

# **Cálculo de Holdup utilizando Merge dos Sensores**

**E incertezas em relação aos métodos Misto e Freescale**

# 1 Interface de apresentação e variáveis para o cálculo de Holdup utilizando Merge dos Sensores

Este documento se refere ao cálculo da fração de vazio e dos Holdups de água e querosene a partir das medidas e incertezas obtidas pelo detector de nível e dos sensores de pressão conjuntamente. Estes cálculos são baseados no algoritmo Maximum Likelihood Estimation –MLE [1]. Neste caso o algoritmo é utilizado para se obter o valor mais provável da altura de água a partir de três medidas diferentes, ou seja, serão utilizadas as medidas dos dois sensores de pressão associadas a  $L_L$  e a medida de  $L_{SO}$  proveniente do detector de nível, e respectivas incertezas.

A Figura 1 apresenta um exemplo da aplicação do Algoritmo no qual uma grandeza é medida por dois sensores diferentes o primeiro com incerteza  $1\sigma$  e o outro com incerteza  $2\sigma$ . Aplicando-se o algoritmo tem-se uma incerteza final  $0,89\sigma$ . O algoritmo MLE é aplicável quando as variáveis têm distribuição normal.

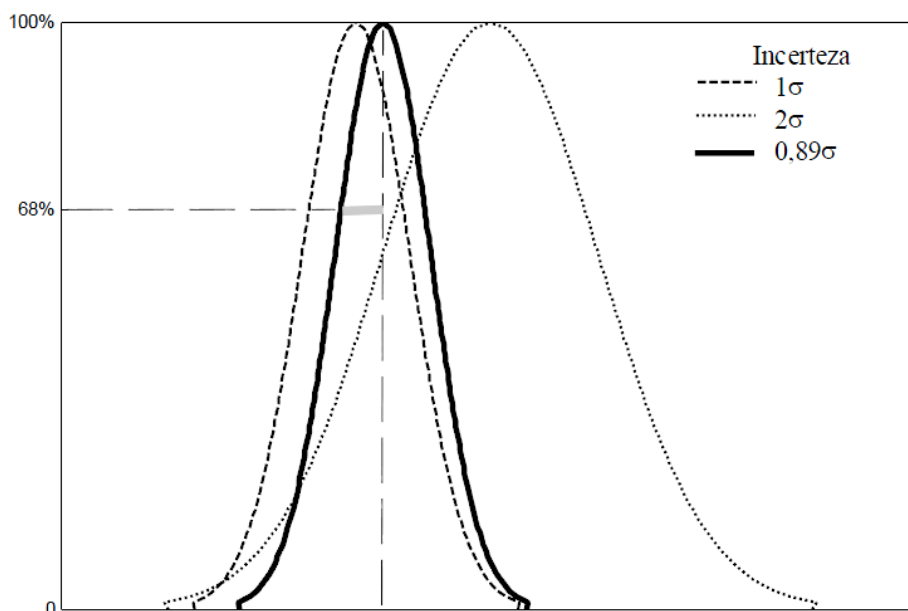


Figura 1 Diminuição da incerteza usando algoritmo MLE fonte – Villanueva

A Figura 2 apresenta a interface do Sistema de Supervisão desenvolvido em Labview com destaque aos campos onde serão apresentados os resultados de Holdup que serão calculados a partir da fusão dos dados relacionados ao Procedimento de Merge. Os dados que serão recebidos do detector de nível são:  $L_L$ - Altura da coluna de líquido;  $L_{SO}$  – Altura da Coluna de água,  $U_{SO}$ - Incerteza associada à Altura da Coluna de água. Esses valores serão apresentados no campo da interface FreeScale Altura Líquido, Altura Água e incerteza da Altura da Água. A incerteza da Altura Líquido é de  $\pm 1\text{mm}$  conforme Tabela 1.

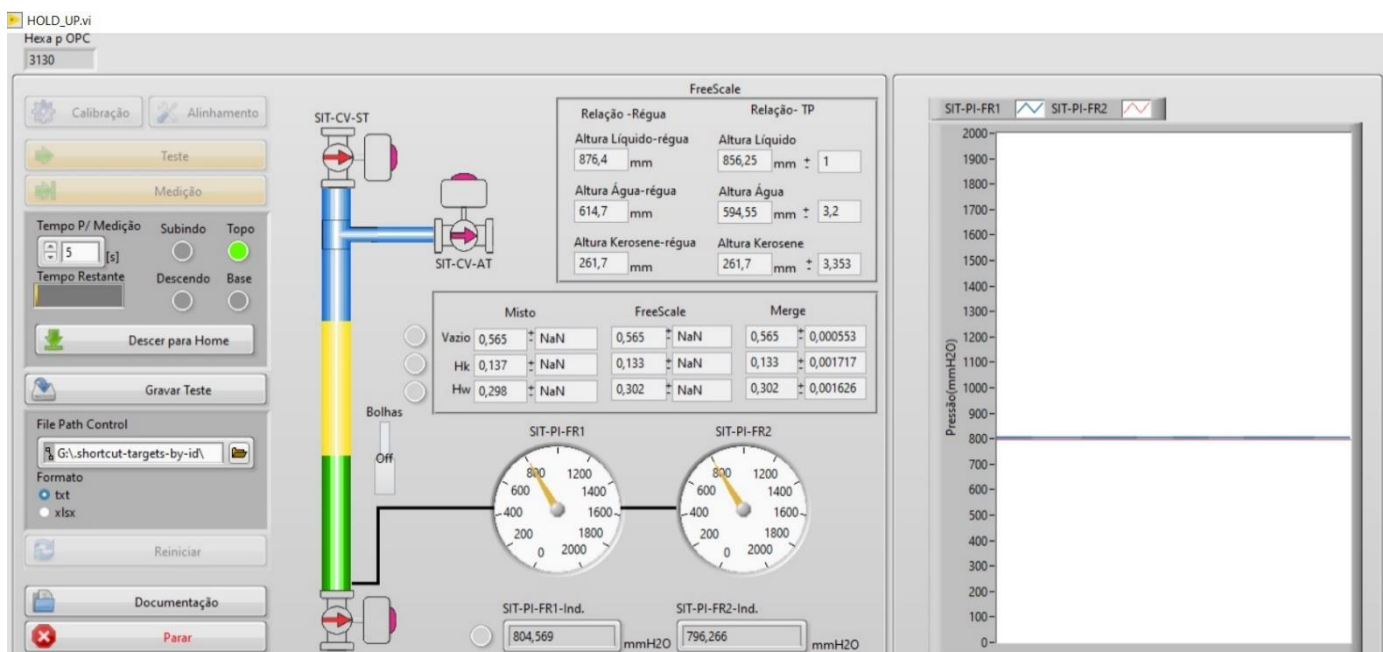


Figura 2 Imagem da Interface Labview

Tabela 1 – Variáveis e incertezas absolutas associadas.

Variável	Descrição da Variável	Unidade	Incerteza absoluta
$\rho_w$	Densidade da água	998 kg/m <sup>3</sup>	±2 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_k$	Densidade do querosene	780 kg/m <sup>3</sup>	±5 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_a$	Densidade do ar	1,19 kg/m <sup>3</sup>	±0,05 kg/m <sup>3</sup>
$L_T$	Comprimento entre tomadas de pressão	1934 mm	±1mm
$P_1$	Altura da coluna de líquido sensor de pressão 1 - Faixa 0 a 2000 mmCA	mmCA	±10mm
$P_2$	Altura da coluna de líquido sensor de pressão 1 - Faixa 0 a 200 mmCA	mmCA	±10mm
$L_L$	Altura da coluna de líquido - Posição do sensor ótico	0 a 1770 mm	±1,0mm

## 2 Procedimento de cálculo do Valor mais Provável de $L_w$

### Valores de $L_w$

Teremos três valores de coluna de água que serão utilizados como entrada do algoritmo MLE para o cálculo da coluna de água mais provável  $L_w$  :

$L_{wSO}$  - O valor da altura da coluna de água obtido diretamente pelo Detector de Nível

$L_{wP1}$  - O valor da altura da coluna de água obtida a partir do medidor de Pressão1 e  $L_L$

$L_{WP2}$  - O valor da altura da coluna de água obtida a partir do medidor de Pressão2 e  $L_L$

Os valores de  $L_{WP1}$  e  $L_{WP2}$  serão calculados a partir da Altura da coluna de líquido ( Posição do sensor ótico) e das medidas de Pressão conforme as equações 1 e 2.

$$L_{WP1} = \frac{L_{P1} - \frac{\rho_k}{\rho_w} L_L}{1 - \frac{\rho_k}{\rho_w}} \quad (1)$$

$$L_{WP2} = \frac{L_{P2} - \frac{\rho_k}{\rho_w} L_L}{1 - \frac{\rho_k}{\rho_w}} \quad (2)$$

### **Cálculo das Incertezas das medidas das Alturas de água a partir dos sensores de Pressão**

Teremos três Incertezas associadas às medidas  $L_{WSO}$ ;  $L_{WP1}$ ;  $L_{WP2}$  :

$U_{SO}$  - O valor da incerteza da medida da altura de água obtida diretamente pelo Detector de Nível

$U_{P1}$  - O valor da incerteza da medida da altura de água obtida pela medida de Pressão P1 e altura da coluna de líquido  $L_L$  – Equação 3

$U_{P2}$  - O valor da incerteza da medida da altura de água obtida pela medida de Pressão P2 e altura da coluna de líquido  $L_L$  – Equação 4

$$U_{P1}^2 = \left( \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_k} \right)^2 \cdot (U_{L_{P1}})^2 + \left( \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_k} \right)^2 \cdot (U_{L_L})^2 + \left( \frac{(L_{P1} - L_L) \cdot \rho_w}{(\rho_w - \rho_k)^2} \right)^2 \cdot (U_{\rho_k})^2 \quad (3)$$

$$U_{P2}^2 = \left( \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_k} \right)^2 \cdot (U_{L_{P2}})^2 + \left( \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_k} \right)^2 \cdot (U_{L_L})^2 + \left( \frac{(L_{P2} - L_L) \cdot \rho_w}{(\rho_w - \rho_k)^2} \right)^2 \cdot (U_{\rho_k})^2 \quad (4)$$

Onde

- $U_{Lp1,2}$  – incerteza absoluta da altura da coluna obtida pelos sensores de pressão 1 e 2 (Tabela 1)
- $U_{LL}$  – incerteza absoluta da altura da coluna obtida pelo Detector de nível (Tabela 1)
- $U_{\rho k}$  – incerteza da densidade do querosene

### **Cálculo de Gama**

Um parâmetro importante no algoritmo MLE é dado pela soma do inverso das incertezas de cada medida da altura da água ao quadrado e está representado pela equação 5. Ele aparece como um constante multiplicativa associada, e é um parâmetro usado para o cálculo da incerteza do valor mais provável dado pela equação 7.

$$\Gamma = \left( \frac{1}{U_{so}^2} + \frac{1}{U_{p1}^2} + \frac{1}{U_{p2}^2} \right) \quad (5)$$

Onde  $U_{so}$  é a incerteza medida diretamente pelo Detector de Nível e  $U_{p1}$   $U_{p2}$  são as incertezas calculadas pelas equações 3 e 4.

### **Cálculo do Valor mais Provável $L_w$**

O valor mais provável da coluna de água é dado pela equação 6. Ele pode ser compreendido como uma média ponderada pelo inverso da incerteza ao quadrado. Ele é obtido a partir das três medidas de altura da coluna de água e quanto menor a incerteza da medida maior é o seu peso na equação.

$$L_w = \frac{1}{\Gamma} \cdot \left( \frac{1}{U_{so}^2} L_{w_{so}} + \frac{1}{U_{p1}^2} L_{w_{p1}} + \frac{1}{U_{p2}^2} L_{w_{p2}} \right) \quad (6)$$

Onde  $L_{w_{so}}$ ,  $L_{w_{p1}}$  e  $L_{w_{p2}}$  são as medidas de coluna de água e  $U_{so}$   $U_{p1}$   $U_{p2}$  são suas respectivas incertezas.

### **Incerteza do valor mais provável para medida da altura da coluna de água $L_w$**

O valor mais provável tem uma incerteza absoluta dada pela equação 7. Esta incerteza será sempre menor que a menor incerteza das medidas utilizadas no algoritmo MLE.

$$U_{L_w} = \sqrt{\frac{1}{\Gamma}} \quad (7)$$

$$U_{L_w} = \sqrt{\frac{1}{\Gamma}}$$

### 3 Cálculo dos Holdups

A fração de Vazio, primeiro campo do Merge, é dado por:

$$\alpha = \frac{L_T - L_L}{L_T} \quad (8)$$

A incerteza associada à fração de vazio é dada pela equação 9.

$$U_{\alpha} = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 \cdot U_{L_L}^2 + \left( \frac{L_L}{L_T^2} \right)^2 \cdot U_{L_T}^2 \right]^{0.5} \quad (9)$$

Onde

- $U_{LT}$  – incerteza absoluta entre o comprimento total entre as tomadas de pressão (Tabela 1)
- $U_{LL}$  – incerteza absoluta da altura da coluna de líquido (Tabela 1)

O ‘holdup’ da Água, terceiro campo do Merge, é dado por:

$$H_w = \frac{L_w}{L_T} \quad (10)$$

A incerteza associada do Holdup da água é dada pela equação 11.

$$U_{H_w} = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 \cdot U_{L_w}^2 + \left( \frac{L_w}{L_T^2} \right)^2 \cdot U_{L_T}^2 \right]^{0.5} \quad (11)$$

Onde

-  $U_{Lw}$  – incerteza absoluta do valor mais provável dado por equação 7

O ‘holdup’ da fase líquida é dado pela equação

$$H_L = \frac{L_L}{L_T} \quad (12)$$

O ‘holdup’ do querosene,  $H_k$ , segundo campo do Merge, é dado por:

$$H_k = H_L - H_w \quad (13)$$

A incerteza associada do Holdup do Kerosene é dado pela equação 14.

$$U_{H_K} = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 \cdot U_{L_L}^2 + \left( \frac{L_L}{L_T^2} \right)^2 \cdot U_{L_T}^2 + U_{H_W}^2 \right]^{0.5} \quad (14)$$

## 4 Incertezas Método Freescale

O método Freescale utiliza os valores diretos obtidos pelo sensor óptico  $L_L$ ,  $L_{Wso}$ ,  $U_{so}$ . Assim as incertezas serão baseadas nesses valores obtidos diretamente.

A fração de Vazio, primeiro campo do Método Freescale, é calculado da mesma forma que o método Merge, pois está baseado no valor medido, e fixo, da coluna total  $L_T$  e do valor da coluna de líquido medida pelo sensor óptico,  $L_L$ . Repete-se abaixo as equações 8 e 9, porém no contexto do método Freescale. O valor de  $L_T = 1934$  e a sua incerteza  $U_{LT} = 1$  mm estão definidas na Tabela 1 obtidas do *documento Medidor de holdup supervisorio (1).doc*.

$$\alpha = \frac{L_T - L_L}{L_T} \quad (15)$$

A incerteza associada à fração de vazio no método Freescale, que é a mesma dos outros métodos, é dada pela equação 16.

$$U_\alpha = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 U_{L_L}^2 + \left( \frac{L_L}{L_T^2} \right)^2 U_{L_T}^2 \right]^{0.5} \quad (16)$$

Onde

- $U_{LT}$  – incerteza absoluta entre o comprimento total entre as tomadas de pressão (Tabela 1)
- $U_{LL}$  – incerteza absoluta da altura da coluna de líquido (Tabela 1)

Dada pela equação 1.12 do documento *AtasReuniões.doc* tem-se que a partir das medidas diretas  $L_{Wso}$ ,  $U_{so}$  pode-se calcular a incerteza de  $H_W$ .

$$H_W = \frac{L_{Wso}}{L_T} \quad (17)$$

$U_{H_W} = \left[ \left( \frac{L_{Wso}}{L_T^2} \right)^2 U_{L_T}^2 + \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 U_{so}^2 \right]^{0.5}$	$(18)$
---	--------



Da mesma forma a partir das medidas diretas  $L_{W_{SO}}$ ,  $U_{SO}$ ,  $L_T$ ,  $L_L$  pode-se calcular a incerteza de  $H_K$ .

$H_K = \frac{L_L - L_{W_{SO}}}{L_T}$	(19)
--------------------------------------	------

$U_{H_K} = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 U_{SO}^2 + \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 U_{L_L}^2 + \left( \frac{L_L - L_{W_{SO}}}{L_T^2} \right)^2 U_{L_T}^2 \right]^{0.5}$	(20)
---	------

## 5 Incertezas Método Misto

Como apresentado anteriormente a incerteza do alpha para o método misto é calculado da mesma forma que para os outros dois métodos pois esta medida está baseada em  $L_T$  e  $L_L$  e suas incertezas.

Pelo método misto o holdup de querosene é dado pela equação 21 transcrita aqui neste documento (segundo a equação 1.9 do documento *documento Medidor de holdup supervisorio (1).doc*).

$H_k = \frac{H_L (1 - \rho_a / \rho_w) - \left( \frac{L_{PM}}{L_T} \right)}{(1 - \rho_k / \rho_w)}$	(21)
---	------

O termo  $L_{PM}$  é dado pela média das leituras dos sensores de pressão.

Para a análise de incerteza iremos desconsiderar o termo relacionado à coluna de ar portanto usaremos como base a equação 22.

$H_k = \frac{H_L - \left( \frac{L_{PM}}{L_T} \right)}{(1 - \rho_k / \rho_w)}$	(22)
---	------

Fazendo a análise de incertezas de  $H_k$  em relação a  $L_{PM}$ , média das leituras dos sensores de pressão em altura equivalente em água, e  $\rho_k$ , densidade do querosene, temos a equação 23.

$U_{H_k} = \left\{ \left[ \frac{\rho_w}{L_T \cdot (\rho_w - \rho_k)} \right]^2 U_{L_{PM}}^2 + \left[ \frac{\rho_w (L_L - L_{PM})}{L_T (\rho_w - \rho_k)^2} \right]^2 U_{\rho_k}^2 \right\}^{0.5}$	(23)
---	------

Onde as incertezas constituintes são dadas por:

$U_{L_{PM}} = \frac{U_{L_{PI}}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}}$	(24)
--	------

A incerteza do querosene  $U_{\rho_k}$  é dada pela tabela 1.

$U_{H_L} = \left[ \left( \frac{1}{L_T} \right)^2 U_{L_L}^2 + \left( \frac{L_L}{L_T^2} \right)^2 U_{L_T}^2 \right]^{0.5}$	(25)
--	------

A incerteza de  $H_w = H_L - H_k$  pelo método misto pode ser obtida diretamente pelas equações 23 e 25 conforme equação 26.

$U_{H_w} = [U_{H_L}^2 + U_{H_k}^2]^{0.5}$	(26)
---	------

## 6 Referências Bibliográficas

- [1] J. M. M. Villanueva, S. Y. C. Catunda, e R. Tanscheit, “Maximum-likelihood data fusion of phase-difference and threshold-detection techniques for wind-speed measurement”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 58, n° 7, p. 2189–2195, 2009.