

**Câu 1.** Tìm số nguyên  $n$  dương nhỏ nhất để  $z^n$  là số ảo, biết  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ .

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

**Câu 2.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết họ  $M$  có hạng bằng 2. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $\{x; y\}$  độc lập tuyến tính. B. Ba câu đều sai.  
C.  $\dim(V) = 3$ . D.  $\{x + 2y - z; y\}$  là cơ sở của  $V$ .

**Câu 3.** Cho ma trận  $A \in M_3(\mathbb{R})$ , biết  $\det(-2A^{-1}) = -4$ . Tính  $\det(A^2 A^T A^{-1})^T$ .

- A. 4. B. 2. C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 4.** Trong không gian vectơ thực  $V$  cho họ  $M = \{x; y; z\}$  phụ thuộc tuyến tính. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Hạng của họ  $\{x; x + y; x - 2z\}$  bằng 3. B.  $2x + 4y$  là tổ hợp tuyến tính của  $M$ .  
C.  $x$  là tổ hợp tuyến tính của  $\{y; z\}$ . D.  $\{x; y; 2y\}$  sinh ra  $V$ .

**Câu 5.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là cơ sở của không gian vectơ thực  $V$ . Với giá trị nào của số thực  $m$  thì  $\{x + 2y - z; y; -3x + 2y + mz\}$  không là tập sinh của  $V$ ?

- A.  $m \neq 3$ . B.  $m = -3$ . C.  $m \neq -3$ . D.  $m = 3$ .

**Câu 6.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ có nghiệm duy nhất hoặc vô số nghiệm: 
$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x - 2y + 4z = 1 \\ 2x - y - mz = 2 \end{cases}$$

- A.  $m \neq -4$ . B.  $m = 10$ . C.  $m \neq 10$ . D.  $m = -4$ .

**Câu 7.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & m & 1 \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $A$  không khả nghịch.

- A.  $m = 1$ . B.  $m \neq -1$ . C.  $m \neq 1$ . D.  $m = -1$ .

**Câu 8.** Tìm argument  $\varphi$  của số phức  $z = (1 + i\sqrt{3})^{10}(1 - i)^2$ .

- A.  $\frac{23\pi}{6}$ . B.  $\frac{7\pi}{12}$ . C.  $\frac{\pi}{12}$ . D.  $\frac{17\pi}{6}$ .

**Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  và  $y$  thỏa:  $5 \begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 1 & x+y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ 9 & x \end{pmatrix}$

- A.  $x = -1; y = -2$ . B.  $x = 2; y = 1$ . C.  $x = -2; y = 1$ . D.  $x = 1; y = 2$ .

**Câu 10.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Tìm  $m$  để hạng của ma trận  $A$  bằng 3.

- A.  $m = 7$ . B.  $m = -1$ . C.  $m \neq 7$ . D.  $m \neq -1$ .

**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để nghiệm của hệ (I) cũng là nghiệm của hệ (II):

$$(I) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \\ x + 2y - 2mz = 0 \end{cases}$$

- A.  $\nexists m$ . B.  $m \neq 1$ . C.  $m = 1$ . D.  $\forall m$ .

**Câu 12.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ chỉ có nghiệm tầm thường: 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + my - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

A.  $m = 1$ .

B.  $m \neq 1$ .

C.  $\forall m$ .

D.  $\nexists m$ .

**Câu 13.** Trong không gian  $\mathbb{R}_3$  cho hai cơ sở  $E = \{(1, 2, 2); (2, 4, 3); (1, 3, 4)\}$  và  $F = \{(1, 0, -1); (1, 2, 1); (0, 1, 0)\}$ . Biết tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $F$  là  $(2, 1, -4)^T$ . Tìm tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $E$ .

A.  $(40, -29, 12)^T$ .

B.  $(29, -9, -8)^T$ .

C.  $(27, 42, 31)^T$ .

D.  $(23, 12, -5)^T$ .

**Câu 14.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & m \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $\det(2A^3) = 1$ .

A.  $-\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $-\frac{3}{2}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 15.** Cho  $M = \{x, y, z, t\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết  $\{x; z\}$  độc lập tuyến tính cực đại của  $M$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A.  $V = \langle 3x; 2z \rangle$ .

B.  $V = \langle x + y; x - y; t \rangle$ .

C. Hạng của họ  $\{x; y; z; 2x + y - z\}$  bằng 4.

D.  $\dim(V) = 3$ .

### **BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:**

**(Đề câu 16 và 17)** Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho

như sau:  $L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và  $x_0 = \begin{pmatrix} 1200 \\ 1500 \\ 800 \end{pmatrix}$ .

**Câu 16:** Số  $\frac{1}{4}$  có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp thứ hai là 0.25.

B. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ ba là 0.25.

C. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ hai là 0.25.

D. Các câu kia sai.

**Câu 17:** Số lượng của loài vật này ở nhóm II sau 10 năm.

A. 1525.

B. 2400.

C. 150.

D. 600.

**(Đề câu 18 và 19)** Dân của một thành phố thường đi mua sắm ở ba siêu thị: A, B và C. Qua khảo sát người ta nhận thấy: sau một tháng có 30% số người thường đi mua ở siêu thị A chuyển sang siêu thị B, và 20% chuyển sang siêu thị C; có 10% số người thường đi mua ở siêu thị B chuyển sang siêu thị A và 50% chuyển sang siêu thị C; có 40% số người thường đi mua ở siêu thị C chuyển sang siêu thị A và 20% chuyển sang siêu thị B. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

**Câu 18:** Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$ . B.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ . C.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$ . D.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ .

**Câu 19:** Giả sử sự phân bố ban đầu tại các siêu thị A, B và C đều là 10000 người. Hỏi sau 3 tháng, siêu thị nào được nhiều người mua sắm nhất.

A. Siêu thị B.

B. Siêu thị C.

C. Siêu thị A.

D. Các câu kia sai.

**Câu 20:** Một cửa hàng vải bán 3 loại mặt hàng: lụa, thun và kaki. Ngày đầu bán được 5kg vải lụa, 20kg vải thun và 10kg vải kaki, doanh thu là 5 triệu 550 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 12kg vải lụa, 18kg vải thun và 15kg vải kaki, doanh thu là 7 triệu 695 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg vải lụa, 20kg vải thun và  $m$ kg vải kaki, doanh thu là 8 triệu 700 ngàn VND. Tìm số nguyên  $m$  biết giá của vải kaki là 225 ngàn VND/kg.

A. 5.

B. 12.

C. 10.

D. 6.

----- HẾT -----

**Câu 1.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & m \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $\det(2A^3) = 1$ .

- A.  $-\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $-\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $\mathbb{R}_3$  cho hai cơ sở  $E = \{(1, 2, 2); (2, 4, 3); (1, 3, 4)\}$  và  $F = \{(1, 0, -1); (1, 2, 1); (0, 1, 0)\}$ . Biết tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $F$  là  $(2, 1, -4)^T$ . Tìm tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $E$ .

- A.  $(27, 42, 31)^T$ .      B.  $(23, 12, -5)^T$ .      C.  $(29, -9, -8)^T$ .      D.  $(40, -29, 12)^T$ .

**Câu 3.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Tìm  $m$  để hạng của ma trận  $A$  bằng 3.

- A.  $m \neq -1$ .      B.  $m \neq 7$ .      C.  $m = -1$ .      D.  $m = 7$ .

**Câu 4.** Cho ma trận  $A \in M_3(\mathbb{R})$ , biết  $\det(-2A^{-1}) = -4$ . Tính  $\det(A^2 A^T A^{-1})^T$ .

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 2.      D. 4.

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  và  $y$  thỏa:  $5 \begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 1 & x+y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ 9 & x \end{pmatrix}$

- A.  $x = 1; y = 2$ .      B.  $x = 2; y = 1$ .      C.  $x = -2; y = 1$ .      D.  $x = -1; y = -2$ .

**Câu 6.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là cơ sở của không gian vectơ thực  $V$ . Với giá trị nào của số thực  $m$  thì  $\{x + 2y - z; y; -3x + 2y + mz\}$  không là tập sinh của  $V$ ?

- A.  $m = -3$ .      B.  $m \neq -3$ .      C.  $m = 3$ .      D.  $m \neq 3$ .

**Câu 7.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & m & 1 \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $A$  không khả nghịch.

- A.  $m \neq 1$ .      B.  $m = -1$ .      C.  $m \neq -1$ .      D.  $m = 1$ .

**Câu 8.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ chỉ có nghiệm tầm thường: 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + my - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

- A.  $\nexists m$ .      B.  $\forall m$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m \neq 1$ .

**Câu 9.** Cho  $M = \{x, y, z, t\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết  $\{x; z\}$  độc lập tuyến tính cực đại của  $M$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Hạng của họ  $\{x; y; z; 2x + y - z\}$  bằng 4.      B.  $V = \langle x + y; x - y; t \rangle$ .  
C.  $\dim(V) = 3$ .      D.  $V = \langle 3x; 2z \rangle$ .

**Câu 10.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết họ  $M$  có hạng bằng 2. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $\{x + 2y - z; y\}$  là cơ sở của  $V$ .      B. Ba câu đều sai.  
C.  $\{x; y\}$  độc lập tuyến tính.      D.  $\dim(V) = 3$ .

**Câu 11.** Trong không gian vectơ thực  $V$  cho họ  $M = \{x; y; z\}$  phụ thuộc tuyến tính. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $x$  là tổ hợp tuyến tính của  $\{y; z\}$ .      B.  $\{x; y; 2y\}$  sinh ra  $V$ .  
C. Hạng của họ  $\{x; x + y; x - 2z\}$  bằng 3.      D.  $2x + 4y$  là tổ hợp tuyến tính của  $M$ .

**Câu 12.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để nghiệm của hệ (I) cũng là nghiệm của hệ (II):

$$(I) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \\ x + 2y - 2mz = 0 \end{cases}$$

A.  $\forall m$ .

B.  $m \neq 1$ .

C.  $\nexists m$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 13.** Tìm argument  $\varphi$  của số phức  $z = (1 + i\sqrt{3})^{10}(1 - i)^2$ .

A.  $\frac{7\pi}{12}$ .

B.  $\frac{17\pi}{6}$ .

C.  $\frac{23\pi}{6}$ .

D.  $\frac{\pi}{12}$ .

**Câu 14.** Tìm số nguyên  $n$  dương nhỏ nhất để  $z^n$  là số ảo, biết  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ .

A. 12.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

**Câu 15.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ có nghiệm duy nhất hoặc vô số nghiệm: 
$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x - 2y + 4z = 1 \\ 2x - y - mz = 2 \end{cases}$$

A.  $m = 10$ .

B.  $m = -4$ .

C.  $m \neq 10$ .

D.  $m \neq -4$ .

### **BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:**

**(Đề câu 16 và 17)** Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho

như sau:  $L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và  $x_0 = \begin{pmatrix} 1200 \\ 1500 \\ 800 \end{pmatrix}$ .

**Câu 16:** Số  $\frac{1}{4}$  có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp thứ hai là 0.25.

B. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ ba là 0.25.

C. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ hai là 0.25.

D. Các câu kia sai.

**Câu 17:** Số lượng của loài vật này ở nhóm II sau 10 năm.

A. 1525.

B. 2400.

C. 150.

D. 600.

**(Đề câu 18 và 19)** Dân của một thành phố thường đi mua sắm ở ba siêu thị: A, B và C. Qua khảo sát người ta nhận thấy: sau một tháng có 30% số người thường đi mua ở siêu thị A chuyển sang siêu thị B, và 20% chuyển sang siêu thị C; có 10% số người thường đi mua ở siêu thị B chuyển sang siêu thị A và 50% chuyển sang siêu thị C; có 40% số người thường đi mua ở siêu thị C chuyển sang siêu thị A và 20% chuyển sang siêu thị B. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

**Câu 18:** Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$ . B.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ . C.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$ . D.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ .

**Câu 19:** Giả sử sự phân bố ban đầu tại các siêu thị A, B và C đều là 10000 người. Hỏi sau 3 tháng, siêu thị nào được nhiều người mua sắm nhất.

A. Siêu thị B.

B. Siêu thị C.

C. Siêu thị A.

D. Các câu kia sai.

**Câu 20:** Một cửa hàng vải bán 3 loại mặt hàng: lụa, thun và kaki. Ngày đầu bán được 5kg vải lụa, 20kg vải thun và 10kg vải kaki, doanh thu là 5 triệu 550 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 12kg vải lụa, 18kg vải thun và 15kg vải kaki, doanh thu là 7 triệu 695 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg vải lụa, 20kg vải thun và  $m$ kg vải kaki, doanh thu là 8 triệu 700 ngàn VND. Tìm số nguyên  $m$  biết giá của vải kaki là 225 ngàn VND/kg.

A. 5.

B. 12.

C. 10.

D. 6.

----- HẾT -----

**Câu 1.** Trong không gian vectơ thực  $V$  cho họ  $M = \{x; y; z\}$  phụ thuộc tuyến tính. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $2x + 4y$  là tổ hợp tuyến tính của  $M$ .  
B.  $x$  là tổ hợp tuyến tính của  $\{y; z\}$ .  
C.  $\{x; y; 2y\}$  sinh ra  $V$ .  
D. Hạng của họ  $\{x; x + y; x - 2z\}$  bằng 3.

**Câu 2.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & m & 1 \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $A$  không khả nghịch.

- A.  $m \neq -1$ .  
B.  $m = 1$ .  
C.  $m = -1$ .  
D.  $m \neq 1$ .

**Câu 3.** Tìm số nguyên  $n$  dương nhỏ nhất để  $z^n$  là số ảo, biết  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ .

- A. 4.  
B. 3.  
C. 6.  
D. 12.

**Câu 4.** Cho  $M = \{x, y, z, t\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết  $\{x; z\}$  độc lập tuyến tính cực đại của  $M$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $V = \langle 3x; 2z \rangle$ .  
B. Hạng của họ  $\{x; y; z; 2x + y - z\}$  bằng 4.  
C.  $V = \langle x + y; x - y; t \rangle$ .  
D.  $\dim(V) = 3$ .

**Câu 5.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết họ  $M$  có hạng bằng 2. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Ba câu đều sai.  
B.  $\{x; y\}$  độc lập tuyến tính.  
C.  $\dim(V) = 3$ .  
D.  $\{x + 2y - z; y\}$  là cơ sở của  $V$ .

**Câu 6.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Tìm  $m$  để hạng của ma trận  $A$  bằng 3.

- A.  $m = 7$ .  
B.  $m \neq 7$ .  
C.  $m = -1$ .  
D.  $m \neq -1$ .

**Câu 7.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ có nghiệm duy nhất hoặc vô số nghiệm: 
$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x - 2y + 4z = 1 \\ 2x - y - mz = 2 \end{cases}$$

- A.  $m = -4$ .  
B.  $m \neq -4$ .  
C.  $m \neq 10$ .  
D.  $m = 10$ .

**Câu 8.** Tìm argument  $\varphi$  của số phức  $z = (1 + i\sqrt{3})^{10}(1 - i)^2$ .

- A.  $\frac{7\pi}{12}$ .  
B.  $\frac{23\pi}{6}$ .  
C.  $\frac{\pi}{12}$ .  
D.  $\frac{17\pi}{6}$ .

**Câu 9.** Cho ma trận  $A \in M_3(\mathbb{R})$ , biết  $\det(-2A^{-1}) = -4$ . Tính  $\det(A^2 A^T A^{-1})^T$ .

- A. 4.  
B.  $\frac{1}{4}$ .  
C.  $\frac{1}{2}$ .  
D. 2.

**Câu 10.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ chỉ có nghiệm tầm thường: 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + my - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

- A.  $m \neq 1$ .  
B.  $\nexists m$ .  
C.  $\forall m$ .  
D.  $m = 1$ .

**Câu 11.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & m \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $\det(2A^3) = 1$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ .  
B.  $-\frac{3}{2}$ .  
C.  $-\frac{1}{2}$ .  
D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 12.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để nghiệm của hệ (I) cũng là nghiệm của hệ (II):

$$(I) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \\ x + 2y - 2mz = 0 \end{cases}$$

A.  $m \neq 1$ .

B.  $\forall m$ .

C.  $\nexists m$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 13.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là cơ sở của không gian vectơ thực  $V$ . Với giá trị nào của số thực  $m$  thì  $\{x + 2y - z; y; -3x + 2y + mz\}$  không là tập sinh của  $V$ ?

A.  $m \neq 3$ .

B.  $m = -3$ .

C.  $m = 3$ .

D.  $m \neq -3$ .

**Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  và  $y$  thỏa:  $5 \begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 1 & x+y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ 9 & x \end{pmatrix}$

A.  $x = -1; y = -2$ .

B.  $x = 1; y = 2$ .

C.  $x = -2; y = 1$ .

D.  $x = 2; y = 1$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $\mathbb{R}_3$  cho hai cơ sở  $E = \{(1, 2, 2); (2, 4, 3); (1, 3, 4)\}$  và  $F = \{(1, 0, -1); (1, 2, 1); (0, 1, 0)\}$ . Biết tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $F$  là  $(2, 1, -4)^T$ . Tìm tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $E$ .

A.  $(29, -9, -8)^T$ .

B.  $(23, 12, -5)^T$ .

C.  $(40, -29, 12)^T$ .

D.  $(27, 42, 31)^T$ .

### **BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:**

**(Đề câu 16 và 17)** Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho

như sau:  $L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và  $x_0 = \begin{pmatrix} 1200 \\ 1500 \\ 800 \end{pmatrix}$ .

**Câu 16:** Số  $\frac{1}{4}$  có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp thứ hai là 0.25.

B. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ ba là 0.25.

C. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ hai là 0.25.

D. Các câu kia sai.

**Câu 17:** Số lượng của loài vật này ở nhóm II sau 10 năm.

A. 1525.

B. 2400.

C. 150.

D. 600.

**(Đề câu 18 và 19)** Dân của một thành phố thường đi mua sắm ở ba siêu thị: A, B và C. Qua khảo sát người ta nhận thấy: sau một tháng có 30% số người thường đi mua ở siêu thị A chuyển sang siêu thị B, và 20% chuyển sang siêu thị C; có 10% số người thường đi mua ở siêu thị B chuyển sang siêu thị A và 50% chuyển sang siêu thị C; có 40% số người thường đi mua ở siêu thị C chuyển sang siêu thị A và 20% chuyển sang siêu thị B. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

**Câu 18:** Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

$$A. \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \quad B. \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix} \quad C. \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix} \quad D. \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$$

**Câu 19:** Giả sử sự phân bố ban đầu tại các siêu thị A, B và C đều là 10000 người. Hỏi sau 3 tháng, siêu thị nào được nhiều người mua sắm nhất.

A. Siêu thị B.

B. Siêu thị C.

C. Siêu thị A.

D. Các câu kia sai.

**Câu 20:** Một cửa hàng vải bán 3 loại mặt hàng: lụa, thun và kaki. Ngày đầu bán được 5kg vải lụa, 20kg vải thun và 10kg vải kaki, doanh thu là 5 triệu 550 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 12kg vải lụa, 18kg vải thun và 15kg vải kaki, doanh thu là 7 triệu 695 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg vải lụa, 20kg vải thun và  $m$ kg vải kaki, doanh thu là 8 triệu 700 ngàn VND. Tìm số nguyên  $m$  biết giá của vải kaki là 225 ngàn VND/kg.

A. 5.

B. 12.

C. 10.

D. 6.

----- HẾT -----

**Câu 1.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để nghiệm của hệ (I) cũng là nghiệm của hệ (II):

$$(I) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \\ x + 2y - 2mz = 0 \end{cases}$$

A.  $\forall m$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $\nexists m$ .

D.  $m \neq 1$ .

**Câu 2.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ có nghiệm duy nhất hoặc vô số nghiệm: 
$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x - 2y + 4z = 1 \\ 2x - y - mz = 2 \end{cases}$$

A.  $m \neq 10$ .

B.  $m = 10$ .

C.  $m \neq -4$ .

D.  $m = -4$ .

**Câu 3.** Cho ma trận  $A \in M_3(\mathbb{R})$ , biết  $\det(-2A^{-1}) = -4$ . Tính  $\det(A^2 A^T A^{-1})^T$ .

A.  $\frac{1}{4}$ .

B. 2.

C. 4.

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $\mathbb{R}_3$  cho hai cơ sở  $E = \{(1, 2, 2); (2, 4, 3); (1, 3, 4)\}$  và  $F = \{(1, 0, -1); (1, 2, 1); (0, 1, 0)\}$ . Biết tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $F$  là  $(2, 1, -4)^T$ . Tìm tọa độ của vectơ  $x$  trong cơ sở  $E$ .

A.  $(23, 12, -5)^T$ .

B.  $(40, -29, 12)^T$ .

C.  $(29, -9, -8)^T$ .

D.  $(27, 42, 31)^T$ .

**Câu 5.** Cho  $M = \{x, y, z, t\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết  $\{x; z\}$  độc lập tuyến tính cực đại của  $M$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A.  $V = \langle x + y; x - y; t \rangle$ .

B. Hạng của họ  $\{x; y; z; 2x + y - z\}$  bằng 4.

C.  $\dim(V) = 3$ .

D.  $V = \langle 3x; 2z \rangle$ .

**Câu 6.** Tìm số nguyên  $n$  dương nhỏ nhất để  $z^n$  là số ảo, biết  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ .

A. 3.

B. 4.

C. 12.

D. 6.

**Câu 7.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Tìm  $m$  để hạng của ma trận  $A$  bằng 3.

A.  $m \neq 7$ .

B.  $m = -1$ .

C.  $m \neq -1$ .

D.  $m = 7$ .

**Câu 8.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là cơ sở của không gian vectơ thực  $V$ . Với giá trị nào của số thực  $m$  thì  $\{x + 2y - z; y; -3x + 2y + mz\}$  không là tập sinh của  $V$ ?

A.  $m \neq -3$ .

B.  $m = 3$ .

C.  $m = -3$ .

D.  $m \neq 3$ .

**Câu 9.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & m & 1 \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $A$  không khả nghịch.

A.  $m \neq 1$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = -1$ .

D.  $m \neq -1$ .

**Câu 10.** Cho  $M = \{x; y; z\}$  là tập sinh của không gian vectơ  $V$ , biết họ  $M$  có hạng bằng 2. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. Ba câu đều sai.

B.  $\{x + 2y - z; y\}$  là cơ sở của  $V$ .

C.  $\dim(V) = 3$ .

D.  $\{x; y\}$  độc lập tuyến tính.

**Câu 11.** Tìm argument  $\varphi$  của số phức  $z = (1 + i\sqrt{3})^{10}(1 - i)^2$ .

A.  $\frac{7\pi}{12}$ .

B.  $\frac{17\pi}{6}$ .

C.  $\frac{23\pi}{6}$ .

D.  $\frac{\pi}{12}$ .

**Câu 12.** Trong không gian vectơ thực  $V$  cho họ  $M = \{x; y; z\}$  phụ thuộc tuyến tính. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?



A. Hạng của họ  $\{x; x + y; x - 2z\}$  bằng 3.

B.  $\{x; y; 2y\}$  sinh ra  $V$ .

C.  $2x + 4y$  là tổ hợp tuyến tính của  $M$ .

D.  $x$  là tổ hợp tuyến tính của  $\{y; z\}$ .

**Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  và  $y$  thỏa:  $5 \begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 1 & x+y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ 9 & x \end{pmatrix}$

A.  $x = 2; y = 1$ .

B.  $x = 1; y = 2$ .

C.  $x = -1; y = -2$ .

D.  $x = -2; y = 1$ .

**Câu 14.** Tìm tất cả  $m \in \mathbb{R}$  để hệ chỉ có nghiệm tầm thường:  $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + my - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$

A.  $\forall m$ .

B.  $\nexists m$ .

C.  $m \neq 1$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 15.** Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & m \end{bmatrix}$ . Tìm  $m$  để  $\det(2A^3) = 1$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $-\frac{3}{2}$ .

D.  $-\frac{1}{2}$ .

### **BÀI TOÁN ỨNG DỤNG:**

**(Đề câu 16 và 17)** Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi. Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm: lớp thứ nhất I từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ hai II từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ III từ 11 đến 15 tuổi. Ma trận Leslie và phân bố ban đầu được cho

như sau:  $L = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  (cột 1, 2, 3 tương ứng với lớp I, II, III) và  $x_0 = \begin{pmatrix} 1200 \\ 1500 \\ 800 \end{pmatrix}$ .

**Câu 16:** Số  $\frac{1}{4}$  có ý nghĩa gì?

A. Tỷ lệ sống sót của lớp thứ hai là 0.25.

B. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ ba là 0.25.

C. Tỷ lệ sống sót qua lớp thứ hai là 0.25.

D. Các câu kia sai.

**Câu 17:** Số lượng của loài vật này ở nhóm II sau 10 năm.

A. 1525.

B. 2400.

C. 150.

D. 600.

**(Đề câu 18 và 19)** Dân của một thành phố thường đi mua sắm ở ba siêu thị: A, B và C. Qua khảo sát người ta nhận thấy: sau một tháng có 30% số người thường đi mua ở siêu thị A chuyển sang siêu thị B, và 20% chuyển sang siêu thị C; có 10% số người thường đi mua ở siêu thị B chuyển sang siêu thị A và 50% chuyển sang siêu thị C; có 40% số người thường đi mua ở siêu thị C chuyển sang siêu thị A và 20% chuyển sang siêu thị B. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn.

**Câu 18:** Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

A.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$ . B.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ . C.  $\begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.4 & 0.4 \end{pmatrix}$ . D.  $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$ .

**Câu 19:** Giả sử sự phân bố ban đầu tại các siêu thị A, B và C đều là 10000 người. Hỏi sau 3 tháng, siêu thị nào được nhiều người mua sắm nhất.

A. Siêu thị B.

B. Siêu thị C.

C. Siêu thị A.

D. Các câu kia sai.

**Câu 20:** Một cửa hàng vải bán 3 loại mặt hàng: lụa, thun và kaki. Ngày đầu bán được 5kg vải lụa, 20kg vải thun và 10kg vải kaki, doanh thu là 5 triệu 550 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 12kg vải lụa, 18kg vải thun và 15kg vải kaki, doanh thu là 7 triệu 695 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg vải lụa, 20kg vải thun và  $m$ kg vải kaki, doanh thu là 8 triệu 700 ngàn VND. Tìm số nguyên  $m$  biết giá của vải kaki là 225 ngàn VND/kg.

A. 5.

B. 12.

C. 10.

D. 6.

----- HẾT -----



# ĐÁP ÁN

## BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

### Mã đề thi 1101

1. A    2. B    3. A    4. B    5. D    6. C    7. D    8. D    9. B    10. C  
11. D    12. B    13. B    14. C    15. A

### Mã đề thi 1102

1. C    2. C    3. B    4. D    5. B    6. C    7. B    8. D    9. D    10. B  
11. D    12. A    13. B    14. D    15. C

### Mã đề thi 1103

1. A    2. C    3. C    4. A    5. A    6. B    7. C    8. D    9. A    10. A  
11. B    12. B    13. C    14. D    15. A

### Mã đề thi 1104

1. A    2. A    3. C    4. C    5. D    6. D    7. A    8. B    9. C    10. A  
11. B    12. C    13. A    14. C    15. C

### ĐÁP ÁN PHẦN ỨNG DỤNG (cho cả 4 đề):

16. C    17. A    18. D    19. B    20. B