

# Верификация криптографических протоколов с использованием Тамарин (Tamarin)

Винарский Евгений  
по всем вопросам писать на [vinevg2015@gmail.com](mailto:vinevg2015@gmail.com)

Институт Системного программирования

6 декабря 2024 г.

- 1 Синтаксис системы Tamarin
- 2 Tamarin: Пример описания протокола Диффи-Хеллмана
- 3 Tamarin: Пример описания протокола BADH
- 4 Задание для самостоятельной работы

# Криптографические сообщения в системе Tamarin

Система Tamarin доступна на [tamarin-prover.github.io/](https://tamarin-prover.github.io/)

- *Public constants*: идентификаторы и метки агентов (Agent)
- *Fresh constants*: закрытые ключи, nonce

Типы переменных:

Встроенные функции:

- $\text{fst}(\text{pair}(x,y)) = x$
- $\text{snd}(\text{pair}(x,y)) = y$
- $\langle x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n \rangle$
- функции и арность:  
 $f_1/a_1, \dots, f_n/a_n$

- $\sim x$  означает, что  $x$  – fresh (секретная информация)
- $\$x$  означает, что  $x$  – pub (открытая информация)
- $\#i$  означает, что  $x$  – temporal (вспомогательная переменная)

# Встроенные теории и примитивы в системе Tamarin

- Теория **hashing**:
  - определяет функцию  $h/1$
- Теория **asymmetric-encryption**:
  - определяет функции:  $aenc/2$ ,  $adec/2$ ,  $pk/1$
  - определяет аксиомы:  $adec(aenc(m, pk(sk)), sk) = m$
- Теория **symmetric-encryption**:
  - определяет функции:  $senc/2$ ,  $sdec/2$
  - определяет аксиомы:  $sdec(senc(m, k), k) = m$
- Теория **diffie-hellman**:
  - определяет функции:  $inv/1$
  - определяет аксиомы:

$$(x^y)^z = x^{(y*z)}$$

$$x^1 = x$$

$$x*y = y*x$$

$$(x*y)*z = x*(y*z)$$

$$x*1 = x$$

$$x*inv(x) = 1$$

# Состояния и переходы в системе Tamarin

Текущая конфигурация в системе Tamarin определяется совокупностью состояний агентов и переходами между этими состояниями

Состояние агента определяется выполненными шагами протокола:

- Ключевая пара сгенерирована
- Сообщение отправлено
- ...

Переход – изменение состояния системы в результате выполнения некоторого (возможно пустого) действия

- Соединение установлено
- Общий сессионный ключ выработан
- ...

Состояние, в котором никакой агент ещё не осуществил ни одного шага, объявляется начальным состоянием

# Правила в системе Tamarin

- **Left part:** правило может быть применено к состоянию, в котором верны соответствующие утверждения
- **Action part:** переход помечается соответствующими действиями  $Act1(n)$  и  $Act2(x)$
- **Right part:** после применения правила будет переход в состояние, в котором верен набор соответствующих утверждений

Пусть верны утверждения  $Pre(x)$  и  $Fr(\sim n)$

Тогда, применяя правило *fictitious*, переходим в состояние с утверждением  $Out(< x, n >)$

```
rule fictitious:
  [ Pre(x), Fr(~n) ]
  --[ Act1(~n), Act2(x) ]-->
  [ Out(<x, ~n>) ]
```

# Утверждение (Facts) в системе Tamarin

Встроенные утверждения в системе Tamarin:

- **In:** Получение сообщения из общего канала (может быть применён только в левой части)
- **Out:** Отправка сообщения в общий канал (может быть применён только в правой части)
- **Fr:** Генерация случайного секрета: закрытый ключ, nonce (может быть применён только в левой части)

**persistent facts (!)** – никогда не удаляются из состояний

Каждый участник протокола (в том числе и противник) может отправлять и получать все сообщения, находящиеся в общем канале

# Тamarin Prover: символьная верификация криптопротокола

- $\Sigma$  – сигнатура (переменные, функциональные символы, предикаты, утверждения)
- $E$  – уравнения, связывающие функциональные символы
- $P$  – система переписывания правил (протокол)
- Dependency Graph ( $dg$ ) – граф зависимости, который строится по  $\Sigma$ ,  $E$  и  $P$
- $paths(dg)$  – множество путей, порождаемых в графе зависимости  $dg$
- Формула  $\varphi$

Проверяем выполнимость формулы  $\varphi$  на всех путях множества  $paths(dg)$  ( $paths(dg) \models \varphi$ )



# Леммы в системе Tamarin

Леммы в системе Tamarin записываются на языке логики предикатов первого порядка

- **All**: квантор всеобщности, вспомогательные переменные помечаются префиксом  $\#$
- **Ex**: квантор существования, вспомогательные переменные помечаются префиксом  $\#$
- $\implies$ : импликация
- $\&$ : конъюнкция,  $|$ : дизъюнкция,  $not$ : отрицание
- $f@arg$ : действие на функцию в момент  $arg$  (запись  $K(k)@j$  используется для факта раскрытия противником ключа  $k$  в момент времени  $j$ )
- $a < b$  ( $a = b$ ), если значение переменной  $a$  меньше значения (равно значению) переменной  $b$
- $\#a < \#b$  ( $\#a = \#b$ ): если значение вспомогательной переменной  $a$  меньше значения (равно значению) вспомогательной переменной  $b$

# Tamarin Prover: граф зависимостей

$$P = \{ [\text{Fr}(x), \text{Fr}(k)] \vdash [] \rightarrow [\text{St}(x, k), \text{Out}(\text{enc}(x, k)), \text{Key}(k)] \\ , [\text{St}(x, k), \text{In}(\langle x, x \rangle)] \vdash [\text{Fin}(x, k)] \rightarrow [] \\ , [\text{Key}(k)] \vdash [\text{Rev}(k)] \rightarrow [\text{Out}(k)] \} .$$

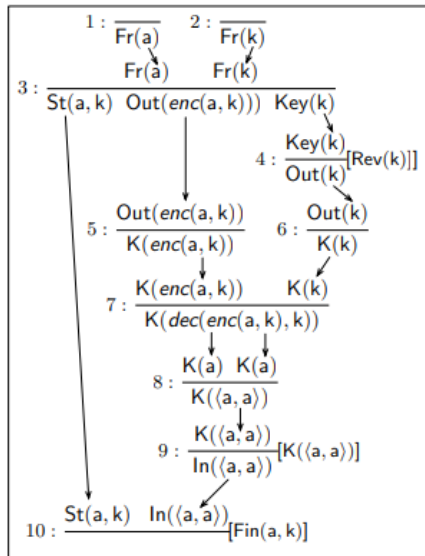


Может ли Tamarin выполнить протокол?

# Tamarin Prover: граф зависимостей

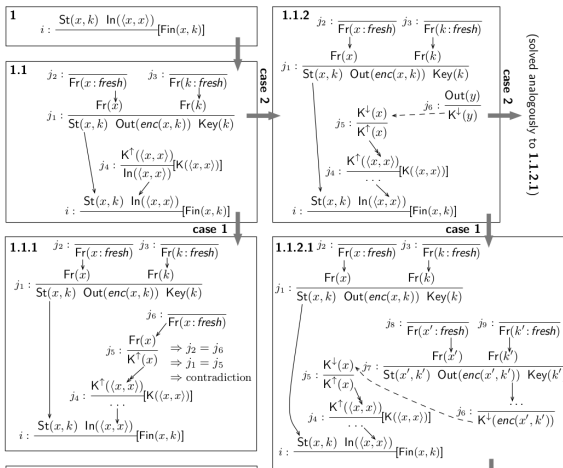
$$P = \{ [\text{Fr}(x), \text{Fr}(k)] \vdash [\text{St}(x, k), \text{Out}(\text{enc}(x, k)), \text{Key}(k)] \\ , [\text{St}(x, k), \text{In}(\langle x, x \rangle)] \vdash [\text{Fin}(x, k)] \vdash [] \\ , [\text{Key}(k)] \vdash [\text{Rev}(k)] \vdash [\text{Out}(k)] \} .$$


Может ли Tamarin выполнить протокол?



# Tamarin Prover: пример построения системы ограничений

$$\begin{aligned}
 P = \{ & [\text{Fr}(x), \text{Fr}(k)] \vdash [\text{St}(x, k), \text{Out}(\text{enc}(x, k)), \text{Key}(k)] \\
 & , [\text{St}(x, k), \text{In}(\langle x, x \rangle)] \vdash [\text{Fin}(x, k)] \vdash [] \\
 & , [\text{Key}(k)] \vdash [\text{Rev}(k)] \vdash [\text{Out}(k)] \} .
 \end{aligned}$$



# Тamarin Prover: пример описания протокола

## Диффи-Хеллмана

- $(pr_C, pk_C)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $(x, g^x)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $(pr_S, pk_S)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $(y, g^y)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера

### Диффи-Хэллман

Client ( $pk_C, priv_C$ )		Server ( $pk_S, priv_S$ )
- генерация $g^x$	$\langle pk_C, g^x \rangle$ ----->	
	$\langle pk_S, g^y \rangle$ <-----	- генерация $g^y$
- $client\_key = g^{xy}$	$\langle NB \rangle pk(B)$ ----->	- $server\_key = g^{xy}$
$key = g^{(x*y)}$ -- общий секрет		

# Tamarin Prover: пример описания протокола (2)

```
rule Clnt_Step_1:
let
  pk_C = pk(~pr_C)
  g_x = 'g'^(~x)
in
[
  Fr(~pr_C),
  Fr(~x)
]
--[
  Send_1($Client, $Server, <pk_C, g_x>)
]->
[
  Out(<pk_C, g_x>),
  !Clnt_Step_1(~pr_C, pk_C, ~x, g_x)
]
```

```
rule Clnt_Step_2:
let
  client_key = g_y^(~x)
in
[
  !Clnt_Step_1(~pr_C, pk_C, ~x, g_x),
  In(<pk_S, g_y>)
]
--[
  Client_Key(client_key),
  Receive_2($Client, $Server, <pk_S, g_y>),
  Client_Finished($Client, client_key)
]->
[
  !Clnt_Step_2(client_key, pk_S, g_y)
]
```

```
rule Serv_Step_1:
let
  pk_S = pk(~pr_S)
  g_y = 'g'^(~y)
  server_key = g_x^(~y)
in
[
  Fr(~pr_S),
  Fr(~y),
  In(<pk_C, g_x>)
]
--[
  Server_Key(server_key),
  Receive_1($Server, $Client, <pk_C, g_x>),
  Send_2($Server, $Client, g_y),
  Server_Finished($Server, server_key)
]->
[
  !Serv_Step_1(~pr_S, pk_S, ~y, g_y),
  Out(<pk_S, g_y>)
]
```

# Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (1)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)

**Лемма:** Существует сервер, клиент и сессионный ключ такие, что клиент смог установить соединение с сервером

# Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (1)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)

**Лемма:** Существует сервер, клиент и сессионный ключ такие, что клиент смог установить соединение с сервером

```
lemma executable_Finished:
  exists-trace
  "Ex Client Server key #i #j.
    Client_Finished(Client, key) @i &
    Server_Finished(Server, key) @j
  "
```



## Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (2)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $K(key)$  – противник узнал ключ  $key$

**Лемма:** Для любого сервера, клиента и сессионного ключа, если клиент смог установить соединение с сервером, то противник не может узнать сессионный ключ

## Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (2)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $K(key)$  – противник узнал ключ  $key$

**Лемма:** Для любого сервера, клиента и сессионного ключа, если клиент смог установить соединение с сервером, то противник не может узнать сессионный ключ

```
lemma Key_secretcy:
  all-traces
  "All Client Server key
    #t1 #t2.
  (
    Client_Finished(Client, key) @t1 &
    Server_Finished(Server, key) @t2
  )
  ==>
  (
    not
    (
      Ex #k.
      (
        K(key) @ #k
      )
    )
  )
"
```

# Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (3)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Receive\_1(Server, Client, mess)$  – сервер получил от клиента сообщение  $mess$
- $Send\_1(Client, Server, mess)$  – клиент отправил серверу сообщение  $mess$

**Лемма:** Для любого сервера, клиента и сообщения, если клиент смог установить соединение с сервером и сервер получил сообщение, то его отправил именно клиент

# Tamarin Prover: пример описания лемм протокола (3)

- $Client\_Finished(Client, key)$  – клиент выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Server\_Finished(Server, key)$  – сервер выработал сессионный ключ  $key$  (установил соединение)
- $Receive\_1(Server, Client, mess)$  – сервер получил от клиента сообщение  $mess$
- $Send\_1(Client, Server, mess)$  – клиент отправил серверу сообщение  $mess$

**Лемма:** Для любого сервера, клиента и сообщения, если клиент смог установить соединение с сервером и сервер получил сообщение, то его отправил именно клиент

```
lemma auth 1:
  "All Client Server key mess
    #t1 #t2 #t.
  (
    Client_Finished(Client, key) @t1 &
    Server_Finished(Server, key) @t2 &
    Receive_1(Server, Client, mess) @t
  )
  ==>
  (Ex #j. Send_1(Client, Server, mess) @j & j<t)"
```

# Tamarin Prover: пример описания протокола BADH

- $(pr_C, pk_C)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $(x, g^x)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $sig_C(mess)$  – ЭЦП на закрытом ключе клиента
- $(pr_S, pk_S)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $(y, g^y)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $sig_S(mess)$  – ЭЦП на закрытом ключе сервера

Client (pkC, privC)		Server (pkS, privS)
- генерация $g^x$	$\langle g^x \rangle$ ----->	
	$\langle g^y, pk_S, sig_S(g^x, g^y) \rangle$ <-----	- генерация $g^y$
- $client\_key = g^{xy}$	$\langle pk_C, sig_C(g^y, g^x) \rangle$ ----->	- $server\_key = g^{xy}$
$key = g^{x*y}$ -- общий секрет		

# Тamarin Prover: пример описания протокола BADH (нестойкость)

Client (pkC, privC)		Server (pkS, privS)
- генерация $g^x$	$\langle g^x \rangle$ ----->	
	$\langle g^y, pkS, \text{sig}_S(g^x, g^y) \rangle$ <-----	- генерация $g^y$
- $\text{client\_key} = g^y \wedge x$	$\langle pkC, \text{sig}_C(g^y, g^x) \rangle$ ----->	- $\text{server\_key} = g^x \wedge y$
$\text{key} = g^{(x*y)}$ -- общий секрет		

Противник отправляет серверу сообщение  $\langle pkE, \text{sig}_E(g^y, g^x) \rangle$  от лица клиента



Протокол не обеспечивает аутентификацию клиента перед сервером

# Задание для самостоятельной работы

Необходимо построить модель на языке Tamarin протокола **ISO**

- $(pr_C, pk_C)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $(x, g^x)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $sig_C(mess)$  – ЭЦП на закрытом ключе клиента
- $(pr_S, pk_S)$  – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $(y, g^y)$  – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $sig_S(mess)$  – ЭЦП на закрытом ключе сервера

Client ( $pk_C$ , $priv_C$ )		Server ( $pk_S$ , $priv_S$ )
- генерация $g^x$	$\langle pk_C, g^x \rangle$ ----->	
	$\langle pk_S, g^y, sig\_S(g^x, g^y, pk_C) \rangle$ <-----	- генерация $g^y$
- $client\_key = g^{y^x}$	$\langle sig\_C(g^y, g^x, pk_S) \rangle$ ----->	- <u><math>server\_key = g^{x^y}</math></u>
$key = g^{(x*y)}$ -- общий секрет		

## Задание для самостоятельной работы (2)

Для построенной модели **протокола ISO** проверить следующие свойства

- + Существует сервер, клиент и сессионный ключ такие, что клиент смог установить соединение с сервером
- + Существует сервер, клиент и сообщение такое, что клиент отправил первое сообщение, и сервер его получил
- + Существует сервер, клиент и сообщение такое, что сервер отправил второе сообщение, и клиент его получил
- + Существует сервер, клиент и сообщение такое, что клиент отправил третье сообщение, и сервер его получил



## Задание для самостоятельной работы (3)

Для построенной модели **протокола ISO** проверить следующие свойства

- Для любого сервера, клиента и сессионного ключа, если клиент смог установить соединение с сервером, то противник не может узнать сессионный ключ
- Для любого сервера, клиента и сообщения, если клиент смог установить соединение с сервером и сервер получил первое сообщение, то его отправил именно клиент
- Для любого сервера, клиента и сообщения, если клиент смог установить соединение с сервером и клиент получил второе сообщение, то его отправил именно сервер
- Для любого сервера, клиента и сообщения, если клиент смог установить соединение с сервером и сервер получил третье сообщение, то его отправил именно клиент

# Правила сдачи самостоятельной работы

Максимальная оценка за домашнюю работу – 3 балла

- Выполненное домашнее задание присылать в телеграмм @evgenii1996 или на почту vinevg2015@gmail.com, крайний срок отправки домашнего задания – 11 декабря 23:59
- В случае, если задание на доработку было отправлено больше одного раза, то максимальная оценка снижается до 1 балла