1 Структура кода для моделирования дискретного источника

Для моделирования работы источника описан класс *DiscreteSource*. Команда запускается командой:

```
python3 new_task1.py json_files/seven_coins.json 1000 1 0
```

В которйо на вход программе подаётся следующие данные:

1. Файл с моделью источника в формате json. Примеры источников, с которыми проводились эксперименты, находятся в папке "json_files".
2. Целое число N или строка $None$. В данном случае, $N = 1000$.
3. Последовательность $event\_list$, вероятность которой считается на основе выборки из N элементов. В данном случае, $event\_list = [1, 0]$.

Если $N > 0$, то:

- Если источник без памяти, то вызывается метод $ProcessWithoutMemory$;
- Если источник с памятью, то вызывается метод $ProcessWitMemory$.

Если $N < 0$ или $None$, то:

- Если источник без памяти, то вызывается метод $InfiniteProcessWithoutMemory$;
- Если источник с памятью, то вызывается метод $InfiniteProcessWithMemory$.

2 Дискретные источники без памяти

2.1 Пример дискретного стационарного источника без памяти "single_coin.json"

Пример означает, что времени источник выбирает переключатель "switch_0"и реализует модель выбора монеты "монета_1 а потом выдаёт символ в соответствии с распределением для "монеты_1": $Pr(\text{монета\_1} = 0) = 1/4$ и $Pr(\text{монета\_1} = 1) = 3/4$.

Результаты экспериментов:

1. При $N = 1000$ вероятность встретить последовательность 1 равна 0.773, что соответствует тому, что $Pr(\text{монета\_1} = 1) = 3/4$.
2. При $N = 1000$ вероятность встретить последовательность $[0, 1]$ равна 0.189, что соответствует тому, что $Pr((x_i = 0)\ \&\&\ (x_{i+1} = 1)) = 3/16$.

2.2 Пример дискретного не стационарного, не эргодического источника без памяти "seven_coins.json"

Пример означает, что времени источник выбирает переключатель "switch_0"и реализует модель выбора монеты "монета_1"с вероятностью 1/2 и модель выбора монеты "монета_2"с вероятностью 1/2. А потом выдаёт символ в соответствии с распределением для "монеты_1": $Pr(\text{монета\_1} = 0) = 2/7$ и $Pr(\text{монета\_1} = 1) = 5/7$. Или для "монеты_2": $Pr(\text{монета\_2} = 0) = 3/7$ и $Pr(\text{монета\_2} = 1) = 4/7$.

Данный источник не эргодический, так как

$$Pr(\text{монета\_1} = 0) = 1/2 * 5/7 + 1/2 * 4/7 = 9/14$$

Вероятность не совпадает с частотой, вычисленной по любой из реализаций.

Результаты экспериментов:

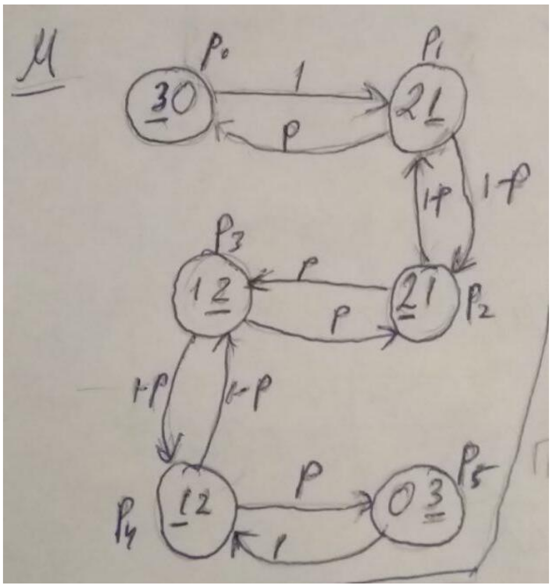
1. При $N = 1000$ вероятность встретить последовательность 1 равна 0.649, что соответствует тому, что $Pr(\text{монета\_1} = 1) = 9/14$.
2. При $N = 1000$ вероятность встретить последовательность $[0, 1]$ равна 0.237, что НЕ соответствует тому, что $Pr((x_i = 1)\ \&\&\ (x_{i+1} = 1)) = (9/14)^2 = 0.413$. **Я НЕ ПОНЯЛ, ПОЧЕМУ?**

3 Дискретные источники с памятью

3.1 Пример дискретного не стационарного источника с памятью "sakharov.json"

Задача. В 50-ые годы Андрей Дмитриевич Сахаров жил на две квартиры, - в Москве и на объекте, и имел обыкновение носить калоши, коих у него было три пары. Выходя из дома, А.Д.Сахаров обувался в калоши в двух случаях - если шёл дождь, и если в той квартире, куда он перемещался, калош уже не осталось. Каждый раз, садясь в самолёт он фиксировал, в калошах он или нет. В результате выяснилось, что вероятность быть в калошах - 1/5. Вопрос - какова вероятность дождя?

Теоретическое решение. Пусть вероятность дождя равна p. Тогда получается цепь Маркова следующего вида:



Тогда, чтобы посчитать финальные вероятности $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5$, нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \Pi_0 = p * \Pi_1 \\ \Pi_1 = \Pi_0 + (1-p) * \Pi_2 \\ \Pi_2 = (1-p) * \Pi_1 + p * \Pi_3 \\ \Pi_3 = (1-p) * \Pi_4 + p * \Pi_2 \\ \Pi_4 = (1-p) * \Pi_3 + p * \Pi_5 \\ \Pi_5 = p * \Pi_4 \\ \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 = 1 \end{cases}$$

Решая систему, получаем, что:

$$\begin{cases} \Pi_0 = \Pi_5 = \frac{(}{p})4 + 2p \\ \Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = \Pi_4 = \frac{(}{1})4 + 2p \end{cases}$$

Дождь происходит, когда выполняются переходы:

$$1 * \Pi_0 + p * \Pi_1 + p * \Pi_2 + p * \Pi_3 + p * \Pi_4 + 1 * \Pi_5 = \frac{(2 * p)}{4 + 2p} + \frac{(4 * p)}{4 + 2p} = \frac{(6 * p)}{4 + 2p}$$

Тогда $\frac{(6*p)}{4+2p} = \frac{1}{5}$, и $p = \frac{1}{7}$. Следовательно, дождь идёт раз в неделю.
Результаты эксперимента при $p = \frac{1}{7}$:

1. При $N = 1000$ вероятность встретить последовательность 1 (то есть факт, что А.Д.Сахаров в калошах) равна 0.184, что соответствует тому, что $Pr(\text{калоши}) = 1/5$.