



Matemática discreta
Vinicius Silvano

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO

1. Verifique se, além deste caderno de questões, você recebeu a Folha de Respostas, destinado à transcrição das respostas das questões de múltipla escolha (objetivas) e das questões dissertativas.
2. As questões e seus respectivos pesos dessa avaliação estão distribuídas em:

Parte	Quantidade de questões	Peso individual
-------	------------------------	-----------------

3. Leia atentamente cada questão antes de iniciar o teste, pois questões com marcações incorretas ou rasuras não serão consideradas.
4. Use caneta esferográfica de tinta preta ou azul, tanto para marcar as respostas das questões objetivas quanto para escrever as respostas das questões discursivas. Lápis ou outros meios de marcação serão desconsiderados.
5. Responda cada questão discursiva em, no máximo, 15 linhas. Qualquer texto que ultrapasse o espaço destinado à resposta será desconsiderado.
6. Não serão permitidos o uso de quaisquer equipamentos eletrônicos, incluindo aparelhos celulares, tablets e notebooks. Eles devem permanecer desligados durante toda a avaliação.
7. Não se comunique com os demais estudantes nem troque material com eles; não consulte material bibliográfico, cadernos ou anotações de qualquer espécie.
8. Observe as instruções de marcação das respostas das questões de múltipla escolha (apenas uma resposta por questão), expressas na Folha de Respostas.
9. Ao terminar a avaliação, entregue sua Folha de Respostas ao responsável pela aplicação da prova.
10. Para o correto preenchimento das questões objetivas na Folha de Respostas, informe apenas a letra da opção desejada, lembrando que cada questão objetiva permite apenas uma única marcação e que mais de uma indicação anulará a questão.

Questão 1

Se cada dominó cobre dois campos adjacentes de tabuleiro de xadrez $n \times n$, prove que é possível uma cobertura completa se e somente n é par.

Questão 2

Se cada dominó cobre dois campos adjacentes de tabuleiro de xadrez $n \times n$, prove que é possível uma cobertura completa se e somente n é par.

Questão 3

Em física, denominamos por lei de Weber-Fechner a seguinte sentença: “a resposta a qualquer estímulo é proporcional ao logaritmo da intensidade do estímulo”. Essa lei aplica-se aos cinco sentidos, mas as suas implicações são melhor entendidas quando se refere aos estímulos provocados pelo som. Por exemplo o nível sonoro(N)de um ambiente, em

decibéis (dB), pode ser calculado por ela,por meio da fórmula $N = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$, onde representa a intensidade sonora medida em watts por metro quadrado (W/m^2). Se, em um ambiente fechado, o nível sonoro de uma pessoa é 40dB, qual a sua intensidade sonora?

a $10^{-8} W/m^2$

b $3.3 \times 10^{-1} W/m^2$

c $3.3 \times 10^1 W/m^2$.

d $10^8 W/m^2$

Questão 4

É possível desenhar a figura abaixo, sem tirar o lápis do papel e sem duplicar alguma linha?

Questão 5

São dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{x, y, z\}$. Seja R a seguinte relação de A para B :

$$R = \{ (1, y), (1, z), (3, y), (4, x), (4, z) \}$$

- a) Determine a matriz da relação
- b) Desenhe o diagrama de setas de R
- c) Ache a relação inversa R^{-1} de R
- d) Determine o domínio e a Imagem de R

Questão 6

Prove que a relação “é congruente com módulo n ” é uma relação de equivalência no conjunto dos números inteiros.

Questão 7

Prove que a relação “é congruente com módulo n ” é uma relação de equivalência no conjunto

dos números inteiros.

Questão 8

Sejam $S=\{a,b,c,d\}$ e $T=\{x,y,z\}$.

- Dê exemplo de uma função de S em T que não seja sobrejetora nem injetora.
- Dê exemplo de uma função de S em T que seja sobrejetora mas não seja injetora.
- É possível encontrar uma função de S em T que seja injetora?

Questão 9

Quais dos seguintes conjuntos são relação de equivalência?

- $R=\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}$ no conjunto $A=\{1, 2, 3\}$
- $R=\{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ no conjunto $A=\{1, 2, 3\}$ em Z
- “menor ou igual” em Z
- $R =$ Parentes de uma determinada família; $xRy \llcorner x$ é irmão de y
- $R =$ Parentes de uma determinada família; $xRy \llcorner x$ é pai de y .

Questão 10

Quantas maneiras podem escolher dois subconjuntos disjuntos de n elementos de um conjunto A ?

Questão 11

Qual a probabilidade de que eles fiquem em posições consecutivas na fila?

Questão 12

- Para cada caso a seguir determine se a função é injetora, sobrejetora, ou ambos. Prove suas afirmações
 - $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x^2$
 - $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 10 + x$
 - $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = 10 + x$
 - $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x/2$ se x é par e $f(x) = (x-1)/2$ se x é ímpar
 - $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definida por $f(x) = x^2$

Questão 13

Há 100 competidores em um torneio de tênis. A competição é organizada como uma copa, ou seja, o competidor que perde deve deixar o torneio. Quantas partidas devem ser disputadas para ser conhecido o vencedor?

Questão 14

1. Para cada caso a seguir determine se a função é injetora, sobrejetora, ou ambos. Prove suas afirmações

1. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x^2$

2. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 10 + x$

3. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = 10 + x$

4. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x/2$ se x é par e $f(x) = (x-1)/2$ se x é ímpar

5. $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definida por $f(x) = x^2$