BÀI TẬP ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

BỘ MÔN TOÁN ỨNG DỤNG

Ngày 21 tháng 3 năm 2020

BÀI TẬP TUẦN 4: CHƯƠNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH

I. Hệ phương trình tuyến tính: AX = b

+ *Cách giải:*

- Phương pháp Gauss: $[A|b] \xrightarrow{\text{bđsc theo hàng}}$ Ma trận bậc thang.
- Viết lại hệ phương trình mới từ ma trận bậc thang
- Giải ngược từ dưới lên. Nếu hệ vô số nghiệm thì đặt ẩn tự do làm tham số, từ đó tìm các ẩn còn lại theo tham số đó.

+ *Định lí Kronecker - Capelli*

1. $r(A) < r(A|b)$: hệ vô nghiệm
2. $r(A) = r(A|b) = n$: hệ có nghiệm duy nhất (n là số ẩn)
3. $r(A) = r(A|b) < n$: hệ có vô số nghiệm.

II. Hệ Cramer (hệ vuông)

Xét hệ phương trình : AX = b, với A là ma trận vuông cấp n và $|A| \neq 0$. Hệ luôn có nghiệm duy nhất

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}, i = \overline{1;n}$$

III. Hệ phương trình thuần nhất: $AX = 0$

- Hệ thuần nhất luôn có nghiệm tầm thường $X = 0$

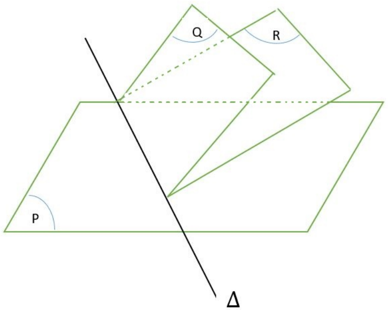
1. $AX = 0$ $(A \in M_{m\times n})$
   - $r(A) = n$: có duy nhất nghiệm tầm thường
   - $r(A) < n$: có vô số nghiệm
2. $AX = 0$ $(A \in M_{n\times n})$
   - $det(A) \neq 0$: có duy nhất nghiệm tầm thường
   - $det(A) = 0$: có vô số nghiệm

VI. Hai hệ phương trình tương đương

- Cho 2 hệ phương trình (I) và (II)

1. Hệ (I) vô nghiệm $\Rightarrow$ hệ (II) cũng vô nghiệm.
2. Hệ (I) có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Hệ (II) cũng có nghiệm duy nhất.
3. Hệ (I) có vô số nghiệm $\Rightarrow$ Hệ (II) có vô số nghiệm => Giá trị tham số m. Kiểm tra m (tìm nghiệm hệ (I), thay vào hệ (II) với m tìm được) => Kết luận.

VII. Biểu diễn hình học:



- Mặt phẳng (P) và (Q) giao nhau theo đường thẳng Δ.
- Δ cắt mp (R) (3 mp cắt nhau tại một điểm): hệ có nghiệm duy nhất.
- Δ nằm trong mp (R): Hệ có vô số nghiệm.
- Δ song song với mp(R): Hệ vô nghiệm.

BÀI TẬP CHƯƠNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải hệ phương trình:

1. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 & = & 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 & = & -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 & = & 3 \\ 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 & = & 11 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 & = & 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = & 8 \\ 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = & 14 \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 & = & 11 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & = & 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 6x_4 & = & 7 \\ 5x_1 + 6x_2 - 6x_3 + 7x_4 & = & 13 \\ 7x_1 + 9x_2 - 11x_3 + 13x_4 & = & 16 \end{cases}$$

Bài 2: Tìm giá trị thực m để:

1. $\begin{cases} x+2y+z+t &= 1 \\ 2x+3y+z+4t &= 3 \\ 3x+4y+2z+t &= 4 \\ 5x+8y+4z+mt &= 7 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

2. $\begin{cases} x+2y-z &= 1 \\ 2x+y+z &= m+1 \\ 3x-2y+mz &= 2m-1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

3. $\begin{cases} x+2y-z+t &= 0 \\ 3x+4y-5z+6t &= 0 \\ 5x+6y-6z+7t &= 0 \\ 7x+9y-11z+mt &= 0 \end{cases}$ có nghiệm không tầm thường.

4. $\begin{cases} x+2y+3z &= 1 \\ x+my+(2m+7)z &= 2m+7 \\ x+2y+(m+1)z &= m^2-3m+3 \end{cases}$ vô nghiệm.

Bài 3: TRong không gian với hệ trục tọa độ 0xyz cho 3 mặt phẳng: $(P): x+2y-z=1, (Q): 2x+5y-4z=3, (R): 3x+4y+mz=m$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để 3 mp giao nhau theo 1 đường thẳng.

Bài 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ 0xyz cho 3 mặt phẳng: $(P): x+2y-z=1, (Q): 2x+5y-5z=0, (R): 5x+11y+(m^2-8)z = m+3$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để 3 mp không có điểm chung.

Bài 5:Tìm m để 2 hpt tương đương:

$$\text{(I)}\begin{cases} x+2y+5z = 0 \\ x+3y+7z = 0 \\ x+4y+9z = 0 \end{cases} \text{ và (II)} \begin{cases} x+4y+9z = 0 \\ x+2y+7z = 0 \\ 3x+10y+mz = 0 \end{cases}$$

Bài 6: Cho 2 hệ phương trình:

$$\text{(I)}\begin{cases} x+y+2z = 0 \\ 2x+3y+4z = 0 \\ 5x+7y+10z = 0 \end{cases} \text{ và (II)} \begin{cases} x+2y+2z = 0 \\ 3x+4y+6z = 0 \\ 2x+5y+mz = 0 \end{cases}$$

Tìm m để:

a. Nghiệm của (I) là nghiệm của (II).

b. Nghiệm của (II) là nghiệm của (I).