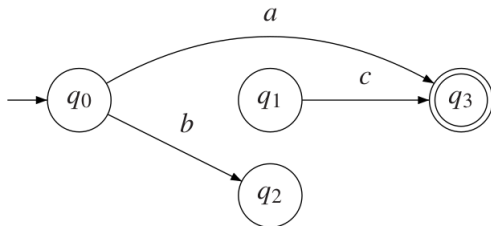


Teoria da Computação  
Linguagens Regulares (Parte 1)  
Estados inacessíveis e inúteis

Prof. Jefferson Magalhães de Moraes

# Estados inacessíveis e inúteis

- Nem todos os estados de um AF contribuem para a definição da linguagem
- **Estados inacessíveis:** não podem ser alcançados a partir do estado inicial
- **Estados inúteis:** não levam a nenhum dos estados finais
- **Exemplo:**  $q_1$  é um estado inacessível e  $q_2$  um estado inútil



- A eliminação desses estados não modifica a linguagem reconhecida pelo AF

# Estados inacessíveis

- Seja  $M = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{10}, F_1)$  um autômato qualquer. Um estado  $q_{1i} \in Q_1$  é dito “inacessível” quando não existir caminho que conduza o autômato do seu estado inicial  $q_{10}$  até o estado  $q_{1i}$ .  $\therefore \nexists \alpha \in \Sigma^* \mid \delta(q_{10}, \alpha) = q_{1i}$
- **Algoritmo de eliminação de estados inacessíveis, v2:**  
*“Obtenção de um AF sem estados inacessíveis equivalentes a outro com estados inacessíveis”*
  - *Entrada:* AF  $M = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{10}, F_1)$
  - *Saída:* AF  $N = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{20}, F_2)$  sem estados inacessíveis e  $L(M) = L(N)$
  - *Método:*
    - 1 Considere o estado inicial de  $M$  e marque-o como “acessível”
    - 2 Para cada estado contido nesta linha, marcá-lo, na linha correspondente, como “acessível”. Marque o estado corrente como “considerado”
    - 3 Escolher outro estado marcado como “acessível”, mas que não esteja marcado como “considerado”. Repetir os passo (2) e (3) enquanto possível
    - 4  $N$  define-se a partir de  $M$  eliminando-se todos os estados

# Exemplo

Seja  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
$\rightarrow$	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$				
	$q_1$	$q_4$			$q_1$			
$\leftarrow$	$q_2$		$q_4$			$q_1$		
	$q_3$					$q_4$		
	$q_4$				$q_3$		$q_5$	
$\leftarrow$	$q_5$			$q_0$				$q_5$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	Acessível	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$					✓	
	$q_1$	$q_4$			$q_1$					
$\leftarrow$	$q_2$		$q_4$			$q_1$				
	$q_3$					$q_4$				
	$q_4$				$q_3$		$q_5$			
$\leftarrow$	$q_5$			$q_0$				$q_5$		

# Exemplo

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	Acessível	Considerado
→	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$					✓	✓
	$q_1$	$q_4$			$q_1$					
←	$q_2$		$q_4$			$q_1$				
	$q_3$					$q_4$			✓	
	$q_4$				$q_3$		$q_5$		✓	
←	$q_5$			$q_0$				$q_5$		
	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	Acessível	Considerado
→	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$					✓	✓
	$q_1$	$q_4$			$q_1$					
←	$q_2$		$q_4$			$q_1$				
	$q_3$					$q_4$			✓	✓
	$q_4$				$q_3$		$q_5$		✓	
←	$q_5$			$q_0$				$q_5$		

# Exemplo

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	Acessível	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$					✓	✓
	$q_1$	$q_4$			$q_1$					
$\leftarrow$	$q_2$		$q_4$			$q_1$				
	$q_3$					$q_4$			✓	✓
	$q_4$				$q_3$		$q_5$		✓	✓
$\leftarrow$	$q_5$			$q_0$				$q_5$	✓	

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	Acessível	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$					✓	✓
	$q_1$	$q_4$			$q_1$					
$\leftarrow$	$q_2$		$q_4$			$q_1$				
	$q_3$					$q_4$			✓	✓
	$q_4$				$q_3$		$q_5$		✓	✓
$\leftarrow$	$q_5$			$q_0$				$q_5$	✓	✓

# Exemplo

Autômato equivalente eliminando os estados inacessíveis

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
$\rightarrow$	$q_0$	$q_0$	$q_4$	$q_3$				
	$q_3$					$q_4$		
	$q_4$				$q_3$		$q_5$	
$\leftarrow$	$q_5$			$q_0$				$q_5$

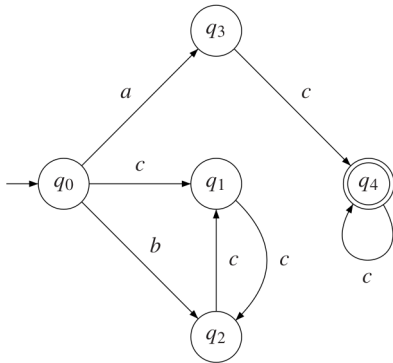
# Estados inúteis

- Apesar deles poderem ser alcançados a partir do inicial do autômato, não conduzem a nenhum de seus estados finais
- **Algoritmo de eliminação de estados inúteis, v2:** *“Método prático para obtenção de um autômato sem estados inúteis equivalente a outro com estados inúteis, porém sem estados inacessíveis”*
  - *Entrada:*  $AF\ M = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{10}, F_1)$
  - *Saída:*  $AF\ N = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{20}, F_2)$  *sem estados inúteis e*  
 $L(M) = L(N)$
  - *Método:*
    - 1 *Considere as linhas contendo os estados finais de  $M$ , marque-as como úteis*
    - 2 *Selecione um estado marcado como “útil”, mas ainda não marcado como “considerado”. Identifique quais estados transitam para o estado selecionado, marque-os como úteis. Marque o estado corrente como “considerado”*
    - 3 *Repita o passo (2) enquanto possível*
    - 4  *$N$  define-se a partir de  $M$  eliminando-se todos os estados inúteis e todas as transições que deles partem ou a eles chegam*



# Exemplo

Considere o autômato finito e sua notação tabular



	$\delta$	$a$	$b$	$c$	Útil	Considerado
→	$q_0$	$q_3$	$q_2$	$q_1$		
	$q_1$			$q_2$		
	$q_2$			$q_1$		
	$q_3$			$q_4$		
←	$q_4$			$q_4$	✓	

# Exemplo

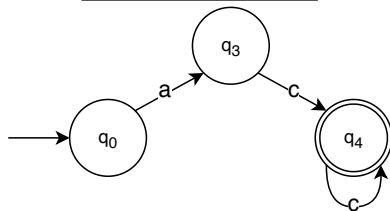
	$\delta$	$a$	$b$	$c$	Útil	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_3$	$q_2$	$q_1$		
	$q_1$			$q_2$		
	$q_2$			$q_1$		
	$q_3$			$q_4$	✓	
$\leftarrow$	$q_4$			$q_4$	✓	✓

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	Útil	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_3$	$q_2$	$q_1$	✓	
	$q_1$			$q_2$		
	$q_2$			$q_1$		
	$q_3$			$q_4$	✓	✓
$\leftarrow$	$q_4$			$q_4$	✓	✓

# Exemplo

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	Útil	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$	$q_3$	$q_2$	$q_1$	✓	✓
	$q_1$			$q_2$		
	$q_2$			$q_1$		
	$q_3$			$q_4$	✓	✓
$\leftarrow$	$q_4$			$q_4$	✓	✓

	$\delta$	$a$	$b$	$c$
$\rightarrow$	$q_0$	$q_3$		
	$q_3$			$q_4$
$\leftarrow$	$q_4$			$q_4$

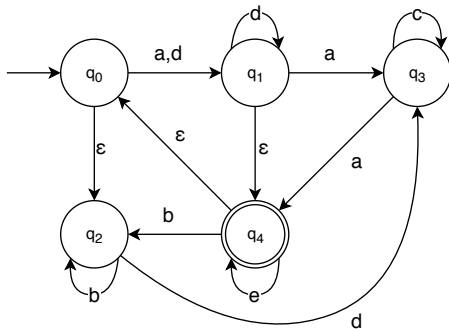


- ❶ Dado um autômato finito qualquer, será possível obter uma versão determinística, isenta de transições em vazio e estados inacessíveis ou inúteis, **aplicando-se uma só vez cada um dos algoritmos já vistos nas aulas?**
  - ❷ Em caso afirmativo, qual a sequência que eles devem ser aplicados?
- Análises para as respostas
    - Eliminação de transições em vazio
      - Pode **introduzir** não-determinismo
      - Pode **fazer surgir** estados inacessíveis ou inúteis
    - Eliminação de não-determinismos
      - Pode **fazer surgir** estados inacessíveis ou inúteis
      - **Não** introduz transições em vazio
    - Eliminação de estados inacessíveis ou inúteis
      - **Não** faz surgir não-determinismos
      - **Não** introduz transições em vazio

- A resposta para as questões inicialmente propostas é “sim” e a ordem de aplicação dos algoritmos é
  - 1 Eliminação de transições em vazio, se houver
  - 2 Eliminação dos não-determinismos restantes, caso haja algum
  - 3 Eliminação de estados inacessíveis e inúteis, caso existam
- Qualquer outra ordem poderá implicar na necessidade de se aplicar um mesmo algoritmo mais de uma vez
- Não-determinismos e transições em vazio **não** contribuem em nada para aumentar o poder dos autômatos finitos

# Exemplo

Considere o autômato a seguir que apresenta transição em vazio e não-determinismo (consequência das transições em vazio existentes). Obter o autômato equivalente sem transições em vazio e determinístico



	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\epsilon$
$\rightarrow$	$q_0$		$q_1$		$q_1$		$q_2$
	$q_1$	$q_3$			$q_1$		$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$		
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			
$\leftarrow$	$q_4$		$q_2$			$q_4$	$q_0$

# Exemplo

Eliminando transições em vazio para  $q_1$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\varepsilon$
$\rightarrow$	$q_0$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$		
	$q_1$	$q_3$			$q_1$		$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$		
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			
$\leftarrow$	$q_4$		$q_2$			$q_4$	$q_0$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\varepsilon$
$\rightarrow$	$q_0$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$		
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$q_2$		$q_1$	$q_4$	$q_0$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$		
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			
$\leftarrow$	$q_4$		$q_2$			$q_4$	$q_0$

# Exemplo

Eliminando transições em vazio para  $q_4$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\varepsilon$
$\rightarrow$	$q_0$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$		
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	$q_4$	
	$q_2$		$q_2$		$q_3$		
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			
$\leftarrow$	$q_4$		$q_2$			$q_4$	$q_0$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$\varepsilon$
$\rightarrow$	$q_0$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$		
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	$q_4$	
	$q_2$		$q_2$		$q_3$		
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			
$\leftarrow$	$q_4$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	$q_4$	



# Exemplo

Eliminando não-determinismos: criando novos estados  $q_1 q_2$ ,  $q_1 q_3$  e  $q_3 q_4$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$\rightarrow$	$q_0$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$	
	$q_3$	$q_4$		$q_3$		
$\leftarrow$	$q_4$		$\{q_1, q_2\}$		$\{q_1, q_3\}$	$q_4$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$\rightarrow$	$q_0$		$q_1 q_2$		$q_1 q_3$	
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$q_1 q_2$		$q_1 q_3$	$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$	
	$q_3$	$q_4$		$q_3$		
$\leftarrow$	$q_4$		$q_1 q_2$		$q_1 q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_1 q_2$	$q_3$	$q_1 q_2$		$q_1 q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_1 q_3$	$q_3 q_4$	$q_1 q_2$	$q_3$	$q_1 q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_3 q_4$	$q_4$	$q_1 q_2$	$q_3$	$q_1 q_3$	$q_4$

# Exemplo

Versão do autômato sem transições em vazio e não-determinismos  
(os estados novos foram renomeados)

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$\rightarrow$	$q_0$		$q_1q_2$		$q_1q_3$	
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$q_1q_2$		$q_1q_3$	$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$	
	$q_3$	$q_4$		$q_3$		
$\leftarrow$	$q_4$		$q_1q_2$		$q_1q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_1q_2$	$q_3$	$q_1q_2$		$q_1q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_1q_3$	$q_3q_4$	$q_1q_2$	$q_3$	$q_1q_3$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_3q_4$	$q_4$	$q_1q_2$	$q_3$	$q_1q_3$	$q_4$

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$\rightarrow$	$q_0$		$q_5$		$q_6$	
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$q_5$		$q_6$	$q_4$
	$q_2$		$q_2$		$q_3$	
	$q_3$	$q_4$		$q_3$		
$\leftarrow$	$q_4$		$q_5$		$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_5$	$q_3$	$q_5$		$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_6$	$q_7$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_7$	$q_4$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$

# Exemplo

Autômato final obtido pela eliminação de transições em vazio e não-determinismos e estados inacessíveis

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	Acessível	Considerado
$\rightarrow$	$q_0$		$q_5$		$q_6$		✓	✓
$\leftarrow$	$q_1$	$q_3$	$q_5$		$q_6$	$q_4$		
	$q_2$		$q_2$		$q_3$			
	$q_3$	$q_4$		$q_3$			✓	✓
$\leftarrow$	$q_4$		$q_5$		$q_6$	$q_4$	✓	✓
$\leftarrow$	$q_5$	$q_3$	$q_5$		$q_6$	$q_4$	✓	✓
$\leftarrow$	$q_6$	$q_7$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$	✓	✓
$\leftarrow$	$q_7$	$q_4$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$	✓	✓

	$\delta$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$\rightarrow$	$q_0$		$q_5$		$q_6$	
	$q_3$	$q_4$		$q_3$		
$\leftarrow$	$q_4$		$q_5$		$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_5$	$q_3$	$q_5$		$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_6$	$q_7$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$
$\leftarrow$	$q_7$	$q_4$	$q_5$	$q_3$	$q_6$	$q_4$