

# BÀI TẬP ỨNG DỤNG MA TRẬN

## Bài 1 (2.8.26)

Ta nghiên cứu vấn đề xã hội nào đó, chẳng hạn vấn đề nghiện hút. Ký hiệu trạng thái 0 là không nghiện và trạng thái 1 là nghiện. Đơn vị thời gian là một quý. Thống kê nhiều năm cho thấy xác suất để một người không nghiện sau một quý vẫn không nghiện là 0.99 và xác suất để một người nghiện vẫn còn nghiện sau một quý là 0.88. Giả sử lúc đầu có 10% số người nghiện. Hỏi tỉ lệ số người nghiện sau 1 năm là bao nhiêu?

## Bài 2 (2.8.27)

Có 3 siêu thị A, B, C đã khai trương được 1 tháng trong một thị trấn 1000 dân. Cả 3 siêu thị này cùng tung ra chiến dịch marketing và chương trình khách hàng thân thiết. Mặt khác các siêu thị này thuê một công ty tư vấn để điều tra về thị phần trong chiến lược cạnh tranh của họ. Trong tháng đầu khai trương, các siêu thị thông báo với công ty tư vấn về số lượng khách hàng vào các siêu thị lần lượt là 200, 500 và 300 khách. Sang tháng thứ 2, công ty tư vấn điều tra xác định được rằng xác suất để một người khách đã vào mua hàng ở siêu thị A tháng trước, vào lại A trong tháng sau là 0.8; chuyển sang mua ở siêu thị B là 0.1 và chuyển sang mua ở siêu thị C là 0.1. Xác suất để một người khách đã vào mua hàng ở siêu thị B tháng trước tiếp tục mua hàng tại siêu thị B là 0.9; chuyển sang mua hàng ở siêu thị A là 0.07 và chuyển sang mua hàng ở siêu thị C vào tháng sau là 0.03. Xác suất để một người khách đã vào mua hàng ở siêu thị C tháng trước tiếp tục mua hàng tại siêu thị C là 0.85; chuyển sang mua hàng ở siêu thị A là 0.083 và chuyển sang mua hàng ở siêu thị B vào tháng sau là 0.067. Công ty tư vấn sẽ phải dự đoán sau 1 năm và 2 năm tỷ lệ khách hàng thân thiết của mỗi siêu thị đạt bao nhiêu?

## Bài 3 (2.8.28)

Một công ty cho thuê xe có 3 cửa hàng A, B, C. Một người có thể mượn và trả xe ở bất kỳ cửa hàng nào cũng được. Đơn vị thời gian là một tháng. Xác suất mượn và trả ở các cửa

hàng được mô tả trong bảng:  $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 \end{pmatrix}$ , trong đó các cột 1, 2, 3 biểu thị cho xác suất

thuê tại cửa hàng A, B, C và các hàng 1, 2, 3 biểu thị cho xác suất trả tại các cửa hàng A, B, C. Giải thích các số trong bảng trên. Khảo sát sự phân bố của cửa hàng sau 5 tháng.

**Bài 4 (2.8.29)** Một thành phố chia thành 3 khu vực dân cư 1, 2, 3. Mỗi năm có 10% người ở khu vực 1 chuyển đến khu vực 2 và 15% chuyển đến khu vực 3; ở khu vực 2 có 5% chuyển đến khu vực 1 và 5% chuyển đến khu vực 3; ở khu vực 3 có 15% chuyển đến khu vực 1 và 15% chuyển đến khu vực 2. Cho biết phân bố dân cư ở 3 khu vực sau 10 năm.

**Bài 5 (Câu 6 - đề 1)** Người ta chia bò rừng cái thành 3 độ tuổi: con non (0 đến 1 tuổi), đang lớn (từ 1 đến 2 tuổi), và trưởng thành (từ 2 tuổi trở lên). Qua khảo sát người ta thấy số cá thể ở độ tuổi trưởng thành có tỉ lệ sống sót là 95% và tỉ lệ sinh ra con cái là 0.42. Tỉ lệ sống sót của con non là 60% và tỉ lệ sống sót của con đang lớn là 70%. Giả sử ban đầu mỗi độ tuổi có 100 con. Viết ma trận Leslie mô tả cho quá trình trên và tìm số lượng bò cái sau 5 năm.

**Bài 6** (Câu 6 - đề 2) Người ta chia tôm sú ra thành 3 loại: loại 3 là loại nhỏ từ 0 đến 1 tuổi, loại 2 là loại vừa từ 1 đến 2 tuổi và loại 1 là loại to từ 2 tuổi trở lên. Tỷ lệ sống sót của loại 1, 2, 3 qua các năm lần lượt là 0.8%, 0.7%, 0.5%. Tỷ lệ sinh con cái của loại 1 và loại 2 lần lượt là 0.4%, 0.5%. Khảo sát số lượng các thể cái của một đàn tôm nuôi ở một vuông tôm tại Cà Mau. Giả sử năm 2019, đàn tôm có 10000 con mỗi loại. Lập ma trận Leslei và dự đoán sau 2 năm, đàn tôm đó có bao nhiêu con mỗi loại.

**Bài 7** (Câu 5 - đề 4) Khảo sát quần thể chuột cái có tuổi thọ tối đa là 3 năm. Tỷ lệ sống sót của chuột cái qua năm đầu tiên là 0.5, qua năm thứ hai là 0.8. Tỷ lệ sinh sản cho ra cá thể cái của chuột trong độ tuổi từ 0 đến 1 tuổi là 10, từ 1 đến 2 tuổi là 12 và từ 2 đến 3 tuổi là 8. Giả sử trong năm khảo sát mỗi độ tuổi có 100 con. Viết ma trận Leslei mô tả quá trình trên và tìm số lượng chuột cái sau 5 năm.

**Bài 8** (Câu 5 - đề 5) Khảo sát quần thể châu chấu có vòng đời là một năm phát triển qua 3 giai đoạn: trứng, nhộng và trưởng thành. Giả sử mỗi con trưởng thành chỉ có thể đẻ 300 trứng trong một năm. Chỉ khoảng 2% số trứng phát triển thành nhộng, chỉ khoảng 5% số nhộng phát triển thành con trưởng thành. Giả sử ban đầu có 100 trứng, 100 nhộng, 100 con trưởng thành. Viết ma trận Leslei mô tả quá trình trên và tìm số lượng châu chấu sau 3 năm.

**Bài 9** (Câu 5 - đề 1) Dân của thành phố A đọc ba tờ báo Tuổi trẻ, Thanh niên và Người lao động. Qua khảo sát người ta nhận thấy: sau một tháng có 10% bạn đọc của Tuổi trẻ chuyển sang đọc Thanh niên, và 10% chuyển sang đọc Người lao động; có 10% bạn đọc Thanh niên chuyển sang đọc Tuổi Trẻ và 20% chuyển sang đọc Người Lao Động; có 10% bạn đọc Người lao động chuyển sang đọc Tuổi trẻ và 30% chuyển sang đọc Thanh niên. Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

**Bài 10** Xét một loài động vật có tuổi thọ tối đa của một con cái là 15 năm được chia ra thành 3 lớp tuổi, mỗi lớp kéo dài 5 năm. Ma trận Leslei và phân bố ban đầu được cho như

$$\text{sau: } L = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{và} \quad X_0 = \begin{pmatrix} 1200 \\ 146 \\ 220 \end{pmatrix}$$

a. Tính số lượng của loài vật này ở mỗi nhóm sau 10 năm.

b. Từ mô hình trên, hãy cho biết số 5;  $\frac{2}{5}$  và  $\frac{3}{4}$  có ý nghĩa gì?

**Bài 11** Các thiết bị trong kỹ thuật được chia làm 4 trạng thái: vừa thay, còn tốt, dùng được và hỏng. Giả sử sau 1 năm, 1 sản phẩm vừa thay có 80% khả năng còn tốt và 20% dùng được; Một sản phẩm còn tốt có 60% khả năng còn tốt và 40% dùng được; một sản phẩm dùng được có 50% dùng được và 50% hỏng; mỗi máy hỏng phải mua ngay máy mới. Giả sử ban đầu công ty vừa thành lập và mua mới 100 máy. Lập ma trận chuyển trạng thái và sau 1, 2, 3 năm số lượng máy mỗi loại trong công ty là bao nhiêu?

**Bài 12** Một chuỗi siêu thị gồm 3 địa điểm khác nhau, ký hiệu: 1, 2 và 3. Một khách hàng sau khi mua hàng tại một trong 3 địa điểm trên sẽ được phát phiếu giảm giá vào lần mua tiếp theo tại bất kỳ một trong 3 địa điểm đó. Đơn vị thời gian là 1 tháng. Chủ chuỗi siêu thị nhận thấy rằng khách hàng sử dụng phiếu giảm giá tại các địa điểm khác nhau theo xác

suất sau :  $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$

- Giả sử 1 phiếu giảm giá đầu tiên được phát ở vị trí số 2. Tìm vectơ trạng thái sau 2 tháng.
- Hãy cho biết ý nghĩa các số: 0.5, 0.1, 0.7.

**Bài 13** (191 – c1) Một cửa hàng bán 3 loại mặt hàng: cá, tôm và thịt. Ngày đầu bán được 5kg cá, 8kg tôm và 10kg thịt. Doanh thu là 2 triệu 285 ngàn VND. Ngày thứ hai bán được 15kg cá, 22kg tôm, 18kg thịt. Doanh thu là 5 triệu 535 ngàn VND. Ngày thứ ba bán được 20kg cá, 15kg tôm và 25kg thịt. Doanh thu là 5 triệu 750 ngàn VND. Giả sử giá của các cửa hàng trên không thay đổi theo ngày. Hãy cho biết giá tiền của một kg tôm, cá và thịt theo đơn vị VND?

**Bài 14** (191 – c2) Một nhà máy sản xuất ba loại sản phẩm A, B, C. Mỗi loại phải qua ba công đoạn: cắt, gọt và đóng gói với thời gian cho mỗi công đoạn như sau (đơn vị theo giờ): A: 1, 2, 1; B: 4, 3, 2; C: 6, 4, 2. Các bộ phận cắt, gọt và đóng gói có số giờ công tối đa trong một tuần lần lượt là 266, 212, 122. Trong thiết kế ban đầu của nhà máy có phương án về số lượng mỗi sản phẩm nhà máy phải sản xuất trong một tuần để sử dụng hết công suất các bộ phận.

- Tính số lượng các sản phẩm A, B, C được sản xuất trong một tuần theo phương án đó.
- Tính số lượng các sản phẩm A, B, C được sản xuất trong một tháng theo phương án đó.

**Bài 15** Công ty chế biến thực phẩm cần chế biến một loại thức ăn nhanh chứa đủ 3 loại dưỡng chất là protein, carbohydrate và fat. Chúng được lấy từ 3 loại thực phẩm A, B, C. Số lượng dưỡng chất có trong 100g mỗi loại thực phẩm và nhu cầu của mỗi loại dưỡng chất được cho trong bảng sau:

Dưỡng chất	Hàm lượng dưỡng chất có trong 100g			Nhu cầu
	A(g)	B(g)	C(g)	
Protein	36	51	13	33
Carbonhydrate	52	34	74	45
Fat	0	7	1.1	3

Hãy tìm số lượng mỗi loại A, B, C để chế biến được một đơn vị thức ăn nhanh, đáp ứng đủ nhu cầu dưỡng chất đã đặt ra.