Relatório de queda livre

FISA75 - 2023.1

Kaio Carvalho; Vinícius Pinto; Matheus Rheinschmitt; Elias Neto

Entregue a Eliel Gomes da Silva Neto, professor da disciplina Elementos de Eletromagnetismo e Circuitos Elétrico's

I. Introducão

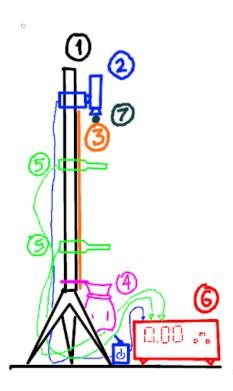
Este trabalho tem como finalidade relatar e analisar os resultados de um experimento de queda livre realizado no laboratório do Instituto de Física da UFBA. Será feita uma análise dos dados obtidos de deslocamento em função do tempo com base nas equações de movimento, além de uma análise informal a respeito do equilíbrio entre acurácia e precisão, evidente no processo de derivação numérica utilizado para obter as velocidades e acelerações de cada ponto.

O fenômeno de **queda livre** é o movimento de um corpo que tem como força atuante apenas a gravidade (neste caso, da Terra). Suponha um corpo com massa m nas condições de queda livre. Pela **Lei da Gravitação Universal** e pela **Segunda Lei de Newton**, podemos escrever $G\frac{mM}{d^2}=m$. a, onde M é a massa da terra, d é a distância entre o centro da terra e centro de massa do corpo e G é a constante gravitacional. Desta forma, obtemos a aceleração da gravidade $g=G\frac{M}{d^2}$. Tecnicamente, portanto, a aceleração da gravidade varia com a distância em que o corpo se encontra da superfície da Terra. Porém, foi demonstrado em sala que ao considerar g constante até cerca de 300 m da superfície, o desvio é pequeno o suficiente para ser desconsiderado.

Tendo g como constante, as análises neste documento sempre consideram um eixo de deslocamento vertical que cresce para baixo, e as equações de movimento utilizadas podem ser expressas como $x=x_0+v_0t+\frac{g}{2}t^2$ para deslocamento e $v=gt+v_0$ para velocidade, onde x_0 é a posição inicial e v_0 é a velocidade inicial.

II. EXPERIMENTO

O experimento realizado busca simular o movimento de queda livre utilizando uma pequena esfera metálica, solta múltiplas vezes de uma altura fixa. A resistência do ar não é considerada.



Os materiais para tal foram:

- Suporte vertical
- 2. Eletroímã
- 3. Fita métrica
- 4. Saco que comporte a esfera
- 5. Sensores de movimento
- 6. Cronômetro (que se conecte ao eletroímã e sensores)
- Esfera metálica pequena

O experimento foi montado da seguinte forma:

- 1) Posicionamos o suporte em pé na mesa de experimentos;
- 2) Colocamos a fita métrica ao longo da altura do suporte;
- 3) Deixamos o saco que recebe a esfera na base do suporte;
- 4) Pusemos o eletroímã no topo do suporte, de tal forma que sua parte magnética se voltasse para baixo;
- 5) Colocamos os dois sensores montados no suporte, por cima da fita métrica, de forma que fosse visível na fita sua altura;
 - 6) Conecte os sensores e o interruptor do eletroímã no cronômetro;
 - 7) Ligue a fonte do eletroímã e do cronômetro.

Em tal configuração, fizemos dois experimentos:

Experimento 1: Deslocar o sensor inferior o mais baixo possível (ou removê-lo) para que não fique no caminho (não é usado) e alternar o outro sensor em várias posições ao longo da fita métrica. Para cada posição, a posição do sensor é anotada e pressiona-se um botão no cronômetro para soltar a bola. O cronômetro dispara no exato momento em que o botão é pressionado, e pára no momento em que a bola passa pelo sensor. Com isso, tem-se a medida do tempo que a esfera levou para ir do ímã (do repouso) ao sensor.

Experimento 2: O sensor superior deve ser movido a uma posição mais alta, próxima do eletroímã, enquanto o inferior se alterna em vários lugares. A posição do topo do sensor superior é anotada. Para cada posição do sensor inferior, esta medida é anotada e pressiona-se um botão no cronômetro, que está conectado ao eletroímã, para soltar a bola. O cronômetro é disparado somente quando a bola passa pelo sensor superior, e pára no momento que passa pelo sensor inferior. Com isso, tem-se a medida do tempo que a esfera levou para ir do sensor superior ao inferior.

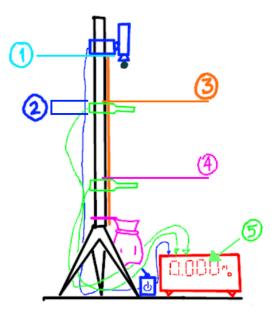
Lembrando que a posição do ímã se manteve fixa durante os dois experimentos, e que colocamos a esfera na altura 0 cm da fita no momento de lançamento, ajustando a altura do ímã. Entretanto, consideramos a posição inicial da esfera como a sua parte de baixo, já que é a parte que entra em contato com o sensor, e nesse caso sempre vamos considerar que a esfera saiu do repouso na marca de 2 cm. Em cada experimento, o cronômetro estava em uma configuração diferente, para que o experimento ocorresse como programado.

III. RESULTADOS

III.A. MEDIDAS E DESLOCAMENTO

Experimento 1

Foram medidas a posição inicial da bola em repouso (1), a espessura dos sensor (2), e para cada queda, foi medida a posição do topo do sensor (3) além do tempo (5) que a esfera leva para passar do repouso para o sensor.



Para a posição do topo do sensor (3) e a posição inicial da bola em repouso (1) foi utilizada a régua milimetrada, mas considerando a dificuldade de medição consideramos precisão de **0,001 m**.

Para a espessura do sensor (2), a medida foi com um paquímetro, de precisão 0.00005 m, mais preciso que a régua.

Por fim, o display do sensor digital que usamos para medir o tempo (5) possui três dígitos de precisão, nos permitindo alcançar um erro de **0.001 s**.

Abaixo, uma tabela com as medidas fixas:

(2) Espessura do sensor (m)	0,02355
(1) Posição inicial da bola em repouso (m)	0,020

Para os próximos cálculos, considere que S é a **espessura do sensor**, p_i é a **posição inicial** da bola em repouso, $p_{f topo}$ é a posição do topo do **sensor** e t o **tempo** medido quando a bola passa pelo sensor.

O objetivo é obter um gráfico Deslocamento x Tempo, considerando a exata posição em que cada tempo foi medido. Como a parte "sensível" do sensor se encontra no meio dele, devemos considerar esta como a posição da bola. Para isto, somamos a posição à altura do topo do sensor, e adicionamos a metade da espessura do suporte para finalmente chegar ao valor desejado.



Assim, temos a posição final $p_f = p_{f topo} + \frac{s}{2}$ e o valor da altura $h = p_f - p_i$. Para calcular o desvio da altura encontrada, propagamos o erro:

$$\Delta p_{f} = \left| \frac{\partial p_{f}}{\partial p_{f \, topo}} \right| \Delta p_{f \, topo} + \left| \frac{\partial p_{f}}{\partial S} \right| \Delta S = \Delta p_{f \, topo} + \frac{1}{2} \Delta S$$

$$\Delta h = \left| \frac{\partial h}{\partial p_f} \right| \Delta p_f + \left| \frac{\partial h}{\partial p_i} \right| \Delta p_i = \Delta p_f + \Delta p_i = \Delta p_{f \, topo} + \frac{1}{2} \Delta S + \Delta p_i = 0,001 + 0.000025 + 0,001 = 0,002025 \, m$$

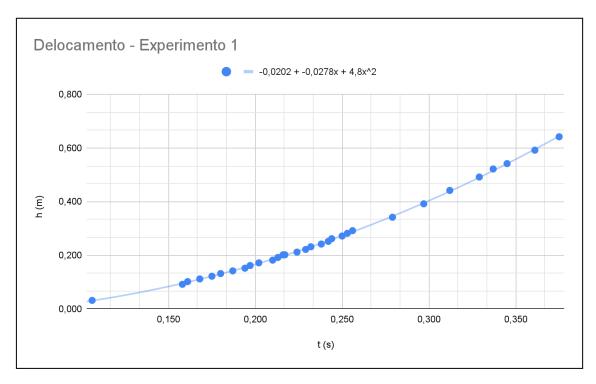
Majorando o desvio, temos $\Delta h = 0,003 m$.

Abaixo, uma tabela com as medidas feitas da posição do topo do sensor (4) e tempo (5) à esquerda, assim como o valor final da altura calculado à direita:

Experimento 1 (um sensor móvel)				
$p_{f topo}$ (m)	t (s)	<i>h</i> (m)		
0,040	0,106	0,032		
0,100	0,158	0,092		
0,110	0,161	0,102		
0,120	0,168	0,112		
0,130	0,175	0,122		
0,140	0,180	0,132		
0,150	0,187	0,142		
0,160	0,194	0,152		
0,170	0,197	0,162		
0,180	0,202	0,172		
0,190	0,210	0,182		
0,200	0,213	0,192		
0,210	0,217	0,202		
0,210	0,216	0,202		
0,220	0,224	0,212		
0,230	0,229	0,222		
0,240	0,232	0,232		

Experimento 1 (um sensor móvel)				
$p_{f topo}(m)$	<i>t</i> (s)	h (m)		
0,250	0,238	0,242		
0,260	0,242	0,252		
0,270	0,244	0,262		
0,280	0,250	0,272		
0,290	0,253	0,282		
0,300	0,256	0,292		
0,350	0,279	0,342		
0,400	0,297	0,392		
0,450	0,312	0,442		
0,500	0,329	0,492		
0,530	0,337	0,522		
0,550	0,345	0,542		
0,600	0,361	0,592		
0,650	0,375	0,642		

Com estas medidas, é possível traçar um gráfico de deslocamento h (eixo Y) versus tempo t (eixo X), ajustado com uma linha de tendência polinomial de segundo grau, de acordo com a teoria da queda livre.



Observe que para analisar a acurácia dos parâmetros obtidos, podemos estimar os resultados esperados com base na teoria que descreve o fenômeno de queda livre. Para as análises, vamos considerar $g = 9,7836 \, m/s^2$, com base na tabela referência [1], utilizando a latitude e altitude estimada do local do experimento (Instituto de Física da UFBA) que são respectivamente 15° e $50 \, m$.

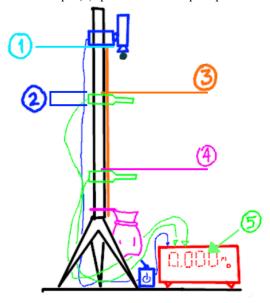
A **posição inicial** foi medida com a bola em repouso. Portanto temos que a **velocidade inicial** é 0. Segue a tabela com os valores obtidos e esperad<u>os.</u>

Parametro	Valor obtido	Valor esperado
-----------	--------------	----------------

Posição inicial (m)	- 0,0202	0,020
Veloc. inicial (m/s)	- 0,0278	0
Aceleração (m/s²)	9, 6	9, 7836

Experimento 2

Foram medidas a posição do topo do sensor fixo (3), a espessura dos sensores (2), e para cada queda, foram medidas a posição do topo do sensor móvel (4) além do tempo (5) que a esfera leva para passar do sensor fixo e o móvel.



Para as posições do sensor fixo (3) e do sensor móvel (4), foi utilizada a régua milimetrada, mas considerando a dificuldade de medição consideramos precisão de **0,001 m**.

Para a espessura dos sensores (2), a medida foi com um paquímetro, de precisão 0.00005 m, mais preciso que a régua.

Por fim, o display do sensor digital que usamos para medir o tempo (5) possui três dígitos de precisão, nos permitindo alcançar um erro de **0,001 s**.

Abaixo, uma tabela com as medidas fixas:

(2) Espessura dos sensores (m)	0,02355
(3) Posição do sensor fixo (m)	0,300

Para os próximos cálculos, considere que S é a **espessura dos sensores**, $p_{i\,topo}$ é a posição do topo do **sensor fixo**, $p_{f\,topo}$ é a posição do topo do **sensor móvel** e t o **tempo** medido quando a bola passa pelo sensor móvel.

Neste experimento, a posição inicial relevante é a posição sensor fixo. Desta forma, para fins de cálculo, consideramos a $p_{itopo} = 0,00 \ m \ e \ p_{ftopo}$ sempre relativa à posição do sensor fixo.

Desta vez devemos considerar a espessura do sensor para ambas as posições, inicial e final. Temos posição inicial $p_i=p_{i\,topo}+\frac{S}{2}$; a posição final $p_f=p_{f\,topo}+\frac{S}{2}$ e por fim o valor final da altura $h=p_f-p_i$. Assim, a equação final se dá por $h=p_{f\,topo}+\frac{S}{2}-p_{i\,topo}-\frac{S}{2}$. Para calcular o desvio da altura encontrada, propagamos o erro:

$$\Delta p_{f} = \left| \frac{\partial p_{f}}{\partial p_{ftopo}} \right| \Delta p_{ftopo} + \left| \frac{\partial p_{f}}{\partial S} \right| \Delta S = \Delta p_{ftopo} + \frac{1}{2} \Delta S$$

$$\Delta p_{i} = \left| \frac{\partial p_{i}}{\partial p_{itopo}} \right| \Delta p_{itopo} + \left| \frac{\partial p_{i}}{\partial S} \right| \Delta S = \Delta p_{itopo} + \frac{1}{2} \Delta S$$

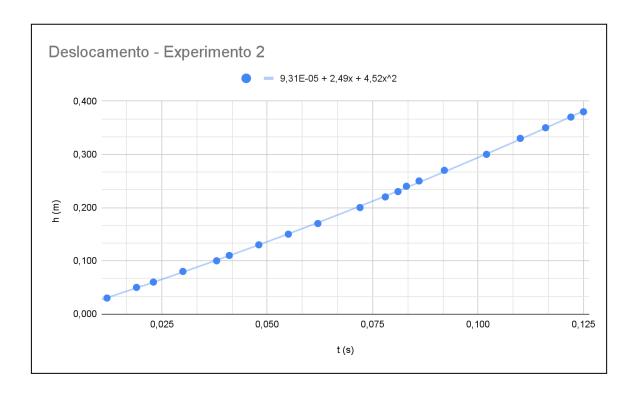
$$\Delta h = \left| \frac{\partial h}{\partial p_f} \right| \Delta p_f + \left| \frac{\partial h}{\partial p_i} \right| \Delta p_i = \Delta p_f + \Delta p_i = \Delta p_{f \, topo} + \Delta p_{i \, topo} + \Delta S = 0,001 + 0,001 + 0.00005 = 0,00205$$

Majorando o desvio, temos $\Delta h = 0,003 m$.

Abaixo, uma tabela com as medidas feitas da posição do topo do sensor móvel (4) e tempo (5) à esquerda, assim como o valor final da altura calculado à direita:

Experimento 2 (um sensor fixo, um móvel)				
$p_{f topo}$ (m)	t (s)	h (m)		
0,030	0,012	0,030		
0,050	0,019	0,050		
0,060	0,023	0,060		
0,080	0,030	0,080		
0,100	0,038	0,100		
0,110	0,041	0,110		
0,130	0,048	0,130		
0,150	0,055	0,150		
0,170	0,062	0,170		
0,200	0,072	0,200		
0,220	0,078	0,220		
0,230	0,081	0,230		
0,240	0,083	0,240		
0,250	0,086	0,250		
0,270	0,092	0,270		
0,300	0,102	0,300		
0,330	0,110	0,330		
0,350	0,116	0,350		
0,370	0,122	0,370		
0,380	0,125	0,380		

Com estas medidas, é possível traçar um gráfico de deslocamento h (eixo Y) versus tempo t (eixo X), ajustado com uma linha de tendência polinomial de segundo grau, de acordo com a teoria da queda livre.



Para analisar a acurácia, vejamos que no experimento 2 a posição inicial é 0 e a velocidade inicial é dada pela velocidade v_s que a **bola** tinha no **momento em que passou pelo meio do sensor fixo** t_s . Essa velocidade não é conhecida a priori, mas podemos calculá-la de acordo com a teoria. A **bola** saiu do repouso na marca 0,020 m da régua, com velocidade v=0. Para facilitar as contas, consideramos que essa seja a posição x=0. O **topo do sensor fixo** estava posicionado na marca 0,300 m da régua, portanto em x=0,280 m. Considerando a espessura do sensor 0,02355 m, a posição do **meio do sensor fixo** é $x_s=0$,280 + 0,011775 = 0,291775 m. Pela equação do deslocamento , temos que $x_s=0$ + 0 $x_s=0$, 280 + 0,011775 = 0,291775 $x_s=0$, 244225 $x_s=0$. Assim, podemos calcular $x_s=0$, dado por $x_s=0$, $x_s=0$, x

	Valor obtido	Valor esperado
Posição inicial (m)	9,31 × 10 ⁻⁵	0
Veloc. inicial (m/s)	2, 49	2, 389397
Aceleração (m/s²)	9, 04	9, 7836

III.B. VELOCIDADE E ACELERAÇÃO

Para obtermos a velocidade da esfera em cada ponto na reta anterior de deslocamento, nós tiramos a derivada numérica em cada um dos pontos para saber qual seria a coordenada em cada ponto dado.

Dado um valor de offset ε , em cada ponto i, com os pontos ordenados de forma ascendente de acordo com o eixo de tempo (horizontal), traçamos um segmento entre os pontos $i - \varepsilon$ e $i + \varepsilon$, e calculamos a velocidade v como a inclinação do segmento:

 $v = \frac{h_{i+\epsilon} - h_{i-\epsilon}}{t_{i+\epsilon} - t_{i-\epsilon}}$, onde t corresponde ao valor de tempo do ponto, e h ao valor de altura do ponto.

Sendo n a quantidade de medidas (pontos) , não é possível calcular v desta mesma forma para os pontos $i < \varepsilon$ e $i > n - \varepsilon$. Para isso, usamos as fórmulas alternativas $v_+ = \frac{h_{i+\varepsilon} - h_i}{t_{i+\varepsilon} - t_i}$ e $v_- = \frac{h_i - h_{i-\varepsilon}}{t_i - t_{i-\varepsilon}}$ respectivamente.

Utilizando esta técnica de derivação numérica, obtemos a seguinte propagação de erro:

$$\begin{split} \Delta v &= \left| \frac{\partial v}{\partial h_{i+\varepsilon}} \right| \Delta h_{i+\varepsilon} + \left| \frac{\partial v}{\partial h_{i-\varepsilon}} \right| \Delta h_{i-\varepsilon} + \left| \frac{\partial v}{\partial t_{i+\varepsilon}} \right| \Delta t_{i+\varepsilon} + \left| \frac{\partial v}{\partial t_{i-\varepsilon}} \right| \Delta t_{i-\varepsilon} \\ &= \frac{1}{t_{i+\varepsilon} - t_{i-\varepsilon}} \Delta h_{i+\varepsilon} + \frac{1}{t_{i+\varepsilon} - t_{i-\varepsilon}} \Delta h_{i-\varepsilon} + \frac{h_{i+\varepsilon} - h_{i-\varepsilon}}{(t_{i+\varepsilon} - t_{i-\varepsilon})^2} \Delta t_{i+\varepsilon} + \frac{h_{i+\varepsilon} - h_{i-\varepsilon}}{(t_{i+\varepsilon} - t_{i-\varepsilon})^2} \Delta t_{i-\varepsilon} \end{split}$$

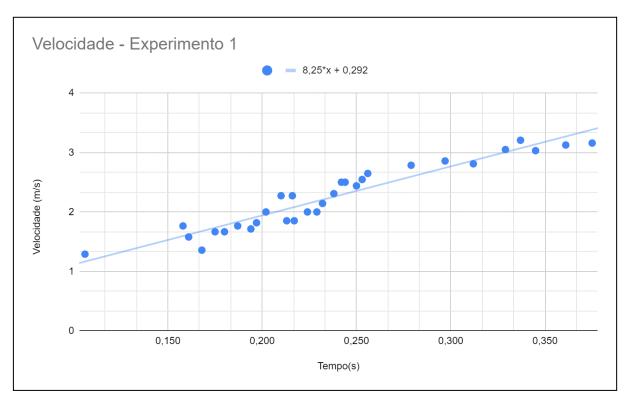
O cálculo para Δv_+ e Δv_- é análogo, substituindo $i-\epsilon$ por i e $i+\epsilon$ por i respectivamente. Perceba que quanto maior o valor de ϵ , maior é a diferença $t_{i+\epsilon}-t_{i-\epsilon}$ e portanto o desvio diminui, aumentando a precisão. Entretanto, a derivada real em um ponto é definida para este intervalo tendendo a zero. Então quanto mais próximo de zero é o seu valor, maior é a acurácia do cálculo. Por isso é preciso balancear e utilizar um valor de ϵ adequado, que mantenha uma boa precisão, mas sem perder muito a acurácia.

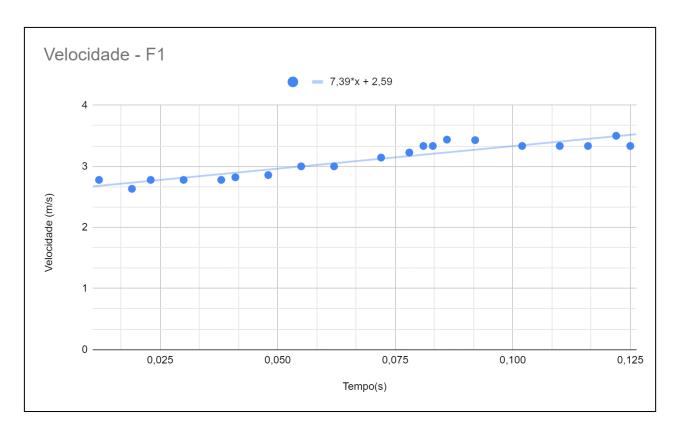
As seguintes tabelas utilizaram o offset $\varepsilon = 3$ para os dois experimentos. Os desvios já estão apresentados de forma majorada.

V	Velocidades - Experimento 1		s - Experimento 1 Velocidades - Experimento 2		ento 2
Tempo (s)	Velocidade (m/s)	Desvio (<i>m/s</i>)	Tempo (s)	Velocidade (m/s)	Desvio (<i>m/s</i>)
0,106	1,3	0,2	0,012	2,8	0,6
0,158	1,8	0,5	0,019	2,6	0,5
0,161	1,6	0,4	0,023	2,8	0,6
0,168	1,36	0,09	0,030	2,8	0,3
0,175	1,7	0,3	0,038	2,8	0,3
0,180	1,7	0,3	0,041	2,8	0,3
0,187	1,8	0,3	0,048	2,9	0,3
0,194	1,7	0,3	0,055	3,0	0,3
0,197	1,8	0,3	0,062	3,0	0,3
0,202	2,0	0,3	0,072	3,1	0,3
0,210	2,3	0,4	0,078	3,2	0,4
0,213	1,8	0,3	0,081	3,3	0,4
0,217	1,8	0,3	0,083	3,3	0,4
0,216	2,3	0,4	0,086	3,4	0,4
0,224	2,0	0,4	0,092	3,4	0,4
0,229	2,0	0,4	0,102	3,3	0,3
0,232	2,1	0,3	0,110	3,3	03
0,238	2,3	0,4	0,116	3,3	0,5
0,242	2,5	0,4	0,122	3,5	0,6
0,244	2,5	0,4	0,125	3,3	0,8

0,250	2,4	0,3		
0,253	2,5	0,2		
0,256	2,6	0,2		
0,279	2,8	0,2		
0,297	2,9	0,2		
0,312	2,8	0,2		
0,329	3,0	0,2		
0,337	3,2	0,2		
0,345	3,0	0,4		
0,361	3,1	0,4		
0,375	3,2	0,3		

Aplicando o mesmo método para as velocidades, obtemos os seguintes gráficos:





Comparação dos parâmetros:

	Exp 1 - Obtido	Exp 1 - Esperado	Exp 2 - Obtido	Exp 2 - Esperado
Veloc. inicial (m/s)	0, 292	0	2,59	2, 389397
Aceleração (m/s²)	8, 25	9, 7836	7,39	9, 7836

Usemos agora o mesmo método de derivação nas curvas de velocidade para obtermos o valor de aceleração α em cada um dos pontos.

 $\alpha = \frac{v_{i+\varepsilon} - v_{i-\varepsilon}}{t_{i+\varepsilon} - t_{i-\varepsilon}}$, onde t corresponde ao valor de tempo do ponto, e h ao valor de altura do ponto.

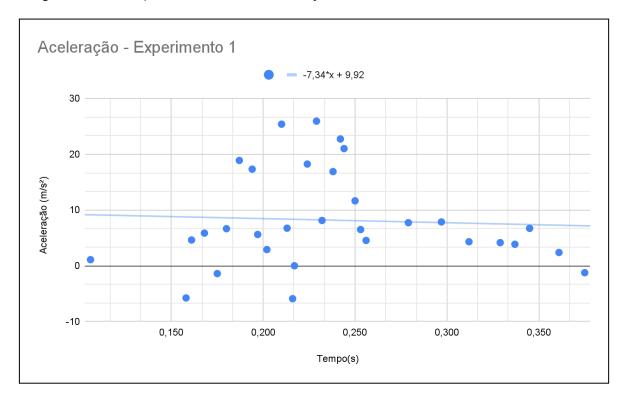
Assim como antes, para $i < \varepsilon$, definimos $\alpha = \frac{v_{l+\varepsilon} - v_i}{t_{l+\varepsilon} - t_i}$ e para $i > \varepsilon$, $\alpha = \frac{v_i - v_{l-\varepsilon}}{t_i - t_{l-\varepsilon}}$.

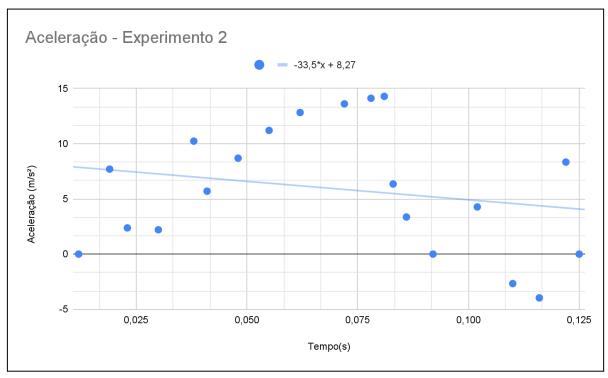
As seguintes tabelas utilizaram o offset $\varepsilon = 3$ para os dois experimentos. Os desvios já estão apresentados de forma majorada.

Acelerações - Experimento 1		Ac	elerações - Experim	ento 2	
Tempo (s)	Aceleração (m/s^2)	Desvio (m/s^2)	Tempo (s)	Aceleração (m/s^2)	Desvio (m/s^2)
0,106	1	4	0,012	0	50
0,158	-10	40	0,019	10	50
0,161	0	40	0,023	0	50
0,168	6	5	0,030	0	30
0,175	0	20	0,038	10	30
0,180	10	20	0,041	10	30
0,187	20	20	0,048	10	20
0,194	20	20	0,055	10	20

Acelerações - Experimento 1			Acelerações - Experimento 2		
Tempo (s)	Aceleração (m/s ²)	Desvio (m/s^2)	Tempo (s)	Aceleração (m/s^2)	Desvio (m/s^2)
0,197	10	20	0,062	10	20
0,202	0	20	0,072	10	20
0,210	10	30	0,078	10	30
0,213	10	30	0,081	10	20
0,217	0	30	0,083	10	20
0,216	-10	40	0,086	0	20
0,224	20	30	0,092	0	30
0,229	30	30	0,102	0	30
0,232	10	30	0,110	0	30
0,238	20	30	0,116	0	40
0,242	20	30	0,122	10	50
0,244	20	20	0,125	0	70
0,250	10	20			
0,253	10	10			
0,256	5	8			
0,279	8	5			
0,297	8	4			
0,312	4	6			
0,329	4	6			
0,337	4	6			
0,345	10	20			
0,361	0	20			
0,375	0	20			

Seguem os gráficos de aceleração obtidos em cima de suas respectivas curvas de velocidade.





Para analisar a aceleração como constante, podemos obter a reta de ajuste calculando a **média** entre os valores calculados. Obtemos o seguinte resultado:

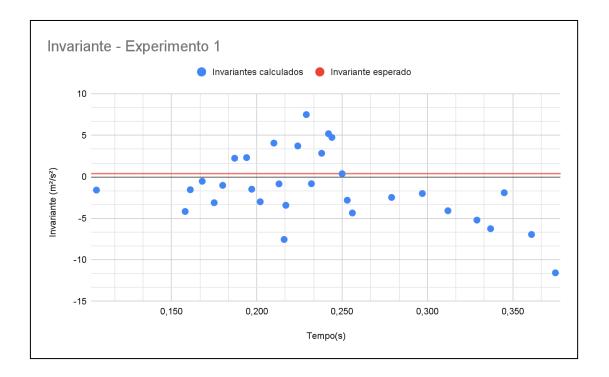
	Exp 1 - Obtido (aprox.)	Exp 1 - Esperado	Exp 2 - Obtido (aprox.)	Exp 2 - Esperado
Aceleração (m/s²)	8, 1701	9, 7836	5, 9300	9, 7836

III.C. INVARIANTE DA QUEDA LIVRE

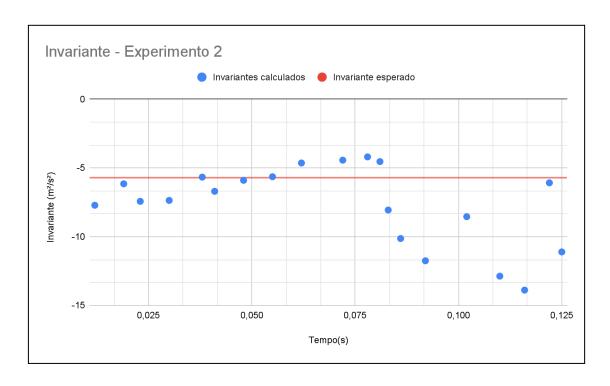
Foi mostrado em sala de aula que num experimento de queda livre, a diferença $2.h.g - v^2$ é invariante ao longo de todos os pontos na trajetória do objeto em queda, onde h é a altura (crescente para baixo), g é a aceleração (da gravidade) e v é a velocidade no ponto. Portanto esperamos que o gráfico Tempo x Invariante apresente o comportamento de uma constante.

Analisemos o valor esperado da invariante considerando os valores esperados calculados na sessão anterior.

Para o experimento 1, temos que no ponto inicial h = 0,020 m; $v = 0 \text{ m/s} \text{ e } g = 9,7836 \text{ m/s}^2$. Portanto, a invariante é dada por $2 \times 0,020 \times 9,7836 - 0 = 0.39134 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Segue o gráfico das invariantes calculadas.



Para o experimento 2, no ponto inicial temos $h=0.00\,m$; $v=2.389397\,m/s$ e $g=9.7836\,m/s^2$. Portanto, a invariante é dada por $2\times0\times9.7836\,-\,(2.389397)^2\approx-5.709218\,m^2/s^2$. Segue o gráfico das invariantes calculadas.



IV. Conclusão

Nosso experimento visava analisar como a aceleração de um objeto em queda livre se comporta ao longo do tempo e de sua trajetória. Nossos resultados tiveram desvios relativamente grandes, indicando baixa precisão, vista principalmente na aceleração, mas se encaixam com a teoria esperada, sendo acurados. A exceção foi com os invariantes que, diferentemente do comportamento invariável esperado, oscilaram muito.

Uma sugestão seria, em trabalhos futuros, usarmos uma trajetória de queda maior, e um instrumento de medida de comprimento melhor localizado, visto que era dificil posicionar com exatidão os sensores e o ponto inicial na fita métrica. E fazer mais quedas. Teríamos mais dados para trabalhar, e com menos desvios nas posições dos sensores e do ponto de partida da esfera.

V. Referências

[1] LOPES, Wilson. **Variação da aceleração da gravidade com a latitude e altitude.** Universidade de Guarulhos - SP. 2008. 8 páginas. Disponível em: https://physika.info/site/documents/9106-27243-1-PB.pdf