

Teoria da Computação

Linguagens e Gramáticas Livres de Contexto

Prof. Jefferson Magalhães de Moraes

Linguagens e gramáticas livres de contexto

- Inicialmente concebidas para a formalização sintática das **linguagens naturais**
- Porém, as linguagens naturais são significativamente mais **complexas**
- Consequentemente, diminuiu-se o interesse em estudar linguagens naturais pelas gramáticas desse tipo
- Entretanto, as LLCs e GLCs possuem grande potencial para análise e formalização de **linguagens artificiais** (e.g.: linguagens de programação)

Gramáticas livres de contexto

- As GLCs podem ser utilizadas para representar subconjuntos limitados de linguagens naturais
- Exemplo

$\langle frase \rangle \rightarrow \langle sujeito \rangle \langle verbo \rangle \langle complemento \rangle$

$\langle sujeito \rangle \rightarrow \text{O homem}$

$\langle sujeito \rangle \rightarrow \text{A mulher}$

$\langle verbo \rangle \rightarrow \text{leu}$

$\langle verbo \rangle \rightarrow \text{escreveu}$

$\langle complemento \rangle \rightarrow \text{um } \langle adjetivo \rangle \text{ livro}$

$\langle adjetivo \rangle \rightarrow \text{ótimo}$

$\langle adjetivo \rangle \rightarrow \text{péssimo}$

$\langle adjetivo \rangle \rightarrow \epsilon$

- Os **símbolos não-terminais** podem se comportar como **classes sintáticas bem definidas**, com elevado grau de intuição na construção das sentenças
- Aplicações das GLCs: formalização sintática das **linguagens de programação de alto nível** (e.g., C, Java, Pascal, etc.)
 - Exemplos: analisadores sintáticos, tradutores de linguagens, processadores de texto, linguagens de consulta de banco de dados, etc.
- A formalização completa da sintaxe exige dispositivos mais complexos (gramáticas do tipo 1), pois as linguagens de programação apresentam **dependência de contexto**

Construções aninhadas

- É uma das características mais atraentes com relação à formalização sintática das linguagens de programação
- Essas construções ocorrem com o (**balanceamento**), por exemplo
 - Em expressões aritméticas com o parênteses
 - $(5 * (7 + 3))$
 - Na estruturação do fluxo de controle
 - `ifn endifn`
 - Em blocos, módulos, procedimentos e funções, escopos, etc.
 - `beginn endn`
 - `{n }n`

- É uma quádrupla (V, Σ, P, S) com os seguintes componentes
 - V : conjunto (finito e não-vazio) dos símbolos terminais e não-terminais
 - Σ : conjunto (finito e não-vazio) dos símbolos terminais (alfabeto)
 - P : conjunto (finito e não-vazio) das regras de produção no formato $\alpha \rightarrow \beta$ atendem às seguintes condições
 - 1 $\alpha \in N$
 - 2 $\beta \in V^*$
 - S : raiz da gramática, $S \in N$, sendo $N = V - \Sigma$

Exemplo (parte 1)

Considere a GLC

$G = (V, \Sigma, P, S)$ como sendo

- $V = \{E, T, F, +, *, (,), a\}$
- $\Sigma = \{+, *, (,), a\}$
- $S = E$

Com as produções $P =$

$$\begin{aligned} &\{E \rightarrow T + E, \\ &\quad E \rightarrow T, \\ &\quad T \rightarrow F * T, \\ &\quad T \rightarrow F, \\ &\quad F \rightarrow (E), \\ &\quad F \rightarrow a\} \end{aligned}$$

Derivando a sentença $a * (a + a)$

- $E \Rightarrow T \Rightarrow F * T \Rightarrow a * T \Rightarrow a * F \Rightarrow a * (E) \Rightarrow$
 $a * (T + E) \Rightarrow a * (F + E) \Rightarrow a * (a + E) \Rightarrow a * (a + T) \Rightarrow$
 $a * (a + F) \Rightarrow a * (a + a)$

Há outras seqüências de produções que derivam esta mesma sentença

Exemplo (parte 2)

- A linguagem gerada pela gramática do exemplo compreende as **sentenças que representam expressões aritméticas** corretamente formadas sobre
 - o operando a
 - com os operadores “*” e “+”
 - e o aninhamento de expressões por meio de delimitadores “(” e “)”
- Subexpressões delimitadas através de parênteses também são admitidas
- Cadeias em que não haja correspondência do símbolo “(” com seu par “)” não pertencem a linguagem definida por esta gramática

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

1 $\{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

2 $\{a^i c^* b^i \mid i \geq 0\}$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

❶ $\{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, aba, bb, aabba, \dots$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

❶ $\{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, aba, bb, aabba, \dots$
- $S \rightarrow aSb \mid \epsilon$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

① $\{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, aba, bb, aabba, \dots$
- $S \rightarrow aSb \mid \epsilon$
- Derivação da cadeia **aabb**
 - $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aabb$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

2 $\{a^i c^* b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aaccbb, c, ccc, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, acc, cb, acbc, \dots$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

② $\{a^i c^* b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aaccbb, c, ccc, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, acc, cb, acbc, \dots$

$$S \rightarrow aSb \mid A$$

$$A \rightarrow cA \mid \epsilon$$

Exercício de Fixação

Obter as gramáticas livres de contexto que gerem cada uma das seguintes linguagens

② $\{a^i c^* b^i \mid i \geq 0\}$

- Cadeias que pertencem a linguagem: $\epsilon, ab, aaccbb, c, ccc, \dots$
- Cadeias que NÃO pertencem a linguagem:
 $a, b, acc, cb, acbc, \dots$

$$S \rightarrow aSb \mid A$$

$$A \rightarrow cA \mid \epsilon$$

- Derivação da cadeia **aaccbb**
 - $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaAbb \Rightarrow aacAbb \Rightarrow aaccAbb \Rightarrow aaccbb$