

# МФТИ. ЗОШ 2025

Винер Даниил

10 января 2025 г.

# План на сегодня

- 1 Вещественные числа
- 2 Базовые определения геометрии
- 3 Скалярное и псевдоскалярное произведение векторов
- 4 Прямая, отрезок, луч

## Определение

*Число с плавающей точкой* — форма представления вещественных чисел, при которой число хранится в виде мантииссы и показателя степени

- float — одинарная точность
- double — двойная точность
- long double — расширенная точность

## Примечание

$\text{float} \leq \text{double} \leq \text{long double}$

# Хранение вещественных чисел

Хранится 3 «массива»:

- Основание
- Мантисса
- Порядок (экспонента)

# Хранение вещественных чисел

Хранится 3 «массива»:

- Основание
- Мантисса
- Порядок (экспонента)

## Формула

$$x = (-1)^{\text{sign}} \cdot (1.M) \cdot B^{P-S}$$

- sign — знак числа
- M — мантисса
- B — основание системы
- P — степень
- S — сдвиг

# Вместимость вещественных чисел

Тип	Размер (байт)
float	4
double	8
long double	16

Арифметические операции с числами с плавающей точкой такие же, как и с целыми числами. При этом операция деления по модулю не определена

# Точка, вектор

## Определение

*Точка* — характеристика объекта в пространстве, не имеет ни размера, ни формы

## Пример

Точка  $a$  в  $n$ -мерном пространстве:

$$a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

## Определение

*Вектор* — это направленный отрезок, имеющий длину и направление

## Примечание

Вектор  $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ , из точки  $A(x_1, y_1)$  в точку  $B(x_2, y_2)$

## Определение

Пусть дано две точки  $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $B(y_1, y_2, \dots, y_n)$

*Расстояние между точками A и B:*

$$d(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}$$



# Скалярное произведение

## Определение

Скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  — произведение их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

Оно показывает проекцию одного вектора на другой

## Примечание

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

# Псевдоскалярное произведение векторов

## Определение

*Псевдоскалярное произведение* — это число равное площади параллелограмма, построенного на этих векторах:

$$\vec{a} \times \vec{b} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

## Примечание

Псевдоскалярное произведение показывает поворот одного вектора относительно другого:

- Если  $\vec{a} \times \vec{b} > 0$ , то поворот от  $\vec{a}$  к  $\vec{b}$  против часовой стрелки
- Если  $\vec{a} \times \vec{b} < 0$ , то по часовой

## Определение

Дано две точки в  $\mathbb{R}^2$ :  $A(x_1, y_1)$  и  $B(x_2, y_2)$ . Тогда прямая, проходящая через них может быть выражена как:

$$A(x - x_1) = B(y - y_1),$$

где  $A = y_2 - y_1$ ,  $B = x_1 - x_2$

# Вектор нормали, уравнение прямой

## Определение

*Вектор нормали* — это вектор, который перпендикулярен данной прямой (плоскости)

## Определение

Пусть  $\vec{n} = (A, B)$  — вектор нормали, тогда уравнение прямой, проходящей через точку  $(x_0, y_0)$ :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$