

МФТИ. ЗОШ 2025

Винер Даниил

10 января 2025 г.

План на сегодня

- 1 Вещественные числа
- 2 Базовые определения геометрии
- 3 Скалярное и псевдоскалярное произведение векторов
- 4 Прямая, отрезок, луч

Определение

Число с плавающей точкой — форма представления вещественных чисел, при которой число хранится в виде мантиссы и показателя степени

- float — одинарная точность
- double — двойная точность
- long double — расширенная точность

Примечание

$\text{float} \leq \text{double} \leq \text{long double}$

Хранение вещественных чисел

Хранится 3 «массива»:

- Основание
- Мантисса
- Порядок (экспонента)

Хранение вещественных чисел

Хранится 3 «массива»:

- Основание
- Мантисса
- Порядок (экспонента)

Формула

$$x = (-1)^{\text{sign}} \cdot (1.M) \cdot B^{P-S}$$

- sign — знак числа
- M — мантисса
- B — основание системы
- P — степень
- S — сдвиг

Вместимость вещественных чисел

Тип	Размер (байт)
float	4
double	8
long double	16

Арифметические операции с числами с плавающей точкой такие же, как и с целыми числами. При этом операция деления по модулю не определена

Точка, вектор

Определение

Точка — характеристика объекта в пространстве, не имеет ни размера, ни формы

Пример

Точка a в n -мерном пространстве:

$$a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Определение

Вектор — это направленный отрезок, имеющий длину и направление

Примечание

Вектор $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, из точки $A(x_1, y_1)$ в точку $B(x_2, y_2)$

Определение

Пусть дано две точки $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $B(y_1, y_2, \dots, y_n)$

Расстояние между точками A и B:

$$d(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}$$

Скалярное произведение

Определение

Скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} — произведение их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

Оно показывает проекцию одного вектора на другой

Примечание

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

Псевдоскалярное произведение векторов

Определение

Псевдоскалярное произведение — это число равное площади параллелограмма, построенного на этих векторах:

$$\vec{a} \times \vec{b} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Примечание

Псевдоскалярное произведение показывает поворот одного вектора относительно другого:

- Если $\vec{a} \times \vec{b} > 0$, то поворот от \vec{a} к \vec{b} против часовой стрелки
- Если $\vec{a} \times \vec{b} < 0$, то по часовой

Определение

Дано две точки в \mathbb{R}^2 : $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$. Тогда прямая, проходящая через них может быть выражена как:

$$A(x - x_1) = B(y - y_1),$$

где $A = y_2 - y_1$, $B = x_2 - x_1$

Вектор нормали, уравнение прямой

Определение

Вектор нормали — это вектор, который перпендикулярен данной прямой (плоскости)

Определение

Пусть $\vec{n} = (A, B)$ — вектор нормали, тогда уравнение прямой, проходящей через точку (x_1, y_1) :

$$Ax + By + C = 0$$