Формальная верификация криптографических протоколов с использованием Proverif

Винарский Евгений

Институт системного программирования

28 июля 2021

Слабые места защиты информации

- Атаки на архитектуру (Криптографическая система не может быть надежнее использованных в ней отдельных алгоритмов шифрования)
- Атаки на конкретные реализации
  - Переполнение буферов
  - Не стёртая до конца секретная информация
- Атаки на сетевое оборудование
- Атаки на пользователей
- Атаки с использованием побочных каналов
- ...

Для того чтобы преодолеть систему защиты, достаточно взломать любой из ее компонентов

Криптографические примитивы

- Алгоритмы симметричного шифрования
- Алгоритмы ассимметричной криптографии (выработка общих сессионных ключей и т.д.)
- Датчик псевдослучайных чисел
- Алгоритмы хэширования

В этом блоке считаем, что все криптографические примитивы не могут быть скомпрометированы раньше, чем перестанут использоваться

Какие достоинства и недостатки асимметричной криптографии?

Модель противника

- **Модель атаки** Возможности противника по взаимодействию с системой
- **Ресурсы противника** Предположения о вычислительных и информационных ресурсах противника
- **Угроза** Задача противника по нарушению свойств безопасности

Уязвимости криптосистемы возникают, если неправильно выбраны

1. модель атаки
2. угроза
3. предположения о ресурсах

Модель противника (2)

- *Пассивный противник* (противник может читать зашифрованные пересылаемые данные в открытом канале)
- ***Dolev-Yao (Активный) Противник*** может:
  - читать сообщения в канале
  - модифицировать сообщения в канале
  - удалять сообщения из канала
- Противник, учитывающий временные задержки (может определить, какая именно проверка не прошла, . . .)
- . . .

Рассуждать о стойкости криптосистемы можно только в терминах модели противника

Протокол (алгоритм) Диффи-Хеллмана

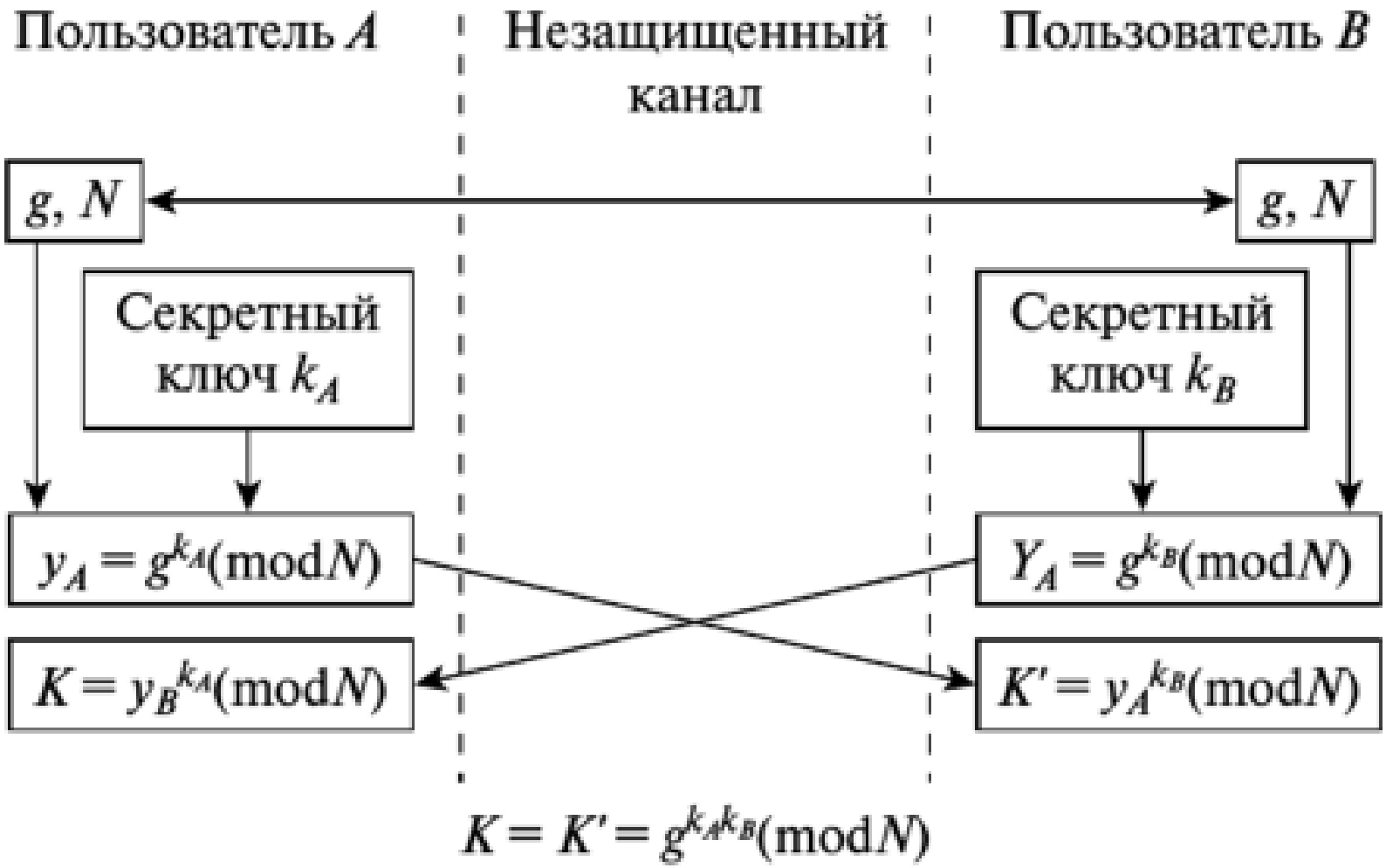


Схема протокола Диффи-Хеллмана

Модель противника

Протокол Диффи-Хелммана при активном противнике

- E – пассивный противник, слушающий незащищённый канал
- E известно значение g, N и y_A, y_B

Угроза: Противник E узнал выработанный общий ключ $K = g^{k_A k_B} \ (mod \ N)$

Модель противника

Протокол Диффи-Хелммана при активном противнике

- E – пассивный противник, слушающий незащищённый канал
- E известно значение g, N и y_A, y_B

Угроза: Противник E узнал выработанный общий ключ
$K = g^{k_A k_B} \ (mod \ N)$
Пусть E скомпрометировал $K = g^{k_A k_B} \ (mod \ N)$, тогда:

- узнал k_A
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил k_A из уравненя $y_A = g^{k_A} \ (mod \ N)$
- узнал k_B
  - решил задачу дискретного логарифмирования, т.е. вычислил k_B из уравненя $y_B = g^{k_B} \ (mod \ N)$
- узнал $k_A * k_B$

Протокол Диффи-Хэллмана стойкий по отношении к пассивному противнику

Свойства безопасности протоколов выработки общих ключей обмена

- Аутентификация
  - Ложная аутентификация
  - Unknown key share (Неизвестный общий ключ)
- Установление одинаковых ключей
- Секретность ключей обмена
- Уникальность установленных ключей обмена
- Forward secrecy (Прямая секретность)
- Backward secrecy (Обратная секретность)

Протокол Нидхема-Шрёдера

Протокол выработки общего сессионного ключа (N_A, N_B)

Alice (pkA, privA)		Bob (pkB, privB)
- генерация N_A - шифрует $\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$	$\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ ---------->	
	$\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$ <----------	- дешифровка сообщения $\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ - $\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$
- дешифровка сообщения $\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$ - $\langle N_B \rangle_{pk(B)}$	$\langle N_B \rangle_{pk(B)}$ ---------->	
(N_A, N_B) -- общий секрет		

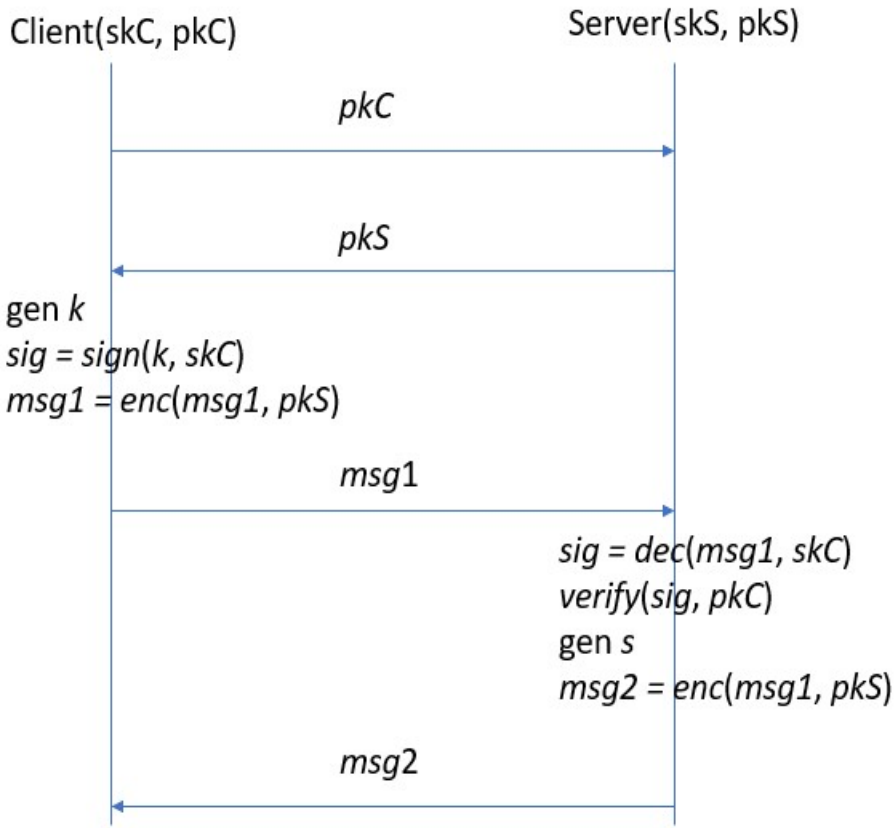
Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера

Alice	Intruder (pkI, privI)	Bob
- генерация N_A - шифрует $\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}$ $\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}$ ---------->		
	- дешифрует $\langle A, N_A \rangle_{pk(I)}$ - шифрует $\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ $\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ ---------->	
		- дешифровка сообщения $\langle A, N_A \rangle_{pk(B)}$ - $\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$ $\langle N_A, N_B \rangle_{pk(A)}$ <----------

Уязвимость протокола Нидхема-Шрёдера (2)

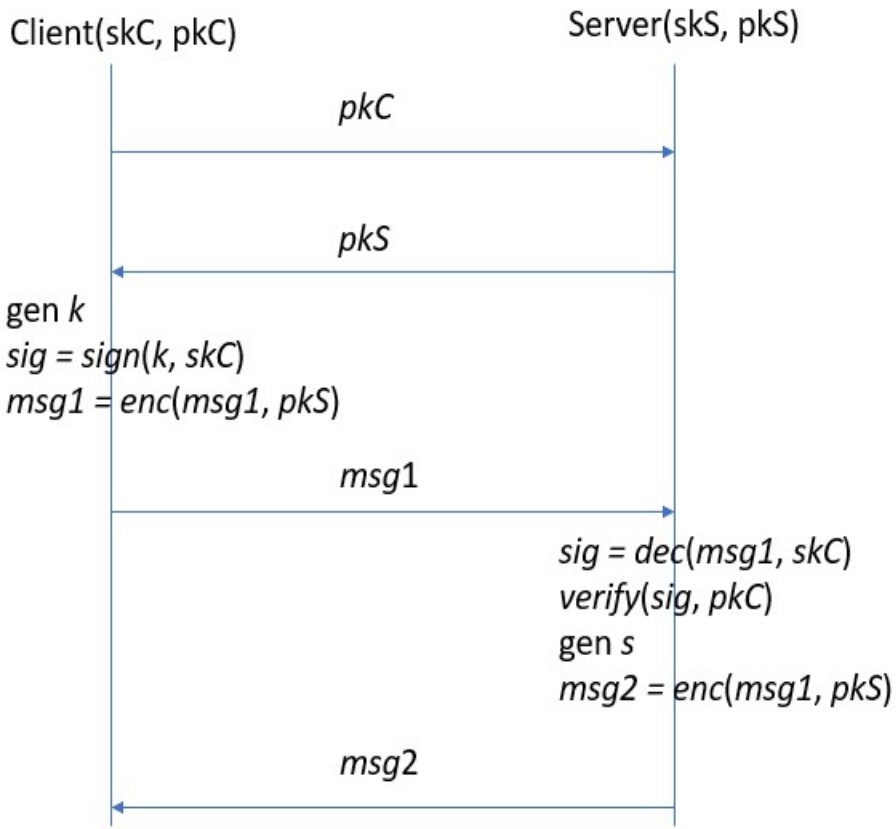
	$<N_A, N_B>_{pk(A)}$ <----------	
- дешифровка сообщения $<N_A, N_B>_{pk(A)}$ - $<N_B>_{pk(I)}$ $<N_B>_{pk(I)}$ ---------->		
	- дешифровка $<N_B>_{pk(I)}$ $<N_B>_{pk(B)}$ ---------->	
(N_A, N_B) -- общий секрет, который известен *I*		

Пример 1: код на Proverif




```
fun Exp(bitstring,bitstring,bitstring):bitstring.
fun Sign(bitstring,bitstring):bitstring.
  reduc forall msg:bitstring,sign_key:bitstring;
    CheckSign(Sign(msg, sign_key), Exp(xCurve, xBase, sign_key)) = msg.
fun Encrypt(bitstring,bitstring):bitstring.
  reduc forall a0:bitstring,a1:bitstring;
    Decrypt(Encrypt(a0,a1),a1) = a0.
fun A_Encrypt(bitstring,bitstring):bitstring.
  reduc forall a0:bitstring,a_key:bitstring;
    A_Decrypt(A_Encrypt(a0,Exp(xCurve, xBase, a_key)),a_key) = a0.
```

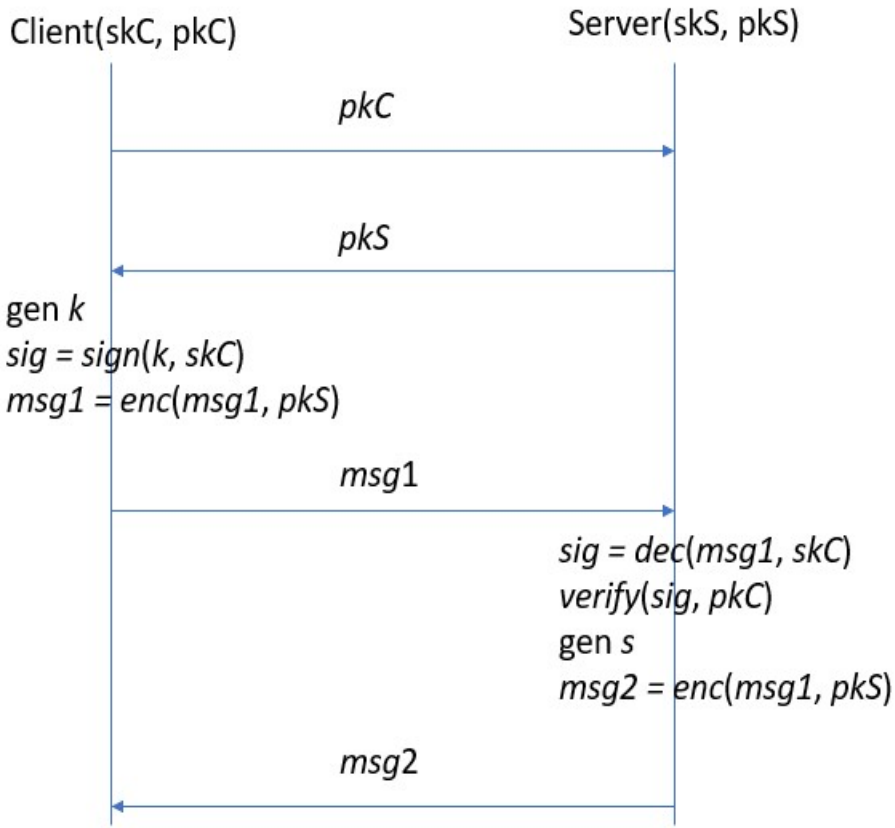
Пример 1: код на Proverif (2)




```
let Client(skC:bitstring, pkC:bitstring) =
  out(c, pkC);
  in(c, pkS:bitstring);
(* msg1 *)
  new k:bitstring;
  let sigC = Sign(k, skC) in
  let msg1 = A_Encrypt(sigC, pkS) in
  out(c, msg1);
(* msg2 *)
  in(c, msg2:bitstring);
  let s = Decrypt(msg2, k) in
  event Client_end(s).
```

```
let Server(skS:bitstring, pkS:bitstring) =
  in(c, pkC:bitstring);
  out(c, pkS);
(* msg1 *)
  in(c, msg1:bitstring);
  let sigC = A_Decrypt(msg1, skS) in
  let k = CheckSign(sigC, pkC) in
(* msg2 *)
  (*new s:bitstring;*)
  let msg2 = Encrypt(s, k) in
  out(c, msg2);
  event Server_end(s).
```

Пример 1: описание протокола дизъюнктами Хорна



Дизъюнкты Хорна, представляющие протокол

$$\text{attacker}(\text{pk}(x)) \Rightarrow \text{attacker}(\text{pencrypt}(\text{sign}(k[\text{pk}(x)], sk_A[]), \text{pk}(x)))$$

$$\text{attacker}(\text{pencrypt}(\text{sign}(y, sk_A[]), \text{pk}(sk_B[]))) \Rightarrow \text{attacker}(\text{sencrypt}(\text{s}, y))$$

Дизъюнкты Хорна, представляющие противника

$$\text{attacker}(m) \wedge \text{attacker}(pk) \Rightarrow \text{attacker}(\text{pencrypt}(m, pk))$$
$$\text{attacker}(sk) \Rightarrow \text{attacker}(\text{pk}(sk))$$
$$\text{attacker}(\text{pencrypt}(m, \text{pk}(sk))) \wedge \text{attacker}(sk) \Rightarrow \text{attacker}(m)$$
$$\text{attacker}(m) \wedge \text{attacker}(sk) \Rightarrow \text{attacker}(\text{sign}(m, sk))$$
$$\text{attacker}(\text{sign}(m, sk)) \Rightarrow \text{attacker}(m)$$
$$\text{attacker}(\text{sign}(m, sk)) \wedge \text{attacker}(\text{pk}(sk)) \Rightarrow \text{attacker}(m)$$
$$\text{attacker}(m) \wedge \text{attacker}(k) \Rightarrow \text{attacker}(\text{sencrypt}(m, k))$$
$$\text{attacker}(\text{sencrypt}(m, k)) \wedge \text{attacker}(k) \Rightarrow \text{attacker}(m)$$
$$\text{attacker}(a[])$$

Выводимо ли событие *attacker*(*s*)?

Пример 1: выводимость события $attacker(s)$

Последовательность применения дизъюнктов Хорна, приводящая к нарушению секретности s

1. $attacker(a[])$
2. $attacker(a[]) \Rightarrow attacker(pk(a[]))$
3. $attacker(pencrypt(sign(k[pk(a[])], skA[]), pk(a[]))) \wedge attacker(a[]) \Rightarrow attacker(sign(k[pk(a[])], skA[]))$
4. $attacker(sign(k[pk(a[])], skA[])) \wedge attacker(pk(skB[])) \Rightarrow attacker(k[pk(a[])])$
5. $attacker(sencrypt(s, k[pk(a[])])) \wedge attacker(k[pk(a[])]) \Rightarrow attacker(s)$

Протокол Диффи-Хеллмана Proverif

- (pr_C, pk_C) – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (x, g^x) – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (pr_S, pk_S) – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- (y, g^y) – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера

Диффи-Хеллман

Client (pkC, privC)		**Server (pkS, privS)**
- генерация g^*x*	*<pkC*, g^*x*> ---------->	
	<pkS, g^*y*> <----------	- генерация g^*y*
- *client_key* = g^*y*^*x*		- *server_key* = g^*x*^*y*
key = g^(*x***y*) -- общий секрет		

Противник отправляет серверу сообщение $\xrightarrow{<pk_E, g^x>}$ от лица клиента

$\Downarrow$

Протокол Диффи-Хэллмана не является стойким по отношении к активному противнику

Протокол Диффи-Хеллмана Proverif

- (pr_C, pk_C) – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (x, g^x) – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (pr_S, pk_S) – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- (y, g^y) – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера

Диффи-Хеллман

Client (pkC, privC)		**Server (pkS, privS)**
- генерация g^x	<*pkC*, g^*x*> ---------->	
	<*pkS*, g^*y*> <----------	- генерация g^*y*
- *client_key* = g^*y*^*x*		- *server_key* = g^*x*^*y*
key = g^(*x***y*) -- общий секрет		

Противник отправляет серверу сообщение $\xrightarrow{<pk_E, g^x>}$ от лица клиента

$\Downarrow$

Протокол Диффи-Хэллмана не является стойким по отношении к активному противнику

Tamarin Prover: пример описания протокола BADH

- (pr_C, pk_C) – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (x, g^x) – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $sig_C(mess)$ – ЭЦП на закрытом ключе клиента
- (pr_S, pk_S) – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- (y, g^y) – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $sig_S(mess)$ – ЭЦП на закрытом ключе сервера

.

Client (pkC, privC)		**Server (pkS, privS)**
- генерация g^x	<g^x> ---------->	
	<g^y, pkS, sig_S(g^x, g^y)> <----------	- генерация g^y
- client_key = g^y^x	<pkC, sig_C(g^y, g^x)> ---------->	- server_key = g^x^y
key = g^(x*y) -- общий секрет		

Практическое задание

Необходимо построить модель на языке Tamarin протокола **ISO** и прислать её на почту vinevg2015@gmail.com или в телеграмм до 27.11.2020

- (pr_C, pk_C) – долговременные (закрытый, открытый) ключи клиента
- (x, g^x) – сессионные (закрытый, открытый) ключи клиента
- $sig_C(mess)$ – ЭЦП на закрытом ключе клиента
- (pr_S, pk_S) – долговременные (закрытый, открытый) ключи сервера
- (y, g^y) – сессионные (закрытый, открытый) ключи сервера
- $sig_S(mess)$ – ЭЦП на закрытом ключе сервера

Client (pkC, privC)		**Server (pkS, privS)**
- генерация g^x	<*pkC*, g^x> ---------->	
	<*pkS*, g^y, sig_S(g^x, g^y, *pkC*)> <----------	- генерация g^y
- *client_key* = g^y^x	<sig_C(g^y, g^x, *pkS*)> ---------->	- *server_key* = g^x^y
key = g^(x*y) -- общий секрет		

Верификация на основе солвера cryptoverif

Основная идея

Криптографические примитивы (подпись, хэш, шифрование) – вероятностные процессы

- Безопасность криптографических примитивов обычно определяется как игра, в которую играют противник и “честные агенты”
- И противник, и “честные агенты” – вероятностные процессы, которые взаимодействуют друг с другом
- Безопасность означает, что для каждого полиномиального противника вероятность наступления события S пренебрежимо мала

- Игра G – вероятностный процесс, оперирующий действиями над криптографическими примитивами
- Задача – посчитать вероятность выпадения события S в игре G

Доказательство стойкости

Game 0 – вероятностный процесс (игра), выпадение события $S = S_0$ ($Pr(G_0 \to S_0)$) в которой есть нарушение свойства безопасности протокола

1. Строится последовательность игр *Game* 0, *Game* 1, ..., *Game* n, где S_0, S_1, ..., S_n – такие, что:
   - Все игры определены над одним и тем же вероятностным пространством
   - $|Pr(G_i \to S_i) - Pr(G_{i-1} \to S_{i-1})| \leq \varepsilon_i$
   - $Pr(G_n \to S_n) = 0$
2. Тогда $Pr(G_0 \to S_) \leq \varepsilon_0 + \ldots \varepsilon_{n-1}$

Переход между играми *Game i* и *Game i* + 1

- Игры *Game i* и *Game i* + 1 определены над одним и тем же вероятностным пространством
- Игры *Game i* и *Game i* + 1 действуют одинаково, если только не произойдет определенное "событие сбоя" F

Тогда $S_i \wedge \neg F \iff S_{i+1} \wedge \neg F$

Lemma 1 (Difference Lemma). *Let A, B, F be events defined in some probability distribution, and suppose that $A \wedge \neg F \iff B \wedge \neg F$. Then $|\Pr[A] - \Pr[B]| \leq \Pr[F]$.*

Proof. This is a simple calculation. We have

$$\begin{aligned} |\Pr[A] - \Pr[B]| &= |\Pr[A \wedge F] + \Pr[A \wedge \neg F] - \Pr[B \wedge F] - \Pr[B \wedge \neg F]| \\ &= |\Pr[A \wedge F] - \Pr[B \wedge F]| \\ &\leq \Pr[F]. \end{aligned}$$

The second equality follows from the assumption that $A \wedge \neg F \iff B \wedge \neg F$, and so in particular, $\Pr[A \wedge \neg F] = \Pr[B \wedge \neg F]$. The final inequality follows from the fact that both $\Pr[A \wedge F]$ and $\Pr[B \wedge F]$ are numbers between 0 and $\Pr[F]$. □

Pseudo-Random Functions

- $\ell_1, \ell_2 \in \mathcal{N}$
- $\mathcal{F} = \{F_s\}_{s \in S}$ – семейство ключевых функций, где каждая функция F_s отображает $\{0,1\}^{\ell_1}$ в $\{0,1\}^{\ell_2}$
- Γ_{ℓ_1,ℓ_2} – множество всех функций, отображающих $\{0,1\}^{\ell_1}$ в $\{0,1\}^{\ell_2}$

PRF-преимущество $\mathcal{A}$ равно

$$|Pr[s \xleftarrow{U} S : \ A^{F_s}() = 1] - Pr[f \xleftarrow{U} \Gamma_{\ell_1,\ell_2} : \ A^{f}() = 1]|$$

- $\ell \in \mathcal{N}$ и $\ell > \ell$
- $\mathcal{H} = \{H_k\}_{k \in K}$
- $|Pr[k \xleftarrow{U} K : \ H_k(w) = H_k(w') \mid w \neq w'] \leq \varepsilon_{uh}$

$\mathcal{F}' = \{F'_{k,s}\}_{(k,s) \in (K \times S)}$, где $F'_{k,s} = F_s(H_k(w))$

! Если $\mathcal{F}$ – псевдо-рандомные, то и $\mathcal{F}'$ – псевдо-рандомные

Pseudo-Random Functions (2)

$k \xleftarrow{\$} K$, $s \xleftarrow{\$} S$
$r \xleftarrow{\$} R$
for $i \leftarrow 1 \ldots q$ do
$w_i \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_{i-1}) \in \{0,1\}^{\ell}$
$x_i \leftarrow H_k(w_i) \in \{0,1\}^{\ell_1}$
$y_i \leftarrow F_s(x_i) \in \{0,1\}^{\ell_2}$
$b \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_q) \in \{0,1\}$
output b

Game 0

$k \xleftarrow{\$} K$, $\boxed{f \xleftarrow{\$} \Gamma_{\ell_1,\ell_2}}$
$r \xleftarrow{\$} R$
for $i \leftarrow 1 \ldots q$ do
$w_i \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_{i-1}) \in \{0,1\}^{\ell}$
$x_i \leftarrow H_k(w_i) \in \{0,1\}^{\ell_1}$
$\boxed{y_i \leftarrow f(x_i) \in \{0,1\}^{\ell_2}}$
$b \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_q) \in \{0,1\}$
output b

Game 1

$$|Pr(S_0) - Pr(S_1)| \leq \varepsilon_{prf}$$

Pseudo-Random Functions (3)

$k \xleftarrow{\$} K, \boxed{Y_1, \ldots, Y_q \xleftarrow{\$} \{0,1\}^{\ell_2}}$
$r \xleftarrow{\$} R$
for $i \leftarrow 1 \ldots q$ do
  $w_i \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_{i-1}) \in \{0,1\}^{\ell}$
  $x_i \leftarrow H_k(w_i) \in \{0,1\}^{\ell_1}$
  $\boxed{\text{if } x_i = x_j \text{ for some } j < i \text{ then } y_i \leftarrow y_j \text{ else } y_i \leftarrow Y_i}$
$b \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_q) \in \{0,1\}$
output b

Game 2

$k \xleftarrow{\$} K, Y_1, \ldots, Y_q \xleftarrow{\$} \{0,1\}^{\ell_2}$
$r \xleftarrow{\$} R$
for $i \leftarrow 1 \ldots q$ do
  $w_i \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_{i-1}) \in \{0,1\}^{\ell}$
  $x_i \leftarrow H_k(w_i) \in \{0,1\}^{\ell_1}$
  $\boxed{y_i \leftarrow Y_i}$
$b \leftarrow A(r, y_1, \ldots, y_q) \in \{0,1\}$
output b

Game 3

$$Pr(S_2) = Pr(S_1)$$

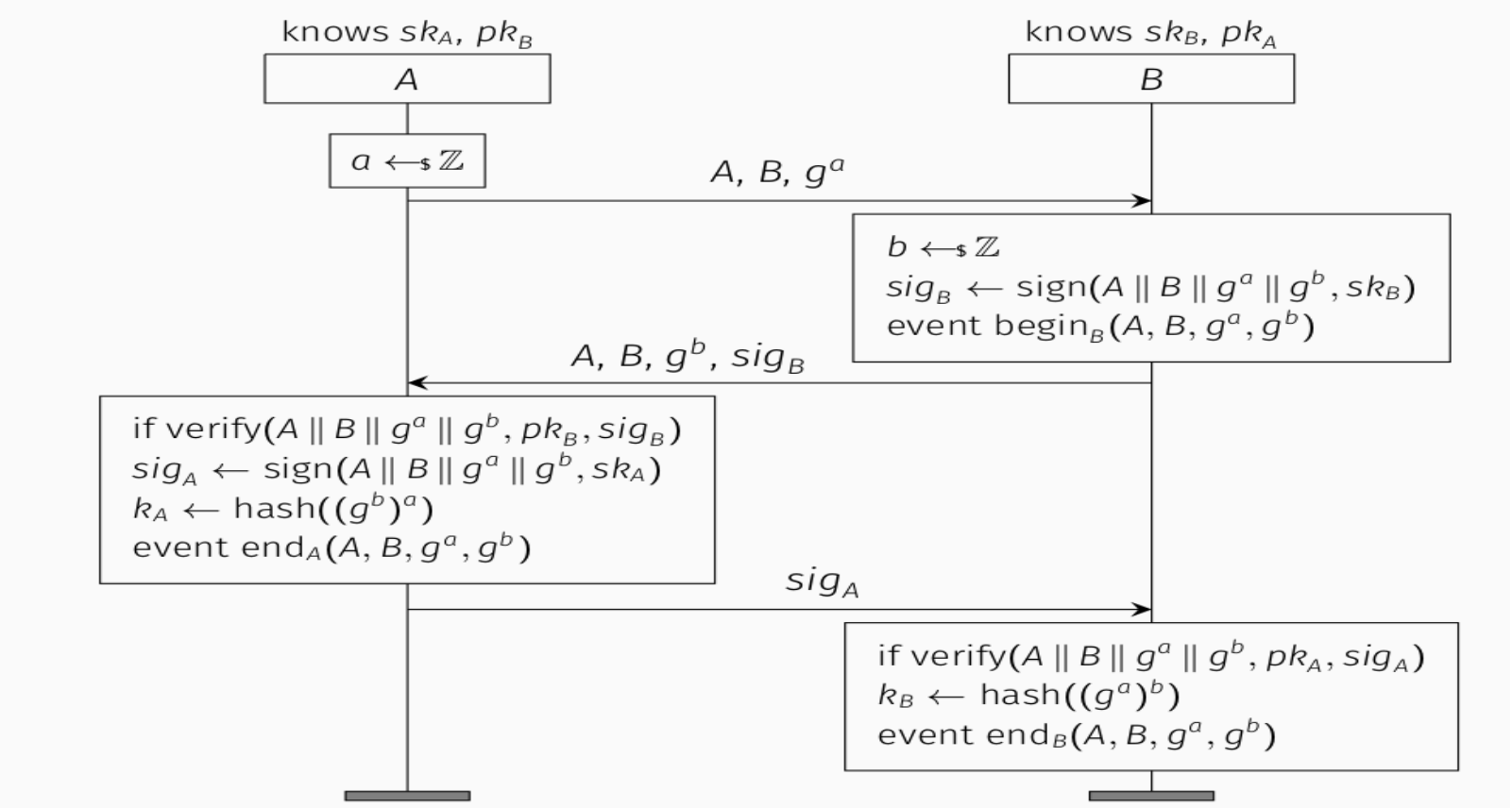
- F – событие в *Game* 3, $x_i = x_j$ для $i \neq j$
- $S_2 \wedge \neg F \iff S_3 \wedge \neg F$

$$|Pr(S_2) - Pr(S_3)| \leq Pr(F) \leq \varepsilon_{uh} \cdot \frac{q^2}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$Pr(S_0) \leq \varepsilon_{prf} + \varepsilon_{uh} \cdot \frac{q^2}{2}$$

Signed DH



Оценить вероятность нарушения свойства

query $y : G, x : G$; *inj-event*$(endA(A, B, x, y))$ ==> *inj-event*$(beginB(A, B, x, y))$

Модель противника

Formal View

- **Модель атаки:** возможность использовать любые правила вывода, представленные в теории
- **Угроза:** вывод специального события *bad*
- **Вычислительные ресурсы:** Не определены в явном виде

Computational View

- **Модель атаки:** возможность использовать все доступные оракулы
- **Угроза:** преймущество противника выше определённого порога
- **Вычислительные ресурсы:** количество запросов к внутренним алгоритмам (оракулам) полиномиально

Соотношение моделей противника при Formal View и Computational View

Модель Computational View сильнее модели Formal View

- Если протокол НЕ стойкий при Formal View, то он НЕ стойкий и при Computational View
- Если протокол стойкий при Computational View, то он стойкий и при Formal View

Однако

- если протокол стойкий при Formal View, то нет гарантий стойкости при Computational View
- если протокол НЕ стойкий при Computational View, то нет гарантий стойкости при Formal View

Доказательство НЕ стойкости протокола при Formal View конструктивно, т.е. алгоритм возвращает атаку