

Análise experimental de algoritmos usando Python

Karen Catiguá Junqueira

`karen@ufu.com`

Matheus Prado Prandini Faria

`matheus_prandini@ufu.com`

Pedro Augusto Correa Braz

`pedro_acbraz@hotmail.com`

Faculdade de Computação
Universidade Federal de Uberlândia

16 de dezembro de 2016

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Bucket com relação ao tempo com vetor aleatório. | 8 |
| 2.2 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor aleatório. | 9 |
| 2.3 | Bucket com relação ao tempo com vetor crescente. | 11 |
| 2.4 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor crescente. | 12 |
| 2.5 | Bucket com relação ao tempo com vetor decrescente. | 14 |
| 2.6 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor decrescente. | 15 |
| 2.7 | bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 10%. | 17 |
| 2.8 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 10%. | 18 |
| 2.9 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 20%. | 19 |
| 2.10 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 20%. | 20 |
| 2.11 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 30%. | 22 |
| 2.12 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 30%. | 23 |
| 2.13 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 40%. | 25 |
| 2.14 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 40%. | 26 |
| 2.15 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 50%. | 27 |
| 2.16 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 50%. | 28 |
| 2.17 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 10%. | 30 |
| 2.18 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 10%. | 31 |
| 2.19 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 20%. | 33 |
| 2.20 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 20%. | 34 |
| 2.21 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 30%. | 36 |
| 2.22 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 30%. | 37 |
| 2.23 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 40%. | 39 |
| 2.24 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 40%. | 40 |
| 2.25 | Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 50%. | 42 |
| 2.26 | Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 50%. | 43 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Bucket com Vetores Aleatorio | 7 |
| 2.2 | Bucket com Vetores Crescentes | 10 |
| 2.3 | Bucket com Vetores Decrescentes | 13 |
| 2.4 | Bucket com Vetores Quase Crescentes 10% | 16 |
| 2.5 | Bucket com Vetores Quase Crescentes 20% | 19 |
| 2.6 | Bucket com Vetores Quase Crescentes 30% | 21 |
| 2.7 | Bucket com Vetores Quase Crescentes 40% | 24 |
| 2.8 | Bucket com Vetores Quase Crescentes 50% | 27 |
| 2.9 | Bucket com Vetores Quase Decrescentes 10% | 29 |
| 2.10 | Bucket com Vetores Quase Decrescentes 20% | 32 |
| 2.11 | Bucket com Vetores Quase Decrescentes 30% | 35 |
| 2.12 | Bucket com Vetores Quase Decrescentes 40% | 38 |
| 2.13 | Bucket com Vetores Quase Decrescentes 50% | 41 |

Lista de Listagens

| | | |
|-----|-------------------------------|----|
| A.1 | ../bucket/bucket.py | 44 |
| B.1 | ../bucket/ensaio.py | 45 |

Sumário

| | |
|--------------------------------------|---------------|
| Lista de Figuras | 2 |
| Lista de Tabelas | 3 |
| 1 Análise | 6 |
| 2 Resultados | 7 |
| 2.1 Tabelas | 7 |
| Apêndice | 44 |
| A Arquivo ../bucket/bucket.py | 44 |
| B Arquivo ../bucket/ensaio.py | 45 |

Capítulo 1

Análise

O Bucket Sort é considerado um algoritmo de ordenação não baseado em comparações. Considera-se seu uso quando os elementos de entrada estão distribuídos uniformemente no intervalo $(0, 1]$. A ideia deste algoritmo é dividir o intervalo em n segmentos de mesmo tamanho, denominados bucket, e distribuir os n elementos nos respectivos segmentos. Como os elementos estão distribuídos de forma uniforme, então espera-se que o número de elementos em cada segmento seja aproximadamente o mesmo. Logo após essa etapa, os elementos são ordenados em cada segmento por um método qualquer, e, finalmente, esses segmentos são concatenados em ordem crescente.

Como espera-se que os n segmentos tenham aproximadamente a mesma quantidade de elementos, essa quantidade será pequena. E para vetores pequenos, temos que o uso do método de ordenação Insertion Sort é bastante eficiente. Dessa forma, como depende do tempo do algoritmo citado, espera-se que a complexidade de tempo do Bucket Sort seja linear, $teta(n)$. Entretanto, sua complexidade de tempo é $teta(n^2)$ no pior caso.

Em termos de memória, o Bucket Sort tem complexidade de espaço linear, $teta(n)$.

Capítulo 2

Resultados

2.1 Tabelas

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000305 |
| 64 | 1 | 0.000544 |
| 128 | 1 | 0.000994 |
| 256 | 1 | 0.001953 |
| 512 | 1 | 0.003745 |
| 1024 | 1 | 0.007638 |
| 2048 | 1 | 0.014962 |
| 4096 | 1 | 0.029871 |
| 8192 | 1 | 0.059436 |

Tabela 2.1: *Bucket com Vetores Aleatorio*

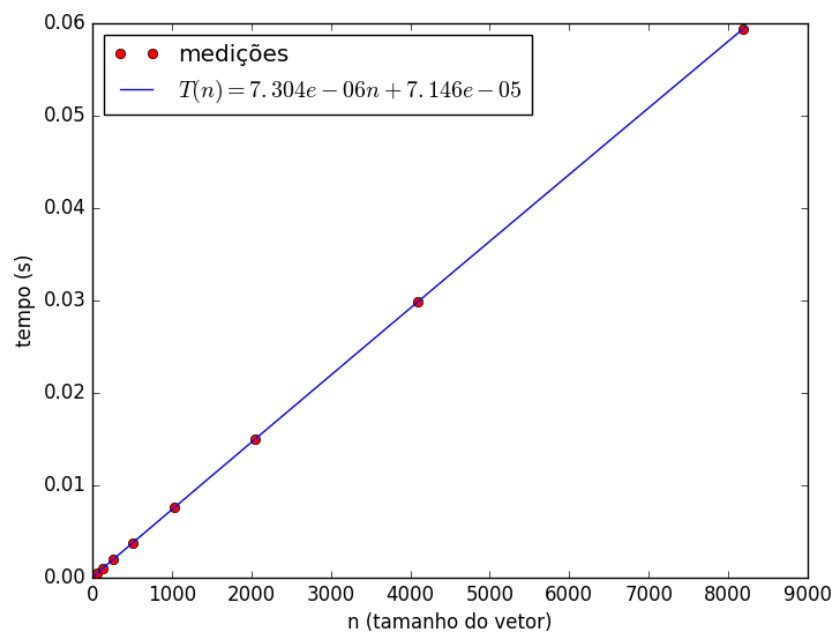


Figura 2.1: *Bucket com relação ao tempo com vetor aleatório.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.304 * 10^{-6} * n + 7.146 * 10^{-5} = 31370.4412$$

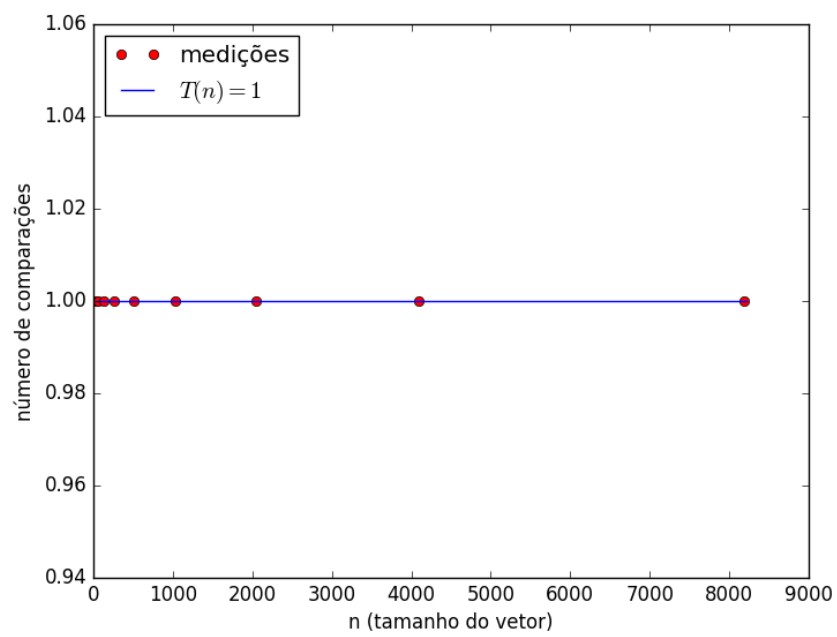


Figura 2.2: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor aleatório.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000307 |
| 64 | 1 | 0.000525 |
| 128 | 1 | 0.001018 |
| 256 | 1 | 0.001962 |
| 512 | 1 | 0.003802 |
| 1024 | 1 | 0.007623 |
| 2048 | 1 | 0.014908 |
| 4096 | 1 | 0.029729 |
| 8192 | 1 | 0.060464 |

Tabela 2.2: *Bucket com Vetores Crescentes*

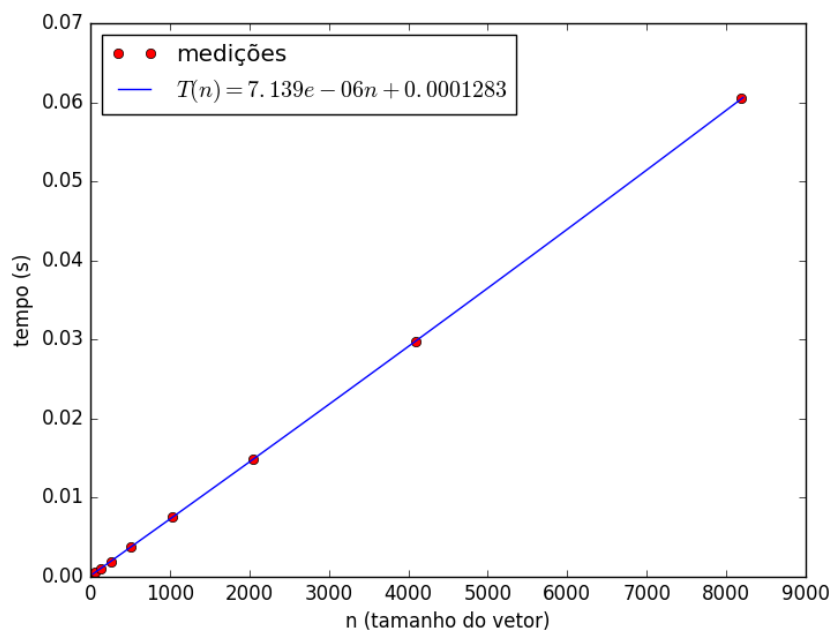


Figura 2.3: *Bucket com relação ao tempo com vetor crescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.139 * 10^{-6} * n + 0.0001283 = 30661.77153$$

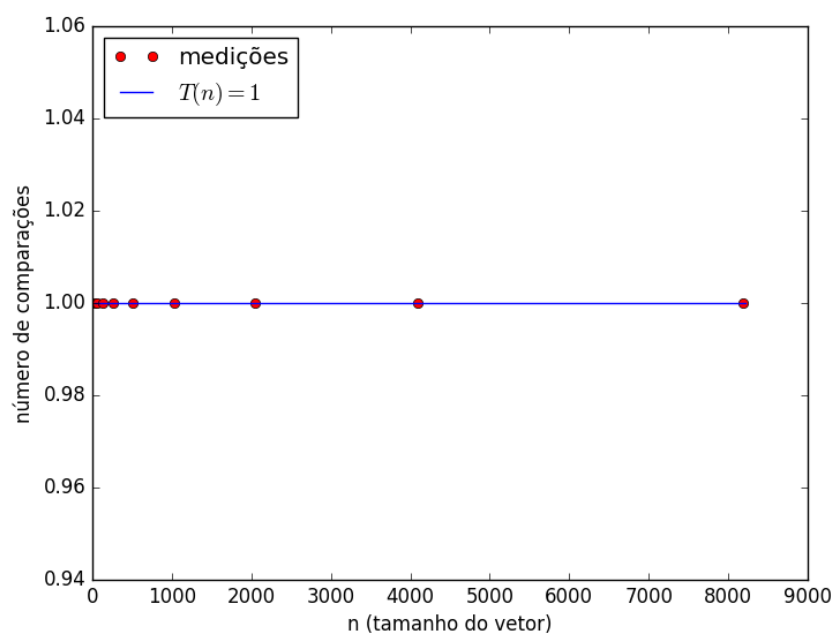


Figura 2.4: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor crescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000296 |
| 64 | 1 | 0.000528 |
| 128 | 1 | 0.001017 |
| 256 | 1 | 0.001899 |
| 512 | 1 | 0.003788 |
| 1024 | 1 | 0.007836 |
| 2048 | 1 | 0.015064 |
| 4096 | 1 | 0.029404 |
| 8192 | 1 | 0.058275 |

Tabela 2.3: *Bucket com Vetores Decrescentes*

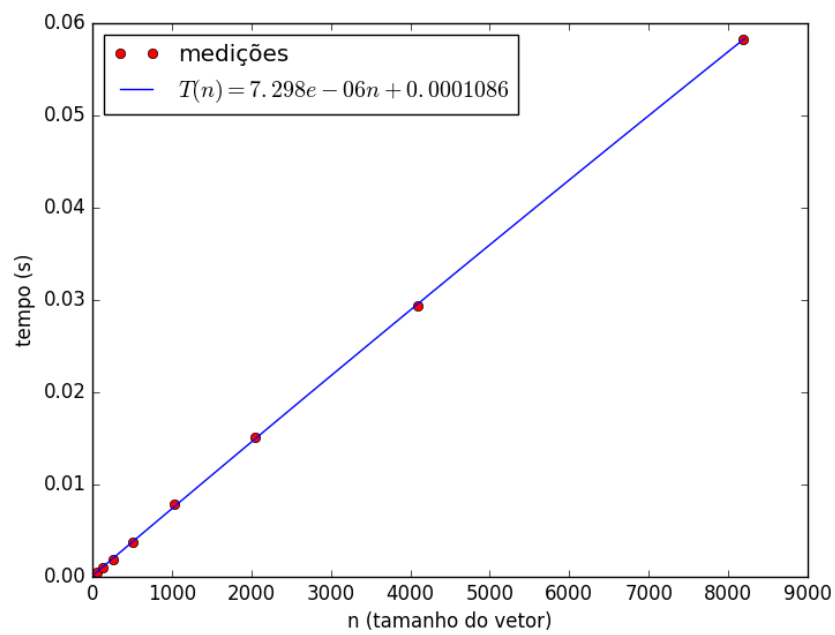


Figura 2.5: *Bucket com relação ao tempo com vetor decrescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.298 * 10^{-6} * n + 0.0001086 = 31344.67133$$

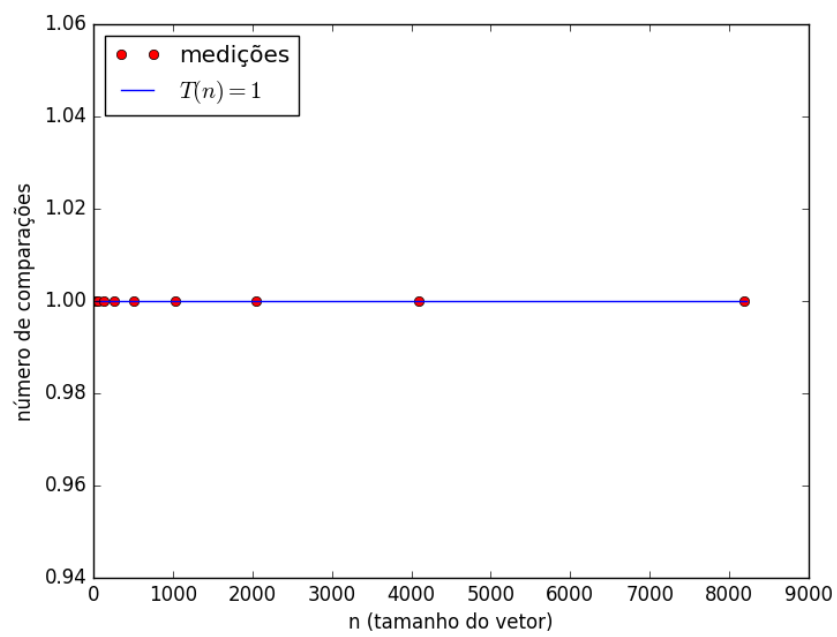


Figura 2.6: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor decrescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000302 |
| 64 | 1 | 0.000554 |
| 128 | 1 | 0.000978 |
| 256 | 1 | 0.001915 |
| 512 | 1 | 0.003843 |
| 1024 | 1 | 0.007479 |
| 2048 | 1 | 0.015564 |
| 4096 | 1 | 0.029306 |
| 8192 | 1 | 0.058844 |

Tabela 2.4: *Bucket com Vetores Quase Crescentes 10%*

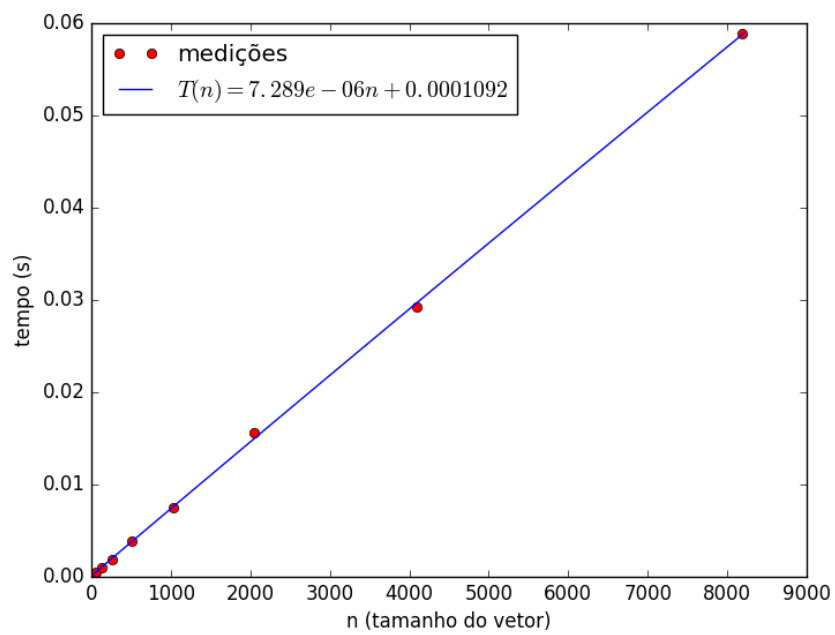


Figura 2.7: *bucket* com relação ao tempo com vetor quase crescente 10%.

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.289 * 10^{-6} * n + 0.0001092 = 31306.01662$$

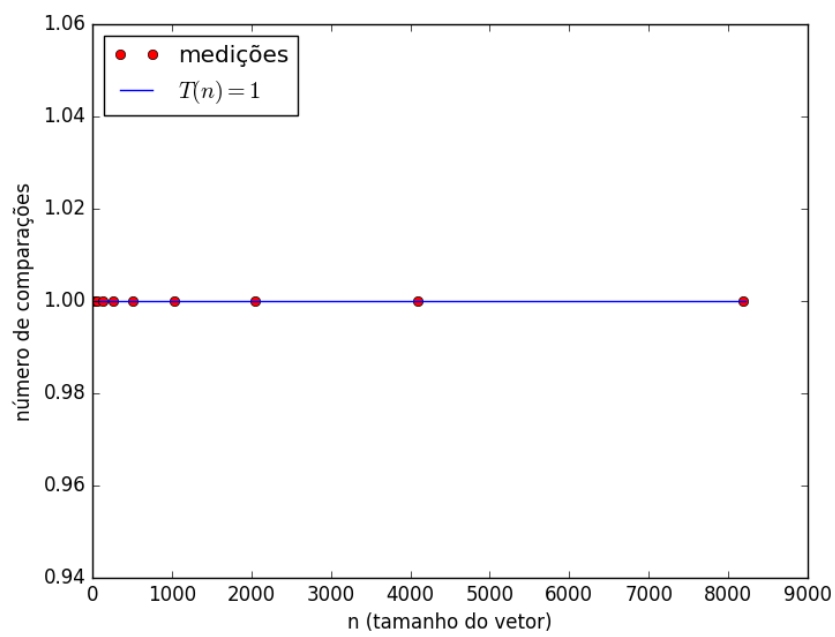


Figura 2.8: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 10%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|-----|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000303 |
| 64 | 1 | 0.000576 |
| 128 | 1 | 0.001077 |

Tabela 2.5: *Bucket com Vetores Quase Crescentes 20%*

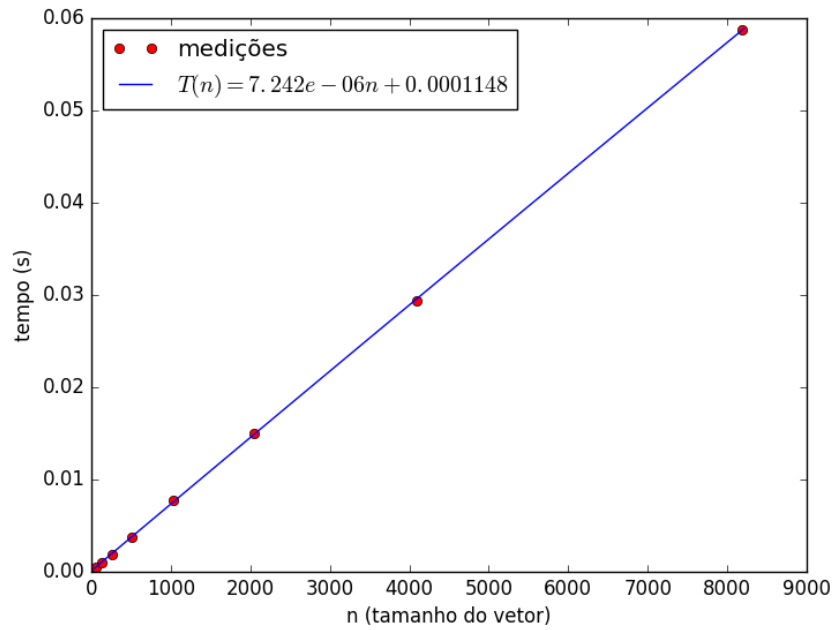


Figura 2.9: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.242 * 10^{-6} * n + 0.0001148 = 31104.15316$$

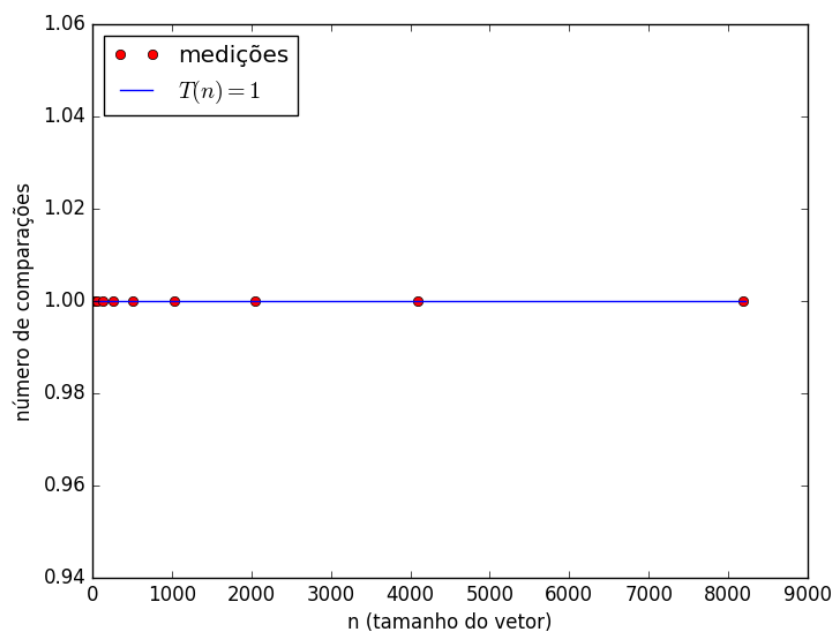


Figura 2.10: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000297 |
| 64 | 1 | 0.000533 |
| 128 | 1 | 0.000987 |
| 256 | 1 | 0.001978 |
| 512 | 1 | 0.003878 |
| 1024 | 1 | 0.007903 |
| 2048 | 1 | 0.015409 |
| 4096 | 1 | 0.029586 |
| 8192 | 1 | 0.059545 |

Tabela 2.6: *Bucket com Vetores Quase Crescentes 30%*

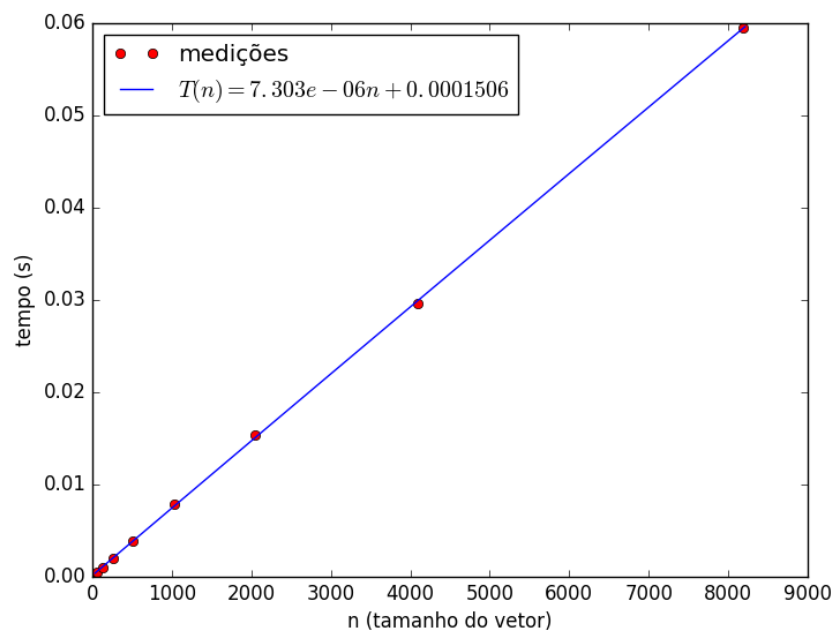


Figura 2.11: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.303 * 10^{-6} * n + 0.0001506 = 31098.31823$$

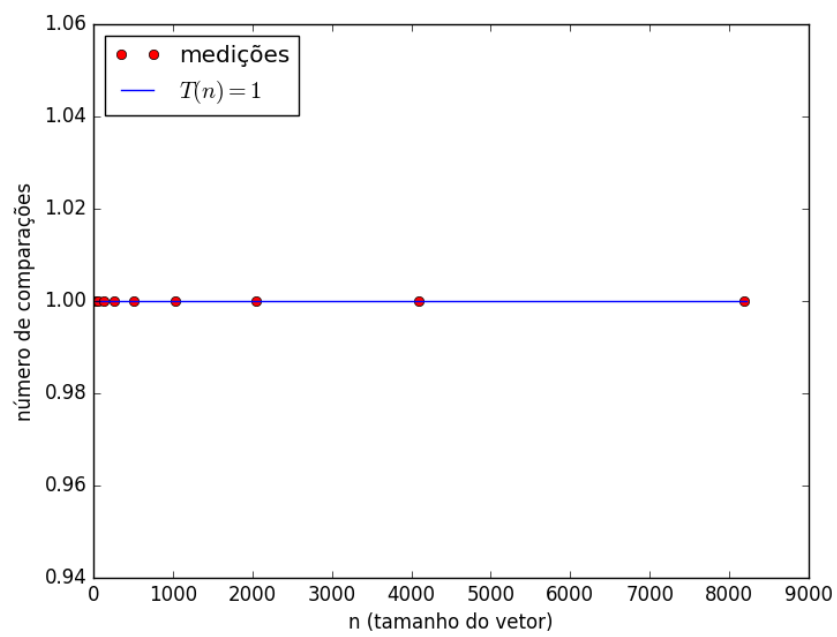


Figura 2.12: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000300 |
| 64 | 1 | 0.000525 |
| 128 | 1 | 0.000978 |
| 256 | 1 | 0.001901 |
| 512 | 1 | 0.003817 |
| 1024 | 1 | 0.007682 |
| 2048 | 1 | 0.015223 |
| 4096 | 1 | 0.029478 |
| 8192 | 1 | 0.060759 |

Tabela 2.7: *Bucket com Vetores Quase Crescentes 40%*

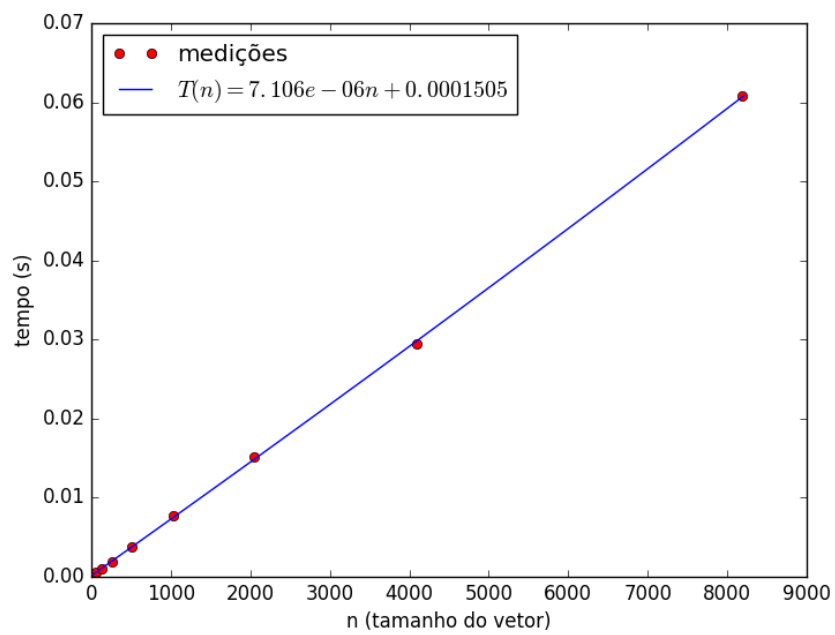


Figura 2.13: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.106 * 10^{-6} * n + 0.0001505 = 30692.57120$$

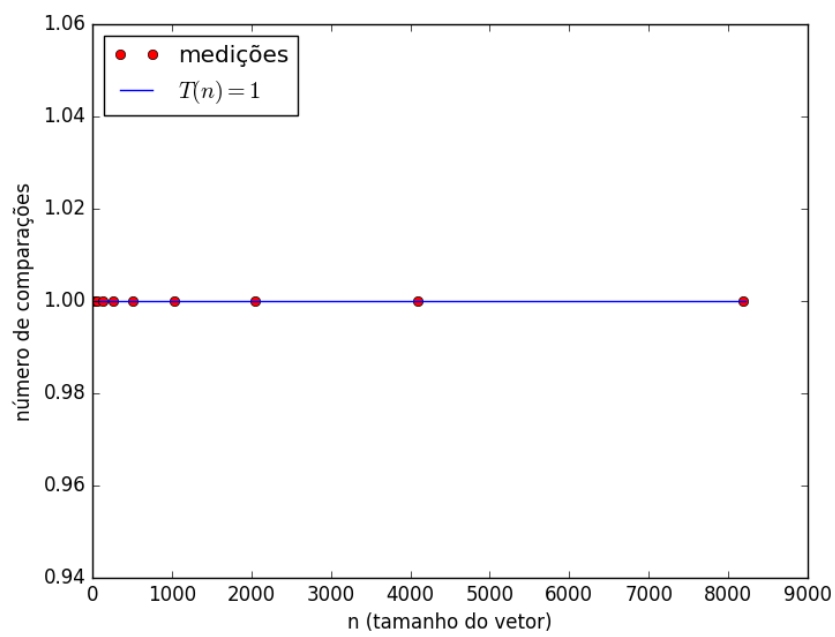


Figura 2.14: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|-----|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000339 |
| 64 | 1 | 0.000537 |
| 128 | 1 | 0.000982 |

Tabela 2.8: *Bucket com Vetores Quase Crescentes 50%*

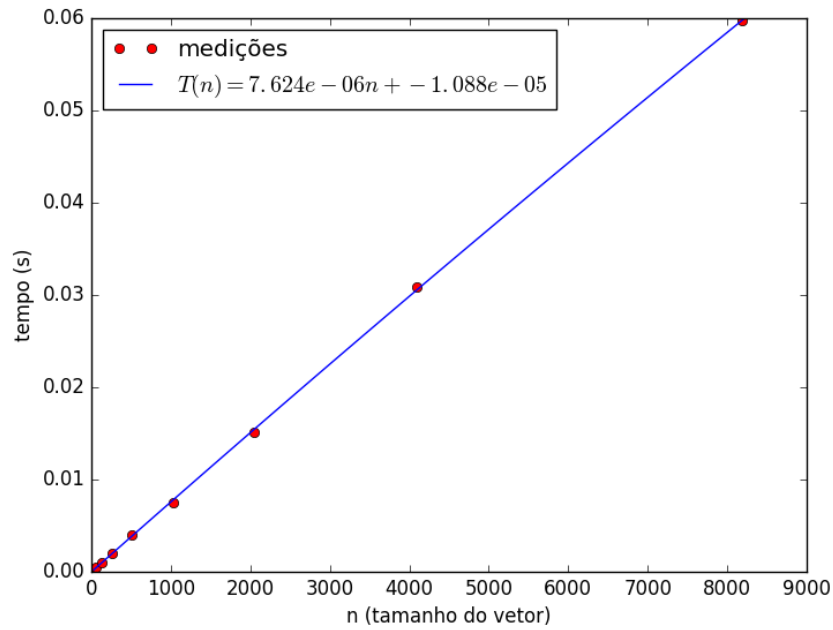


Figura 2.15: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase crescente 50%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.642 * 10^{-6} * n - 1.088 * 10^{-5} = 32822.14007$$

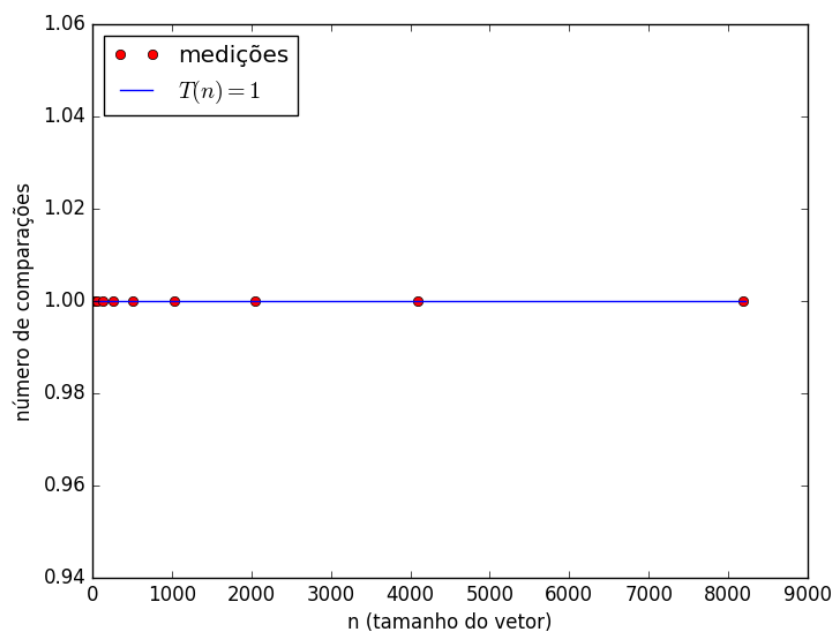


Figura 2.16: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 50%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000296 |
| 64 | 1 | 0.000532 |
| 128 | 1 | 0.001012 |
| 256 | 1 | 0.001966 |
| 512 | 1 | 0.003752 |
| 1024 | 1 | 0.007560 |
| 2048 | 1 | 0.015235 |
| 4096 | 1 | 0.030476 |
| 8192 | 1 | 0.059235 |

Tabela 2.9: *Bucket com Vetores Quase Decrescentes 10%*

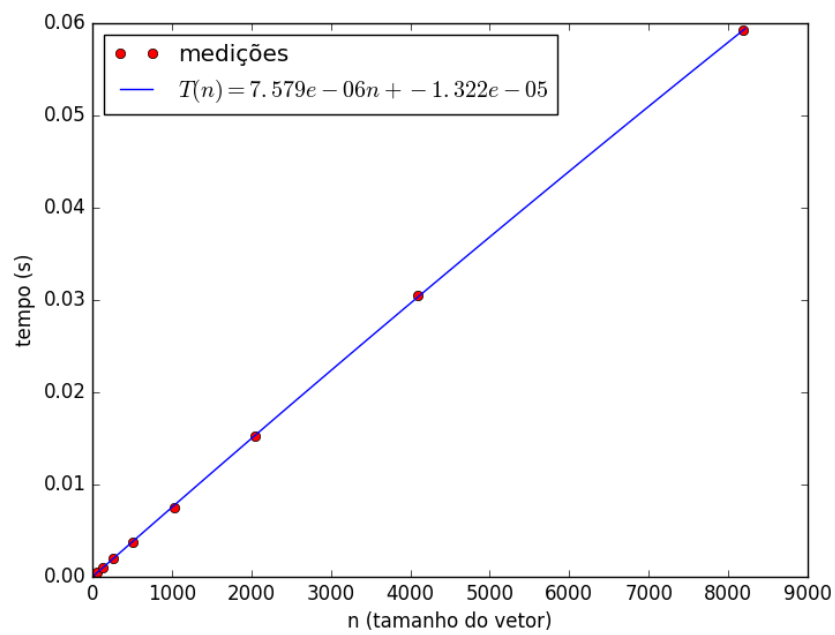


Figura 2.17: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 10%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.589 * 10^{-6} * n - 1.322 * 10^{-5} = 32594.5068$$

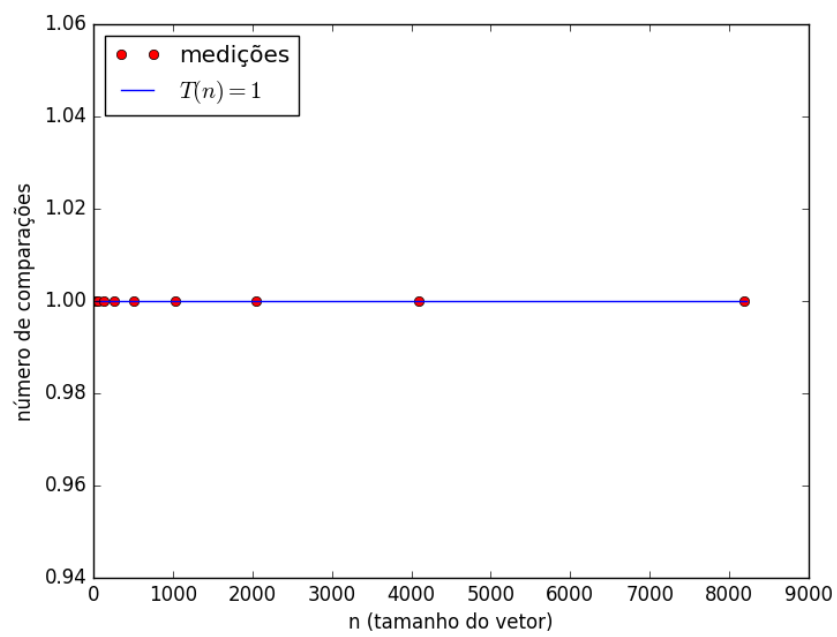


Figura 2.18: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 10%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000299 |
| 64 | 1 | 0.000525 |
| 128 | 1 | 0.001007 |
| 256 | 1 | 0.001906 |
| 512 | 1 | 0.003722 |
| 1024 | 1 | 0.007548 |
| 2048 | 1 | 0.015134 |
| 4096 | 1 | 0.029732 |
| 8192 | 1 | 0.058867 |

Tabela 2.10: *Bucket com Vetores Quase Decrescentes 20%*

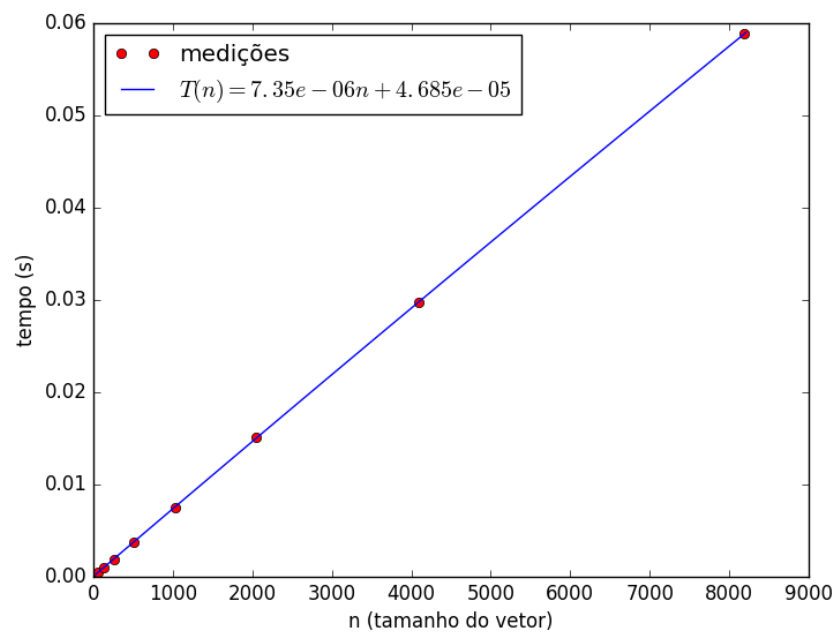


Figura 2.19: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.35 * 10^{-6} * n + 4.685 * 10^{-5} = 31568.00967$$

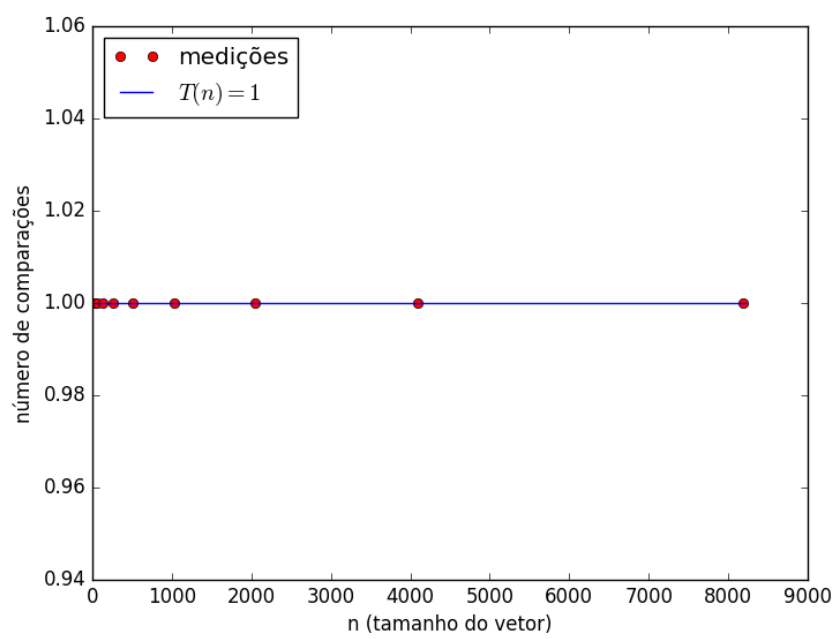


Figura 2.20: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000311 |
| 64 | 1 | 0.000523 |
| 128 | 1 | 0.001047 |
| 256 | 1 | 0.001965 |
| 512 | 1 | 0.003893 |
| 1024 | 1 | 0.007608 |
| 2048 | 1 | 0.015381 |
| 4096 | 1 | 0.029609 |
| 8192 | 1 | 0.059256 |

Tabela 2.11: *Bucket com Vetores Quase Decrescentes 30%*

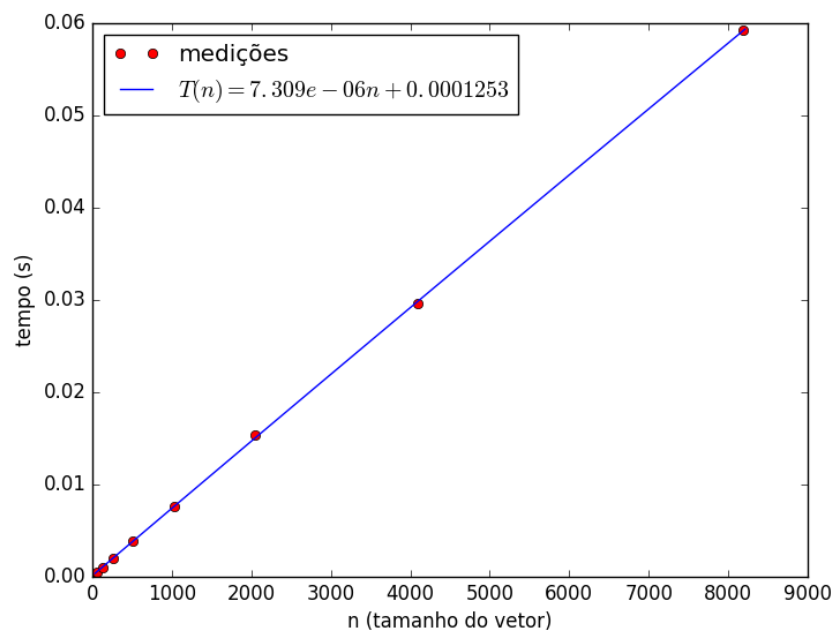


Figura 2.21: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.309 * 10^{-6} * n + 0.0001253 = 31391.91597$$

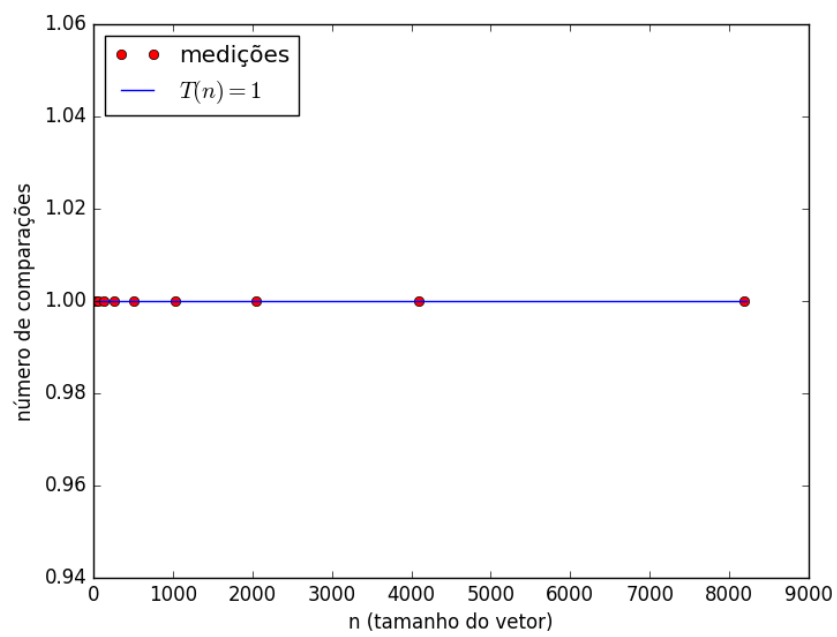


Figura 2.22: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000326 |
| 64 | 1 | 0.000558 |
| 128 | 1 | 0.001042 |
| 256 | 1 | 0.002045 |
| 512 | 1 | 0.004139 |
| 1024 | 1 | 0.007858 |
| 2048 | 1 | 0.016271 |
| 4096 | 1 | 0.030146 |
| 8192 | 1 | 0.059188 |

Tabela 2.12: *Bucket com Vetores Quase Decrescentes 40%*

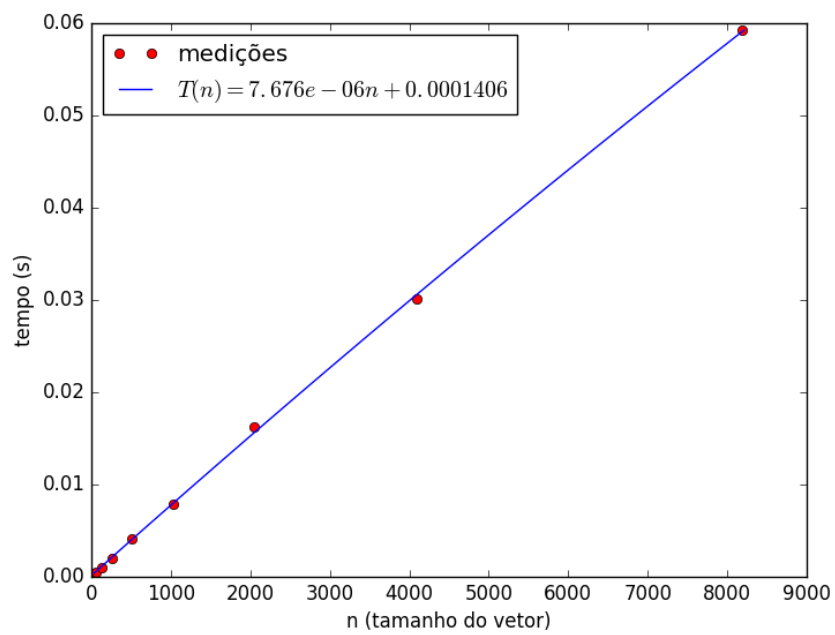


Figura 2.23: *Bucket com relação ao tempo com vetor quase decrescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.676 * 10^{-6} * n + 0.0001406 = 32968.16896$$

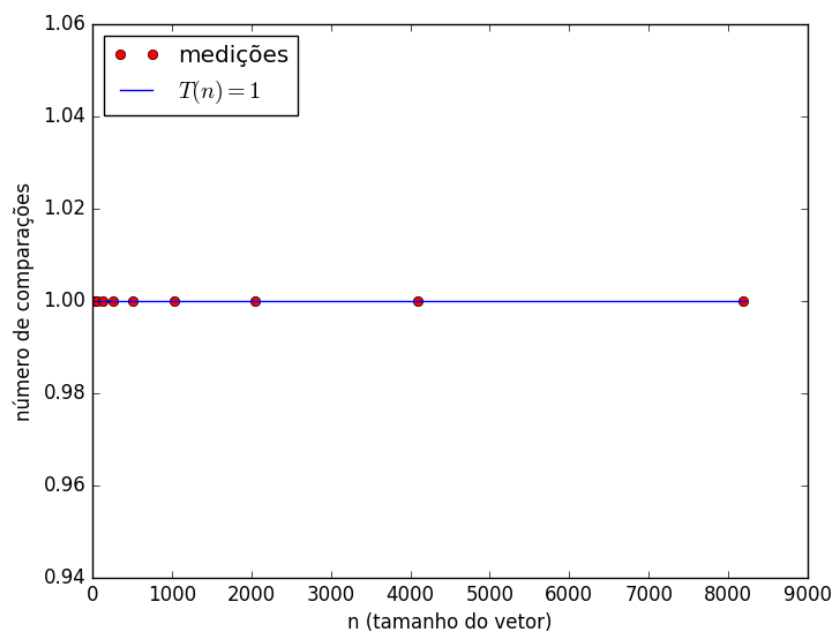


Figura 2.24: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

| n | comparações | tempo(s) |
|------|-------------|----------|
| 32 | 1 | 0.000305 |
| 64 | 1 | 0.000539 |
| 128 | 1 | 0.000979 |
| 256 | 1 | 0.002032 |
| 512 | 1 | 0.003806 |
| 1024 | 1 | 0.007525 |
| 2048 | 1 | 0.015194 |
| 4096 | 1 | 0.029464 |
| 8192 | 1 | 0.059404 |

Tabela 2.13: *Bucket com Vetores Quase Decrescentes 50%*

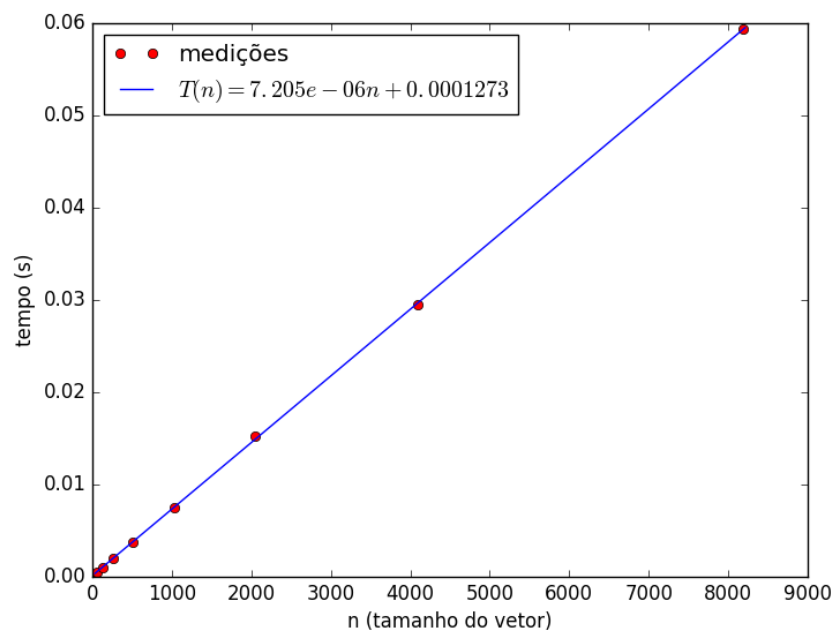


Figura 2.25: *Bucket* com relação ao tempo com vetor quase decrescente 50%.

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

$$7.205 * 10^{-6} * n + 0.0001273 = 30945.23937$$

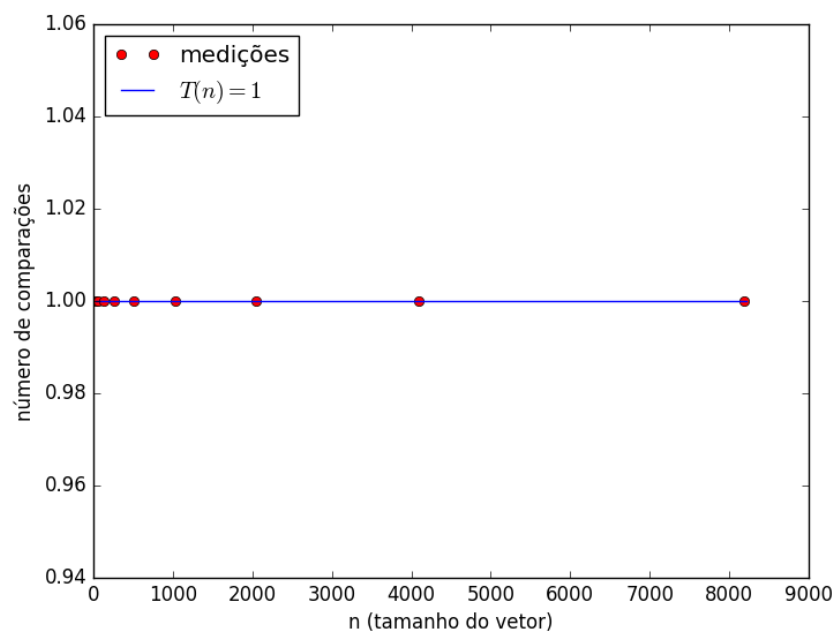


Figura 2.26: *Bucket com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 50%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor 2^{32} :

Apêndice A

Arquivo ../bucket/bucket.py

Listagem A.1: ../bucket/bucket.py

```
1
2 @profile
3 def bucket_sort(floats):
4     buckets = [ [] for _ in range(len(floats)) ]
5     for num in floats:
6         i = int(len(floats) * num)
7         #print(buckets)
8         buckets[i].append(num)
9
10    result = []
11    for bucket in buckets:
12        _insertion_sort(bucket) # INSERTION_SORT(bucket)
13        result += bucket
14    return result
15
16
17 # colocamos a mesma versão do Insertion Sort, que já havíamos feito, aqui
18 # apenas
19 # para facilitar a análise de complexidade do Bucket Sort
20
21 def _insertion_sort(lista):
22     for j in range(1, len(lista)):
23         chave = lista[j]
24         i = j
25         while (i>0 and lista[i-1]>chave):
26             lista[i] = lista[i-1]
27             i = i-1
28         lista[i] = chave
29
30 #print(bucket_sort([0.112, 0.3, 0.008, 0.07, 0.9, 0.8, 0.43, 0.29]))
```

Apêndice B

Arquivo ../bucket/ensaio.py

Listagem B.1: ../bucket/ensaio.py

```
1 import numpy as np
2 import argparse
3
4 from radixsort import *
5
6 parser = argparse.ArgumentParser()
7 parser.add_argument("arq_vetor",
8                     help="nome do arquivo contendo o vetor de teste")
9 args = parser.parse_args()
10
11 # Lê o arquivo contendo o vetor e passado na linha de comando como um
12 # vetor do Numpy.
13
14 vet = np.loadtxt(args.arq_vetor)
15 radix(vet)
```
