

Otimização da Localização de Pátios de Estocagem

Uso de ferramentas de Geoprocessamento e Programação Linear Interira aplicadas ao micro planejamento da colheita florestal

Vinício Coelho Lima

Novembro, 2024

Conteúdo

Introdução	2
Problema proposto	3
Preparando os dados	3
Área do projeto	4
Idade e sítio	4
Quantidade de pilhas por talhão	4
Selecionar um talhão	4
Definindo a área que uma pilha vai ocupar no talhão - 25 m x 25 m	5
Alocando as pilhas de madeira na borda do talhão	5
Garantindo a distância de 25 m entre pilhas	5
Dividindo o talhão em parcelas - Grid 10 m x 10m	6
Distribuição das pilhas no talhão selecionado	6
Reduzindo o problema	7
Amostragem aleatória	7
Matriz de custo	8
Tabelas do mapa	8
Ferramentas de modelagem e solvers	9
OMPR	9
ROI	9
Symphony	10
Modelo 1 - Custo fixo	10
Modelo 2 - Custo variável	12
Total de atribuições do modelo 2	13
Modelo 2.1	15
Total de atribuições do modelo 2.1	15
Modelo 3 p-mediana	19
Total de atribuições do modelo 3	19
Retorna ao problema original	21
Modelo	22
Cria o mapa da solução	24
Plot	25
Anexos	28
Relatório do solver	28
Ambiente de execução	30

Introdução

As operações de baldeio e arraste são uma etapa da colheita florestal onde as toras são transportadas da área de corte até a margem do talhão, estrada ou pátio intermediário.

Essa distância a ser percorrida tem impacto direto nos custos da operação de colheita florestal. Quanto maior a distância entre a área de corte e o pátio de estocagem, maior é o tempo gasto e o consumo de combustível dos equipamentos de arraste, o que eleva os custos operacionais. Além disso, distâncias maiores aumentam o desgaste das máquinas e a necessidade de manutenção, além de prolongarem o ciclo de trabalho, reduzindo a produtividade da equipe.

Otimizar a localização das pilhas de estocagem para minimizar essas distâncias é essencial para uma operação mais econômica e eficiente.

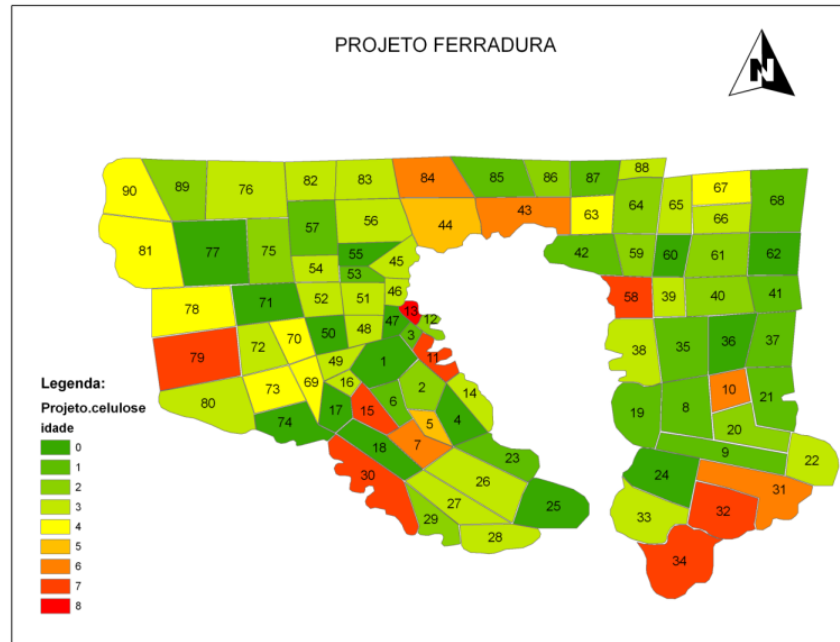
O método da p-mediana é amplamente utilizado em problemas de localização, como a seleção de pátios de estocagem na colheita florestal, em que é necessário escolher p locais que minimizem a distância total (ou custo) entre os pontos de demanda (como áreas de corte) e os pontos de suprimento (como pátios).

O código a seguir é um caderno cujo intuito foi desenvolver e explorar novas habilidades envolvendo a utilização de ferramentas de Geoprocessamento e de Programação Linear Inteira aplicadas ao problema de otimização da localização de pilhas na colheita florestal. O custo foi calculado a partir da distância euclidiana, sem incluir o trânsito das máquinas sobre os tocos na linha de plantio como restrição.

A solução foi escrita usando ferramentas de modelagem e solvers de código aberto e livres, que permitem resolver problemas de PL sem nenhum custo. Com as bibliotecas ROI e OMPR foi possível padronizar o código dos modelos já que são compatíveis com diferentes solvers, incluindo softwares proprietários. Isso foi ótimo pois não precisei reescrever o modelo para um novo código à depender do solver que estava utilizando. Apliquei o mesmo modelo nos solvers symphony e glpk e tudo funcionou bem.

Problema proposto

A área a ser trabalhada pela equipe de planejamento florestal encontra-se localizada no projeto Ferradura, sendo selecionado apenas talhões com idade superior a 3 anos. O mapa na Figura 1 é uma representação da área em análise, que compreende um total de 90 talhões e 4.561 ha com plantio de Eucaliptus spp.



O objetivo é definir a localização e a quantidade de pátios de estocagem necessários para a colheita de um talhão do projeto, tendo em vista o menor custo da operação de extração por arraste. ### Restrições a) Capacidade de armazenamento de madeira por pilha: 200 m³;

b) Distância mínima entre pilhas: 25 m;

c) considere que não há restrições à instalação das pilhas de estocagem de madeira nas bordas do talhão avaliado, e

d) o número de pilhas de estocagem será definido pela razão entre o volume total de madeira do talhão e a capacidade de armazenamento de madeira na pilha, cujo resultado será acrescido de mais uma pilha.

Preparando os dados

```
library(sf)
library(rgdal)
library(spatialEco)
#library(rgeos)
library(tidyr)
library(dplyr)
library(raster)
library(terra)
library(igraph)
library(ggplot2)
```

Área do projeto

```
prj <-  
  st_read("../dados/Projeto.ferradura.shp")  
prj$Sitio <- paste0('S', prj$Sitio)  
prj <- prj %>% filter(idade > 3)
```

Idade e sítio

```
tabela_1 = data.frame(  
  Idade = c(4, 5, 6, 7, 8, 9, 10),  
  S1 = c(250, 300, 348, 394, 439, 483, 526),  
  S2 = c(200, 240, 278, 316, 352, 387, 421),  
  S3 = c(180, 216, 251, 284, 316, 348, 379)  
)  
  
tabela_1 = tabela_1 %>% pivot_longer(  
  cols = c('S1', 'S2', 'S3'),  
  names_to = 'Sitio',  
  values_to = "Volume"  
)
```

Quantidade de pilhas por talhão

```
prj_c <- left_join(prj, tabela_1, by = c("Sitio" = "Sitio", "idade" = "Idade")) %>%  
  mutate(n_pilhas = round((Volume * area / 200) + 1))  
  
prj_c[1:4,] # prj_c = projeto colheita
```

```
## Simple feature collection with 4 features and 7 fields  
## Geometry type: POLYGON  
## Dimension: XY  
## Bounding box: xmin: 503495 ymin: 7651331 xmax: 509493.7 ymax: 7653584  
## Projected CRS: SAD69 / UTM zone 23S  
##   Id area idade Talhao Sitio Volume geometry n_pilhas  
## 1  0   19    5      5    S3    216 POLYGON ((503841.5 7652307,...      22  
## 2  0   39    6      7    S3    251 POLYGON ((503929.5 7652152,...      50  
## 3  0   36    6     10    S3    251 POLYGON ((508861 7652259, 5...      46  
## 4  0   27    7     11    S1    394 POLYGON ((503919.5 7653290,...      54
```

Selecionar um talhão

```
# prj_t = prj_c %>% sample_n(1)  
prj_t = prj_c %>% filter(Talhao == 67) # prj_t = talhao selecionado  
prj_t %>% st_drop_geometry()
```

```
##   Id area idade Talhao Sitio Volume n_pilhas  
## 1  0   50    4     67    S3    180        46
```

Definindo a área que uma pilha vai ocupar no talhão - 25 m x 25 m

Alocando as pilhas de madeira na borda do talhão

```
r <- rast(ext(prj_t), res = 10)
rast <- rasterize(vect(prj_t), r, values=1, background=0)
r2 = raster(rast)
crs(r2) <- "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs"

perimetro <- prj_t %>% st_cast(to = "LINESTRING")
r3 <- rast(ext(prj_t),
           nrow = 23,
           ncol = 39,
           res = 25)

per <- raster(rasterize(
  vect(perimetro),
  r3,
  values = 1,
  background = 0,
  touches = TRUE
))

tbl_per = rasterToPolygons(
  per,
  fun = NULL,
  n = 4,
  na.rm = TRUE,
  digits = 12,
  dissolve = FALSE
) %>% st_as_sf()

# filtra somente bordadura
tbl_1 = tbl_per %>% filter(layer == 1)
st_crs(tbl_1) <- "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs"
```

Garantindo a distância de 25 m entre pilhas

```
my_graph <- graph_from_adj_list(st_touches(tbl_1)) # input perimetro grid 25x25

id_to_be_ignored <- ego(my_graph, order = 1, nodes = 1)[[1]]
all_second_order_neighbours <- ego(my_graph, order = 2, nodes = 1)[[1]]
final_sample <- difference(all_second_order_neighbours, id_to_be_ignored)

i <- 1
while (TRUE) {
  if (i > length(final_sample)) break
  id <- final_sample[[i]]
  ego1_id <- ego(my_graph, order = 1, nodes = id)[[1]]
  id_to_be_ignored <- union(id_to_be_ignored, difference(ego1_id, V(my_graph)[id]))
  ego2_id <- difference(ego(my_graph, order = 2, nodes = id)[[1]], ego1_id)

  final_sample <- difference(union(final_sample, ego2_id), id_to_be_ignored)
  i <- i + 1
}
```

```
}

pilhas = tbl_1[c(1, as.integer(final_sample)), ]
```

Dividindo o talhão em parcelas - Grid 10 m x 10m

```
r.grid <- rast(ext(prj_t), res = 10)
tal <- raster(rasterize(vect(prj_t), r.grid, values=1, background=0, touches = FALSE))
tal_mask = mask(tal, prj_t)
tal_mask[!is.na(tal_mask)][] <- 0

x = rasterToPolygons(
  tal_mask, fun = NULL, n = 4, na.rm = TRUE, digits = 12, dissolve = FALSE
) %>% st_as_sf()
st_crs(x) <- "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs"
```

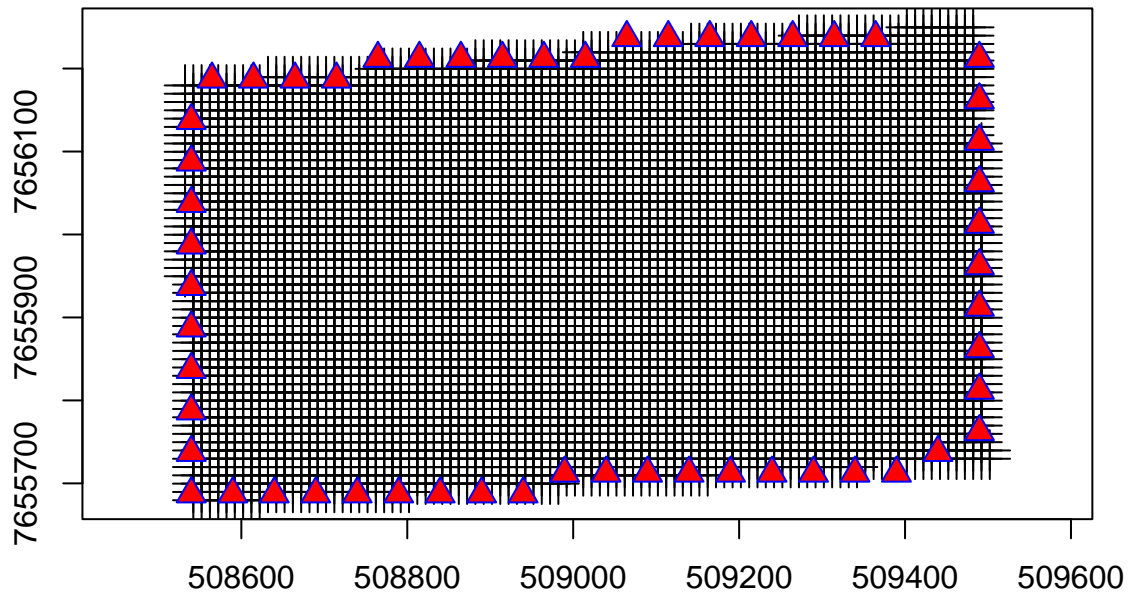
Distribuição das pilhas no talhão selecionado

```
pilhas_point = st_centroid(pilhas)
x_point = st_centroid(x)

plot(st_geometry(st_centroid(x_point)),
     pch = 3, col = 'black', cex = 2. , axes = TRUE,
     main = "Distribuição das pilhas no talhão",
     sub = ""
)

plot(st_geometry(pilhas_point), pch = 24, cex = 1.5, col = "blue",
     bg = "red", lwd = 1 ,
     add = TRUE
)
```

Distribuição das pilhas no talhão



Reduzindo o problema

Exemplo simplificado para abstração do problema a partir de um subset dos dados originais. O objetivo é testar e validar a funcionalidade do modelo em uma escala menor.

Amostragem aleatória

Problema reduzido contendo 100 parcelas e 12 pátios de estocagem.

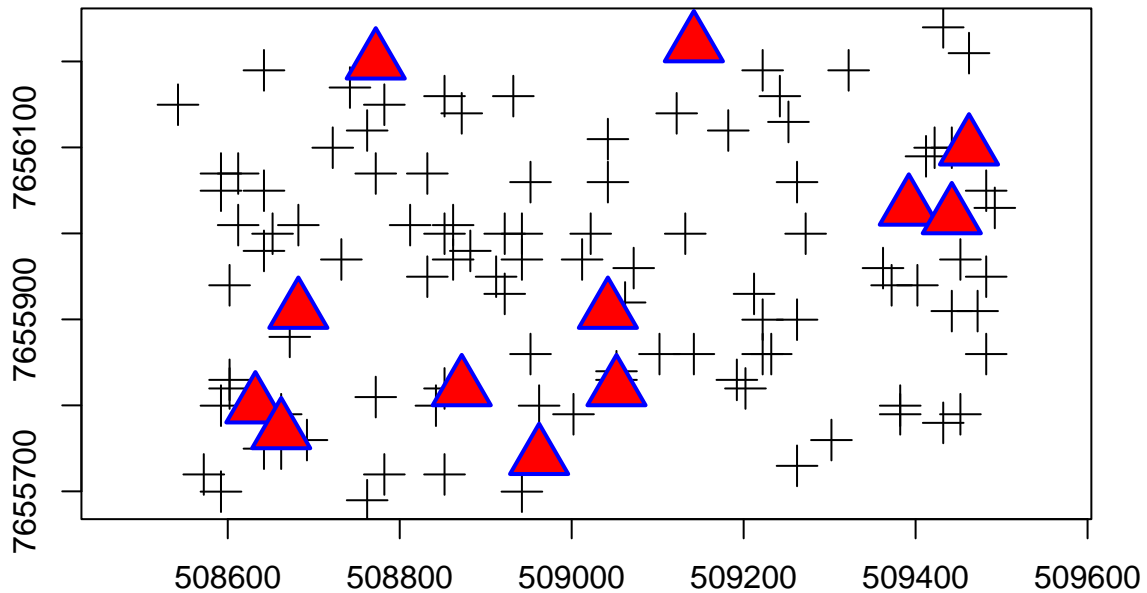
```
rownames(x_point) <- as.integer(row.names(x_point))
x_point$point_name <- as.integer(row.names(x_point))

grids = subsample.distance(
  as(x_point, "Spatial"), # SpatialEco agora recebe objeto sf
  x_point,
  size = 100, d = 10) # %>% st_as_sf() # 100 parcelas

pil = subsample.distance(
  as(st_crop( x_point, st_bbox(grids)), "Spatial"), # SpatialEco agora recebe objeto sf
  st_crop( x_point, st_bbox(grids)),
  size = 12, d = 25) # %>% st_as_sf() # 12 pátios

plot(st_geometry(st_centroid(grids)), pch = 3, col = 'black', cex= 2. , axes = TRUE,
     main = "Exemplo hipotético para modelagem do problema")
plot(st_geometry(pil), pch = 24, cex=3, col="blue", bg="red", lwd=2, add = TRUE )
```

Exemplo hipotético para modelagem do problema



Matriz de custo

Distância euclidiana entre as parcelas (grids) e os pátios.

```
# Obsoleto - rgeos
# cost = rgeos::gDistance(as(pil, "Spatial"),
#                          as(grids, "Spatial"), byid = TRUE)
cost = st_distance(pil, grids)
cost[1:3,1:1] %>% t()
```

```
## Units: [m]
##      [,1]    [,2]    [,3]
## [1,] 290.6888 661.211 143.1782
```

Tabelas do mapa

```
grids$id <- 1:nrow(grids)
grids$id_grid <- grids$id
grids$grids_name <- rownames(grids)
XY.grids <- st_coordinates(grids)
grids <- grids %>% mutate(X_g = XY.grids[, 1],
                        Y_g = XY.grids[, 2])
grids <- cbind(grids, XY.grids) %>% st_drop_geometry()

pil$id <- 1:nrow(pil)
pil$id_pil <- pil$id
```



```

pil$pil_name <- rownames(pil)
XY.pil <- st_coordinates(pil)
pil <- pil %>% mutate(X_p = XY.pil[, 1],
                     Y_p = XY.pil[, 2] )
pil <- cbind(pil, XY.pil) %>% st_drop_geometry()

```

Ferramentas de modelagem e solvers

OMPR

OMPR (Optimization Modeling Package) é uma DSL para modelar e resolver programas lineares inteiros mistos. É inspirado no projeto Jump em Julia. (Fonte: <https://dirkschumacher.github.io/ompr/>)

```
library(ompr)
```

ROI

O pacote R Optimization Infrastructure (ROI) fornece uma infraestrutura extensível para modelar problemas de otimização linear, quadrática, cônica e geral de maneira consistente. (Fonte: <https://roi.r-forge.r-project.org/index.html>)

```
library(ROI)
library(ompr.roi)
```

O ROI fornece os recursos de modelagem e gerencia os plug-ins. Os plug-ins adicionam os solucionadores ao ROI. Entre os solvers disponíveis estão **Gurobi**, **LPSolve**, **Symphony** e **glpk**.

```

plugins <- ROI_available_solvers()[,c("Package", "Repository")]
plugins <- aggregate(Repository ~ Package, data = plugins,
                     FUN = paste, collapse = ", ")
knitr::kable(plugins, row.names = TRUE)

```

	Package	Repository
1	ROI.plugin.alabama	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
2	ROI.plugin.cbc	https://github.com/dirkschumacher
3	ROI.plugin.cccp	https://gitlab.com/roigrp/solver
4	ROI.plugin.clp	https://github.com/datastorm-open
5	ROI.plugin.cplex	https://CRAN.R-project.org
6	ROI.plugin.deoptim	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
7	ROI.plugin.ecos	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
8	ROI.plugin.glpk	https://CRAN.R-project.org
9	ROI.plugin.gurobi	https://gitlab.com/roigrp/solver
10	ROI.plugin.highs	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
11	ROI.plugin.ipop	https://CRAN.R-project.org
12	ROI.plugin.lpsolve	https://CRAN.R-project.org
13	ROI.plugin.mosek	https://gitlab.com/roigrp/solver
14	ROI.plugin.msbinlp	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
15	ROI.plugin.neos	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
16	ROI.plugin.nloptr	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
17	ROI.plugin.optmxx	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
18	ROI.plugin.osqp	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
19	ROI.plugin.qpoases	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
20	ROI.plugin.quadprog	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
21	ROI.plugin.scs	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver
22	ROI.plugin.symphony	https://CRAN.R-project.org , https://gitlab.com/roigrp/solver

Symphony

O SYMPHONY é um solver MILP genérico de código aberto, de estrutura extensível para implementação de solucionadores personalizados para programação linear inteira mista (MILPs). (Fonte: <https://github.com/coin-or/SYMPHONY>)

```
library(ROI.plugin.symphony)
```

Modelo 1 - Custo fixo

Atribuiu uma parcela para cada pátio. Não leva em consideração a diferença de custo para ativar os pátios.

```
num_depots = nrow(pil)
num_cust = nrow(grid)
custo.fixo = 10 # arbitrário pra todos os pátios # Custo para ativar um pátio #
volume.t = prj_t$area * prj_t$Volume
demanda <- volume.t/((prj_t$area)/(res(r.grid)[1]^2/10000))
capacidade <- 40 # arbitrário # Capacidade do pátio de estocagem

cost <- matrix(cost, num_depots, num_cust )
demand = rep(demanda, nrow(grid))
fixedcost = rep(custo.fixo, nrow(pil))
capacity = rep(capacidade, nrow(pil))

m <- MIPModel() %>%
  add_variable(ship[i, j],
               i = 1:num_depots,
               j = 1:num_cust,
               type = "binary") %>%
  add_constraint(sum_expr(demand[j] * ship[i, j], j = 1:num_cust) <= capacity[i],
                 i = 1:num_depots) %>%
  add_constraint(sum_expr(ship[i, j], i = 1:num_depots) == 1, j = 1:num_cust) %>%
  set_objective(sum_expr(cost[i, j] * ship[i, j], i = 1:num_depots, j =
                          1:num_cust), "min") %>%
  solve_model(with_ROI(solver = "symphony", verbosity = 1))

cat("Status:", solver_status(m), "\n")
cat("Objective:", objective_value(m), "\n")
matches <- get_solution(m, ship[i, j]) %>%
  filter(value > 0) %>% as.data.frame()

p <- ggplot(grid, aes( X , Y)) +
  geom_point() +
  geom_point(data = pil, color = "red", alpha = 0.5, shape = 17, size = 2)

plot_assignment = matches %>%
  inner_join(grid, by = c("j" = "id")) %>%
  inner_join(pil, by = c("i" = "id"))

grid_count <- plot_assignment %>% group_by(pil_name) %>% summarise(n = n())

grid_count # Total de atribuições

plot_pilhas <- pil %>%
  mutate(costs = capacity) %>%
  inner_join(grid_count, by = "pil_name") %>%
```

```

    filter(id %in% unique(matches$i)) %>% mutate(total = n*demanda)

P_mod1 <- p +
  geom_segment(data = plot_assignment,
    aes(
      x = X.y,
      y = Y.y,
      xend = X.x,
      yend = Y.x
    )) +

  geom_point(
    data = plot_pilhas,
    color = "red",
    size = 3,
    shape = 17
  ) +

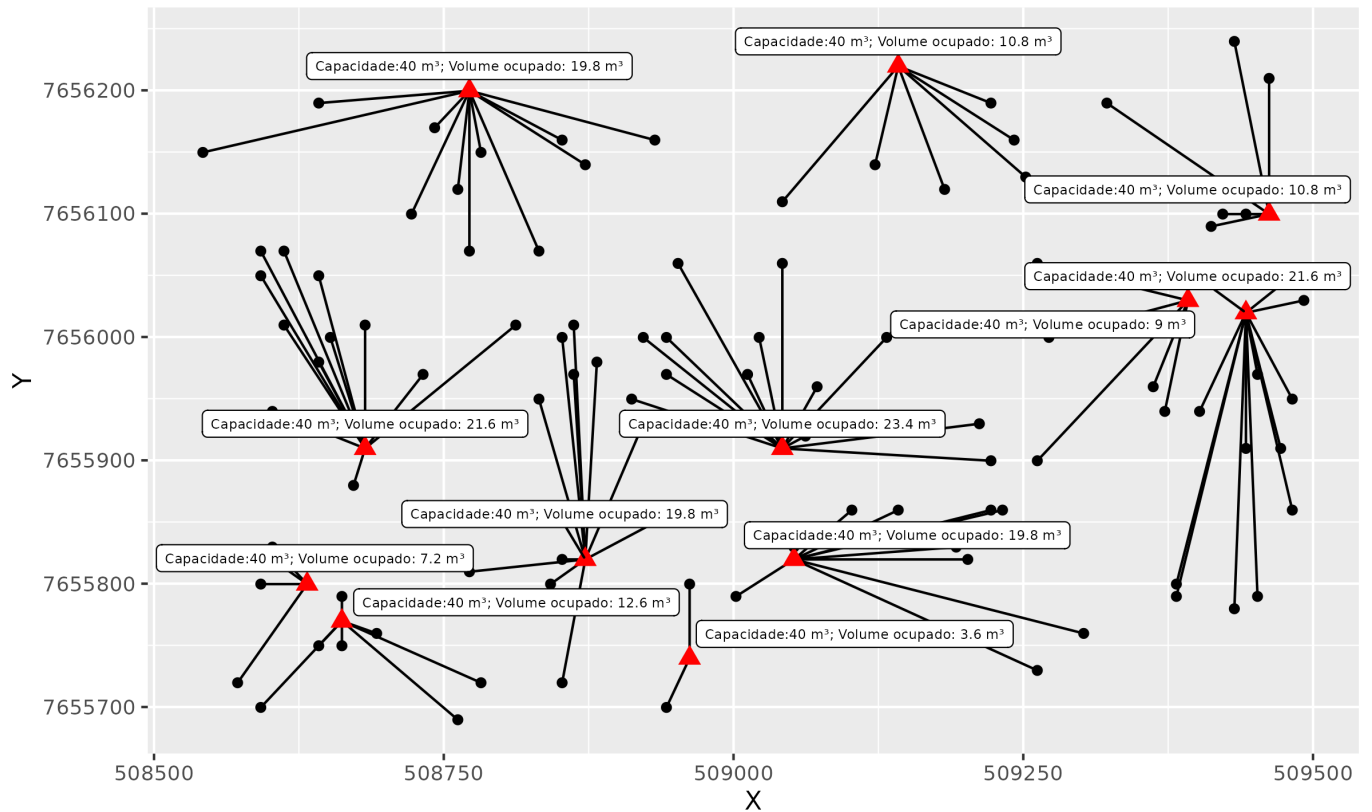
  ggrepel::geom_label_repel(
    data = plot_pilhas,
    aes(
      label = paste0("Capacidade:", costs, " m³", "; Volume ocupado: ", total, " m³")
    ),
    size = 2,
    nudge_y = 20
  ) +

  labs(title = "Modelo 1",
    subtitle = "",
    caption = "Todos os pátios serão acionados.")

ggplot2::ggsave("./plot/P_mod_1.png", P_mod1, width = 8, height = 5.5, device = "png")

```

Modelo 1



Todos os pátios serão acionados.

Modelo 2 - Custo variável

Inserir a restrição de custo para ativação de um determinado pátio/pilha. Na prática força o modelo a ativar os pátios de menor custo e que correspondem ao menor custo total.

```
# Custo para ativação dos pátios.
v_cost = c(10, 800, 50000, 1000, 300, 3000, 500, 2000, 600, 10, 400, 10) # Variável

m2 <- MIPModel() %>%
  add_variable(ship[i, j],
    i = 1:num_depots,
    j = 1:num_cust,
    type = "binary") %>%
  add_variable(y[i], i = 1:num_depots, type = "binary") %>%
  add_constraint(sum_expr(demand[j] * ship[i, j], j = 1:num_cust) <= capacity[i],
    i = 1:num_depots) %>%
  add_constraint(sum_expr(ship[i, j], i = 1:num_depots) == 1, j = 1:num_cust) %>%
  set_objective(
    sum_expr(cost[i, j] * ship[i, j], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) +
    sum_over(v_cost[i] * y[i], i = 1:num_depots),
    "min"
  ) %>%
  add_constraint(ship[i, j] <= y[i], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) %>%
```

```

solve_model(with_ROI(solver = "symphony", verbosity = 1))

cat("Status:", solver_status(m2), "\n")
# Status: success
cat("Objective:", objective_value(m2), "\n")
# Objective: 14454
matches <- get_solution(m2, ship[i, j]) %>%
  filter(value > 0) %>% as.data.frame()

plot_assignment = matches %>%
  inner_join(grids, by = c("j" = "id")) %>%
  inner_join(pil, by = c("i" = "id"))

grids_count <-
  plot_assignment %>% group_by(pil_name) %>% summarise(n = n())

```

Total de atribuições do modelo 2

```
grids_count
```

```

# A tibble: 6 × 2
# pil_name      n
# <chr>         <int>
# 1 1557         18
# 2 2837         14
# 3 3450         22
# 4 4459         12
# 5 542          17
# 6 755          17

```

```

plot_pilhas <- pil %>%
  mutate(costs = capacity) %>%
  inner_join(grids_count, by = "pil_name") %>%
  filter(id %in% unique(matches$i)) %>% mutate(total = n * demanda)

p2a = p +
  geom_segment(data = plot_assignment, aes(
    x = X.y,
    y = Y.y,
    xend = X.x,
    yend = Y.x
  )) +
  geom_point(
    data = plot_pilhas,
    color = "red",
    size = 3,
    shape = 17
  ) +
  ggrepel::geom_label_repel(
    data = plot_pilhas,
    aes(
      label = paste0("Capacidade:", costs, " m³", "; Volume ocupado: ", total, " m³")
    )
  )

```

```

),
  size = 2,
  nudge_y = 20
) +

labs(title = "Modelo 2",
      subtitle = "")

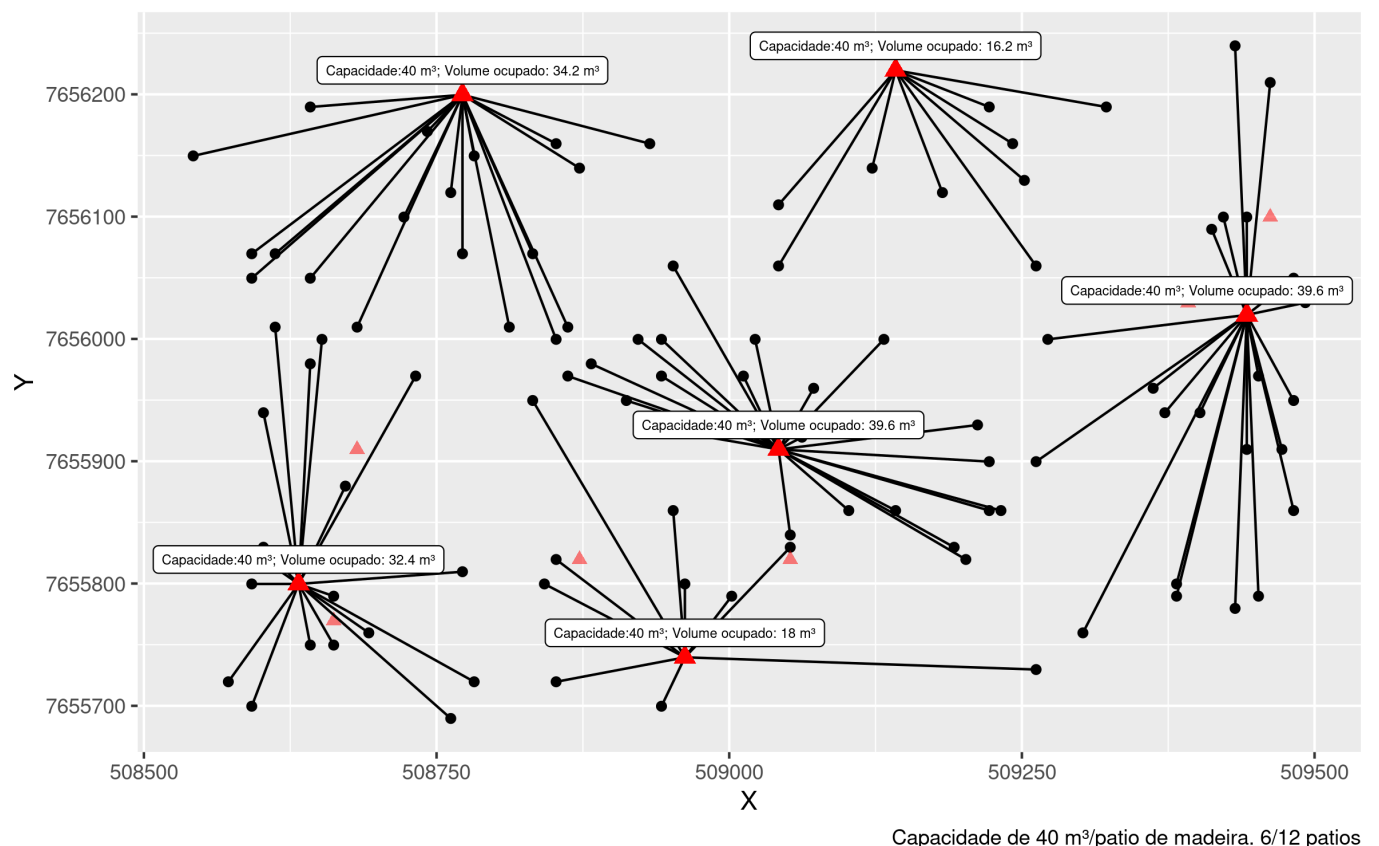
#p2a

ggplot2::ggsave(
  filename = "../plot/plot_Mod_2.png",
  plot = p2a,
  width = 8,
  height = 5.5,
  device = "png"
)

```

Em vermelho claro os pátios que não foram acionados em função do maior custo para ativação. Na prática esse modelo pode representar situações onde a região disponível para alocação de um pátio ou pilha de madeira pretende ser evitada. Por exemplo, maior custo para adequação de estradas, locais de maior risco para operação ou evitar o impacto em locais próximos a ambientes sensíveis, como áreas de preservação.

Modelo 2



Modelo 2.1

Altera a capacidade para 80 m³ por pátio de madeira afim de comparar a sensibilidade do modelo para definir a ativação dos pátios em função da capacidade e do custo.

```
capacidade <- 80 # Capacidade do pátio de estocagem
capacity = rep(capacidade, nrow(pil))
cost <- matrix(cost/1000, num_depots, num_cust ) # custo em km

m2b <- MIPModel() %>%
  add_variable(ship[i, j],
               i = 1:num_depots,
               j = 1:num_cust,
               type = "binary") %>%
  add_variable(y[i], i = 1:num_depots, type = "binary") %>%
  add_constraint(sum_expr(demand[j] * ship[i, j], j = 1:num_cust) <= capacity[i],
                 i = 1:num_depots) %>%
  add_constraint(sum_expr(ship[i, j], i = 1:num_depots) == 1, j = 1:num_cust) %>%
  set_objective(
    sum_expr(cost[i, j] * ship[i, j], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) +
    sum_over(v_cost[i] * y[i], i = 1:num_depots),
    "min"
  ) %>%
  add_constraint(ship[i, j] <= y[i], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) %>%
  solve_model(with_R0I(solver = "symphony", verbosity = 1))

cat("Status:", solver_status(m2b), "\n")
# Status: success

cat("Objective:", objective_value(m2b), "\n")
# Objective: 54.003

matches <- get_solution(m2b, ship[i, j]) %>%
  filter(value > 0) %>% as.data.frame()

plot_assignment = matches %>%
  inner_join(grids, by = c("j" = "id")) %>%
  inner_join(pil, by = c("i" = "id"))

grids_count <- plot_assignment %>% group_by(pil_name) %>% summarise(n = n())
```

Total de atribuições do modelo 2.1

```
grids_count

# A tibble: 3 × 2
# pil_name      n
# <chr>        <int>
# 1            33
# 10           31
# 12           36

plot_pilhas <- pil %>%
  mutate(costs = capacity) %>%
```

```

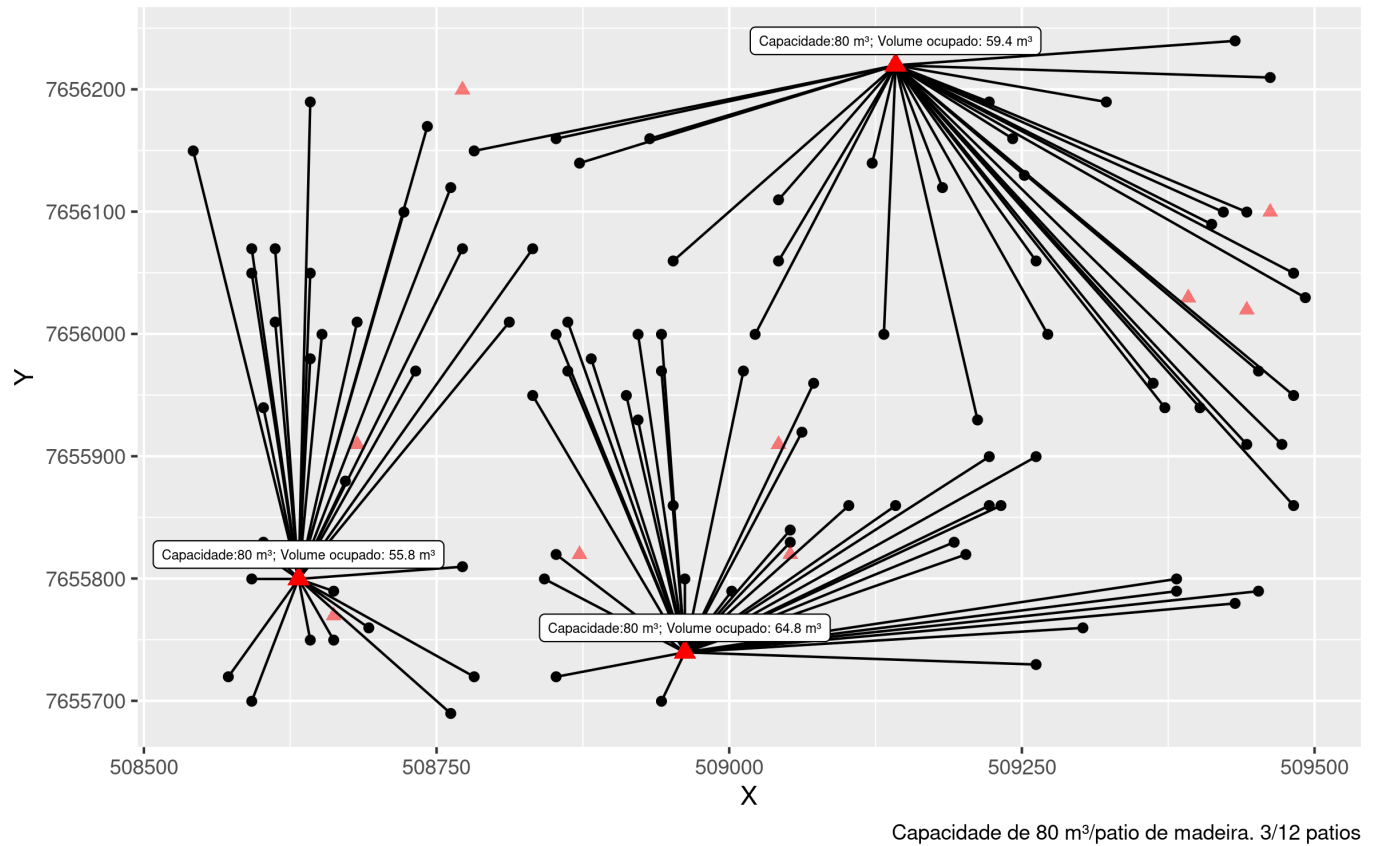
inner_join(grid_count, by = "pil_name") %>%
filter(id %in% unique(matches$i)) %>% mutate(total = n*demanda)

p2b = p +
  geom_segment(data = plot_assignment, aes(
    x = X.y,
    y = Y.y,
    xend = X.x,
    yend = Y.x
  )) +
  geom_point(
    data = plot_pilhas,
    color = "red",
    size = 3,
    shape = 17
  ) +
  ggrepel::geom_label_repel(
    data = plot_pilhas,
    aes(
      label = paste0("Capacidade:", costs, " m³", "; Volume ocupado: ", total, " m³")
    ),
    size = 2,
    nudge_y = 20
  ) +
  labs(title = "Modelo 2.1",
        subtitle = "",
        caption = "Capacidade de 80 m³/pilha. 3/12 pilhas")

ggplot2::ggsave(
  filename = "./plot/plot_Mod_2B.png",
  plot = p2b,
  width = 8,
  height = 5.5,
  device = "png"
)

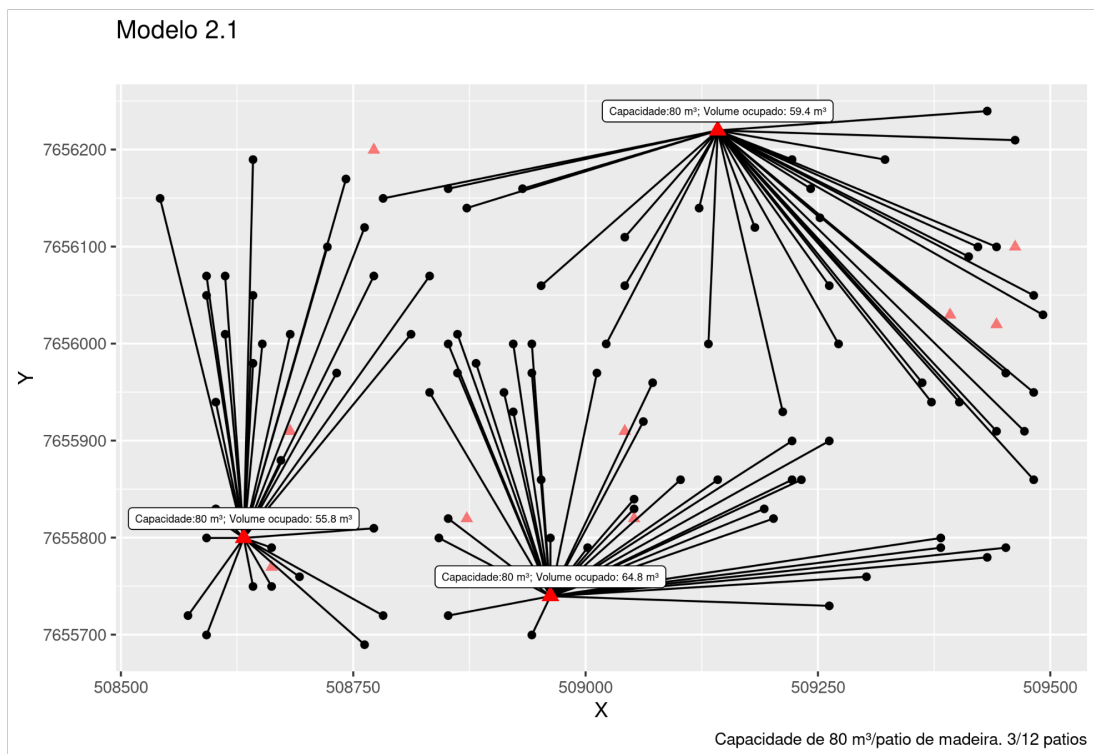
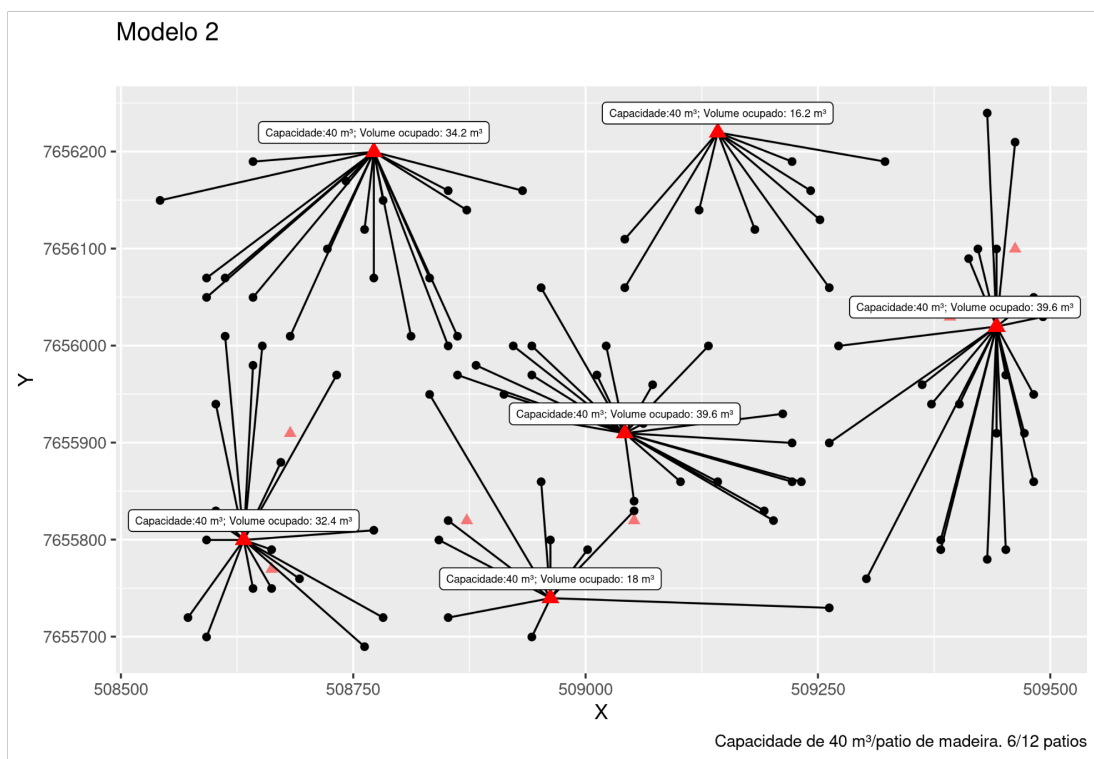
```


Modelo 2.1



```
library(cowplot)
png_plot_p2a <- cowplot::ggdraw() + cowplot::draw_image("./plot/plot_Mod_2A.png", scale = 0.9)
png_plot_p2b <- cowplot::ggdraw() + cowplot::draw_image("./plot/plot_Mod_2B.png", scale = 0.9)
grid_MOD_2AB <- cowplot::plot_grid(png_plot_p2a ,png_plot_p2b , labels = "", nrow=2)

ggsave(filename = "./plot/plot_Mod_2AB.png", plot = grid_MOD_2AB, width = 7.5, height = 10, device = "png")
```



Modelo 3 p-mediana

Adiciona a restrição de quantidade de pátios que serão ativados, valor de P. Testando o modelo para 5 pátios.

```
capacidade <- 50 # Capacidade das pilhas de estocagem em m³
capacity = rep(capacidade, nrow(pil))
cost <- matrix(cost, num_depots, num_cust) # matriz de custo - dist.

m3 <- MIPModel() %>%
  add_variable(ship[i, j],
    i = 1:num_depots,
    j = 1:num_cust,
    type = "binary") %>%
  add_variable(y[i], i = 1:num_depots, type = "binary") %>%
  add_constraint(sum_expr(demand[j] * ship[i, j], j = 1:num_cust) <= capacity[i],
    i = 1:num_depots) %>%
  add_constraint(sum_expr(ship[i, j], i = 1:num_depots) == 1, j = 1:num_cust) %>%
  set_objective(
    sum_expr(cost[i, j] * ship[i, j], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) +
    sum_over(cost[i] * y[i], i = 1:num_depots),
    "min"
  ) %>%
  add_constraint(ship[i, j] <= y[i], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) %>%
  add_constraint(sum_expr(y[i], i = 1:num_depots) <= 5) %>% # Valor de P
  solve_model(with_ROI(solver = "symphony", verbosity = 1))

cat("Status:", solver_status(m3), "\n")
cat("Objective:", objective_value(m3), "\n")

matches_m3 <- get_solution(m3, ship[i, j]) %>%
  filter(value > 0) %>% as.data.frame()

plot_assignment_m3 = matches_m3 %>%
  inner_join(grids, by = c("j" = "id")) %>%
  inner_join(pil, by = c("i" = "id"))

grids_count_m3 <- plot_assignment_m3 %>% group_by(pil_name) %>% summarise(n = n())
```

Total de atribuições do modelo 3

```
grids_count_m3

# A tibble: 5 × 2
# pil_name      n
# <chr>      <int>
# 10         16
# 2          17
# 4          27
# 7          26
# 8          14

plot_pilhas_m3 <- pil %>%
  mutate(costs = capacity) %>%
  inner_join(grids_count_m3, by = "pil_name") %>%
  filter(id %in% unique(matches_m3$i)) %>% mutate(total = n*demanda)
```

```

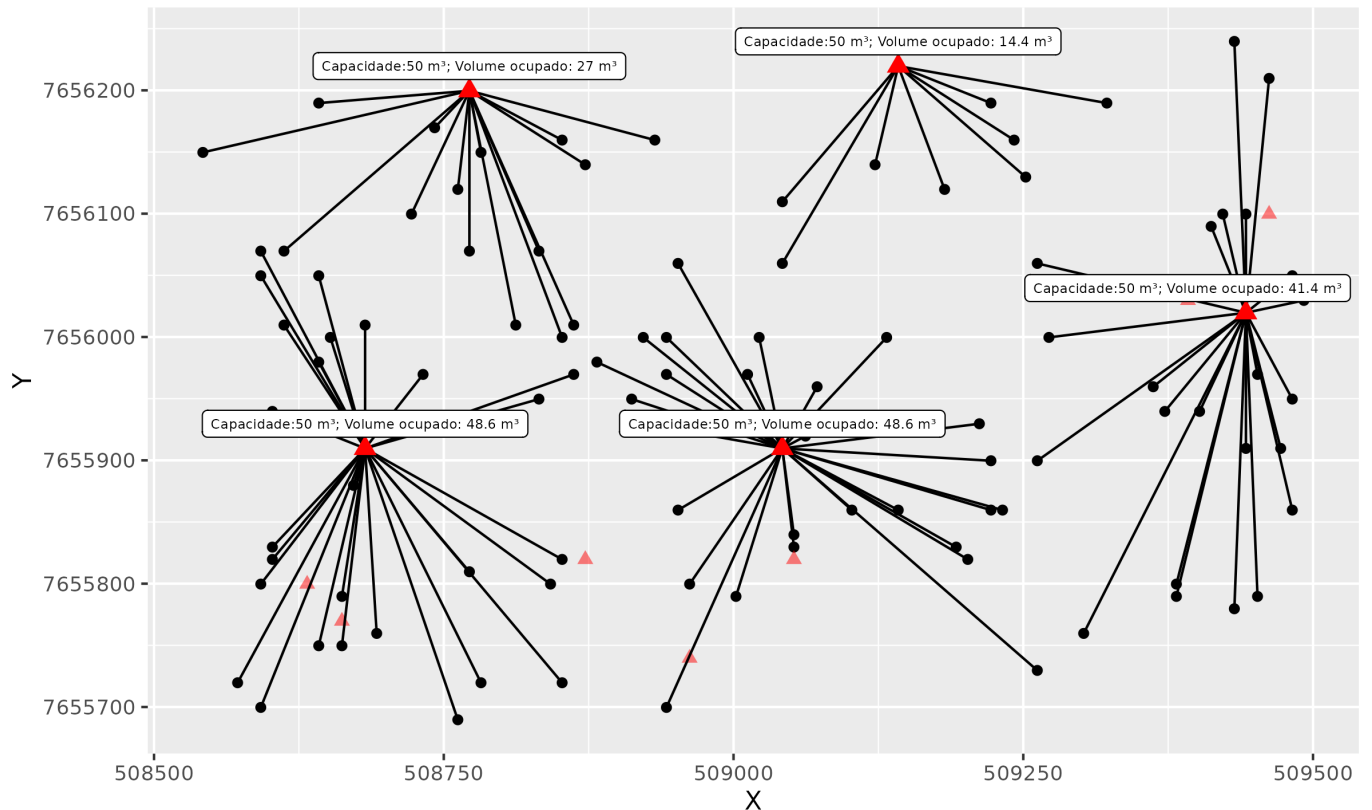
p_m3 <- p +
  geom_segment(data = plot_assignment_m3, aes(
    x = X.y,
    y = Y.y,
    xend = X.x,
    yend = Y.x
  )) +
  geom_point(
    data = plot_pilhas_m3,
    color = "red",
    size = 3,
    shape = 17
  ) +
  ggrepel::geom_label_repel(
    data = plot_pilhas_m3,
    aes(
      label = paste0("Capacidade:", costs, " m³", "; Volume ocupado: ", total, " m³")
    ),
    size = 2,
    nudge_y = 20
  ) +

  labs(title = "Modelo 3 ",
        subtitle = "",
        caption = "P = 5")

ggsave(filename = "./plot/plot_Mod_3.png",
        plot = p_m3,
        width = 8,
        height = 5.5,
        device = "png"
)

```

Modelo 3



P = 5

Retorna ao problema original

Após validar a funcionalidade dos modelos, podemos aplicar o modelo da p-mediana para minimizar o custo da extração por arraste no talhão 67 do projeto Ferradura. O talhão foi dividido em parcelas de 10m x 10m e um total de 55 pilhas distribuídas nas bordas do talhão, com a distância mínima de 25m entre as pilhas (item 2 - Preparando os dados). A quantidade de pilhas estipulada pela área de planejamento foi de 46 + 1 pilha.

```

grids = x_point
pil = pilhas_point

# rgeos - obsoleto
# cost = rgeos::gDistance(as(pil, "Spatial"), as(grids, "Spatial") , byid = TRUE)
# cost <- cost %>% t() %>% as.vector() %>% round()

cost = st_distance(pil, grids)
cost <- cost %>% as.vector() %>% round()

num_depots = nrow(pil)
num_cust = nrow(grids)
custo.fixo = 10 # Custo para ativar um pátio
volume.t = prj_t$area * prj_t$Volume
demanda <- volume.t/((prj_t$area)/(res(r.grid)[1]^2/10000)) # Demanda em m³ de uma parcela
capacidade <- 200 # Capacidade dos pátios de estocagem original do problema

```

```

cost <- matrix(cost, num_depots, num_cust )
demand = rep(demanda, nrow(grids))
fixedcost = rep(custo.fixo, nrow(pil))
capacity = rep(capacidade, nrow(pil))
p = prj_t$n_pilhas + 1 # restrição (d) do problema

```

Modelo

```

# Função

pmediana <- function(){
  solucao <- MIPModel() %>%
    add_variable(ship[i, j],
                  i = 1:num_depots,
                  j = 1:num_cust,
                  type = "binary") %>%
    add_variable(y[i], i = 1:num_depots, type = "binary") %>%
    add_constraint(sum_expr(demand[j] * ship[i, j], j = 1:num_cust) <= capacity[i],
                    i = 1:num_depots) %>%
    add_constraint(sum_expr(ship[i, j], i = 1:num_depots) == 1, j = 1:num_cust) %>%
    set_objective(
      sum_expr(cost[i, j] * ship[i, j], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) +
      sum_over(fixedcost[i] * y[i], i = 1:num_depots),
      "min"
    ) %>%
    add_constraint(ship[i, j] <= y[i], i = 1:num_depots, j = 1:num_cust) %>%
    add_constraint(sum_expr(y[i], i = 1:num_depots) <= p) %>%
    solve_model(with_ROI(
      solver = "symphony",
      verbosity = 1,
      first_feasible = TRUE
    ))

  return(solucao)
}

```

```

# Aplica

start.time <- Sys.time()
m_pvalue <- pmediana()
end.time <- Sys.time()
time.taken <- end.time - start.time
time.taken

```

O tempo de processamento foi muito longo..... :/ A saída encontrada foi reduzir a quantidade de parcelas e o número de pilhas para obter uma solução em um tempo menor.

```

# Grids
r.grid <- rast(ext(prj_t), res = 50)
tal <- raster(rasterize(vect(prj_t), r.grid, values=1, background=0, touches = FALSE))
tal_mask = mask(tal, prj_t)
tal_mask[!is.na(tal_mask)][] <- 0

```

```

x = rasterToPolygons(
  tal_mask,
  fun = NULL,
  n = 4,
  na.rm = TRUE,
  digits = 12,
  dissolve = FALSE
) %>% st_as_sf()

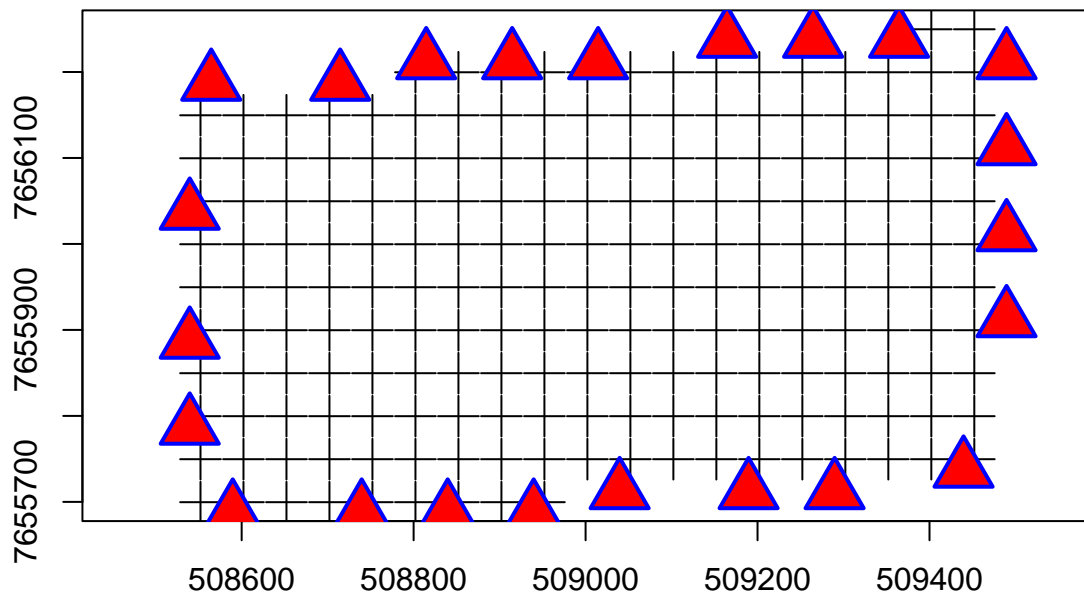
st_crs(x) <- "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs"
x_point = st_centroid(x)
grids <- x_point

# Pilhas
pil = pilhas_point
pil = subsample.distance(
  # as(pil, "Spatial"), # SpatialEco agora recebe objeto sf
  pil,
  size = 23, d = 100) %>% st_as_sf() # 23 pilhas

# Plot
plot(st_geometry(st_centroid(grids)), pch = 3, col = 'black', cex= 2, axes = TRUE,
     main = "196 Parcelas e 23 pilhas")
plot(st_geometry(pil), pch = 24, cex=3, col="blue", bg="red", lwd=2, add = TRUE )

```

196 Parcelas e 23 pilhas



Dado o novo cenário considere a capacidade de 750 m³ por pilha e que a decisão tomada pela equipe de planejamento florestal foi de ativar 15 das 23 pilhas possíveis (valor de P = 15).

```
# Matiz de Custo

# rggeos - Obsoleto
# cost = rgeos::gDistance(as(pil, "Spatial"), as(grids, "Spatial") , byid = TRUE)
# cost <- cost %>% t() %>% as.vector() %>% round()

cost = st_distance(pil, grids)
cost <- cost %>% as.vector() %>% round()

# Restrições

num_depots = nrow(pil)
num_cust = nrow(grids)
custo.fixo = 10 # Custo para ativar um pátio
volume.t = prj_t$area * prj_t$Volume
demanda <- volume.t/((prj_t$area)/(res(r.grid)[1]^2/10000)) # Demanda em m³ de uma parcela
capacidade <- 750 # considera um total de 15 pilhas

cost <- matrix(cost, num_depots, num_cust )
demand = rep(demanda, nrow(grids))
fixedcost = rep(custo.fixo, nrow(pil))
capacity = rep(capacidade, nrow(pil))
#p = prj_t$n_pilhas
p = 15 # Valor P

# Solução
start.time <- Sys.time()
m_pvalue <- pmediana()
end.time <- Sys.time()
time.taken <- end.time - start.time

# cat("Status:", solver_status(m_pvalue), "\n")
# cat("Objective:", objective_value(m_pvalue), "\n")
```

Cria o mapa da solução

```
matches <- get_solution(m_pvalue, ship[i, j]) %>%
  filter(value > 0) %>% as.data.frame()

grids$id <- 1:nrow(grids)
grids$id_grid <- grids$id
grids$grids_name <- rownames(grids)
XY.grids <- st_coordinates(grids)
grids <- grids %>% mutate(X_g = XY.grids[, 1],
                        Y_g = XY.grids[, 2] )
grids <- cbind(grids, XY.grids) %>% st_drop_geometry()

pil$id <- 1:nrow(pil)
pil$id_pil <- pil$id
pil$pil_name <- rownames(pil)
```



```

XY.pil<- st_coordinates(pil)
pil <- pil %>% mutate(X_p = XY.pil[, 1],
                     Y_p = XY.pil[,2] )
pil <- cbind(pil, XY.pil) %>% st_drop_geometry()

plot_assignment = matches %>%
  inner_join(grids, by = c("j" = "id")) %>%
  inner_join(pil, by = c("i" = "id"))

grids_count <- plot_assignment %>% group_by(pil_name) %>% summarise(n = n())

grids_count # Total de atribuições

plot_pilhas <- pil %>%
  mutate(costs = capacity) %>%
  inner_join(grids_count, by = "pil_name") %>%
  filter(id %in% unique(matches$i)) %>% mutate(total = n*demanda)

plot_pilhas = st_as_sf(x=plot_pilhas, coords = c("X_p", "Y_p"),
                      crs= "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs")

p_point = st_as_sf(x=plot_assignment, coords = c("X_g", "Y_g"),
                  crs= "+proj=utm +zone=23 +south +ellps=aust_SA +units=m +no_defs")

r_tal <- raster::raster(rasterize(vect(st_buffer(p_point, 2)), r.grid, field = "pil_name",
                                   fun=max, background=NA, touches = FALSE))
r_tal = mask(r_tal, prj_t)

raster_df <- rasterToPoints(r_tal, spatial = TRUE)

tal_spdf <- as(raster_df, 'SpatialPixelsDataFrame')
tal_df <- as.data.frame(tal_spdf)
colnames(tal_df) <- c("value", "x", "y")

```

Plot

```

library(ggthemes)

tal_67 =
  ggplot() +
  geom_tile(data=tal_df, aes(x=x, y=y, fill= value), alpha=0.8) +
  geom_sf() +
  geom_sf(data = plot_pilhas, color = "red", shape = 17, size= 5) +
  ggrepel::geom_label_repel(data = plot_pilhas,
                           aes(x=X, y=Y, label= paste0(
                             " Volume ocupado: ", total, " m³")),
                           size = 2, nudge_y = 24)+
  coord_sf(xlim = c(st_bbox(plot_pilhas)[1] , st_bbox(plot_pilhas)[3]),
           ylim = c(st_bbox(plot_pilhas)[2], st_bbox(plot_pilhas)[4] ), expand = TRUE) +
  scale_fill_gradientn(colours = c("white", "black"), values = c(0, 1)) +
  theme(panel.grid = element_blank())+
  theme_bw()+
  theme(legend.position="none",

```

```

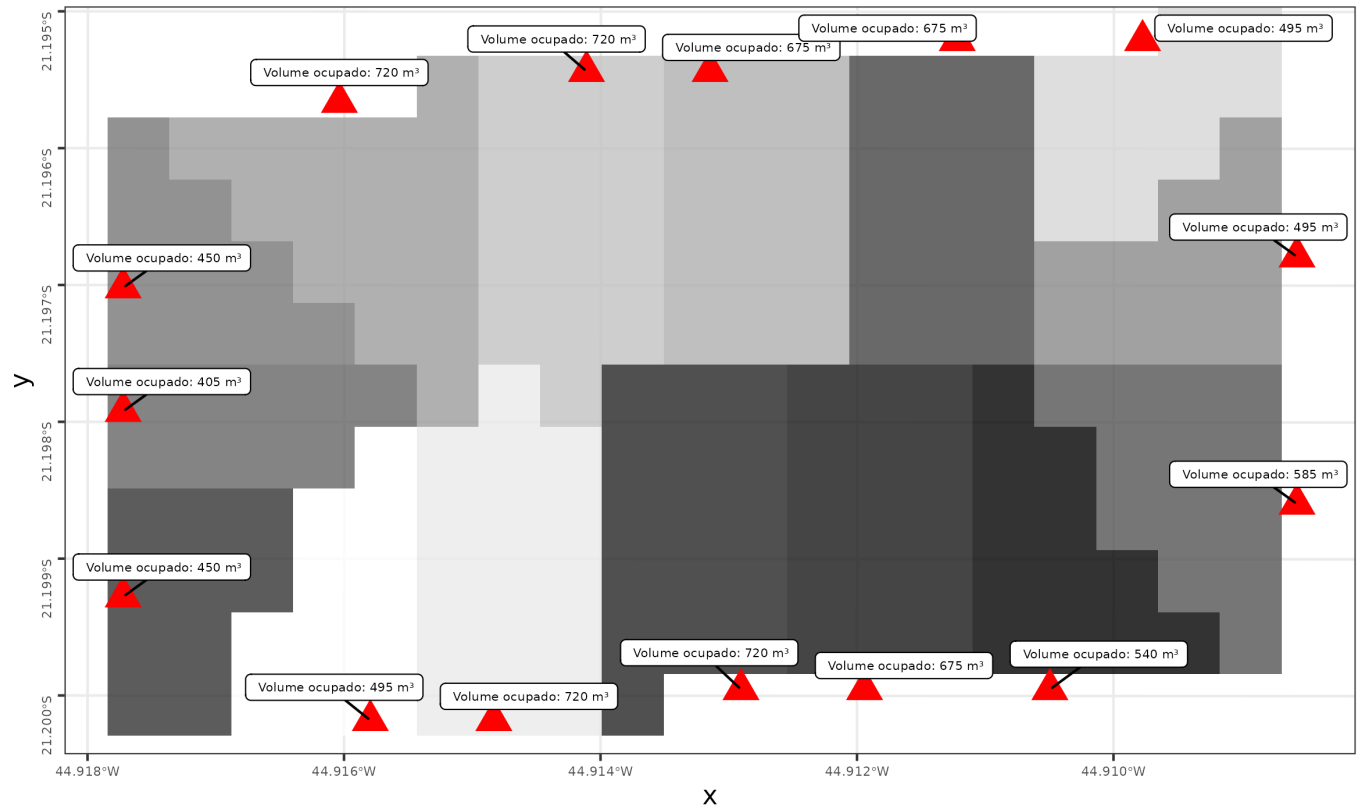
    axis.text.y = element_text(angle = 90, vjust = 0.5, hjust=1),
    axis.text = element_text(size = 5.5),
  ) +
  labs(title = "Mapa de localização das pilhas ",
        subtitle = "P = 15",
        caption = "Mapa de localização da solução ótima encontrada para minimização do custo de extração
arraste usando o modelo da p-mediana. Atribui cada parcela do talhão para a pilha de menor distância
a ser percorrida pela máquina, considerando p locais disponíveis para a instalação dos pátios.
Solver: Symphony") +
  theme(
    plot.title = element_text(size = 11, face = "bold"),      # Controle do título
    plot.subtitle = element_text(size = 8, face = "italic"), # Controle do subtítulo
    plot.caption = element_text(size = 5.5, face = "plain")    # Controle da fonte
  )

ggsave(
  plot = tal_67,
  filename = "./plot/p_mediana_T67.png",
  width = 20,
  height = 15,
  units = "cm",
  device = "png"
)

```

Mapa de localização das pilhas

$P = 15$



Mapa de localização da solução ótima encontrada para minimização do custo de extração por arraste usando o modelo da p-mediana. Atribui cada parcela do talhão para a pilha de menor distância a ser percorrida pela máquina, considerando p locais disponíveis para a instalação dos pátios.
Solver: Symphony

Anexos

Relatório do solver

```
# Starting Preprocessing...
# Preprocessing finished...
# with no modifications...
# Problem has
# 4728 constraints
# 4531 variables
# 18055 nonzero coefficients

# Total Presolve Time: 0.051709...
#
# Solving...
#
# granularity set at 1.000000
# solving root lp relaxation
# The LP value is: 23942.000 [0,377]
#
#
# ***** Found Better Feasible Solution !
#      ***** Cost: 23942.000000

# *****
# * Stopping After Finding First Feasible Solution *
# * Now displaying stats and best solution found... *
# *****

# ===== CP Timing =====
#   Cut Pool                      0.000
# ===== LP/CG Timing =====
#   LP Solution Time              0.019
#   LP Setup Time                 0.001
#   Variable Fixing               0.000
#   Pricing                      0.000
#   Strong Branching             0.000
#   Separation                   0.000
#   Primal Heuristics            0.000
#   Communication                0.000
# ===== Parallel Overhead =====
#   Communication                0.000
#   Ramp Up Time (TM)            0.053
#   Ramp Down Time              0.000
#   Total User Time              0.019
#   Total Wallclock Time         0.074

# ===== Statistics =====
#   Number of created nodes :      1
#   Number of analyzed nodes:      1
#   Depth of tree:                0
#   Size of the tree:             1
#   Number of solutions found:     1
```

```

# Number of solutions in pool:      1
# Number of Chains:                1
# Number of Diving Halts:         0
# Number of cuts in cut pool:     0
# Lower Bound in Root:            23942.000

# ===== LP Solver =====
#   Number of times LP solver called:      1
#   Number of calls from feasibility pump:  0
#   Number of calls from strong branching:  0
#   Number of solutions found by LP solve:  1
#   Number of bounds changed by strong branching:  0
#   Number of nodes pruned by strong branching:  0
#   Number of bounds changed by branching presolver:  0
#   Number of nodes pruned by branching presolver:  0

# ===== Primal Heuristics =====
#   Time      #Called  #Solutions
#   Rounding I              0.00
#   Rounding II             0.00
#   Diving                  0.00
#   Feasibility Pump        0.00
#   Local Search            0.01      1      0
#   Restricted Search       0.00
#   Rins Search             0.00
#   Local Branching         0.00

# ===== Cuts =====
#   Accepted:              0
#   Added to LPs:          0
#   Deleted from LPs:      0
#   Removed because of bad coeffs:  0
#   Removed because of duplicacy:  0
#   Insufficiently violated:  0
#   In root:               0
#
#   Time in cut generation:      0.00
#   Time in checking quality and adding: 0.00

#   Time      #Called      In Root      Total
#   Gomory          0.00
#   Knapsack         0.00
#   Clique           0.00
#   Probing          0.00
#   Flowcover        0.00
#   Twomir           0.00
#   Oddhole          0.00
#   Mir              0.00
#   Rounding         0.00
#   LandP-I          0.00
#   LandP-II         0.00
#   Redsplits        0.00

```

```
# =====  
#   Solution Found: Node 0, Level 0  
# Solution Cost: 23942.0000000000
```

Ambiente de execução

```
info = sessionInfo()  
info
```

R version 4.4.2 (2024-10-31) Platform: x86_64-pc-linux-gnu Running under: Ubuntu 20.04.6 LTS

Matrix products: default BLAS: /usr/lib/x86_64-linux-gnu/blas/libblas.so.3.9.0 LAPACK: /usr/lib/x86_64-linux-gnu/lapack/liblapack.so.3.9.0

locale: [1] LC_CTYPE=pt_BR.UTF-8 LC_NUMERIC=C LC_TIME=pt_BR.UTF-8
[4] LC_COLLATE=pt_BR.UTF-8 LC_MONETARY=pt_BR.UTF-8 LC_MESSAGES=pt_BR.UTF-8
[7] LC_PAPER=pt_BR.UTF-8 LC_NAME=C LC_ADDRESS=C
[10] LC_TELEPHONE=C LC_MEASUREMENT=pt_BR.UTF-8 LC_IDENTIFICATION=C

time zone: America/Sao_Paulo tzcode source: system (glibc)

attached base packages: [1] stats graphics grDevices utils datasets methods base

other attached packages: [1] ROI.plugin.symphony_1.0-0 ompr.roi_1.0.2 ROI_1.0-1
[4] ompr_1.0.4 ggplot2_3.5.1 igraph_2.0.3
[7] terra_1.7-78 raster_3.6-26 dplyr_1.1.4
[10] tidyr_1.3.1 spatialEco_2.0-2 rgdal_1.6-7
[13] sp_2.1-4 sf_1.0-16

loaded via a namespace (and not attached): [1] utf8_1.2.4 generics_0.1.3 slam_0.1-54 class_7.3-22 KernS-
mooth_2.23-24 [6] lattice_0.22-5 digest_0.6.35 magrittr_2.0.3 evaluate_0.23 grid_4.4.2
[11] fastmap_1.1.1 Matrix_1.7-1 ggrepel_0.9.5 backports_1.4.1 e1071_1.7-14
[16] DBI_1.2.2 listcomp_0.4.1 purrr_1.0.2 fansi_1.0.6 scales_1.3.0
[21] lazyeval_0.2.2 codetools_0.2-19 registry_0.5-1 cli_3.6.2 rlang_1.1.3
[26] units_0.8-5 munsell_0.5.1 withr_3.0.0 yaml_2.3.8 Rsymphony_0.1-33
[31] tools_4.4.2 checkmate_2.3.2 colorspace_2.1-0 vctrs_0.6.5 R6_2.5.1
[36] proxy_0.4-27 lifecycle_1.0.4 classInt_0.4-10 pkgconfig_2.0.3 pillar_1.9.0
[41] gtable_0.3.5 data.table_1.15.4 glue_1.7.0 Rcpp_1.0.12 xfun_0.49
[46] tibble_3.2.1 tidyselect_1.2.1 highr_0.10 rstudioapi_0.16.0 knitr_1.46
[51] htmltools_0.5.8.1 markdown_2.26 compiler_4.4.2

```
rmarkdown::render('./R/p-mediana-patios-estocagem.R', output_format = "pdf_document")
```