Определение. Последовательность случацных величин $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ сходится по вероятности к случайной величине X, если

$$\forall \varepsilon > 0 \ \lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left(\{|X_n - X| > \varepsilon\}\right) = 0$$

Обозначение: $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} X$ при $n \to \infty$

Свойства сходимости по вероятности:

1. Если $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} a, Y_n \xrightarrow{\mathbb{P}} b$, то $X_n + Y_n \xrightarrow{\mathbb{P}} a + b$
2. Если X_N

Теорема. (Слуцкого) Пусть $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} a$ и $g(x)$ — непрерывная функция в точке a, тогда $g(X_n) \xrightarrow{\mathbb{P}} g(a)$

Теорема. Пусть $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} a, Y_n \xrightarrow{\mathbb{P}} b$ и $g(x, y)$ — непрерывная в точке $(x, y) = (a, b)$, тогда $g(X_n, Y_n) \xrightarrow{\mathbb{P}} g(a, b)$

Теорема. Закон больщих чисел. Пусть $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность одинаково распределенных с конечным математическим ожиданием, тогда

$$\overline{X_n} \xrightarrow{\mathbb{P}} \mathbb{E}\left[X_i\right] \text{ при } n \to \infty, \text{ где } \overline{X_n} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$$

Задача 1.2

Теорема. (достаточное условие сходимости по вероятности)

Пусть выполнено

1. $\mathbb{E}\left[X_n\right] \to a$
2. $\mathbb{D}\left[X_n\right] \to 0$

Тогда, $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} a$