Teoria da Computação
Linguagens Regulares (Parte 1)
Gramáticas Regulares

Prof. Jefferson Magalhães de Morais

18 de março de 2021

Introdução

- O que será visto nesta primeira parte do módulo de Linguagens Regulares
  - Gramáticas regulares
    - Equivalência entre gramáticas lineares
  - Conjuntos e Expressões regulares
  - Autômatos finitos
    - Determinísticos
    - Não-Determinísticos sem transições em vazio
    - Não-Determinísticos com transições em vazio
  - Algoritmos
    - Eliminação de não-determinismos
    - Eliminação de transições em vazio
    - Eliminação de estados inacessíveis
    - Eliminação de estados inúteis

Gramáticas Regulares

- São gramáticas cujas regras $\alpha \to \beta$ atendem às seguintes condições
  1. $\alpha \in N$
  2. $\beta \in (\Sigma \cup \{\varepsilon\})(N \cup \{\varepsilon\})$ se linear unitária à direita, ou
     $\beta \in (N \cup \{\varepsilon\})(\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ se linear unitária à esquerda

- Linguagens geradas por **gramáticas regulares** recebem o nome de **linguagens regulares**

- Alguns autores consideram extensões das regras $\alpha \to \beta$, tais como
  - $\alpha \in N$
  - $\beta \in \Sigma^*(N \cup \{\varepsilon\})$ se linear à direita, ou
    $\beta \in (N \cup \{\varepsilon\})\Sigma^*$ se linear à esquerda

Equivalência entre gramáticas lineares

- **Teorema (Linear à direita $\Leftrightarrow$ linear à esquerda)**: "Se G_1 é uma gramática linear à direita, então existe uma gramática linear à esquerda G_2 tal que $L(G_1) = L(G_2)$, e vice-versa."
- Considere $L^R = L^R(G_1)$, o reverso da linguagem definida por G_1
- Considere também G' tal que $L^R = L(G')$
- Considere ainda G'' tal que β de comprimento não-unitário de G' sejam invertidas em G'' conforme o algoritmo de linguagem reversa

Equivalência entre gramáticas lineares

- **Algoritmo: linguagem reversa**
  - *Entrada: uma gramática linear à direita* $G' = (V, \Sigma, P', S)$
  - *Saída: uma gramática linear à esquerda* $G'' = (V, \Sigma, P'', S)$*, tal que* $L(G'') = L^R(G')$
  - *Método:*
    1. $P'' \leftarrow \emptyset$
    2. *Se* $\alpha \to \beta \in P', \beta \in (\Sigma \cup N \cup \{\varepsilon\})$*, então* $\alpha \to \beta \in P''$
    3. *Se* $\alpha \to \beta \in P', \beta \in (\Sigma N)$*, então* $\alpha \to \beta^R \in P''$

- **Algoritmo: linear à direita $\Leftrightarrow$ esquerda**
  - *Entrada: uma gramática linear à direita* G_1
  - *Saída: uma gramática linear à esquerda* G_2*, tal que* $L(G_2) = L(G_1)$
  - *Método:*
    1. Determinar $L(G_1)$
    2. Determinar $L^R(G_1)$
    3. Obter uma gramática linear à direita G' tal que $L(G') = L^R(G_1)$
    4. Transformar G' em G_2, conforme o algoritmo de linguagem reversa

Exemplo

Considere a gramática linear à direita G_1:

$$S \to aS$$
$$S \to bS$$
$$S \to P$$
$$P \to cQ$$
$$Q \to cR$$
$$R \to dR$$
$$R \to d$$

Primeiro passo: determinar $L(G_1)$

$L(G_1) = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid$

1. w começa com zeros ou mais símbolos a ou b
2. w continua com exatamente dois símbolos c
3. w terminar com um ou mais símbolos d

$\}$

Segundo passo: determinar $L^R(G_1)$

$L^R(G_1) = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid$

1. w terminar com zero ou mais símbolos a ou b
2. w continua com exatamente dois símbolos c
3. w começa com um ou mais símbolos d

$\}$

Exemplo

Terceiro passo: obter uma gramática linear à direita G' tal que $L(G') = L^R(G_1)$

$$S' \to dS'$$
$$S' \to dP'$$
$$P' \to cQ'$$
$$Q' \to cR'$$
$$R' \to aR'$$
$$R' \to bR'$$
$$R' \to \varepsilon$$

Quarto passo: transformar G' em G_2 pela aplicação do algoritmo de linguagem reversa

$$S'' \to S''d$$
$$S'' \to P''d$$
$$P'' \to Q''c$$
$$Q'' \to R''c$$
$$R'' \to R''a$$
$$R'' \to R''b$$
$$R'' \to \varepsilon$$

$\therefore$ G_2 é linear à esquerda e $L(G_2) = L(G_1)$

Exemplo

- Considere as derivações da sentença $abaccdd$, respectivamente em G_1 e G_2
  - $S \xRightarrow{G_1} aS \xRightarrow{G_1} abS \xRightarrow{G_1} abaP \xRightarrow{G_1} abacQ \xRightarrow{G_1} abaccR \xRightarrow{G_1} abaccdR \xRightarrow{G_1} abaccdd$
  - $S'' \xRightarrow{G_2} S''d \xRightarrow{G_2} P''dd \xRightarrow{G_2} Q''cdd \xRightarrow{G_2} R''ccdd \xRightarrow{G_2} R''baccdd \xRightarrow{G_2} R''abaccd \xRightarrow{G_2} abaccdd$

Exercícios

- Obter as GLUDs que gerem as linguagens cujas sentenças estão descritas a seguir. Em seguida, obter as GLUEs equivalente às GLUDs. Considere o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$
  - Começam com aa
  - Não começam com aa
  - Terminam com bbb
  - Não terminam com bbb
  - Contém a subcadeia $aabbb$