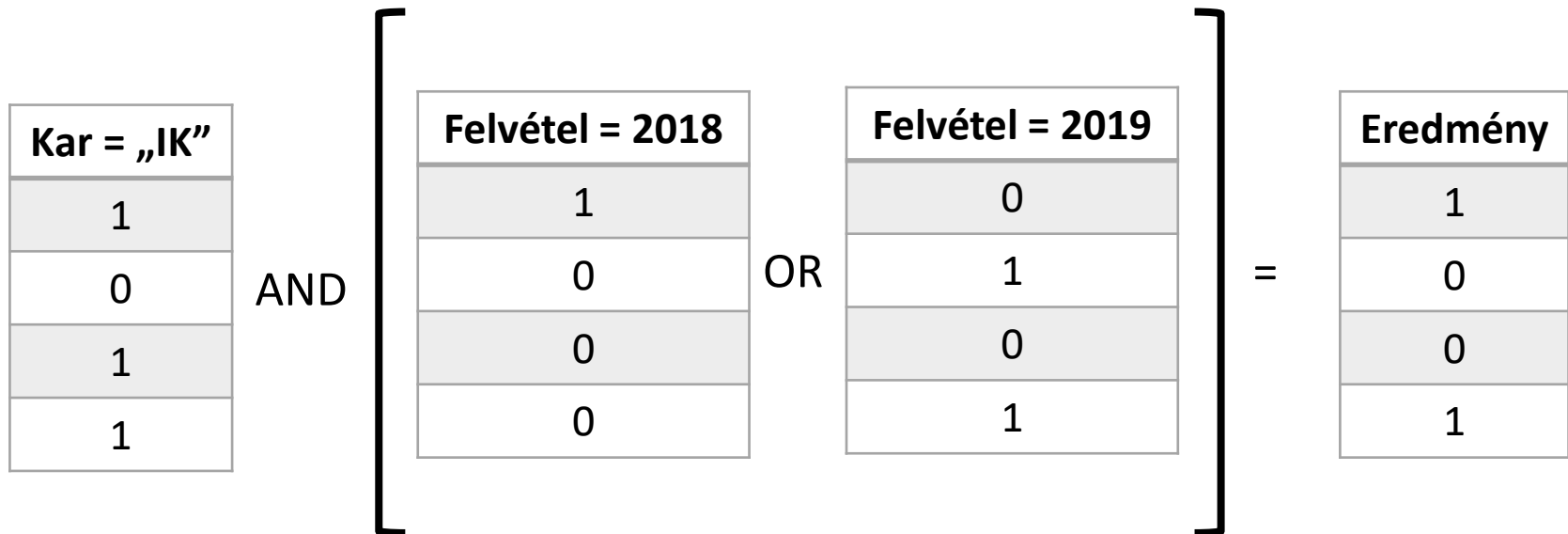
Neptun	Kar	Felvétel éve
ABC123	IK	2018
XYZ789	TTK	2019
ASD135	IK	2020
GOT999	IK	2019

Kar = „IK”	Kar = „TTK”
1	0
0	1
1	0
1	0

Felvétel = 2018	Felvétel = 2019	Felvétel = 2020
1	0	0
0	1	0
0	0	1
0	1	0

# Bittérkép indexek

- `SELECT * FROM HALLGATOK`  
`WHERE KAR=„IK” AND FELVÉTEL_ÉVE IN (2018, 2019);`



# Bittérkép indexek a gyakorlatban

---

- Hasznos, ha:
  - A tábla ritkán módosul (mivel minden módosításnál a bitvektorokat is módosítani kellene)
  - Az oszlopok kardinalitása alacsony.
  - Egyenlőség alapú lekérdezéseknél.
- A népszerű relációs rendszerek közül az Oracle és IBM Db2 implementálja.
- Főleg adattárházaknál van használatban (ritkán módosul).
- Újabb rendszerekben is megtalálható valamilyen formában (pl. Milvus).



# További indexstruktúrák

---

- Térbeli indexek (R-fa, kd-tree, octree) -> MSc (Információs Rendszerek szakirány)
- Vektor adatbázisokban (legközelebbi szomszéd keresésekhez): Inverted File, Hierarchical Navigable Small World
- Tartalmazás vizsgálat: bloom filter
- Új trend: **learned index**

# Tankönyv fejezetek

---

- Hector Garcia-Molina, Jeffrey D. Ullman, Jennifer Widom:  
**Adatbázisrendszerek megvalósítása**
  - 4. fejezet: Indexstruktúrák (4.3, 5.4 fejezetek)
- Silberschatz, Korth, & Sudarshan: **Database System Concepts**
  - Chapter 14. Indexing (14.3, 14.4, 14.9)

