

# Криптографические примитивы и протоколы

Винарский Евгений  
по всем вопросам писать на [vinevg2015@gmail.com](mailto:vinevg2015@gmail.com)

Институт Системного программирования

28 ноября 2024 г.

- 1 Слабые места защиты информации
- 2 Криптографические примитивы
- 3 Модель противника
- 4 Свойства безопасности
- 5 Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера

# Слабые места защиты информации

- Атаки на архитектуру (Криптографическая система не может быть надежнее использованных в ней отдельных алгоритмов шифрования)
- Атаки на конкретные реализации
  - Переполнение буферов
  - Не стёртая до конца секретная информация
- Атаки на сетевое оборудование
- Атаки на пользователей
- Атаки с использованием побочных каналов
- ...

Для того чтобы преодолеть систему защиты, достаточно взломать любой из ее компонентов

# Мультипликативная группа

Мультипликативная группа  $G$  – непустое множество, на котором определена ассоциативная бинарная операция умножения  $(*)$ , причём

- Для этой операции имеется нейтральный элемент  $(1)$  такой, что  $\forall a \in G : a * 1 = 1 * a = a$
- Каждый элемент  $a$  множества  $G$  имеет обратный  $a^{-1}$ , то есть такой  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = 1$

$|G|$  – порядок группы  $G$  (количество элементов в группе  $G$ )

$(G, *)$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

Пример группы с операцией умножения по модулю 5

# Мультипликативная группа

Мультипликативная группа  $G$  – непустое множество, на котором определена ассоциативная бинарная операция умножения  $(*)$ , причём

- Для этой операции имеется нейтральный элемент  $(1)$  такой, что  $\forall a \in G : a * 1 = 1 * a = a$
- Каждый элемент  $a$  множества  $G$  имеет обратный  $a^{-1}$ , то есть такой  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = 1$

$|G|$  – порядок группы  $G$  (количество элементов в группе  $G$ )

$(G, *)$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

Пример группы с операцией умножения по модулю 5

Можно ли построить группу с операцией умножения по модулю 4?

# Мультипликативная группа (2)

Нет, нельзя, не у каждого элемента есть обратный

$(G, *)$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	0	3
3	3	2	1

- Группа  $G$  – циклическая, если существует  $g \in G$  такой, что группа  $G$  есть множество степеней этого элемента
- Множество натуральных чисел  $\{1, \dots, p-1\}$  с операцией умножения по модулю  $p$  является группой, если и только если  $p$  – простое число

Например, для группы с операцией умножения по модулю 5,  $g = 2$  – образующий элемент:  $\{2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 3, 2^4 = 1\}$

?  $5 \bmod 7$

? образующий элемент в  $(\{1, \dots, 6\}, *)$

- Алгоритмы симметричного шифрования
- Алгоритмы асимметричной криптографии (выработка общих сессионных ключей и т.д.)
- Датчик псевдослучайных чисел
- Алгоритмы хэширования

В этом блоке считаем, что все криптографические примитивы не могут быть скомпрометированы раньше, чем перестанут использоваться

Какие достоинства и недостатки асимметричной криптографии?

- **Модель атаки** Возможности противника по взаимодействию с системой
- **Ресурсы противника** Предположения о вычислительных и информационных ресурсах противника
- **Угроза** Задача противника по нарушению свойств безопасности

Уязвимости криптосистемы возникают, если неправильно выбраны

- 1 модель атаки
- 2 угроза
- 3 предположения о ресурсах



## Модель противника (2)

- *Пассивный противник* (противник может читать зашифрованные пересылаемые данные в открытом канале)
- *Dolev-Yao (Активный) Противник* может:
  - читать сообщения в канале
  - модифицировать сообщения в канале
  - удалять сообщения из канала
- Противник, учитывающий временные задержки (может определить, какая именно проверка не прошла, ...)
- ...

Рассуждать о стойкости криптосистемы можно только в терминах модели противника

# Протокол (алгоритм) Диффи-Хеллмана

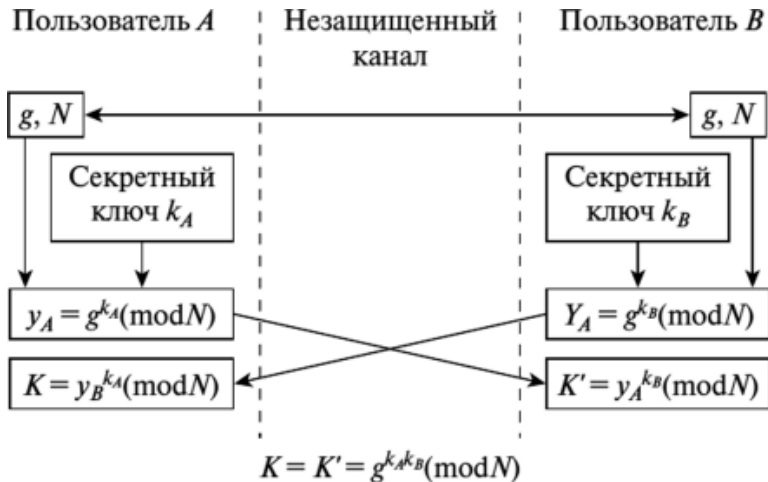


Схема протокола Диффи-Хеллмана

# Модель противника

## Протокол Диффи-Хеллмана при пассивном противнике

- $E$  – пассивный противник, слушающий незащищённый канал
- $E$  известно значение  $g$ ,  $N$  и  $y_A, y_B$

**Угроза:** Противник  $E$  узнал выработанный общий ключ  
 $K = g^{k_A k_B} \pmod{N}$

# Модель противника

## Протокол Диффи-Хеллмана при пассивном противнике

- $E$  – пассивный противник, слушающий незащищённый канал
- $E$  известно значение  $g$ ,  $N$  и  $y_A, y_B$

**Угроза: Противник  $E$  узнал выработанный общий ключ**

$$K = g^{k_A k_B} \pmod{N}$$

Пусть  $E$  скомпрометировал  $K = g^{k_A k_B} \pmod{N}$ , тогда:

- узнал  $k_A$ 
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил  $k_A$  из уравнения  $y_A = g^{k_A} \pmod{N}$
- узнал  $k_B$ 
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил  $k_B$  из уравнения  $y_B = g^{k_B} \pmod{N}$
- узнал  $k_A * k_B$

Протокол Диффи-Хэллмана стойкий по отношению к пассивному противнику

# Модель противника

## Протокол Диффи-Хеллмана при активном противнике

Угроза: Противник  $E$  отправил сообщение серверу от лица клиента

### Диффи-Хэллман

Client (pkC, privC)		Server (pkS, privS)
- генерация $g^x$	$\langle pkC, g^x \rangle$ ----->	
	$\langle pkS, g^y \rangle$ <-----	- генерация $g^y$
- $client\_key = g^{y^x}$	$\langle NB \rangle pk(B)$ ----->	- <u><math>server\_key = g^{x^y}</math></u>
$key = g^{(x*y)}$ -- общий секрет		

# Модель противника

## Протокол Диффи-Хеллмана при активном противнике

Угроза: Противник  $E$  отправил сообщение серверу от лица клиента

### Диффи-Хэллман

Client (pkC, privC)		Server (pkS, privS)
- генерация $g^x$	$\langle pkC, g^x \rangle$ ----->	
	$\langle pkS, g^y \rangle$ -----<	- генерация $g^y$
- $client\_key = g^{xy}$	$\langle NB \rangle pk(B)$ ----->	- <u><math>server\_key = g^{xy}</math></u>
$key = g^{(x*y)}$ -- общий секрет		

Противник отправляет серверу сообщение  $\langle pk_E, g^x \rangle$  от лица клиента



Протокол Диффи-Хэллмана не является стойким по отношению к

# Свойства безопасности протоколов выработки общих ключей обмена

- Аутентификация
  - Ложная аутентификация
  - Unknown key share (Неизвестный общий ключ)
- Установление одинаковых ключей
- Секретность ключей обмена
- Уникальность установленных ключей обмена
- Forward secrecy (Прямая секретность)
- Backward secrecy (Обратная секретность)

# Протокол Нидхема-Шрёдера

Протокол выработки общего сессионного ключа ( $N_A, N_B$ )

Alice ( $pk_A, priv_A$ )		Bob ( $pk_B, priv_B$ )
<ul style="list-style-type: none"><li>- генерация <math>N_A</math></li><li>- шифрует <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}</math></li></ul>	$\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ ----->	
	$\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$ <-----	<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифровка сообщения <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}</math></li><li>- <math>\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифровка сообщения <math>\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}</math></li><li>- <math>\langle N_B \rangle_{pk(B)}</math></li></ul>	$\langle N_B \rangle_{pk(B)}$ ----->	
$(N_A, N_B)$ -- общий секрет		



# Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера

Alice	Intruder (pkI, privI)	Bob
<ul style="list-style-type: none"><li>- генерация <math>N_A</math></li><li>- шифрует <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}</math></li></ul> <p><math>\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}</math> -----&gt;</p>		
	<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифрует <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}</math></li><li>- шифрует <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}</math></li></ul> <p><math>\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}</math> -----&gt;</p>	
		<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифровка сообщения <math>\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}</math></li><li>- <math>\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}</math></li></ul> <p><math>\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}</math> &lt;-----</p>

## Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера (2)

	$\langle NA, NB \rangle_{pk(A)}$ ←-----	
<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифровка сообщения <math>\langle NA, NB \rangle_{pk(A)}</math></li><li>- <math>\langle NB \rangle_{pk(I)}</math></li></ul> $\langle NB \rangle_{pk(I)}$ ----->		
	<ul style="list-style-type: none"><li>- дешифровка <math>\langle NB \rangle_{pk(I)}</math></li></ul> $\langle NB \rangle_{pk(B)}$ ----->	
$(NA, NB)$ -- общий секрет, который известен I		