

Đề thi 7 câu, sinh viên không được dùng tài liệu.

Câu 1/ (1.5đ) Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng

$(x, y) = ((x_1; x_2; x_3), (y_1; y_2; y_3)) = 2x_1y_1 + 5x_2y_2 + 4x_3y_3$ và không gian con

$F = \langle (1; 1; -1), (2; 1; 0), (3; 1; 1) \rangle$. Tìm số chiều và một cơ sở của không gian con F^\perp .

Câu 2/ (1.5đ) Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết

$\forall A \in \mathbb{M}_2[\mathbb{R}], f(A) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} A$. Tìm một cơ sở và tính số chiều của $\text{Ker} f$.

Câu 3/ (1.5đ) Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết ma trận của f trong cơ

sở $E = \{(1; 1; 1), (2; 1; 1), (1; 2; 1)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a/ Tính $f(4; -3; 2)$. b/ Tìm số chiều và một cơ sở của $\text{Im}(f)$.

Câu 4/ (1.5đ) a/ Chéo hóa trực giao (chéo hóa ma trận A bởi ma trận trực giao)

ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$.

b/ Đưa dạng toàn phương $Q(x_1; x_2) = 4x_1^2 - 6x_1x_2 + 12x_2^2$ về dạng tính chắc bằng biến đổi trực giao. Nêu rõ phép đổi biến.

Câu 5/ (1đ) Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết với mọi

$p(x) \in P_2[x], f(p(x)) = (p(1); p(-1))$. Tìm ma trận A của ánh xạ tuyến tính trong cặp cơ sở $E = \{x^2 + 1; x^2 + x + 1; x + 1\}$ và $F = \{(3; 7), (2; 5)\}$.

Câu 6/ (1.5đ) Qua khảo sát người ta nhận thấy 60% là xác suất một khách hàng mua sắm tại siêu thị A trong một tháng nào đó sẽ quay lại mua sắm ở siêu thị A trong tháng kế tiếp và 40% sẽ chuyển sang mua ở siêu thị B; ngược lại có 20% khách hàng của siêu thị B sẽ chuyển sang mua sắm ở siêu thị A trong tháng kế tiếp và 80% khách hàng vẫn trung thành với siêu thị B.

a/ Viết ma trận Markov M . Chéo hóa ma trận M (nếu được).

b/ Giả sử trong tháng khảo sát mỗi siêu thị có 10000 khách hàng. Hãy tính lượng khách hàng của mỗi siêu thị sau 24 tháng (giả sử không có khách hàng mới và cũng

không có khách hàng dừng đi mua sắm).

c/ Tìm vectơ trạng thái cân bằng (tìm thị phần) của hai siêu thị.

Câu 7/(1.5đ) Một nhà máy cần sản xuất ra 140kg sản phẩm A, 328kg sản phẩm B và 444kg sản phẩm C. Mỗi sản phẩm cần cố định ba loại nguyên liệu I, II và III để tạo ra nó. Biết rằng mỗi tấn nguyên liệu loại I có giá 3 triệu VNĐ sản xuất ra được 10kg sản phẩm A, 20kg sản phẩm B và 30kg sản phẩm C. Mỗi tấn nguyên liệu loại II có giá 2 triệu VNĐ sản xuất ra được 10kg sản phẩm A, 32kg sản phẩm B và 36kg sản phẩm C. Mỗi tấn nguyên liệu loại III có giá 1 triệu VNĐ sản xuất ra được 10kg sản phẩm A, 24kg sản phẩm B và 32kg sản phẩm C. Nhà cung cấp nguyên liệu chỉ bán theo tấn, không bán lẻ.

a/ Tính số tấn mỗi loại nguyên liệu cần mua để chi phí mua thấp nhất.

b/ Tính chi phí cần mua thấp nhất.

Giảng viên ra đề

Chủ nhiệm bộ môn

TS Đặng Văn Vinh

TS Nguyễn Tiến Dũng