Teoria da Computação
Linguagens Regulares (Parte 1)
Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Prof. Jefferson Magalhães de Morais

Autômatos Finitos Não-Determinísticos

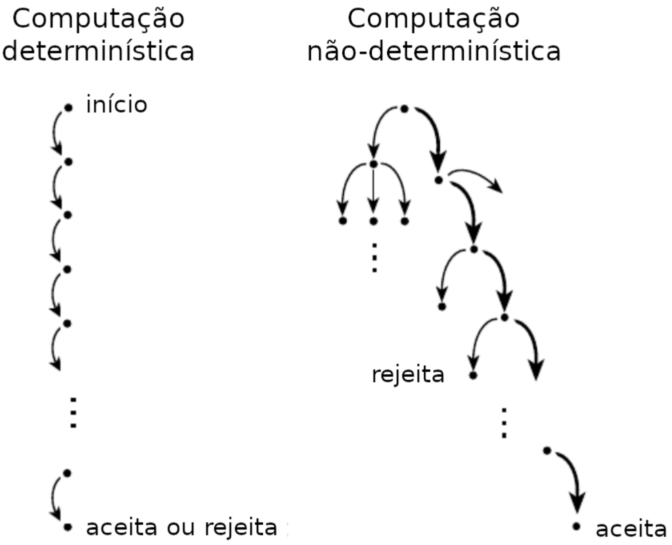
- Um autômato finito não-determinístico (AFND), sem transição em vazio, difere dos autômatos finitos determinísticos pelo fato de o co-domínio da função de transição δ ser 2^Q e não simplesmente Q

$$\delta : Q \times \Sigma \to 2^Q$$

- Consequências
  1. Introduz impasse em configurações não-finais
  2. Introduz não-determinismo, no sentido literal da palavra
     Haverá mais de uma possibilidade de movimentação quando $|\delta(q, \sigma)| \geq 2$

- A segunda consequência faz com que esse tipo de autômato tenha a designação de **não-determinístico**

Computação determinística × não-determinística



Autômatos Finitos Não-Determinísticos

- Há pelo menos três interpretações para uma computação não-determinista
  - **Oráculo**: a máquina "adivinha" qual escolha leva ao reconhecimento da cadeia (se tal escolha existe) e segue esta escolha. Se existe uma maneira de aceitar a cadeia, a máquina "adivinha" a maneira e aceita a cadeia
  - **Paralelismo**: a máquina se divide em múltiplas cópias, e cada uma continua computando normalmente. Uma cadeia é aceita se pelo menos uma cópia da máquina aceita a cadeia
  - **Backtracking**: a máquina escolhe um caminho que ainda não foi testado e prossegue. Caso o escolha leve à rejeição da cadeia, a máquina retorna ao ponto da última escolha em aberto e faz uma nova opção. Se existe uma maneira de aceitar a cadeia, a máquina vai encontrá-la pois ela tenta todas as computações alternativas possíveis

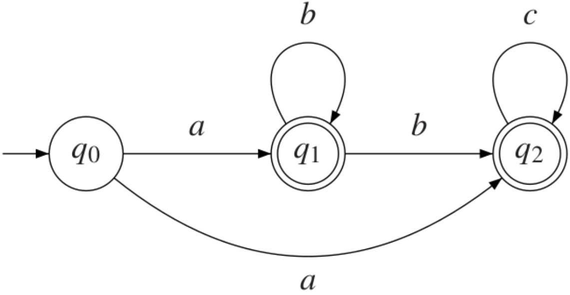
Aceitação e Rejeição

- O AFND **aceita** uma cadeia de entrada quando houver alguma sequência de movimentos que o leve da configuração inicial para uma configuração final
  - Condição de aceitação de uma cadeia: **estado final associado ao esgotamento da cadeia de entrada**
  - Pode existir mais de uma sequência que satisfaça a essa condição
- O AFND **rejeita** a cadeia de entrada se todas as alternativas de sequência geraram insucesso no reconhecimento

Exemplo

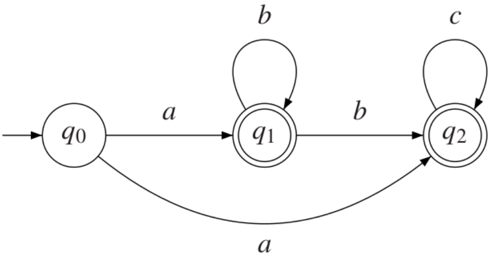
- Seja uma autômato $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFND

  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
  $\Sigma = \{a, b, c\}$
  $\delta = \{(q_0, a) \rightarrow \{q_1, q_2\}, (q_1, b) \rightarrow \{q_1, q_2\}, (q_2, c) \rightarrow \{q_2\}\}$
  $F = \{q_1, q_2\}$



- O AFND acima reconhece a linguagem
  $ab^* \mid ab^*bc^* \mid ac^* = ab^*c^*$

Exemplo

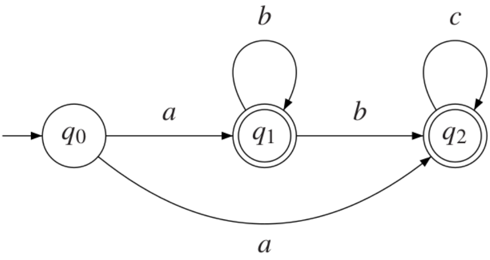


- A simulação da operação do AFND em relação à cadeia $abbccc$
- **Primeira tentativa após** $\delta(q_0, a) \rightarrow q_2$

$$(q_0, abbccc) \vdash (q_2, bbccc)$$

conduz a um impasse (não há possibilidade de movimentação em q_2)

Exemplo

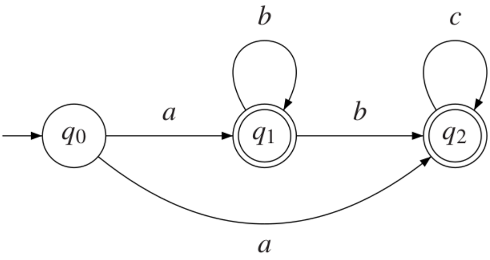


- **Segunda tentativa após** $\delta(q_0, a) \to q_1$ **e** $\delta(q_1, b) \to q_2$

$$(q_0, abbccc) \vdash (q_1, bbccc) \vdash (q_2, bccc)$$

conduz a um novo impasse em q_2 e não há mais alternativas em q_0

Exemplo



- **Terceira tentativa** a partir de q_1 após $\delta(q_1, b) \rightarrow q_1$

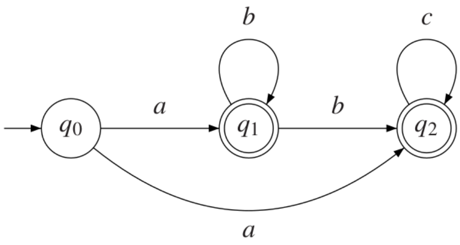
$$(q_0, abbccc) \vdash (q_1, bbccc) \vdash (q_1, bccc)$$

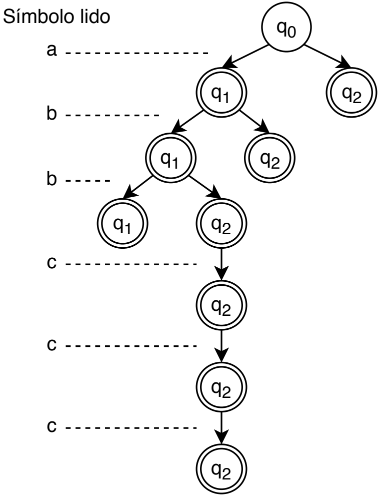
- Admitindo que a opção inicial de movimentação em q_1 em resposta ao símbolo b seja q_2, então o AFND atinge sua configuração final

$$(q_1, bccc) \vdash (q_2, ccc) \vdash (q_2, cc) \vdash (q_2, c) \vdash (q_2, \varepsilon)$$

Exemplo

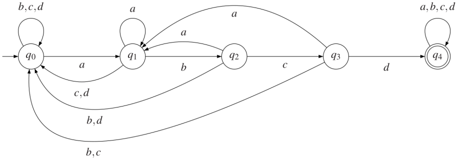
- A computação do AFND sobre a entrada $abbccc$ é ilustrada como



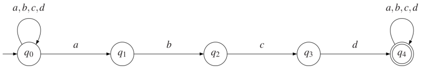


Determinismo × Não-Determinismo

- Não é regra geral, mas os AFND, em certos casos, podem mostrar-se mais simples de serem analisados do que as correspondentes versões determinísticas
- Reconhecer a linguagem: $(a \mid b \mid c \mid d)^* abcd(a \mid b \mid c \mid d)^*$



AFD



AFND

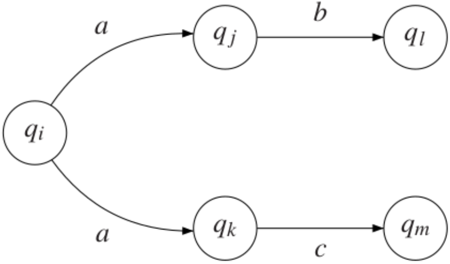
Equivalência entre AFND e AFD

- **Teorema (Eliminação de não-determinismos)**:

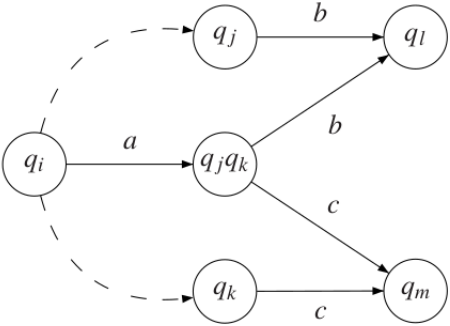
  "Seja L a linguagem aceita por um autômato finito não-determinístico sem transições em vazio. Então é possível definir um autômato finito determinístico equivalente que aceita L"

- A prova do teorema é feita por meio de um **algoritmo**
  - Substitui todas as transições não-determinísticas por determinísticas
  - Cria novos estados no autômato
  - Esse processo pode resultar na introdução de novos não-determinismos
  - Aplica-se o algoritmo de forma iterativa até eliminar o não-determinismo

Equivalência entre AFND e AFD



Situação não-determinística original



Situação determinística equivalente
a situação original

Há equivalência, pois, e.g., as cadeias ab e ac atingem, respectivamente, os estados q_l e q_m em ambos os autômatos. O estado $q_j q_k$ seria final se, pelo menos um estado, q_j ou q_k, também fosse final