# Криптографические примитивы и протоколы

Евтушенко Н.В., Винарский Е.М. по всем вопросам писать на vinevg2015@gmail.com

Высшая школа экономики (факультет компьютерных наук)

8 ноября 2019 г.

## Содержание

- 1 Слабые места защиты информации
- 2 Криптографические примитивы
- Протокол Диффи-Хеллмана
- 4 Модель противника
- 5 Свойства безопасности
- 6 Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера

## Слабые места защиты информации

- Атаки на архитектуру (Криптографическая система не может быть надежнее использованных в ней отдельных алгоритмов шифрования)
- Атаки на конкретные реализации
  - Переполнение буферов
  - Не стёртая до конца секретная информация
- Атаки на сетевое оборудование
- Атаки на пользователей
- Атаки с использованием побочных каналов
- . . .

Для того чтобы преодолеть систему защиты, достаточно взломать любой из ее компонентов

#### Мультипликативная группа

Мультипликативная группа G – непустое множество, на котором определена ассоциативная бинарная операция умножения (\*), причём

- Для этой операции имеется нейтральный элемент (1) такой, что  $\forall a \in G: a*1=1*a=a$
- Каждый элемент a множества G имеет обратный  $a^{-1}$ , то есть такой  $a*a^{-1}=a^{-1}*a=1$

|G| – порядок группы G (количество элементов в группе G)

(G,*)	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

Пример группы с операцией умножения по модулю 5



#### Мультипликативная группа

Мультипликативная группа G – непустое множество, на котором определена ассоциативная бинарная операция умножения (\*), причём

- Для этой операции имеется нейтральный элемент (1) такой, что  $\forall a \in \mathcal{G}: a*1=1*a=a$
- Каждый элемент a множества G имеет обратный  $a^{-1}$ , то есть такой  $a*a^{-1}=a^{-1}*a=1$

 $|\mathcal{G}|$  – порядок группы  $\mathcal{G}$  (количество элементов в группе  $\mathcal{G}$ )

(G,*)	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

Пример группы с операцией умножения по модулю 5

Можно ли построить группу с операцией умножения по модулю 4?

# Мультипликативная группа (2)

Нет, нельзя, не у каждого элемента есть обратный

(G,*)	1	2	3
1	1	2	3
2	2	0	3
3	3	2	1

- Группа G циклическая, если существует  $g \in G$  такой, что группа G есть множество степеней этого элемента
- Множество натуральных чисел  $\{1,\dots,p-1\}$  с операцией умножения по модули p является группой, если и только если p простое число

Такая группа является циклической

Например, для группы с операцией умножения по модулю 5, g=2 – образующий элемент:  $\{2^1=2,\ 2^2=4,\ 2^3=3,\ 2^4=1\}$ 

- ? 5 mod 7
- ? образующий элемент в  $(\{1,\ldots,6\},*)$

## Криптографические примитивы

- Алгоритмы симметричного шифрования
- Алгоритмы ассимметричной криптографии (выработка общих сессионных ключей и т.д.)
- Датчик псевдослучайных чисел
- Алгоритмы хэширования

В этом блоке считаем, что все криптографические примитивы не могут быть скомпрометированы раньше, чем перестанут использоваться

Какие достоинства и недостатки асимметричной криптографии?

## Протокол (алгоритм) Диффи-Хеллмана

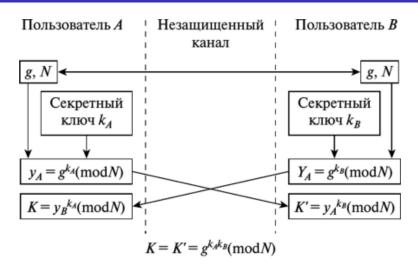


Схема протокола Диффи-Хеллмана

#### Модель противника

- Пассивный противник (противник может читать зашифрованные пересылаемые данные в открытом канале)
- Dolev-Yao (Активный) Противник может:
  - читать сообщения в канале
  - модифицировать сообщения в канале
  - удалять сообщения из канала
- Противник, учитывающий временные задержки (может определить, какая именно проверка не прошла, ...)
- . . .

Рассуждать о стойкости криптосистемы можно только в терминах модели противника

#### Модель противника

#### Протокол Диффи-Хелммана при пассивном противнике

- Е пассивный противник, слушающий незащищённый канал
- $\bullet$  E известно значение g, N и  $y_A, y_B$

Пусть E скомпрометировал  $K = g^{k_A k_B} \pmod{N}$ , тогда:

- узнал k<sub>A</sub>
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил  $k_A$  из уравненя  $y_A = g^{k_A} \pmod{N}$
- узнал k<sub>B</sub>
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил  $k_B$  из уравненя  $y_B = g^{k_B} \pmod{N}$
- узнал k<sub>A</sub> \* k<sub>B</sub>

Протокол Диффи-Хэллмана стойкий по отношении к пассивному противнику



#### Модель противника

#### Протокол Диффи-Хелммана при активном противнике

G – группа по модулю N, g – образующий элемент

	, 6,,	
Alice	Eva	Bob
$k_A \in_U G$	$k_A^E \in_U G$	
$y_A = g^{k_A} (mod \ N)$	$y_A^E = g^{k_A^E} (mod \ N)$	
<i>YA</i> →	<i>y<sub>A</sub></i> → →	
	$k_B^E \in_U G$	$k_B \in_U G$
	$y_B^E = g^{k_B^E} (mod N)$	$y_B = g^{k_B} (mod N)$
	y <sup>E</sup> <sub>B</sub> ←	<i>y<sub>B</sub></i> ←
$K_{AE} = (y_B^E)^{k_A} = g^{k_B^E * k_A}$	$K_{AE} = (y_A)^{k_B^E} = g^{k_A * k_B^E}$ $K_{BE} = (y_B)^{k_A^E} = g^{k_B * k_A^E}$	$K_{BE} = (y_A^E)^{k_B} = g^{k_A^E * k_B}$
	$K_{BE} = (y_B)^{k_A^E} = g^{k_B * k_A^E}$	

Протокол Диффи-Хэллмана не является стойким по отношении к активному противнику

# Свойства безопасности протоколов выработки общих ключей обмена

- Аутентификация
  - Ложная аутентификация
  - Unknown key share (Неизвестный общий ключ)
- Установление одинаковых ключей
- Секретность ключей обмена
- Уникальность установленных ключей обмена
- Forward secrecy (Прямая секретность)
- Backward secrecy (Обратная секретность)

#### Протокол Нидхема-Шрёдера

#### Протокол выработки общего сессионного ключа $(N_A,N_B)$

Alice (pkA, privA)		Bob (pkB, privB)
генерация <i>N</i> A шифрует < <i>A</i> , <i>N</i> A> <sub>pk(B)</sub>	<a, na="">pk(B)</a,>	
	<na, nb="">pk(A) &lt;</na,>	- дешифровка сообщения <a, na="">pk(B) - <na, nb="">pk(A)</na,></a,>
дешифровка сообщения <na, nb="">pk(A) <nb>pk(B)</nb></na,>	<li></li> <li></li> <li>&gt;</li> <li>&gt;</li> <li></li>	

# Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера

Alice	Intruder (pkl, privl)	Bob
- генерация Na - шифрует <a, na=""><sub>pk(l)</sub></a,>		
<a, na="">pk(I)</a,>		
	<ul> <li>дешифрует <a, na="">pk(I)</a,></li> <li>шифрует <a, na="">pk(B)</a,></li> <li><a, na="">pk(B)</a,></li> </ul>	
		- дешифровка сообщения <a, na="">pk(B) - <na, nb="">pk(A)</na,></a,>
		<na, nb="">pk(A) &lt;</na,>

# Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера (2)

	<na, nb="">pk(A)</na,>	
<ul> <li>дешифровка сообщения </li> <li>NA, NB&gt;pk(A)</li> <li><nb>pk(I)</nb></li> </ul>		
//B>pk(I)>		
	- дешифровка в pk(I)	
	<n<sub>B&gt;pk(B)</n<sub>	
(NA, I	⊔ √в) общий секрет, который и	звестен <i>I</i>