

Definição de uma gramática de termos usando Coq

Vinícius T M Sugimoto

Dezembro 2020

1 Introdução

A formalização de uma gramática é um passo essencial para o estudo de problemas complexos. Uma vez que uma gramática está bem definida, ela ajuda a fazer com que o progresso no trabalho em alguma determinado problema também esteja bem definido e correto. No entanto, a definição de uma gramática por si só pode ser considerada um problema, que também precisa ser bem definido. Assim, existem ferramentas que auxiliam na formalização de provas de diversos problemas, que por sua vez já estão corretos e garantem que seus resultados também estejam.

A formalização de uma gramática de um problema em termos de uma linguagem bem estruturada é extremamente importante pois permite com que futuras definições a partir dessa gramática utilizem resultados provados previamente em outros momentos e por outras pessoas. A título de exemplo, pode-se considerar a construção dos números naturais a partir dos axiomas de Peano. Sem uma definição clara desses números é difícil dizer quais resultados são válidos ou não, por outro lado, com uma definição bem estruturada podemos utilizar resultados obtidos sobre esses números há séculos. Neste trabalho apresenta-se a definição de uma gramática simples de termos e funções, que por sua vez poderá ser utilizada para estudar problemas mais complexos e interessantes.

Para a construção da gramática proposta neste trabalho, precisa-se que seja possível mostrar que essa construção está correta. Por um lado este trabalho poderia tentar provar a corretude de tudo do que a gramática a ser apresentada depende, assim concluindo a corretude deste trabalho também. Mas quanto mais este trabalho tem que provar maior a chance de um erro acontecer ou da qualidade das provas não serem como desejadas. Assim, a melhor escolha é utilizar os resultados cuidadosamente provados por outros trabalhos. Mais especificamente, neste trabalho será utilizado o programa Assistente de Provas Coq e diversos resultados provados e bem definidos que o Coq traz.

Na seções seguintes, 2 e ??, será mostrado em maiores detalhes a forma da gramática que será construída e a maneira que foi definida utilizando o assistente de provas Coq, respectivamente. Depois, na seção ??, serão apresentados os resultados provados obtidos sobre a definição da gramática.

2 A Gramática

Este trabalho constrói uma gramática de termos recursiva com quatro tipos de termos. Esses termos tem tentam representar a definição de funções, com aridades possivelmente infinitas. Assim, os termos desta gramática podem ser: uma Variável, que são representadas por números naturais e representam argumentos e parâmetros de funções, termos Unitários, que encapsulam um outro termo da gramática, termos Pares, que encapsulam dois outros termos da gramática, e Funções, que representam funções sobre variáveis e são representadas com um natural, sua

aridade, e um termo, que expande para seus argumentos ou parâmetros, em forma de variáveis. A gramática pode ser visualizada melhor na seguinte notação:

$$\begin{aligned}
\langle NATURAL \rangle &:= 0|1|2|\dots \\
\langle TERMO \rangle &:= \langle VARIABEL \rangle | \langle UNITARIO \rangle | \langle PAR \rangle | \langle FUNCAO \rangle \\
\langle VARIABEL \rangle &:= \langle NATURAL \rangle \\
\langle UNITARIO \rangle &:= \langle TERMO \rangle \\
\langle PAR \rangle &:= \langle TERMO \rangle \langle TERMO \rangle \\
\langle FUNCAO \rangle &:= \langle NATURAL \rangle \langle TERMO \rangle
\end{aligned} \tag{1}$$

Essa gramática com esta definição, apesar de poder ser bem definida, não é tão versátil. Por exemplo, os termos de funções da gramática, apesar de terem um natural associado para indicar sua aridade, nada impede que o termo associado não tenha essa aridade. Ainda sobre as funções, elas, na definição apresentada, são limitadas a uma função para cada diferente aridade, isso pela falta de um identificador associado às funções. Ainda assim, para um primeiro momento, o trabalho foi realizado relevando os problemas apresentados.

Na seção seguinte é apresentado como está gramática é definida no Assistente de Provas Coq bem como como algumas propriedades desta gramática são provadas.

3 Assistente de Provas Coq

O assistente de provas Coq é um programa que auxilia o desenvolvimento de provas formais. Suas aplicações comuns incluem a certificação de propriedades de linguagens de programação, formalização da matemática e ensino. Neste trabalho o Coq é utilizado para auxiliar na formalização da definição da gramática deste trabalho e na prova de suas propriedades.

O programa é gratuito e pode ser obtido em diversas versões no site oficial <https://coq.inria.fr/>. Para este trabalho foi utilizada a versão 8.12 do Coq, tendo sido compilada a partir do fonte em um computador com Linux Ubuntu 20.04 64-bits.

Com a ferramenta Coq, a definição da gramática apresentada na seção 2 é dividida em duas partes e tem uma sintaxe diferente, própria do Coq. O trecho de código Coq a seguir mostra como um gramática recursiva equivalente à mostrada na seção 2 é construída.

4 Resultados