

**Đề thi 7 câu, sinh viên không được dùng tài liệu.**

**Câu 1/ (1.5đ)** Trong không gian  $\mathbb{R}_4$  với tích vô hướng chính tắc

$(x, y) = ((x_1; x_2; x_3; x_4), (y_1; y_2; y_3; y_4)) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4$ , cho không gian con  $F = \langle (1; 1; 1; 0), (2; 1; 0; 1), (3; 1; -1; 2) \rangle$  và vectơ  $v = (1; 2; -1; 1)$ . Tìm hình chiếu vuông góc của vectơ  $v$  lên không gian con  $F$  và tính khoảng cách từ  $v$  đến  $F$ .

**Câu 2/ (1.5đ)** Cho ánh xạ tuyến tính  $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$ , biết  $f(1; 2; 1) = (1; -1; 0)$ ,  $f(2; 5; 3) = (2; -3; 1)$  và  $f(3; 7; 5) = (3; -5; 2)$ .

a/ Tính  $f(4; -3; 2)$ .      b/ Tìm số chiều và một cơ sở của  $\ker(f)$ .

**Câu 3/ (1.5đ)** Cho ánh xạ tuyến tính  $f$  là phép quay quanh gốc O trong hệ trục tọa độ Oxy, ngược chiều kim đồng hồ một góc  $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ . Tìm ma trận  $A$  của  $f$  trong cơ sở  $E = \{(2; 1), (1; 1)\}$ .

**Câu 4/ (1.5đ)** a/ Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để dạng toàn phương  $Q(x_1; x_2) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + mx_2^2$  xác định dương.

b/ Với  $m = 8$ , hãy đưa dạng toàn phương trên về dạng chính tắc bằng biến đổi trực giao. Nêu rõ phép đổi biến.

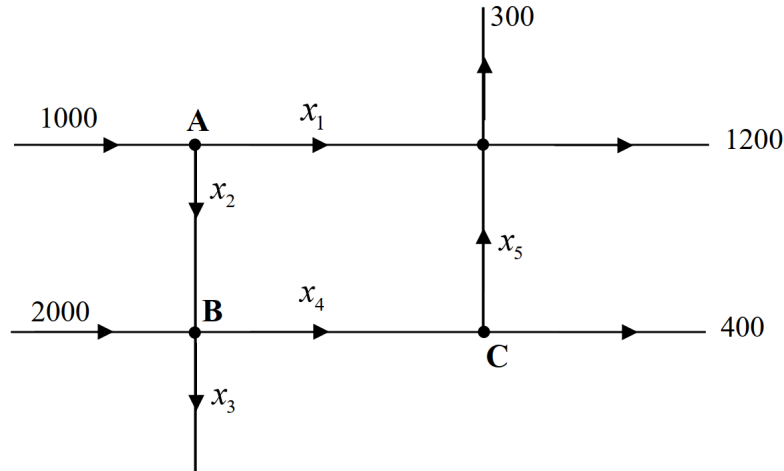
**Câu 5/ (1đ)** Cho ánh xạ tuyến tính  $f: P_1[x] \rightarrow P_2[x]$ , biết với mọi  $p(x) \in P_1[x]$ ,  $f(p(x)) = \int_0^x p(t)dt$ . Tìm ma trận  $A$  của ánh xạ tuyến tính trong cặp cơ sở  $E = \{x + 1; 2x + 1\}$  và  $F = \{x^2 + x + 1; 2x^2 + x + 1; x^2 + 2x + 1\}$ .

**Câu 6/ (1.5đ)** Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất A từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai B từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ ba C từ 11 đến 15 tuổi. Ở lớp tuổi B mỗi con cái sinh trung bình 4 con cái khác (không kể con đực), ở lớp tuổi A và C con cái không sinh sản. Khoảng 25 % con cái được sống sót từ lớp tuổi A sang lớp tuổi B và 50 % con cái được sống sót từ lớp tuổi B sang lớp tuổi C.

a/ Viết ma trận Leslie  $L$  mô tả cho bài toán này. Chéo hóa ma trận  $L$  (nếu được).

b/ Giả sử tại thời điểm đang xét, ở lớp tuổi A có 1000 con cái và không có con cái ở các lớp tuổi khác. Tính số lượng con cái ở mỗi độ tuổi sau 100 năm.

**Câu 7. (1.5đ)** Hình dưới biểu thị cho lưu lượng xe ô tô qua các đường phố. Những con số là lưu lượng trung bình xe ô tô ra và vào mạng lưới giao thông ở thời gian giờ cao điểm. Lập hệ phương trình tuyến tính và tìm  $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5$ .



Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

TS Đặng Văn Vinh

TS Nguyễn Tiến Dũng