Teoria da Computação
Linguagens Regulares (Parte 1)
AFND com transição em vazio

Prof. Jefferson Magalhães de Morais

AFND com transição em vazio

- São aqueles que admitem transições de um estado para o outro com ε
- Transições em vazio podem ser **executadas sem consultar o símbolo corrente** na fita de entrada
- Transições desse tipo **não deslocam o cursor de leitura**
- Se em um mesmo estado coexistir transições em vazio e outras transições
  - Deve-se realizar uma escolha arbitrária da transição a ser aplicada
  - Isso caracteriza a manifestação de um não-determinismo
- A função de transição é da forma

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow 2^Q$$

Exemplo

- Considere $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AF com transições em vazio

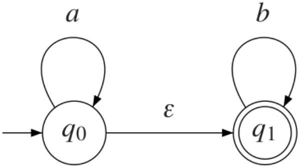
  $Q = \{q_0, q_1\}$

  $\Sigma = \{a, b\}$

  $\delta = \{(q_0, a) \to \{q_0\}, (q_0, \varepsilon) \to \{q_1\}, (q_1, b) \to \{q_1\}\}$

  $F = \{q_1\}$

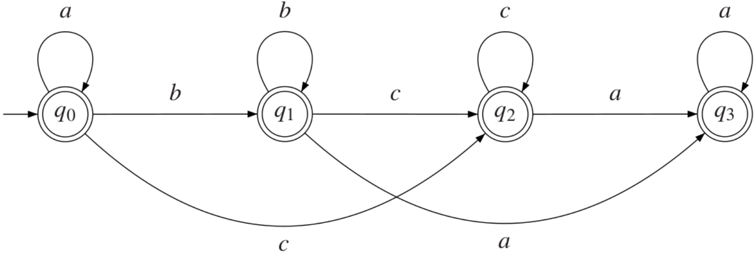
- A linguagem aceita por esse autômato é $a^* b^*$



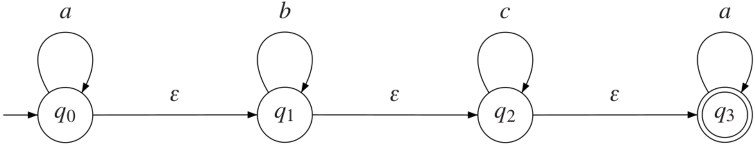
- A cadeia ab tem duas sequências de movimentação
  1. $(q_0, ab) \vdash (q_0, b) \vdash (q_1, b) \vdash (q_1, \varepsilon)$ (sucesso)
  2. $(q_0, ab) \vdash (q_1, ab)$ (impasse)

Uso de transições em vazio

- Alguns autômatos finitos com transições em vazio são mais simples de serem analisados do que as correspondentes versões isentas de transições em vazio
- **Exemplo**: o autômato a seguir reconhece a linguagem $a^* b^* c^* a^*$



Equivalente autômato com transições em vazio



Poder de reconhecimento e Equivalência

- A transição em vazio ao autômato **não** aumenta seu poder computacional
- Toda linguagem que seja aceita por um AF com transições em vazio pode também ser aceita por um autômato equivalente, sem transições em vazio
- A equivalência entre as classes requer uma conversão sistemática de AFs quaisquer em uma versão equivalente sem transições em vazio

Eliminação de transições em vazio

- **Teorema (Eliminação de transições em vazio, v1)**:
  "Todo autômato com transições em vazio define uma linguagem que é aceita por algum autômato finito que não contém transições em vazio."

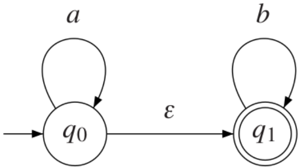
- Sejam $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ e $N = (Q, \Sigma, \delta', q_0, F')$ AFs, respectivamente, com e sem transições em vazio. A obtenção de N a partir de M por v1

  - *Entrada: um AF M com transições em vazio*
  - *Saída: um AF N sem transições em vazio, tal que L(N) = L(M)*

  - *Método:*
    1. *Eliminação das transições em vazio*
       Havendo $\delta(q_i, \varepsilon) \to q_j$, deve-se eliminá-la e copiar a linha de q_j para a linha de q_i. Deve-se repetir este procedimento para todas elas. Se $\delta(q_i, \varepsilon) \in F$, então $F' \leftarrow F' \cup \{q_i\}$, sendo inicialmente $F' \leftarrow F$
    2. *Iteração*
       Repetir o passo anterior $\forall q \in Q$. Caso $\delta(q_i, \varepsilon) \to q_j$ e $\delta(q_j, \varepsilon) \to q_k$, iterar várias vezes sobre a tabela para eliminar

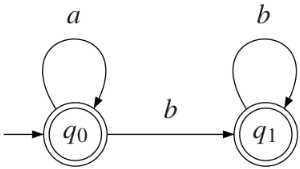
Exemplo

- Considere o autômato M e a sua notação tabular



	δ	a	b	ε
$\rightarrow$	q_0	q_0		q_1
$\leftarrow$	q_1		q_1	

- Há uma transição em vazio de q_0 para q_1. Portanto, deve-se copiar as transições de q_1 para q_0 ($(\delta(q_1, b)$ neste caso)
- E deve-se considerar q_0 como estado final, uma vez que q_1 é estado final



	δ'	a	b
$\leftrightarrow$	q_0	q_0	q_1
$\leftarrow$	q_1		q_1

Modelo de autômato finito

- Modelos considerado até o momento
  1. Determinístico sem transições em vazio, com $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
  2. Não-determinístico sem transições em vazio, com $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
  3. Não-determinístico com transições em vazio, com $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow 2^Q$
  4. Determinístico com transições em vazio, com, com $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow Q$

- Os modelos (2) e (3) são ditos não-determinísticos, mas em alguns casos suas **operações** podem ocorrer de forma determinística (ex. 1 seguinte)

- O modelo (4) é dito determinístico, mas pode exibir um comportamento não-determinístico durante sua operação (ex. 2 seguinte)

- O modelo (1) exibe sempre um comportamento determinístico

- **Exemplo 1**: Seja $M_1 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ um AFND cuja δ é

$$\delta(q_0, a) = \{q_0\}$$
$$\delta(q_0, b) = \{q_1\}$$
$$\delta(q_1, \varepsilon) = \{q_2\}$$

Existe sempre, no máximo, uma única transição de M_1 para qualquer configuração (q_i, α). Logo, a operação de M_1 é sempre determinística

- **Exemplo 2**: Seja $M_2 = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ um AFD cuja δ é

$$\delta(q_0, a) = q_0$$
$$\delta(q_0, b) = q_0$$
$$\delta(q_0, \varepsilon) = q_1$$

Considere a cadeia a com duas sequências possíveis

- $(q_0, a) \vdash (q_0, \varepsilon)$
- $(q_0, a) \vdash (q_1, a)$

Logo, a operação de M_2 é, nesse caso, não-determinística

Não-determinismo e transições em vazio

- O **determinismo ou não** transcende o formato genérico da função de transição, dependendo de suas características específicas
- Um AFND do **modelo (2)** opera de forma determinística se
  - $\nexists q \in Q, \sigma \in \Sigma$, tal que $|\delta(q, \sigma)| \geq 2$
- Um AFND do **modelo (3)** opera de forma determinística se
  - $\nexists q \in Q, \sigma \in \Sigma$, tal que $|\delta(q, \sigma)| \geq 2$, e
  - $\nexists q \in Q$, tal que $|\delta(q, \varepsilon)| \geq 2$, e
  - $\nexists q \in Q, \sigma \in \Sigma$, tal que $|\delta(q, \sigma)| \geq 1$ e $|\delta(q, \varepsilon)| \geq 1$
- Um AFD do **modelo (4)** pode operar de forma não-determinística se
  - $\exists q \in Q, \sigma \in \Sigma$ tal que $\delta(q, \sigma)$ e $\delta(q, \varepsilon)$ são definidas
- A exceção são os AFDs do **modelo (1)**, cuja operação é sempre determinística, independentemente de como seja definida a δ