

# Análise experimental de algoritmos usando Python

Karen Catiguá Junqueira

`karen@ufu.com`

Matheus Prado Prandini Faria

`matheus_prandini@ufu.com`

Pedro Augusto Correa Braz

`pedro_acbraz@hotmail.com`

Faculdade de Computação  
Universidade Federal de Uberlândia

16 de dezembro de 2016

# Lista de Figuras

2.1	Radix com relação ao tempo com vetor aleatório. . . . .	8
2.2	Radix com relação ao número de comparações com vetor aleatório. . . . .	9
2.3	Radix com relação ao tempo com vetor crescente. . . . .	11
2.4	Radix com relação ao número de comparações com vetor crescente. . . . .	12
2.5	Radix com relação ao tempo com vetor decrescente. . . . .	14
2.6	Radix com relação ao número de comparações com vetor decrescente. . . . .	15
2.7	radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 10%. . . . .	17
2.8	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 10%. . . . .	18
2.9	Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 20%. . . . .	20
2.10	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 20%. . . . .	21
2.11	Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 30%. . . . .	22
2.12	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 30%. . . . .	23
2.13	Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 40%. . . . .	25
2.14	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 40%. . . . .	26
2.15	Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 50%. . . . .	28
2.16	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 50%. . . . .	29
2.17	Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 10%. . . . .	30
2.18	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 10%. . . . .	31
2.19	Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 20%. . . . .	33
2.20	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 20%. . . . .	34
2.21	Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 30%. . . . .	35
2.22	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 30%. . . . .	36
2.23	Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 40%. . . . .	37
2.24	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 40%. . . . .	38
2.25	Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 50%. . . . .	40
2.26	Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 50%. . . . .	41

# Lista de Tabelas

2.1	RadixSort com Vetores Aleatorio . . . . .	7
2.2	RadixSort com Vetores Crescentes . . . . .	10
2.3	RadixSort com Vetores Decrescentes . . . . .	13
2.4	RadixSort com Vetores Quase Crescentes 10% . . . . .	16
2.5	RadixSort com Vetores Quase Crescentes 20% . . . . .	19
2.6	RadixSort com Vetores Quase Crescentes 30% . . . . .	22
2.7	RadixSort com Vetores Quase Crescentes 40% . . . . .	24
2.8	RadixSort com Vetores Quase Crescentes 50% . . . . .	27
2.9	RadixSort com Vetores Quase Decrescente 10% . . . . .	30
2.10	RadixSort com Vetores Quase Decrescente 20% . . . . .	32
2.11	RadixSort com Vetores Quase Decrescente 30% . . . . .	35
2.12	RadixSort com Vetores Quase Decrescente 40% . . . . .	37
2.13	RadixSort com Vetores Quase Decrescente 50% . . . . .	39

# Lista de Listagens

A.1	../radix/radix.py . . . . .	42
B.1	../radix/ensaio.py . . . . .	44

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>2</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>3</b>
<b>1 Análise</b>	<b>6</b>
<b>2 Resultados</b>	<b>7</b>
2.1 Tabelas . . . . .	7
 <b>Apêndice</b>	 <b>42</b>
<b>A Arquivo ../radix/radix.py</b>	<b>42</b>
<b>B Arquivo ../radix/ensaio.py</b>	<b>44</b>

# Capítulo 1

## Análise

O Radix Sort é considerado um algoritmo linear não baseado em comparações. Considera-se seu uso em casos onde os elementos são números inteiros de comprimento máximo constante, isto é, independentes do tamanho do vetor. Além disso, é possível utilizá-lo para ordenar certos tipos de elementos como datas, CEPs e palavras em ordem lexicográficas. Esse algoritmo resolve o problema de ordenar um vetor no qual os elementos podem ser representados com apenas  $d$  dígitos, sendo  $d$  uma constante. Ele utiliza um método de ordenação estável como subrotina de forma a ordenar o vetor do dígito menos significativo para o mais significativo, com o objetivo de poupar memória adicional.

A sua complexidade depende da complexidade do algoritmo estável utilizado. Temos os seguintes algoritmos estáveis vistos em sala: Insertion Sort, Merge Sort e Counting Sort. Comparando a complexidade dos três, temos que o primeiro é  $teta(n^2)$ , o segundo é  $teta(n * lgn)$  e o terceiro é  $teta(n + k)$ . Dessa forma, temos que a complexidade total do Radix Sort é  $teta(d * f(n))$ , na qual  $teta(f(n))$  é a complexidade do algoritmo estável. No caso de utilizarmos o Counting Sort, a complexidade total do Radix será  $teta(d * (n + k))$ . Se  $k$  pertencer  $teta(n)$  a complexidade total do Radix será  $teta(d * n)$ , ou seja, complexidade linear em  $n$ .

Em termos de memória, temos que esse algoritmo necessita armazenar dois vetores auxiliares no caso de utilizar o Counting Sort como subrotina: um do tamanho do vetor a ser ordenado e outro do tamanho de  $k$ .

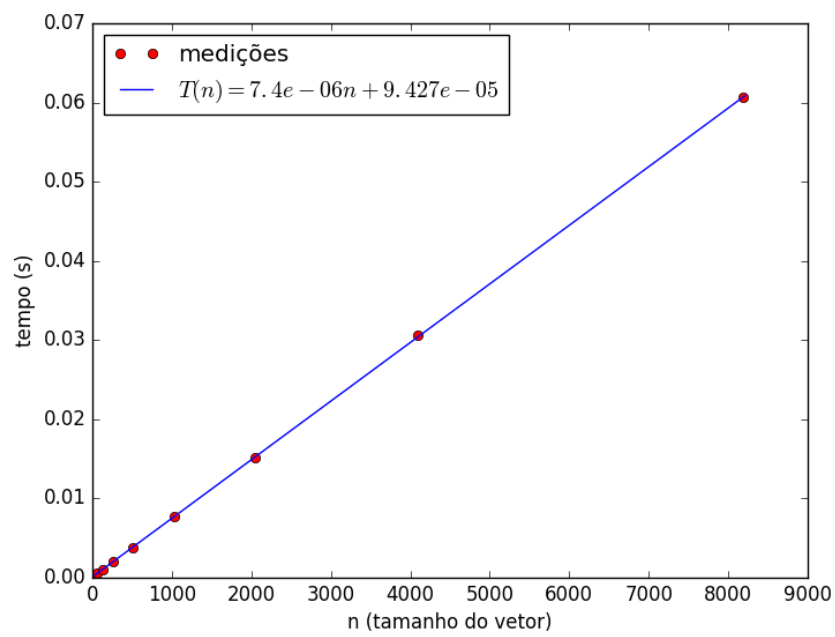
# Capítulo 2

## Resultados

### 2.1 Tabelas

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000309
64	1	0.000556
128	1	0.000987
256	1	0.001976
512	1	0.003803
1024	1	0.007793
2048	1	0.015191
4096	1	0.030633
8192	1	0.060610

**Tabela 2.1:** *RadixSort com Vetores Aleatorio*

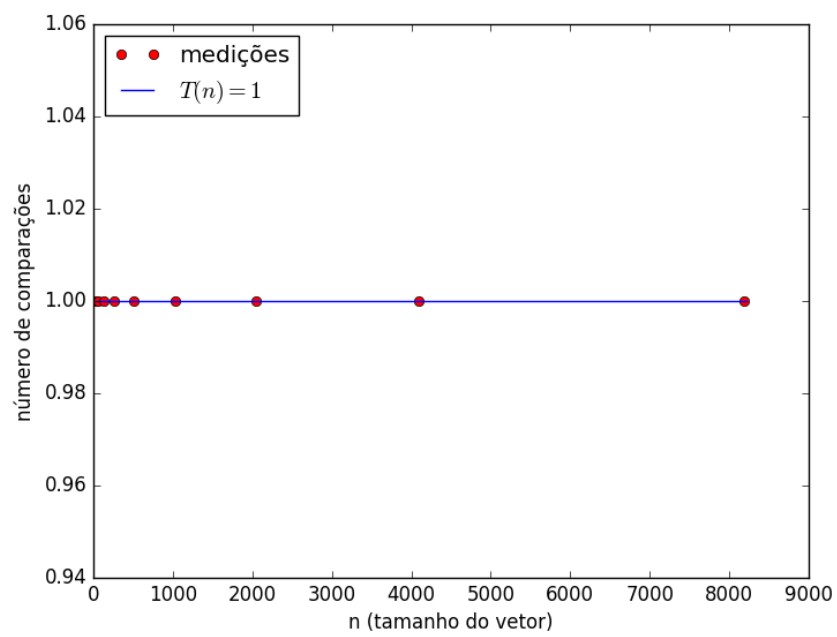


**Figura 2.1:** *Radix com relação ao tempo com vetor aleatório.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.4 * 10^{-6} * n + 9.427 * 10^{-5} = 1.365059061e + 14$$



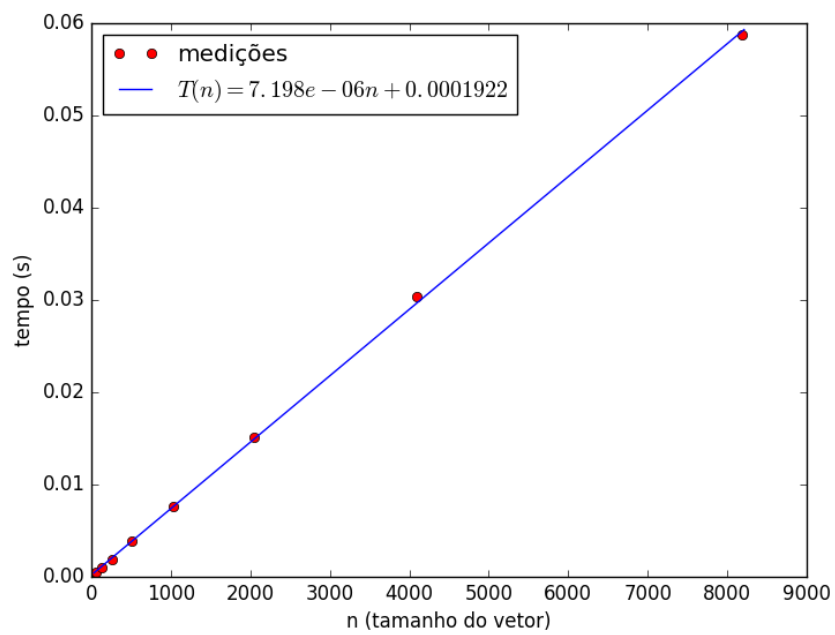


**Figura 2.2:** *Radix com relação ao número de comparações com vetor aleatório.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000306
64	1	0.000529
128	1	0.000999
256	1	0.001908
512	1	0.003865
1024	1	0.007595
2048	1	0.015088
4096	1	0.030361
8192	1	0.058781

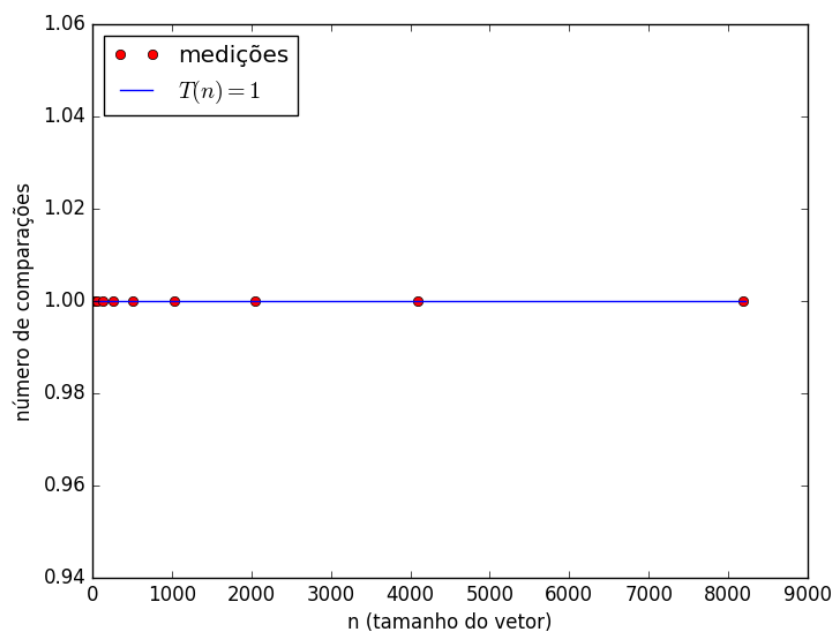
**Tabela 2.2:** *RadixSort com Vetores Crescentes*



**Figura 2.3:** *Radix com relação ao tempo com vetor crescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.198 * 10^{-6} * n + 0.0001922 = 30915.17479$$

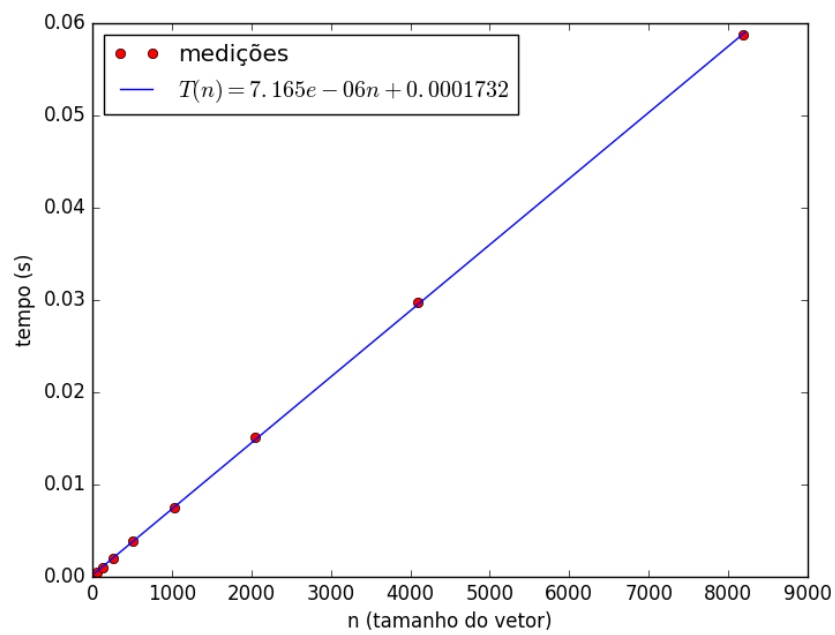


**Figura 2.4:** *Radix com relação ao número de comparações com vetor crescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000295
64	1	0.000525
128	1	0.001001
256	1	0.001945
512	1	0.003881
1024	1	0.007522
2048	1	0.015137
4096	1	0.029712
8192	1	0.058699

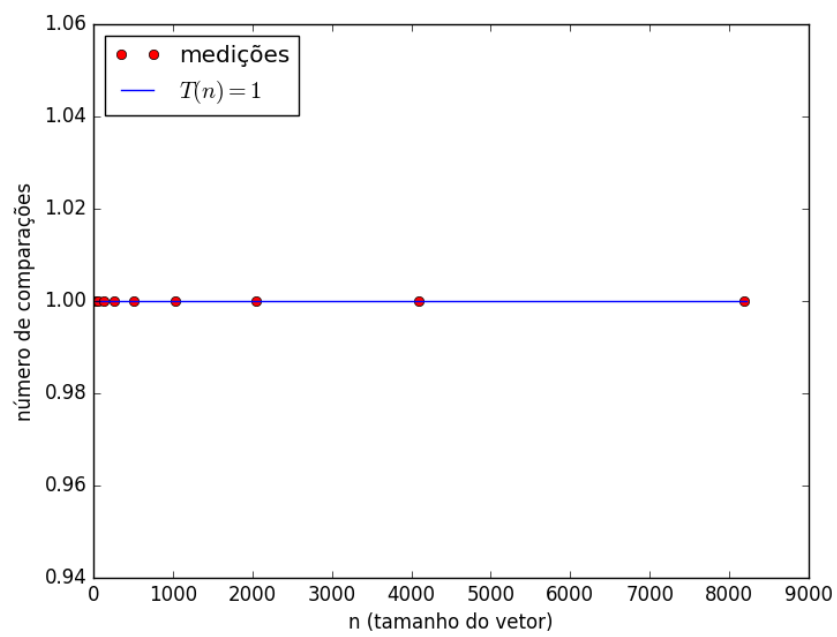
**Tabela 2.3:** *RadixSort com Vetores Decrescentes*



**Figura 2.5:** *Radix com relação ao tempo com vetor decrescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.165 * 10^{-6} * n + 0.0001732 = 30773.44085$$



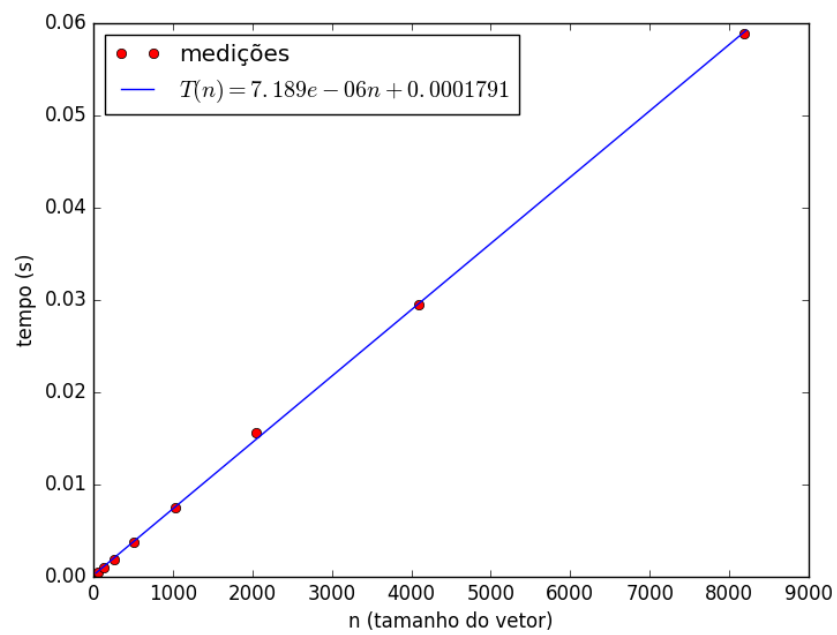
**Figura 2.6:** *Radix com relação ao número de comparações com vetor decrescente.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000305
64	1	0.000525
128	1	0.000981
256	1	0.001916
512	1	0.003801
1024	1	0.007496
2048	1	0.015655
4096	1	0.029552
8192	1	0.058935

**Tabela 2.4:** *RadixSort com Vetores Quase Crescentes 10%*

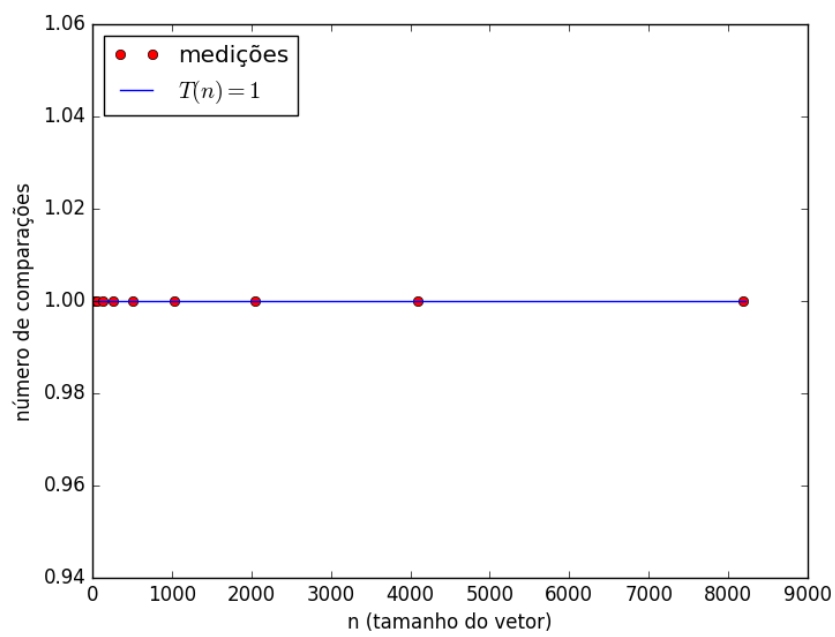




**Figura 2.7:** *radix* com relação ao tempo com vetor quase crescente 10%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.189 * 10^{-6} * n + 0.0001791 = 30876.51989$$

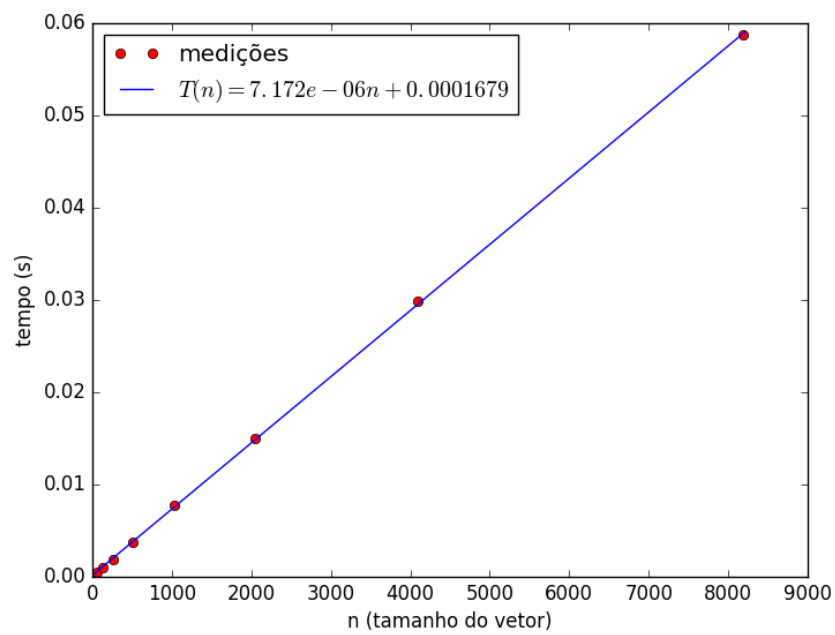


**Figura 2.8:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 10%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000305
64	1	0.000530
128	1	0.000981
256	1	0.001906
512	1	0.003752
1024	1	0.007721
2048	1	0.015039
4096	1	0.029841
8192	1	0.058711

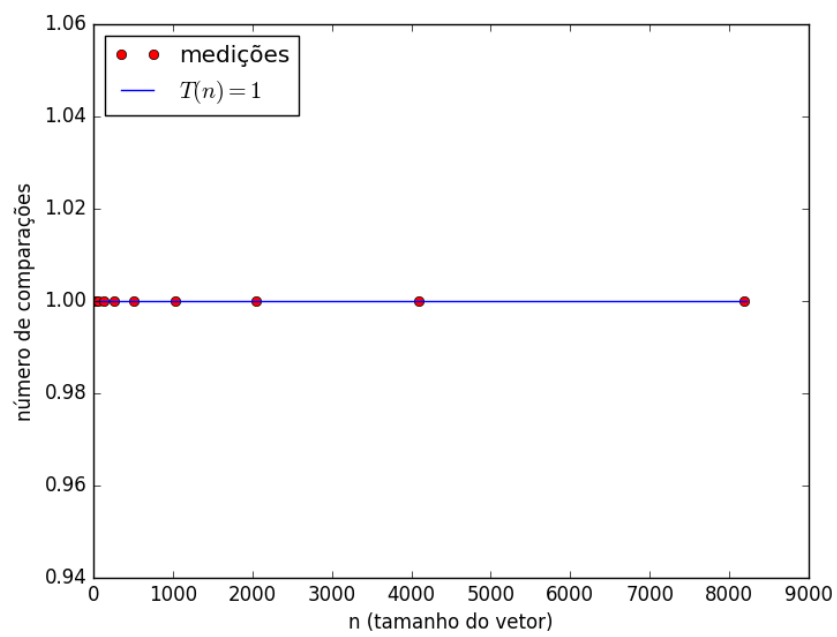
**Tabela 2.5:** *RadixSort com Vetores Quase Crescentes 20%*



**Figura 2.9:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.172 * 10^{-6} * n + 0.0001679 = 30803.50545$$

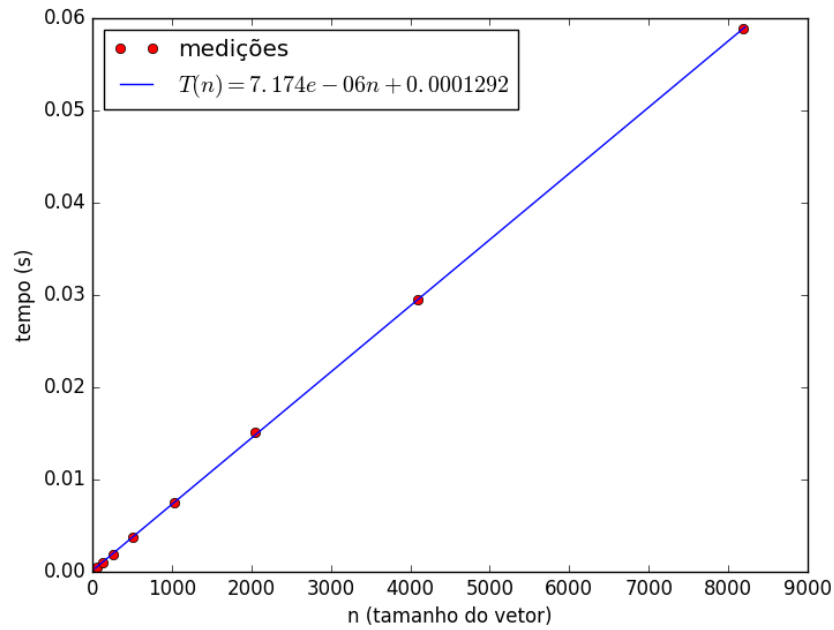


**Figura 2.10:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 20%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000300
64	1	0.000541
128	1	0.001082

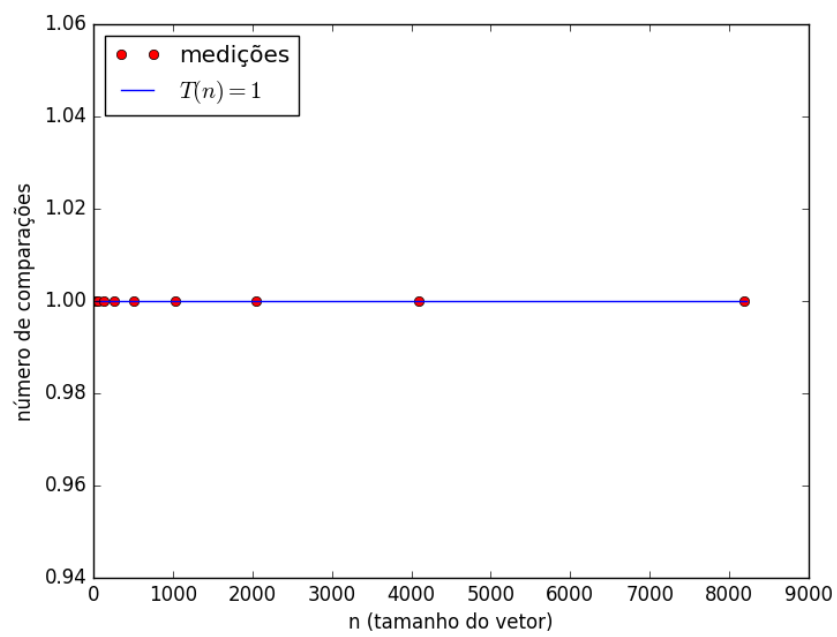
**Tabela 2.6:** *RadixSort com Vetores Quase Crescentes 30%*



**Figura 2.11:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.174 * 10^{-6} * n + 0.0001292 = 30812.09538$$



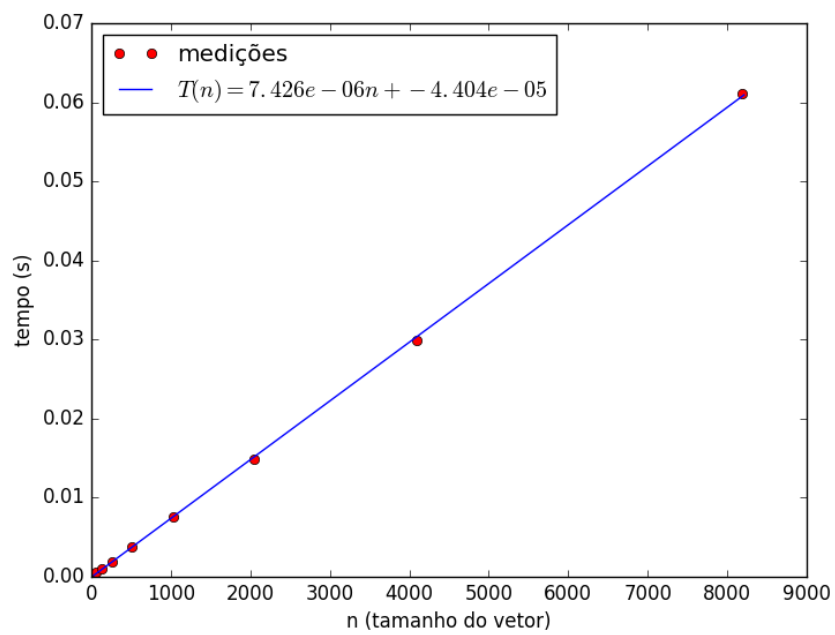
**Figura 2.12:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 30%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000296
64	1	0.000537
128	1	0.001016
256	1	0.001940
512	1	0.003804
1024	1	0.007566
2048	1	0.014913
4096	1	0.029861
8192	1	0.061097

**Tabela 2.7:** *RadixSort com Vetores Quase Crescentes 40%*

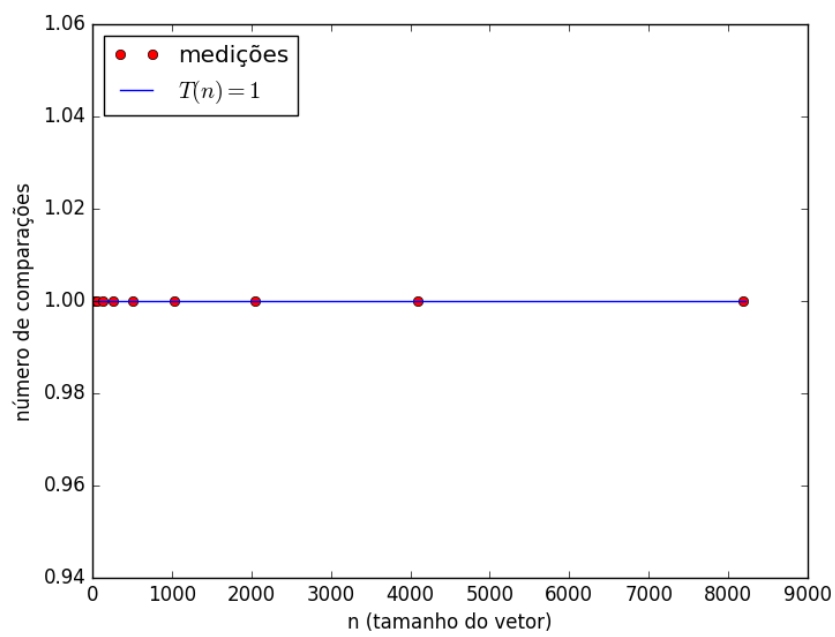




**Figura 2.13:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.426 * 10^{-6} * n - 4.404 * 10^{-5} = 31894.4271$$

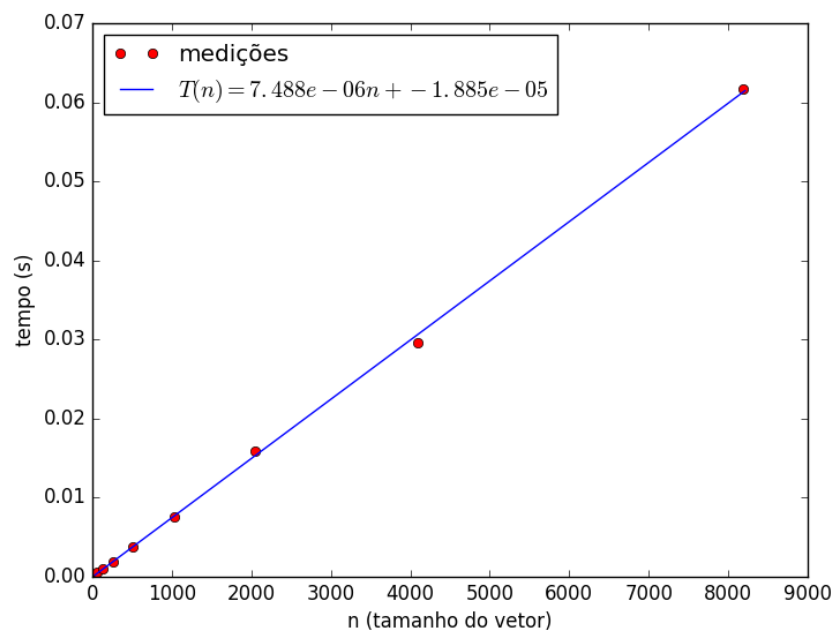


**Figura 2.14:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 40%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000297
64	1	0.000524
128	1	0.001011
256	1	0.001923
512	1	0.003738
1024	1	0.007561
2048	1	0.015872
4096	1	0.029650
8192	1	0.061698

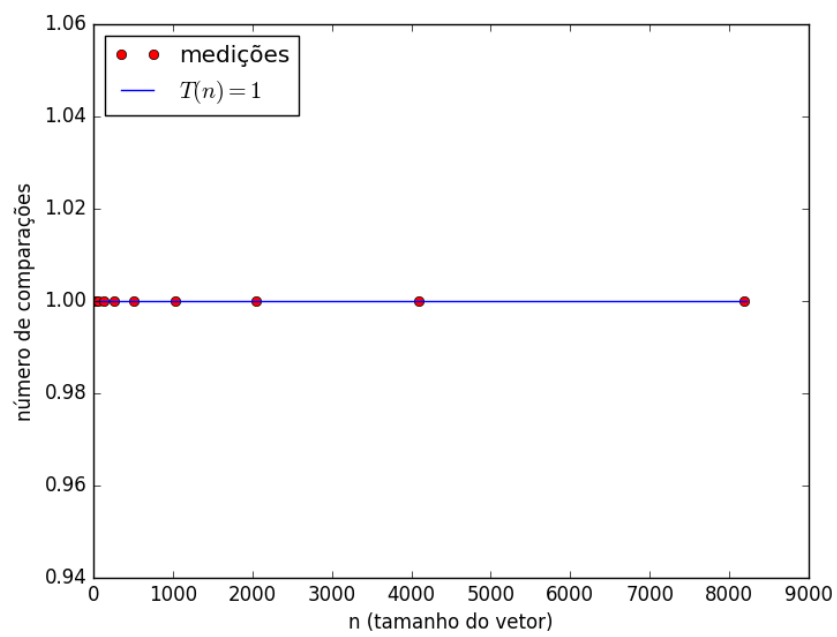
**Tabela 2.8:** *RadixSort com Vetores Quase Crescentes 50%*



**Figura 2.15:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase crescente 50%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.488 * 10^{-6} * n - 1.885 * 10^{-5} = 32160.71509$$

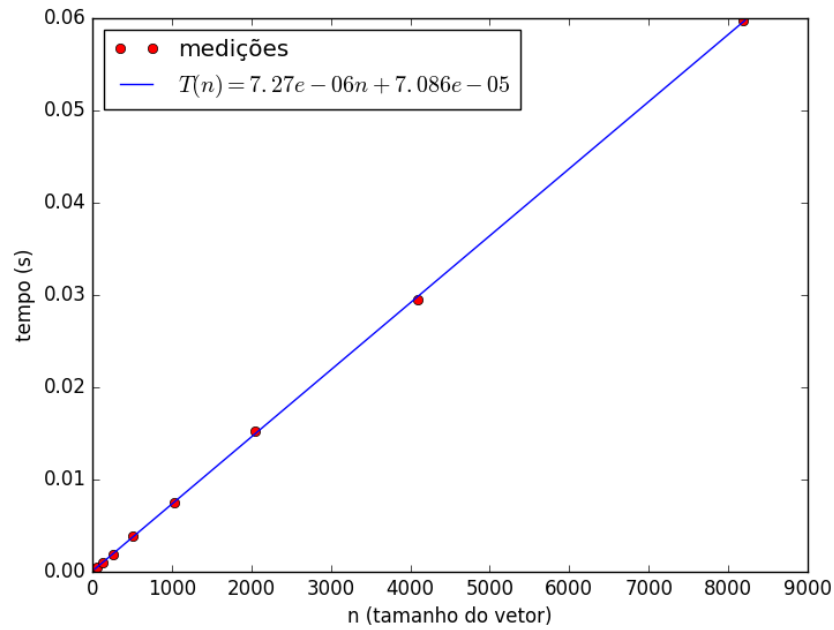


**Figura 2.16:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase crescente 50%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000304
64	1	0.000523
128	1	0.001040

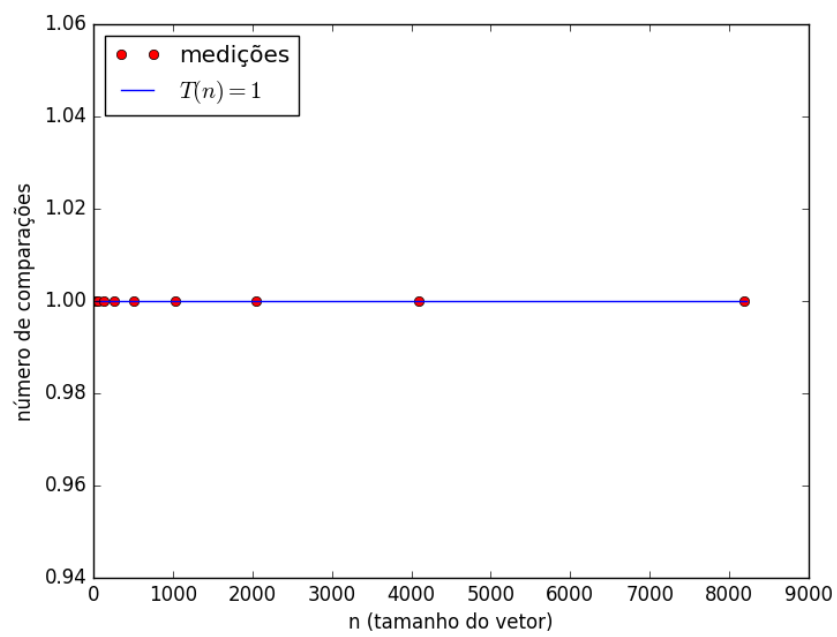
**Tabela 2.9:** *RadixSort com Vetores Quase Decrescente 10%*



**Figura 2.17:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 10%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.27 * 10^{-6} * n + 7.086 * 10^{-5} = 31224.41231$$



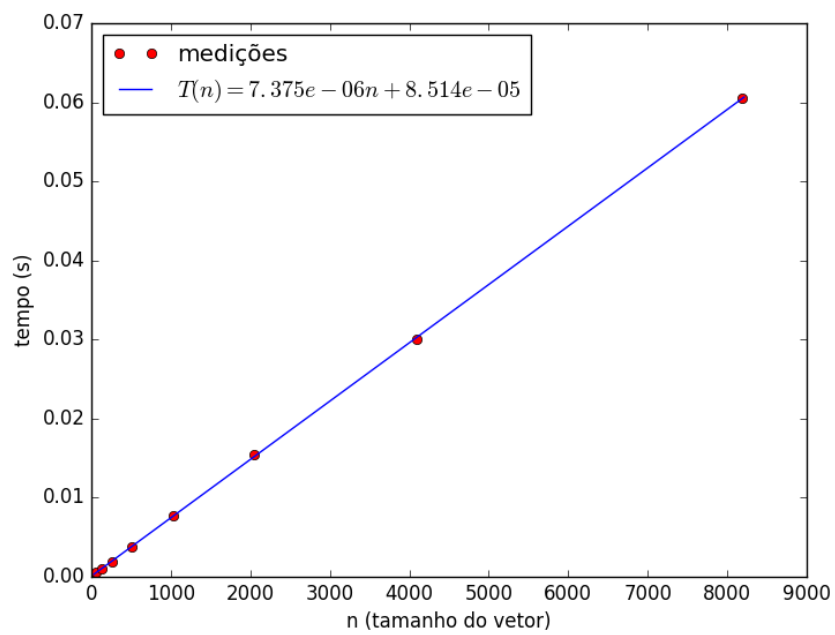
**Figura 2.18:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 10%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000306
64	1	0.000557
128	1	0.001022
256	1	0.001940
512	1	0.003776
1024	1	0.007690
2048	1	0.015499
4096	1	0.030006
8192	1	0.060569

**Tabela 2.10:** *RadixSort com Vetores Quase Decrescente 20%*

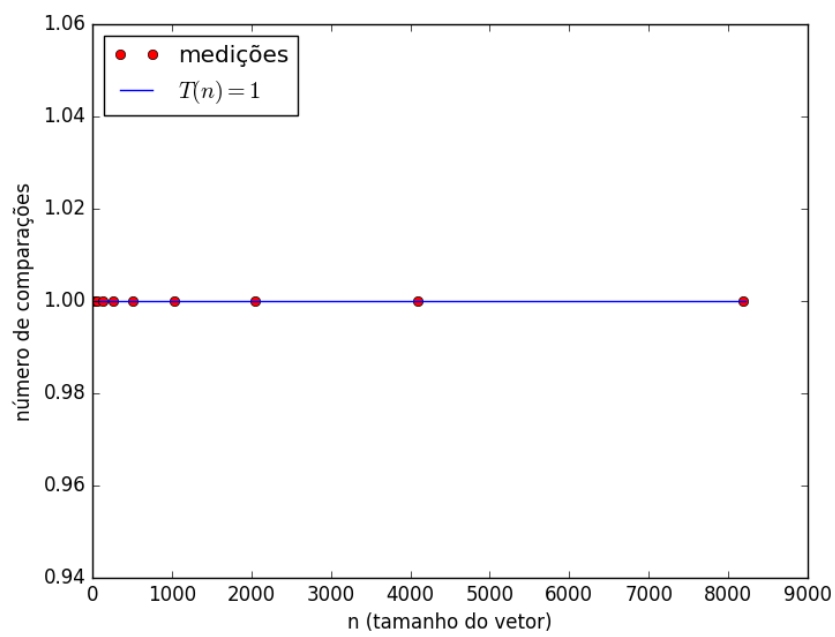




**Figura 2.19:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 20%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.375 * 10^{-6} * n + 8.514 * 10^{-5} = 31615.38389$$

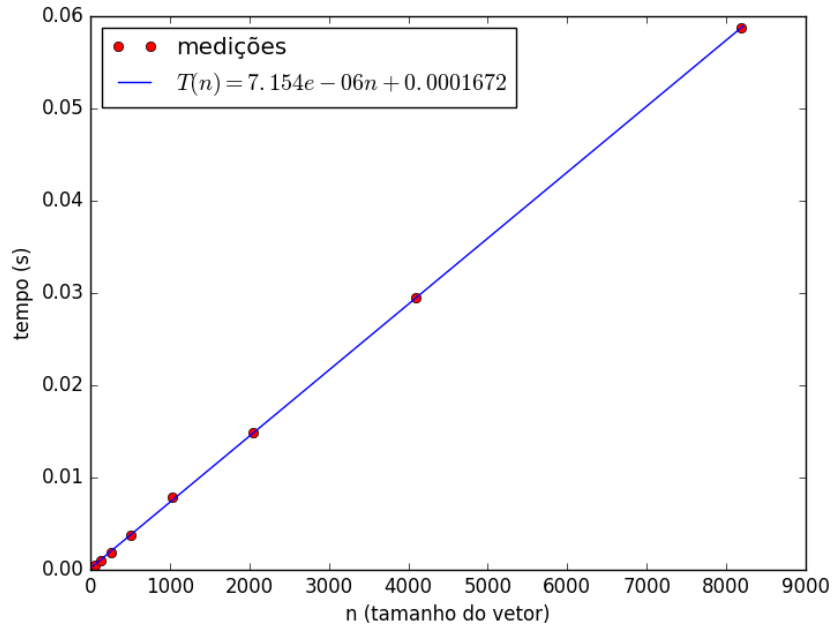


**Figura 2.20:** Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 20%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000298
64	1	0.000567
128	1	0.000981

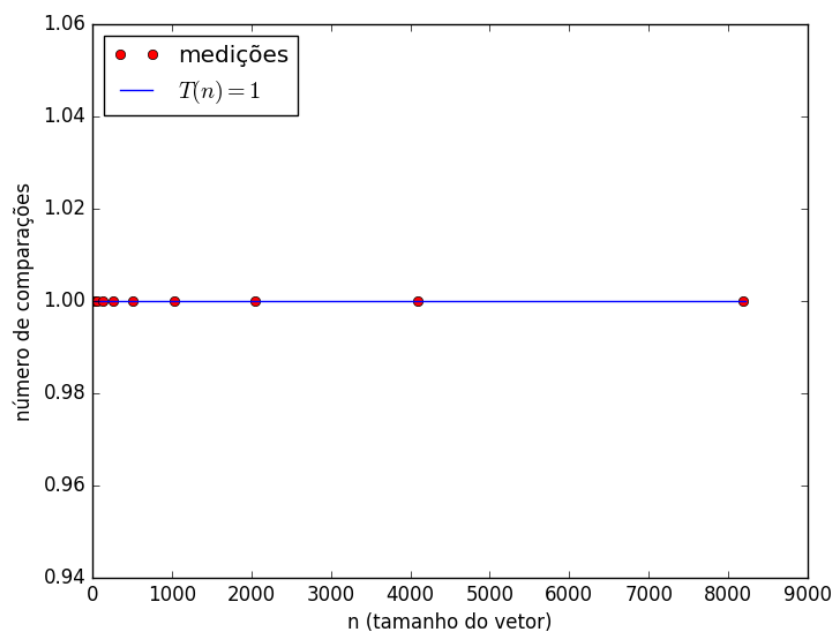
**Tabela 2.11:** *RadixSort com Vetores Quase Decrescente 30%*



**Figura 2.21:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 30%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.154 * 10^{-6} * n + 0.0001672 = 30726.19604$$

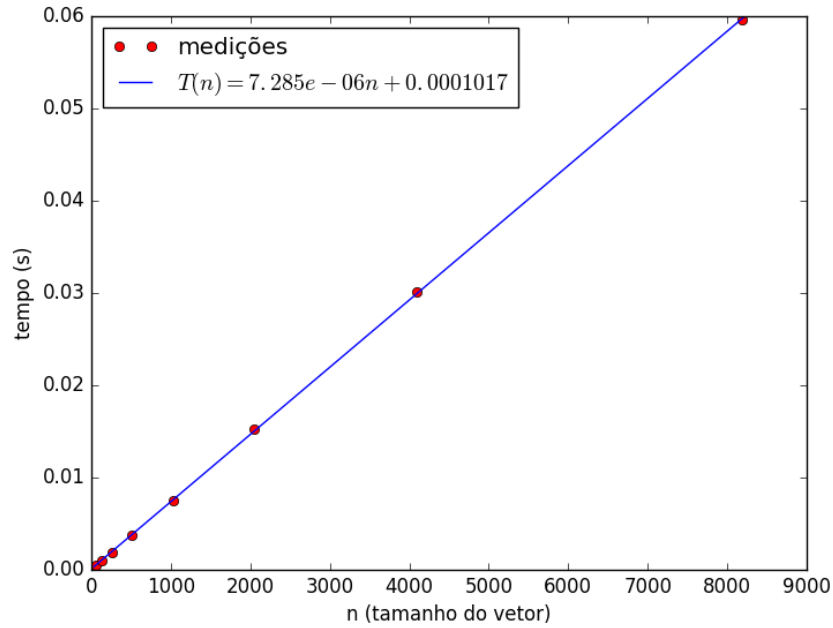


**Figura 2.22:** Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 30%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000301
64	1	0.000532
128	1	0.000992

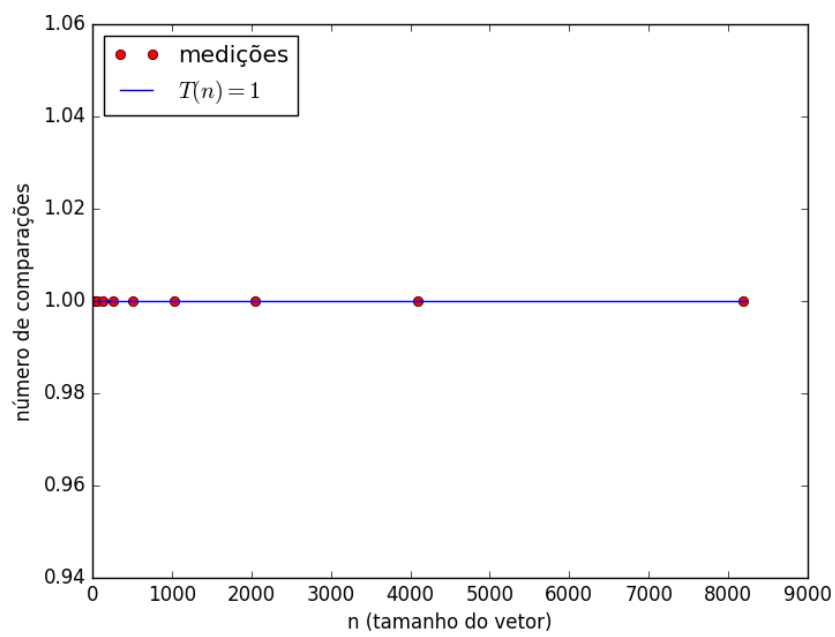
**Tabela 2.12:** *RadixSort com Vetores Quase Decrescente 40%*



**Figura 2.23:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 40%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.285 * 10^{-6} * n + 0.0001017 = 31288.83675$$

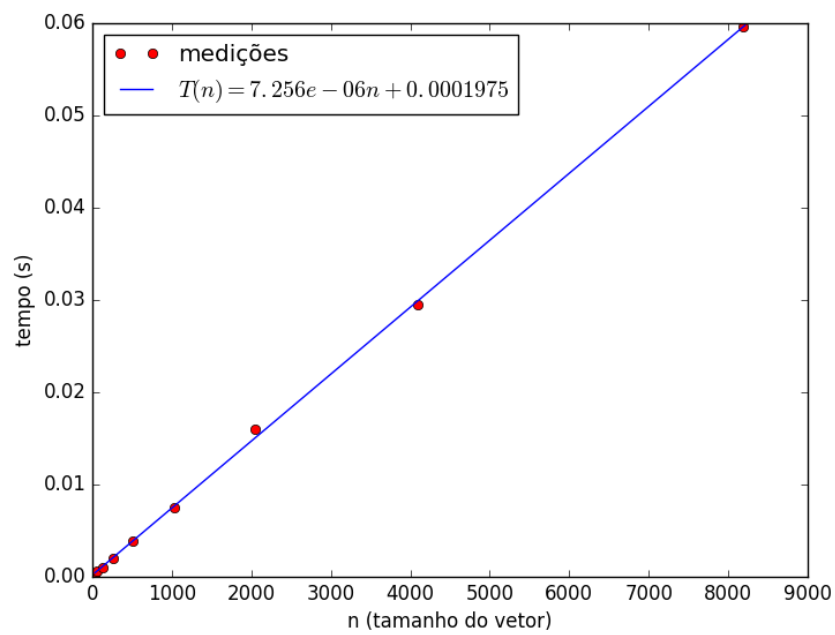


**Figura 2.24:** Radix com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 40%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

n	comparações	tempo(s)
32	1	0.000304
64	1	0.000569
128	1	0.001037
256	1	0.001989
512	1	0.003917
1024	1	0.007490
2048	1	0.015944
4096	1	0.029561
8192	1	0.059619

**Tabela 2.13:** *RadixSort com Vetores Quase Decrescente 50%*

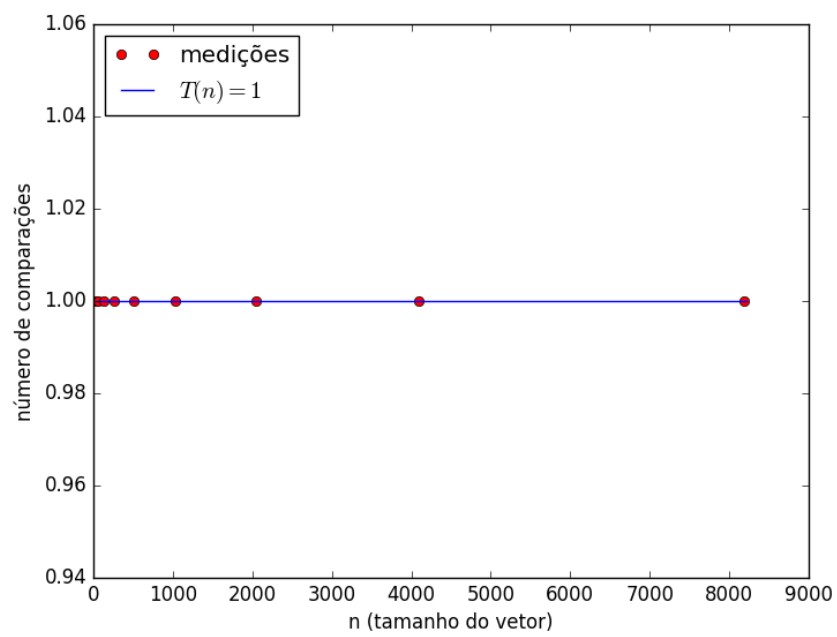


**Figura 2.25:** *Radix com relação ao tempo com vetor quase decrescente 50%.*

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

$$7.256 * 10^{-6} * n + 0.0001975 = 31164.2827$$





**Figura 2.26:** *Radix* com relação ao número de comparações com vetor quase decrescente 50%.

Análise com relação ao tamanho do vetor  $2^{32}$ :

# Apêndice A

## Arquivo ../radix/radix.py

Listagem A.1: ../radix/radix.py

```
1
2 @profile
3 def radix(A):
4     A = [ int(x) for x in A ]
5     n = len(A)
6     maior = max(A)
7     d = _contaDigitos(maior)
8     radixSort(A, n, d)
9
10 #@profile
11 def radixSort(A, n, d):
12     exp = 1
13     maior = max(A)
14     while exp < maior:
15         _countingSort(A, exp)
16         exp *= 10
17
18
19 #@profile# função countingsort adaptada
20 def _countingSort(A, k):
21     contador = [0] * 10 # Contador é o histograma
22     B = [0] * len(A)
23     n = len(A)
24     for i in range(0, n):
25         contador[(A[i] // k) % 10] += 1
26
27     for i in range(1, len(contador)):
28         contador[i] += contador[i - 1]
29
30     for j in range((n - 1), -1, -1):
31         B[contador[(A[j] // k) % 10] - 1] = A[j]
32         contador[(A[j] // k) % 10] -= 1
33
34     for i in range(0, n):
35         A[i] = B[i]
36
37 #@profile
38 def _contaDigitos(valor):
39     digitos = 0
40     while (valor != 0):
41         digitos += 1
```

A.0

```
42         valor //= 10
43     return digitos
44
45
46
47
48
49
50
51
52 #lista = [170, 45, 75, 90, 802, 24, 2, 66]
53 #radix(lista)
54 #print(lista)
```

---

# Apêndice B

## Arquivo ../radix/ensaio.py

Listagem B.1: ../radix/ensaio.py

```
1 import numpy as np
2 import argparse
3
4 from radixsort import *
5
6 parser = argparse.ArgumentParser()
7 parser.add_argument("arq_vetor",
8                     help="nome do arquivo contendo o vetor de teste")
9 args = parser.parse_args()
10
11 # Lê o arquivo contendo o vetor e passado na linha de comando como um
12 # vetor do Numpy.
13
14 vet = np.loadtxt(args.arq_vetor)
15 radix(vet)
```

---