

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	ÔN TẬP	Học kỳ/ Năm học		2	2020 - 2021
		Ngày thi	2021		
	Môn học	Đại số tuyến tính			
	Mã môn học	MT1007		CA	
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	002	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.					

Câu 1. Cho $\lambda_1 = 2$ là một trị riêng của ma trận A tương ứng với vectơ riêng $X_0 = (1; 2; -1)^T$. Tính $A^5 X_0$.
A. $(32; 64; -32)^T$. **B.** $(5; 10; -5)^T$. **C.** $(2; 4; -2)^T$. **D.** $(1; 2; -1)^T$.

Câu 2. Các phép biến đổi nào sau đây trong không gian với hệ trục Oxyz KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?
A. Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) qua gốc O.
B. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{d} \neq 0$.
C. Phép quay quanh trục Oz một góc α .
D. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng (d) qua gốc O.

Câu 3. Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$ và ma trận cầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD). Tính đầu ra của ngành 2.
A. 324.305.. **B.** 465.972.. **C.** 455.836. **D.** 502.083..

Câu 4. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1 y_1 + 2x_1 y_2 + 2x_2 y_1 + 5x_2 y_2$. Tính tích vô hướng của $u = (1; 1)$ và $v = (2; -1)$.
A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in P_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$. Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.
A. 1. **B.** 3. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ánh xạ tuyến tính f là phép quay quanh gốc O một góc $\pi/3$. Tìm $\dim(Ker f)$.
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các trị riêng của A.
A. $(2; 1)$. **B.** $(-1; 6)$. **C.** $(3; -1)$. **D.** $(3; 6)$.

Câu 8. Trong không gian $P_1[x]$, cho không gian con $F = \langle x - 1, -2x + 2 \rangle$ và tích vô hướng $(p(x), q(x)) = \int_0^1 p(x).q(x)dx$. Tìm các giá trị thực m để $p(x) = -2x + \frac{m^2}{3}$ thuộc F^\perp .
A. Không tồn tại m. **B.** Đáp án khác. **C.** $m = \pm \sqrt{2}$. **D.** $m = \pm \sqrt{6}$.

Câu 9. Hàm nào sau đây là tích vô hướng trong \mathbb{R}^2 ?
A. $(x, y) = 2x_1 y_1 + x_1 y_2 - x_2 y_1 + 3x_2 y_2$. **B.** $(x, y) = x_1 y_1 - 2x_1 y_2 - 2x_2 y_1 + 6x_2 y_2$.
C. $(x, y) = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_2$. **D.** $(x, y) = 3x_1 y_1 + 4x_2 y_2 - x_1 y_2$.

Câu 10. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $\ker f = \langle (-1; 2; 3) \rangle$ và $f(1; 1; 0) = (3; 3; 0)$, $f(2; 0; 1) = (-4; 0; -2)$. Tìm tất cả các giá trị riêng của f .
A. $\{0; 3; -2\}$. **B.** $\{1; 3; -2\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{3; -2\}$.

Câu 11. Trong \mathbb{R}^2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x^2 - 6x_1 x_2 + mx^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.
A. $m > \frac{4}{9}$. **B.** $m \geq \frac{4}{9}$. **C.** $m > \frac{9}{4}$. **D.** $m < \frac{9}{4}$.

Câu 12. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Biết $f(A) = \text{trace}(A)$. Tính $f(A^{10})$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 13. Số nào sau đây là giá trị riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

- A. 4. B. 5. C. 1. D. 3.

Câu 14. Trong không gian vectơ V cho họ $M = \{x, y, z, x + 2y\}$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. M phụ thuộc tuyến tính. B. M sinh ra không gian 3 chiều.
C. M độc lập tuyến tính. D. Hạng M bằng 4.

Câu 15. Trong \mathbb{R}_2 , cho dạng toàn phương $f(x) = 4x^2 - 6x_1x_2 + mx^2$. Tìm m để $f(x)$ xác định dương.

- A. $m \geq \frac{4}{9}$. B. $m > \frac{4}{9}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 16. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(1, 1, 1) = (2, 3, 3)$; $f(1, 2, -2) = (1, 1, 2)$; $f(3, 3, 1) = (2, 1, 1)$. Biết $f(-1, 3, -2)$ có dạng (a, b, c) , khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 100. B. 12. C. 86. D. 52.

Câu 17. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. $m \neq 2$. B. $m = -4$. C. $m = 1$. D. Đáp án khác.

Câu 18. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3)$ có ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$ không xác định dấu.

- A. $\forall m$. B. $\nexists m$. C. $m > -38$. D. $m < -38$.

Câu 19. Trong không gian \mathbb{R}_2 , cho tích vô hướng $(x, y) = ((x_1; x_2), (y_1; y_2)) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tính độ dài của vectơ $v = (-1; 1)$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Câu 20. Cho $X = (1; -3; 2)^T$ là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng $\lambda_0 = -2$. Tính $A \cdot X$.

- A. $(0; 0; 0)^T$. B. $(1; -3; 2)^T$. C. $(-2; 6; -4)^T$. D. $(2; -6; 4)^T$.

Câu 21. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$. B. $(x, y) = x_1y_2 + 5x_2y_1 - x_1y_2 - x_2y_1$.
C. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$. D. $(x, y) = x_1y_2 + 5x_2y_1 + x_1y_2 + x_2y_1$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là chiếu vuông góc lên mặt phẳng $P: 2x - y + z = 0$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im} f$.

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(1; 0; -1)$. C. $(3; 2; -1)$. D. $(1; 1; -1)$.

Câu 23. Cho tập hợp $E = \{p_1(x) = x^2 + x + 1; p_2(x) = x^2 + 2x + 3; p_3(x) = 2x^2 + 3x + 4; p_4(x) = 2x + m\}$. Với giá trị nào của m thì E không sinh ra không gian $P_2(x)$

- A. $m = 4$. B. $\forall m$. C. $\nexists m$. D. $m \leq 2$.

Câu 24. Trong \mathbb{R}^2 cho qui tắc $\forall x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2), (x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 - mx_2y_1 + 5x_2y_2$. Tìm m để (x, y) là tích vô hướng.

- A. $\forall m$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $\nexists m$.

Câu 25. Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \rightarrow P_2[x]$, biết $\forall p(x) = ax^2 + bx + c, f(p(x)) = 2ax + b$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Ker} f$?

- A. $x + 1$. B. $x^2 - 2$. C. π . D. x .

Câu 26. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$. Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 27. Tìm argument của số phức z , biết $z = (1 - i)^{2020}$

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 28. Tìm m để $r(A) = 2$, biết $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -2$.

Câu 29. Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn. Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$.. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$.. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$.. D. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$..

Câu 30. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 , biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

. Tính $Q(2, 5)$.

A. 24.

B. 46.

C. Đáp án khác.

D. 12.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của m để ma trận $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$ vừa có giá trị riêng dương, vừa có giá trị riêng âm.

A. $\forall m$.

B. $m < -34$.

C. $\nexists m$.

D. $m > -34$.

Câu 32. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính

A. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.

B. $f(x_1; x_2) = (1; 0)$.

C. $f(x_1; x_2) = (x_1; 1)$.

D. $f(x_1; x_2) = (x_1 + x_2; x_1 + 1)$.

Câu 33. Trong khu rừng nhỏ có hai loài động vật là hổ và nai sống chung với nhau. Nai là nguồn cung cấp thức ăn chính cho hổ. Số lượng cá thể mỗi loài tại thời điểm t là $H(t), N(t)$. Qua quan sát người ta đưa ra mô hình phát triển của hai loài này là: $\begin{cases} \frac{dH}{dt} = 0.6H(t) + 0.4N(t) \\ \frac{dN}{dt} = -0.3H(t) + 1.4N(t) \end{cases}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 70%.

B. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 30%.

C. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 40%.

D. Nếu không có nai làm thức ăn, thì đàn hổ giảm 60%.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P : x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

A. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$.

B. $\{(1; 1; -1)^T\}$.

C. Không tồn tại.

D. $\{(0; 1; 2)^T\}$.

Câu 35. Vectơ nào sau đây là vectơ riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

A. $(2; 1)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(4; 1)$.

D. $(3; 2)$.

Câu 36. Cho ánh xạ tuyến tính $f : M_3(\mathbb{R}) \rightarrow M_3(\mathbb{R})$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$. Gọi $m = \dim(\text{Ker } f), n = \dim(\text{Im } f)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m = 0; n = 9$.

B. $m = 9; n = 0$.

C. $m = 8; n = 1$.

D. $m = 2; n = 1$.

Câu 37. Cho ma trận $\begin{pmatrix} -21 & 8 \\ -60 & 23 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

A. $\{1, -1/3\}$.

B. $\{1, -3\}$.

C. $\{-1, 3\}$.

D. $\{-1, 1/3\}$.

Câu 38. Tập hợp tất cả các số phức thỏa $|\arg(z)| \leq \frac{\pi}{2}$ trong mặt phẳng phức là:

A. Đường thẳng.

B. Nửa đường thẳng.

C. Hình tròn.

D. Đáp án khác.

Câu 39. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$. Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

B. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

C. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

D. Ba câu kia sai.

Câu 40. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

A. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.

C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$.

D. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$.

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x_1'(t) = 4x_1 - 3x_2 + t^2 + t \\ x_2'(t) = 2x_1 - x_2 + e^{3t} \end{cases}$ bằng phương pháp chéo hoá.

Câu 2. Trong không gian \mathbb{R}^3 , $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$ với tích vô hướng $\langle x, y \rangle = 4x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2 + 2x_2y_2 + 4x_3y_3$. Tìm một cơ sở trực giao của không gian con $W = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$.

Câu 3. Trong không gian \mathbb{R}^3 cho hai không gian con $V = \langle (1, 2, 1), (2, 3, -1) \rangle$ và $W = \langle (1, 0, m), (n, 5, 1) \rangle$.

a. Tìm m, n để $V \equiv W$;

b. Cho $x = (1, 2, 3)$, tìm $Pr_V(x)$.

----- HẾT -----