

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KHUD	ÔN TẬP		Học kỳ/ Năm học		2	2020 - 2021
			Ngày thi	2021		
	Môn học		Đại số tuyến tính			
	Mã môn học		MT1007		CA	
	Thời lượng		100 phút	Mã đề	001	
Ghi chú: - Không được sử dụng: tài liệu, laptop. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm.						

Câu 1. Hàm nào trong các hàm sau đây không là tích vô hướng trong \mathbb{R}_2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$.
 B. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$.
 C. $(x, y) = x_1y_2 + 5x_2y_1 + x_1y_2 + x_2y_1$.
 D. $(x, y) = x_1y_2 + 5x_2y_1 - x_1y_2 - x_2y_1$.

Câu 2. Trong không gian vectơ V cho họ $M = x, y, z, x + 2y$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Hạng M bằng 4.
 B. M độc lập tuyến tính.
 C. M phụ thuộc tuyến tính.
 D. M sinh ra không gian 3 chiều.

Câu 3. Cho một quốc gia có ba ngành kinh tế: 1, 2 và 3 với ma trận hệ số đầu vào là $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$

và ma trận cầu cuối $b = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$. (Giả sử giá trị hàng hóa được tính bằng USD). Tính đầu ra của ngành 2.

- A. 324.305..
 B. 455.836..
 C. 502.083..
 D. 465.972..

Câu 4. Ánh xạ $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ nào sau đây KHÔNG là ánh xạ tuyến tính?

- A. $f(x_1; x_2) = (x_2; 0)$.
 B. $f(x_1; x_2) = (x_2; x_1)$.
 C. $f(x_1; x_2) = (0; 0)$.
 D. $f(x_1; x_2) = (0; 1)$.

Câu 5. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. Ba câu kia sai.
 B. $\{4; 9\}$.
 C. $\{1; 3\}$.
 D. $\left\{\frac{1}{4}; \frac{1}{9}\right\}$.

Câu 6. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$, biết $f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + x_2; -x_1 + x_2 + 2x_3; 2x_1 + x_2 + x_3)$.
 Tìm ma trận A của f theo cơ sở $E = \{(1; -1; 1), (-1; 0; 1), (2; 1; -3)\}$.

- A. $\begin{pmatrix} 11 & 17 & 13 \\ 1 & 2 & 1 \\ -8 & -12 & -9 \end{pmatrix}$.
 B. $\begin{pmatrix} 5 & 12 & 6 \\ 1 & 3 & 1 \\ -4 & -9 & -4 \end{pmatrix}$.
 C. $\begin{pmatrix} 8 & 3 & -9 \\ 17 & 11 & -27 \\ 10 & 6 & -15 \end{pmatrix}$.
 D. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 8 & 8 & -19 \\ 3 & 3 & -7 \end{pmatrix}$.

Câu 7. Trong không gian vectơ V cho họ $M = \{x, y, z, x + 2y\}$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. M độc lập tuyến tính.
 B. Hạng M bằng 4.
 C. M sinh ra không gian 3 chiều.
 D. M phụ thuộc tuyến tính.

Câu 8. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết ma trận của f trong cơ sở $E = \{(7; 5); (3; 2)\}$ là $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tính $f(1; 3)$.

- A. $(-13; 1)$.
 B. $(218; -507)$.
 C. Ba câu kia sai.
 D. $(11; 15)$.

Câu 9. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$ và đa thức $f(x) = 5x^2 + 4x - 3$. Tìm tất cả các trị riêng của $f(A)$.

- A. $(-2; 25)$.
 B. $(1; 15)$.
 C. $(2; 7)$.
 D. $(-4; 3)$.

Câu 10. Hàm nào sau đây là tích vô hướng trong \mathbb{R}^2 ?

- A. $(x, y) = 2x_1y_1 + x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$.
 B. $(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$.
 C. $(x, y) = 3x_1y_1 + 4x_2y_2 - x_1y_2$.
 D. $(x, y) = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 6x_2y_2$.

Câu 11. Trong $\mathbb{P}_1[x]$ cho tích vô hướng $\forall p(x), q(x) \in \mathbb{P}_1[x], (p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$. Tìm độ dài của vectơ $f(x) = 3x$.

- A. $\sqrt{3}$.
 B. 3.
 C. $\sqrt{2}$.
 D. 1.

Câu 12. Cho ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Tìm giá trị riêng λ tương ứng với véc tơ riêng $v = (-1; 1; 1)^T$.

- A. $\lambda = 1$. B. $\lambda = 3$.
C. $\lambda = 2$. D. Không tồn tại trị riêng tương ứng.

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{M}_2[\mathbb{R}] \rightarrow \mathbb{M}_2[\mathbb{R}]$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$ với $\text{trace}()$ là vết của ma trận. Tìm $f(A)$, biết $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- A. 8. B. 4. C. 3. D. 11.

Câu 14. Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn và sự phân bố ban đầu tại các chi nhánh 1, 2 và 3 đều là 10000 người. Tính số lượng người đi chi nhánh 3 sau 3 tháng.

- A. 14680.. B. 9800.. C. Các câu kia sai.. D. 5520. .

Câu 15. Cho dạng toàn phương $Q(x_1; x_2)$ trong \mathbb{R}^2 , biết ma trận của dạng toàn phương là $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Tính $Q(2, 5)$.

- A. Đáp án khác. B. 24. C. 46. D. 12.

Câu 16. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Tổng tất cả các giá trị riêng của A^3 .

- A. 1. B. 3. C. 9. D. 27.

Câu 17. Cho ánh xạ tuyến tính f là phép lấy đạo hàm trong không gian $P_1[x]$. Gọi A là ma trận của ánh xạ trong cơ sở $E = \{x, 1\}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ riêng của A ?

- A. 0. B. $2x + 1$. C. $f(x) = \ln 2$. D. x .

Câu 18. Cho ma trận $\begin{pmatrix} -21 & 8 \\ -60 & 23 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A^{-1} .

- A. $\{-1, 3\}$. B. $\{1, -1/3\}$. C. $\{-1, 1/3\}$. D. $\{1, -3\}$.

Câu 19. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ riêng của A .

- A. $(2; 1)^T$. B. $(3; 2)^T$. C. $(5; 3)^T$. D. Ba câu kia sai.

Câu 20. Trong \mathbb{R}_2 cho tích vô hướng $\forall x = (x_1; x_2), y = (y_1; y_2), (x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$. Tính tích vô hướng của $u = (1; 1)$ và $v = (2; -1)$.

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 21. Hàm nào sau không là dạng chính tắc trong \mathbb{R}^3 .

- A. $Q(y_1, y_2, y_3) = 2y_1^2 - y_2^2 + 4y_3^2$. B. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + y_2^2$.
C. $Q(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 - y_2^2 - 4y_1y_2$. D. $Q(y_1, y_2, y_3) = -2y_1^2$.

Câu 22. Tìm tất cả giá trị thực của m để định thức của $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & m \end{pmatrix}$ bằng 2.

- A. Đáp án khác. B. $m = 1$. C. $m = -4$. D. $m \neq 2$.

Câu 23. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$, biết $f(x) = f(x_1; x_2) = (x_2; 2x_1 + 4x_2)$. Tìm ma trận A của f trong cơ sở chính tắc $E = \{(1; 0), (0; 1)\}$.

- A. Ba câu kia sai. B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. D. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính là phép chiếu vuông góc xuống không gian con $F = \{(x_1, x_2, x_3) | 2x + y - 3x = 0\}$. Tìm một cơ sở cho $\ker f$.

- A. $\{(1; -2; 0), (0; 3; 1)\}$. B. $\{(1; -2; 0)\}$. C. $\{(2; 1; -3)\}$. D. $\{(1; 1; 1), (0; 3; 1)\}$.

Câu 25. Tìm m để dạng toàn phương $Q(x_1, x_2, x_3)$ có ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$ không xác định dấu.

- A. $m < -38$. B. $m > -38$. C. $\nexists m$. D. $\forall m$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là phép đối xứng qua mặt phẳng $P: x + y - z = 0$. Tìm một cơ sở của $\text{Ker}(f)$.

- A. $\{(1; 0; 1)^T, (0; 1; 1)^T\}$. B. $\{(1; 1; -1)^T\}$. C. Không tồn tại. D. $\{(0; 1; 2)^T\}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ánh xạ tuyến tính f là chiếu vuông góc lên mặt phẳng $P: 2x - y + z = 0$. Vectơ nào sau đây thuộc $\text{Im}f$.

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(1; 0; -1)$. C. $(1; 1; -1)$. D. $(3; 2; -1)$.

Câu 28. Một chuỗi nhà hàng có ba chi nhánh: 1, 2 và 3. Qua khảo sát chủ nhà hàng nhận thấy: sau một tháng có 20% số người thường đi chi nhánh 1 chuyển sang chi nhánh 2, và 10% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi mua ở chi nhánh 2 chuyển sang chi nhánh 1 và 40% chuyển sang chi nhánh 3; có 30% số người thường đi chi nhánh 3 chuyển sang chi nhánh 1 và 10% chuyển sang chi nhánh 2. Giả sử không có khách hàng nào mới hay rời bỏ hẳn. Viết ma trận chuyển trạng thái Markov cho mô hình trên.

- A. $\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$.

Câu 29. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các giá trị riêng của A .

- A. $\{1; 4\}$. B. $\{3; 5\}$. C. Ba câu kia sai. D. $\{2; 9\}$.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho ánh xạ tuyến tính f là phép quay quanh gốc O một góc $\pi/3$. Tìm $\dim(\text{Ker}f)$.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 31. Trong không gian \mathbb{R}_3 , cho tích vô hướng $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 6x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$. Cho $x = (1, 2, 3)$ và $y = (2, -1, 4)$. Tính $d(x, y)$.

- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 32. Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Biết $f(A) = \text{trace}(A)$. Tính $f(A^{10})$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 33. Trong không gian $P_1[x]$, cho không gian con $F = \langle x - 1, -2x + 2 \rangle$ và tích vô hướng $(p(x), q(x)) = \int_0^1 p(x).q(x)dx$. Tìm các giá trị thực m để $p(x) = -2x + \frac{m^2}{3}$ thuộc F^\perp .

- A. $m = \pm \sqrt{2}$. B. Không tồn tại m . C. Đáp án khác. D. $m = \pm \sqrt{6}$.

Câu 34. Cho $X_1; X_2$ là hai vectơ riêng (ký hiệu: VTR) của ma trận khả nghịch A . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $X_1 + X_2$ là VTR của A^3 . B. $2X_1$ là VTR của A^{-1} .
C. $2X_1 + 3X_2$ là VTR của A . D. $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha X_1$ là VTR của A^{-1} .

Câu 35. Tập hợp tất cả các số phức thỏa $|\arg(z)| \leq \frac{\pi}{2}$ trong mặt phẳng phức là:

- A. Hình tròn. B. Đường thẳng. C. Nửa đường thẳng. D. Đáp án khác.

Câu 36. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Tìm tất cả các trị riêng của A .

- A. $(2; 1)$. B. $(3; 6)$. C. $(3; -1)$. D. $(-1; 6)$.

Câu 37. Cho ánh xạ tuyến tính $f: M_3(\mathbb{R}) \rightarrow M_3(\mathbb{R})$, biết $f(A) = \text{trace}(A)$. Gọi $m = \dim(\text{ker}f), n = \dim(\text{Im}f)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m = 9; n = 0$. B. $m = 8; n = 1$. C. $m = 0; n = 9$. D. $m = 2; n = 1$.

Câu 38. Giải phương trình $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & x \end{vmatrix} = 0$.

- A. $x = -4$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 3$.

Câu 39. Trong không gian \mathbb{R}_2 với tích vô hướng chính tắc. Tập nào trong các tập sau là trực chuẩn

- A. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2})\}$. B. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (1; 0)\}$.
C. $\{(1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}), (0; 0)\}$. D. $\{(1; 1), (1; -1)\}$.

Câu 40. Cho $\lambda_1 = 2$ là một trị riêng của ma trận A tương ứng với vectơ riêng $X_0 = (1; 2; -1)^T$. Tính $A^5 X_0$.

- A. $(32; 64; -32)^T$. B. $(5; 10; -5)^T$. C. $(2; 4; -2)^T$. D. $(1; 2; -1)^T$.

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x_1'(t) = 4x_1 - 3x_2 + t^2 + t \\ x_2'(t) = 2x_1 - x_2 + e^{3t} \end{cases}$ bằng phương pháp chéo hoá.

Câu 2. Trong không gian \mathbb{R}^3 , $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$ với tích vô hướng $\langle x, y \rangle = 4x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2 + 2x_2y_2 + 4x_3y_3$. Tìm một cơ sở trực giao của không gian con $W = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$

Câu 3. Trong không gian \mathbb{R}^3 cho hai không gian con $V = \langle (1, 2, 1), (2, 3, -1) \rangle$ và $W = \langle (1, 0, m), (n, 5, 1) \rangle$.

a. Tìm m, n để $V \equiv W$;

b. Cho $x = (1, 2, 3)$, tìm $Pr_V(x)$.

----- HẾT -----