

Apresentação final - Efeito Termoacústico em circuitos RLC - parte I

Grupo Lovelace

Gabriel Lima Alves - 12558547
Maria Vitória Lima da Silva - 13725607
Vinícius Bastos Marcos - 12556715
Vinícius Ferreira Rodrigues - 11735362

Instituto de Física de São Carlos - Universidade de São Paulo (IFSC/USP)

13 de Setembro de 2024

Disciplina: 7600036 Eletromagnetismo Computacional

Sumário

- 1 Problema e Resultado Desejado
- 2 Grandezas Físicas Características
- 3 Abordagem

Definição do problema

Analisar o comportamento de um circuito RLC série forçado no regime estacionário e o comportamento térmico devido à potência dissipada na forma de calor pelo resistor.

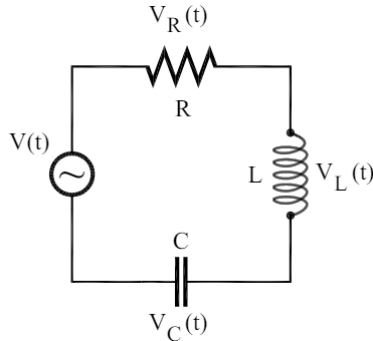


Figura: Circuito RLC

Análise do Circuito RLC

- A tensão aplicada $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ causa uma oscilação na corrente $I(t)$, que é analisada em termos de amplitude e fase.
- A resposta do circuito pode ser obtida resolvendo a equação diferencial associada.

Análise Térmica

- A potência dissipada pelo resistor resulta em um aumento de temperatura que é modelado pela equação de calor.
- A fórmula para a potência dissipada $P(t) = R \cdot I(t)^2$ é usada para calcular a distribuição de temperatura ao longo de uma barra de material condutor.
- As condições de contorno e a fonte de calor são aplicadas para resolver a equação diferencial parcial.

Equações Diferenciais do Problema

- Equação diferencial do circuito RLC:

$$L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = V_0 \omega \sin(\omega t)$$

- Solução geral $I(t)$:

$$I(t) = I_h(t) + I_p(t)$$

- Modelando de difusão de calor usando a equação de calor em coordenadas esféricas:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right)$$

Resultados Esperados

- **Corrente e Tensão:** A corrente $I(t)$ e a tensão $V(t)$ são analisadas em função do tempo. Espera-se observar uma oscilação com a mesma frequência da tensão aplicada.
- **Potência Dissipada:** A potência dissipada pelo resistor é calculada e visualizada, mostrando o comportamento temporal da dissociação de energia.
- **Distribuição Térmica:** A solução da equação de calor fornece a distribuição de temperatura no resistor, considerando a potência dissipada e as condições de contorno.

Gráficos dos Resultados Esperados

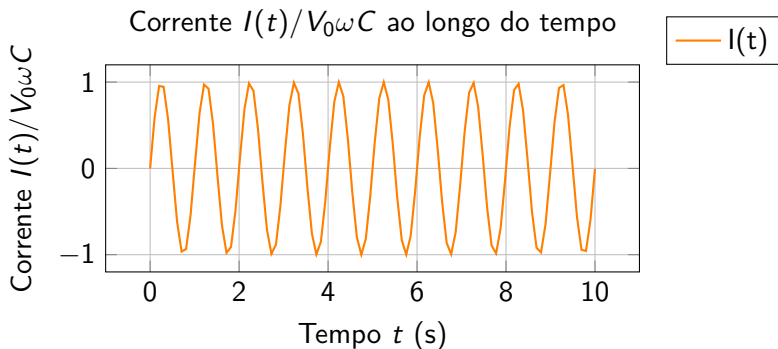


Figura: Gráfico da Corrente $I(t)/V_0\omega C$ em um circuito RLC

Fonte: Elaboração própria com TiKzLaTeX.

Parâmetros Físicos do Circuito RLC

- $L = 1.0 \text{ mH}$ (Indutância)
- $R = 1.0 \Omega$ (Resistência)
- $C = 0.1 \text{ mF}$ (Capacitância)
- $V_0 = 120.0 \text{ V}$ (Amplitude da fonte)
- $\omega = 60\pi \text{ rad/s}$ (Frequência angular)

Parâmetros Térmicos do Resistor

- $T(r, t)$ é a temperatura em função do tempo t e da posição radial r ;
- α é a difusividade térmica do material, sendo $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$, onde k é a condutividade térmica, ρ é a densidade e c_p é o calor específico do material a pressão constante.

Grandezas Físicas Características e Adimensionalização

- $\gamma = \omega \sqrt{L \cdot C}$
- $\beta = R \sqrt{\frac{C}{L}}$
- A equação diferencial adimensionalizada para o circuito RLC:

$$\frac{d^2 \tilde{I}}{d\tilde{t}^2} + \beta \frac{d\tilde{I}}{d\tilde{t}} + \tilde{I} = \sin(\gamma \tilde{t})$$

onde:

- $\tilde{I} = I/I_s$, com $I_s = V_0 \omega C$.
- $\tilde{t} = t/t_s$, com $t_s = \sqrt{LC}$.
- β : Amortecimento.
- γ : Fator de ressonância relacionado à fonte de tensão oscilante.

Grandezas Físicas Características e Adimensionalização

A equação da difusão:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

- $\tilde{T} = T/T_s$, com $T_s = 300K$.
- $\tilde{t} = t/t_s$, com $t_s = 2\pi/\omega$.

A equação da difusão adimensionalizada no método de Crank-Nicolson:

$$-du_{i-1}^{n+1} + (1 + 2d)u_i^{n+1} - du_{i+1}^{n+1} = du_{i-1}^n + (1 - 2d)u_i^n + du_{i+1}^n$$

Com $d = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$ adimensional

Modelagem da Fonte de Calor (Resistor)

- **Lei de Fourier:**

$$\vec{q} = -k \vec{\nabla} T$$

- q é a intensidade, definida como potência por área.
- Fonte (resistor) esfericamente simétrica envolta apenas de ar (condição em $r=a$, a é o raio do resistor):

$$\vec{q} = q\hat{r} = -\frac{P(t)}{4\pi a^2} \implies -\frac{P(t)}{4\pi a^2}\hat{r} = -k\left(\vec{\nabla}T\right) \cdot \hat{r}$$

Condição de Contorno da Fonte de Calor (Resistor)

- Condição de contorno:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=a} = \frac{P(t)}{4\pi a^2 k}$$

- Aproximação 1D (resistor pontual na posição \tilde{x}_0):

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} = \alpha \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} ; \quad \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right)_{\tilde{x}=\tilde{x}_0} = \frac{P(t)}{4\pi a^2 k}$$

- $\tilde{x} = x/x_s$, com $x_s = a$.

Discretização da Equação de Calor Pelo Método das Diferenças Finitas

- Aproximação em diferenças finitas para a derivada espacial:

$$\frac{\Delta \tilde{T}}{\Delta \tilde{x}} = \frac{P(t)}{4\pi a^2 k} \implies \begin{cases} \tilde{T}_1 = \tilde{T}_0 + \frac{P(t)}{4\pi a^2 k} \Delta \tilde{x} \\ \tilde{T}_{-1} = \tilde{T}_0 + \frac{P(t)}{4\pi a^2 k} \Delta \tilde{x} \end{cases}$$

- \tilde{T}_0 : temperatura fixada da fonte (posição $\tilde{x} = \tilde{x}_0$)
- \tilde{T}_1 : temperatura à esquerda da fonte
- \tilde{T}_{-1} : temperatura à direita da fonte

Discretização Pelo Método de Crank-Nicolson

- Método matricial numérico implícito de segunda ordem no tempo e no espaço utilizado para resolver equações diferenciais parciais (Bishop 2024).

Referências



Bishop, Jacob (2024). *8.2.6-PDEs: Crank-Nicolson Implicit Finite Divided Difference Method*. URL:

https://youtu.be/TSGAxWoNM9o?si=wFRfpm1pbWJZ9_K7.



Catunda, Tomaz e Gláucia Gruninger Gomes Costa (2024). *Laboratório de física geral III livro de práticas: eletricidade e magnetismo*. Apostila. Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos.

Apresentação final - Efeito Termoacústico em circuitos RLC - parte II

Grupo Lovelace

Gabriel Lima Alves - 12558547

Maria Vitória Lima da Silva - 13725607

Vinícius Bastos Marcos - 12556715

Vinícius Ferreira Rodrigues - 11735362

Instituto de Física de São Carlos - Universidade de São Paulo (IFSC/USP)

13 de Setembro de 2024

Disciplina: 7600036 Eletromagnetismo Computacional

Sumário

1 Resultados Intermediários

2 Resultado Final

3 Conclusões

O GIF da difusão de calor preliminar pode ser acessado usando este link:
<https://drive.google.com/file/d/1Yu0mofUk3GP02a5P7sksvUmnAIH8WgLr/view?usp=drivesdk>.

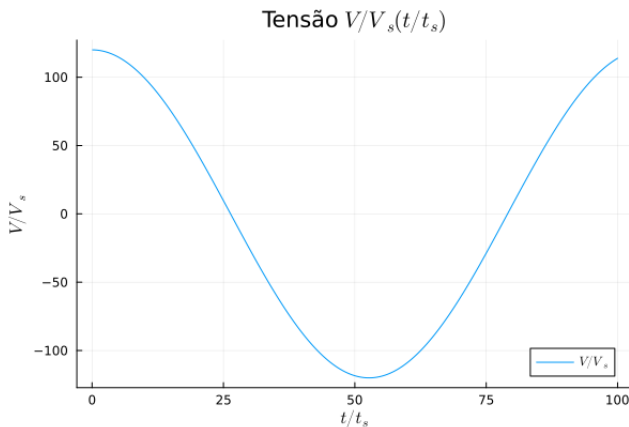


Figura: Circuito RLC: Gráfico da Tensão no tempo

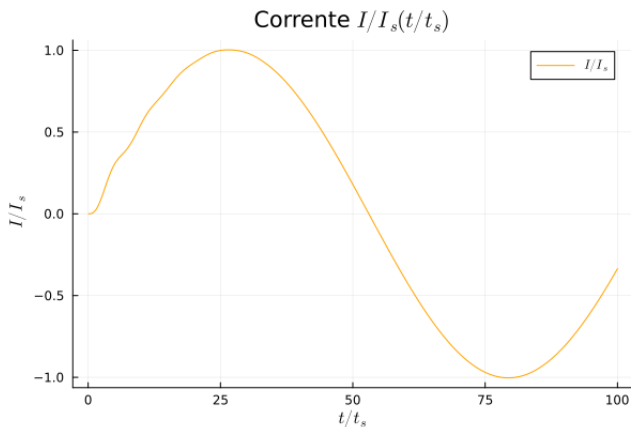


Figura: Circuito RLC: Gráfico da Corrente no tempo

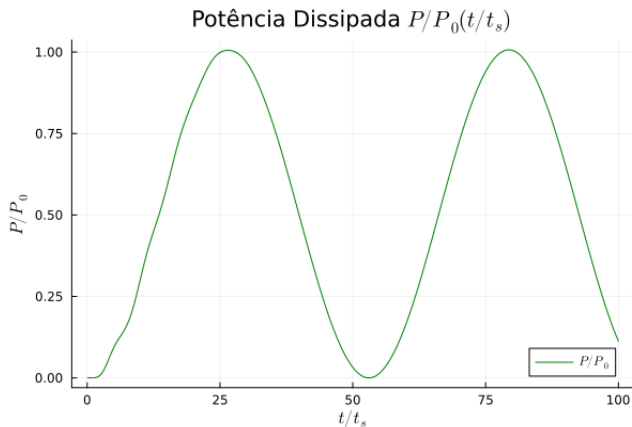


Figura: Circuito RLC: Gráfico da dissipação de energia no resistor

O GIF da difusão de calor pode ser acessado usando este link:
https://drive.google.com/file/d/1E6cF6o20JmhmD607zQh696Zt5kx-Nt1Q/view?usp=drive_link.

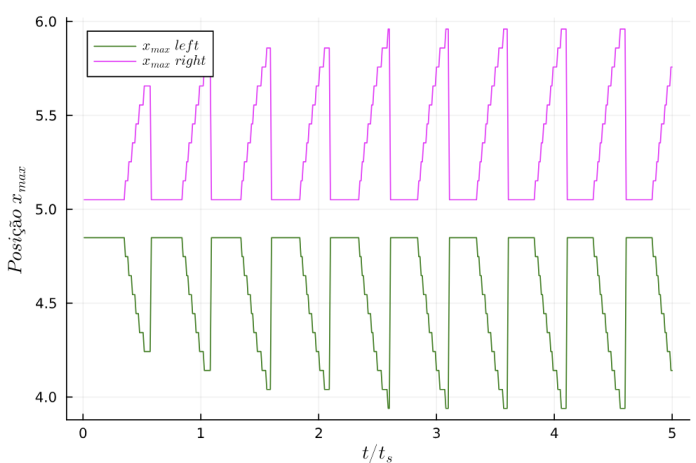


Figura: Posição do máximo de temperatura em função do tempo

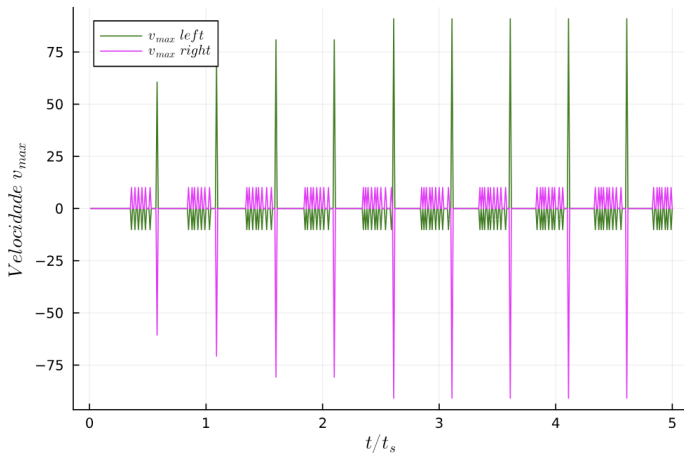


Figura: Velocidade de propagação em função do tempo

Conclusões

- **Problema Físico:** Analisado o circuito RLC série forçado em regime estacionário, focando na corrente, tensão, dissipação de potência e distribuição de temperatura.
- **Métodos Utilizados:** Equações diferenciais para modelagem do circuito, solução numérica via Runge-Kutta, cálculo da potência dissipada e simulação da distribuição térmica pelo método de Crank-Nicolson.
- **Resultados:** Corrente e tensão apresentam comportamento senoidal no regime estacionário; a dissipação de potência é proporcional ao quadrado da corrente; a distribuição de temperatura mostra a dissipação térmica no condutor como esperado.