

Módulo Programação Dinâmica

Curso Estruturas de Dados e Algoritmos Expert

Prof. Dr. Nelio Alves

<https://devsuperior.com.br>

Lista de exercícios

Soluções:

<https://github.com/devsuperior/curso-eda/tree/main/programacao-dinamica>

Problema "climbing_stairs" (Adaptado de Leetcode 1971)

Empresas: Amazon, Google, Facebook, Apple, Microsoft

Você está subindo uma escada. São necessários n degraus para chegar ao topo.

A cada vez, você pode subir 1 ou 2 degraus. De quantas maneiras distintas você pode subir até o topo?

Restrições

- $1 \leq n \leq 45$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "n": 2 }</pre>	2

Explicação: Há duas formas de subir ao topo.

1. 1 degrau + 1 degrau
2. 2 degraus

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "n": 3 }</pre>	3

Explicação: Há três formas de subir ao topo.

1. 1 degrau + 1 degrau + 1 degrau
2. 1 degrau + 2 degraus
3. 2 degraus + 1 degrau

Exemplo 3:

Entrada 3	Saída 3
<pre>{ "n": 45 }</pre>	1836311903

Assinaturas:

Javascript:

```
var climbStairs = function(n)
```

Java:

```
public int climbStairs(int n)
```

C#:

```
public int ClimbStairs(int n)
```

Python:

```
def climbStairs(n):
```

Problema "mincost_climbing_stairs" (Adaptado de Leetcode 746)

Empresas: Google, Amazon, Microsoft

É dada uma matriz inteira `cost` em que `cost[i]` é o custo do *i*-ésimo degrau em uma escada. Depois de pagar o custo, você pode subir um ou dois degraus.

Você pode começar no degrau com índice 0 ou no degrau com índice 1.

Retorne o custo mínimo para chegar ao topo do andar.

Restrições

- $2 \leq \text{cost.length} \leq 1000$
- $0 \leq \text{cost}[i] \leq 999$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "cost": [10, 15, 20] }</pre>	15

Explicação: Comece no índice 1. Pague 15 e suba dois degraus para chegar o topo. O custo total é 15.

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "cost": [1, 100, 1, 1, 1, 100, 1, 1, 100, 1] }</pre>	6

Explicação: Comece no índice 0.

- Pague 1 e suba dois degraus até o índice 2.
- Pague 1 e suba dois degraus até o índice 4.
- Pague 1 e suba dois degraus até o índice 6.
- Pague 1 e suba um degrau até o índice 7.
- Pague 1 e suba dois degraus até o índice 9.
- Pague 1 e suba um degrau até chegar o topo.

O custo total é 6.

Assinaturas:

Javascript:

```
var minCostClimbingStairs = function(cost)
```

Java:

```
public int minCostClimbingStairs(int[] cost)
```

C#:

```
public int MinCostClimbingStairs(int[] cost)
```

Python:

```
def minCostClimbingStairs(cost)
```

Problema "frog_jumps"

Suponha que temos uma sequência de pedras numeradas de 1 até N, onde cada pedra possui uma altura dada por $height[i]$. Um sapo está inicialmente na pedra 1 e deseja alcançar a pedra N. Para isso, ele pode pular para a próxima pedra ($i+1$) ou para a seguinte ($i+2$). No entanto, cada salto tem um custo $|height[i] - height[j]|$ (valor absoluto), onde j é a pedra onde ele pousará.

Determine o custo mínimo total para que o sapo alcance a pedra N.

Restrições

- $2 \leq n \leq 100000$
- $1 \leq height[i] \leq 10000$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "values": [10, 30, 40, 20] }</pre>	30

Explicação: Se seguirmos o caminho $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$, o custo total é $|10 - 30| + |30 - 20| = 30$.

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "values": [10, 10] }</pre>	0

Explicação: Se seguirmos o caminho $1 \rightarrow 2$, o custo total é $|10 - 10| = 0$.

Exemplo 3:

Entrada 3	Saída 3
<pre>{ "values": [30, 10, 60, 10, 60, 50] }</pre>	40

Explicação: Se seguirmos o caminho $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$, o custo total é $|30 - 60| + |60 - 60| + |60 - 50| = 40$.

Assinaturas:

Javascript:

```
var maxProfit = minJumpsValue(values)
```

Java:

```
public int minJumpsValue(int[] values)
```

C#:

```
public int minJumpsValue(int[] values)
```

Python:

```
def minJumpsValue(values):
```

Problema "coins" (Adaptado de Leetcode 322)

Empresas: Amazon, TikTok, Google, Apple, Microsoft, Facebook

Dado um array de inteiros `coins` representando moedas de diferentes denominações e um inteiro `amount` representando um valor total de dinheiro, retorne o menor número possível de moedas necessário para formar esse valor. Se não for possível formar o valor com nenhuma combinação das moedas fornecidas, retorne -1.

Você pode assumir que há um número infinito de cada tipo de moeda disponível.

Restrições

- $1 \leq \text{coins.length} \leq 12$
- $1 \leq \text{coins}[i] \leq 2^{31} - 1$
- $0 \leq \text{amount} \leq 10^4$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "coins": [1, 2, 5] "amount": 11 }</pre>	3

Explicação: $11 = 5 + 5 + 1$

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "coins": [2] "amount": 3 }</pre>	-1

Exemplo 3:

Entrada 3	Saída 3
<pre>{ "coins": [1, 2, 3, 7, 11] "amount": 10000 }</pre>	910

Assinaturas:

Javascript:

```
var coinChange = function(coins, amount)
```

Java:

```
public int coinChange(int[] coins, int amount)
```

C#:

```
public int coinChange(int[] coins, int amount)
```

Python:

```
def coinChange(coins, amount):
```


Problema "minimum_path_sum" (Adaptado de Leetcode 64)

Empresas: Goldman Sachs, Google, Facebook, Amazon

Dado um grid $m \times n$ preenchido com números não negativos, encontre um caminho da parte superior esquerda para a parte inferior direita que minimize a soma de todos os números ao longo desse caminho.

Observação: Você só pode se mover para baixo ou para a direita.

Restrições

- $m == \text{grid.length}$
- $n = \text{grid}[i].\text{length}$
- $1 \leq m, n \leq 200$
- $0 \leq \text{grid}[i][j] \leq 200$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "grid": [[1,3,1],[1,5,1],[4,2,1]] }</pre>	7

Explicação: O caminho $1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$ minimiza a soma.

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "grid": [[1,2,3],[4,5,6]] }</pre>	12

Assinaturas:

Javascript:

```
var minPathSum = function(grid)
```

Java:

```
public int minPathSum(int[][] grid)
```

C#:

```
public int MinPathSum(int[][] grid)
```

Python:

```
def minPathSum(grid):
```

Problema "precious_stones"

Imagine que você é um lapidário e possui um bloco bruto de uma pedra preciosa de N gramas. Para lapidar a pedra em gemas, você pode quebrar esse bloco em tamanhos inteiros de gramas. Cada gema tem um valor associado que depende apenas da sua massa, e sabemos de antemão qual o valor $values[i]$ de uma gema de massa $1, 2, \dots, n$.

Por exemplo, suponha que o bloco bruto tenha 4 gramas e $values = [2, 5, 7, 9]$, isso significa que:

- uma gema de 1 grama tem valor 2
- uma gema de 2 gramas tem valor 5
- uma gema de 3 gramas tem valor 7
- uma gema de 4 gramas tem valor 9

Nessa situação, para maximizar o lucro, a melhor decisão é lapidar duas gemas de 2 gramas, gerando valor final de $5 + 5 = 10$.

Sabendo disso, dado um valor N de gramas do bloco bruto e o valor das gemas de acordo com a quantidade de gramas, determine o lucro máximo que pode ser obtido, dividindo o bloco bruto de forma ótima.

Restrições

- $1 \leq n \leq 20000$
- $1 \leq v_i \leq 100$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "n": 4, "values": [2, 5, 7, 9] }</pre>	10

Explicação: O valor máximo é 10, obtido cortando a pedra em duas gemas de 2 gramas cada. $5 + 5 = 10$

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "n": 8, "values": [1, 5, 8, 9, 10, 17, 17, 20] }</pre>	22

Explicação: O valor máximo é 22, obtido cortando a pedra em duas gemas, uma de 2 gramas e outra de 6 gramas. $5 + 17 = 22$

Exemplo 3:

Entrada 3	Saída 3
<pre>{ "n": 8, "values": [3, 5, 8, 9, 10, 17, 17, 20] }</pre>	24

Explicação: O valor máximo é 24, obtido cortando a pedra em oito gemas de 1 gramas cada. $8 * 3 = 24$

Assinaturas:

Javascript:

```
var maxProfit = function(n, values)
```

Java:

```
public int maxProfit(int n, int[] values)
```

C#:

```
public int MaxProfit(int n, int[] values)
```

Python:

```
def maxProfit(n, values):
```

Problema "jump_game" (Adaptado de Leetcode 55)

Empresas: Amazon, Apple, Google, Bloomberg, Microsoft, Facebook

Você recebe um array de inteiros chamado nums. Inicialmente, você está posicionado no primeiro índice do array, e cada elemento no array representa o comprimento máximo de salto possível naquela posição.

Retorne true se você consegue chegar no último índice do array, ou false caso contrário.

Restrições

- $1 \leq \text{nums.length} \leq 10^4$
- $0 \leq \text{nums}[i] \leq 10^5$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "nums": [2, 3, 1, 1, 4] }</pre>	true

Explicação: Pule 1 passo do índice 0 ao 1, depois 3 passos até o último índice..

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "nums": [3, 2, 1, 0, 4] }</pre>	false

Explicação: Você sempre chegará ao índice 3. Como seu pulo máximo é 0, não é possível chegar ao fim.

Assinaturas:

Javascript:

```
var canJump = function(grid)
```

Java:

```
public boolean canJump(int[] nums)
```

C#:

```
public bool CanJump(int[] nums)
```

Python:

```
def canJump(nums):
```

Problema "min_falling_path_sum" (Adaptado de Leetcode 931)

Empresas: Amazon, Apple, Google, Bloomberg, Microsoft, Facebook

Dado uma matriz $n \times n$ de inteiros chamada `matrix`, retorne a soma mínima de qualquer caminho descendente através da matriz.

Um caminho descendente começa em qualquer elemento da primeira linha e escolhe o elemento na próxima linha que está diretamente abaixo ou diagonalmente à esquerda/direita. Especificamente, o próximo elemento a partir da posição (linha, coluna) será (linha + 1, coluna - 1), (linha + 1, coluna) ou (linha + 1, coluna + 1).

Restrições

- $n == \text{matrix.length} == \text{matrix}[i].\text{length}$
- $1 \leq n \leq 100$
- $-100 \leq \text{matrix}[i][j] \leq 100$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "matrix": [[2,1,3],[6,5,4],[7,8,9]] }</pre>	13

Explicação: Existem dois caminhos descendentes de soma mínima: $1 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ e $1 \rightarrow 4 \rightarrow 8$.

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "matrix": [[-19,57],[-40,-5]] }</pre>	-59

Explicação: O caminho descendente mínimo é $-19 \rightarrow -40$.

Assinaturas:

Javascript:

```
var minFallingPathSum = function(matrix)
```

Java:

```
public int minFallingPathSum(int[][] matrix)
```

C#:

```
public int MinFallingPathSum(int[][] matrix)
```

Python:

```
def minFallingPathSum(matrix):
```


Problema "house_robber" (Adaptado de Leetcode 198)

Empresas: Amazon, Apple, Microsoft, Google, Facebook

Você é um ladrão profissional planejando roubar casas ao longo de uma rua. Cada casa tem uma certa quantia de dinheiro guardada. A única restrição que impede você de roubar cada uma delas é que casas adjacentes possuem sistemas de segurança conectados, que **automaticamente alertarão a polícia se duas casas adjacentes forem invadidas na mesma noite**.

Dado um array de inteiros nums representando a quantidade de dinheiro em cada casa, retorne o valor máximo de dinheiro que você pode roubar esta noite **sem alertar a polícia**.

Restrições

- $1 \leq \text{nums.length} \leq 100$
- $0 \leq \text{nums}[i] \leq 400$

Exemplo 1:

Entrada 1	Saída 1
<pre>{ "nums": [1,2,3,1] }</pre>	4

Explicação: Roube a casa 1 e a casa 3. Quantidade total roubada = $1 + 3 = 4$.

Exemplo 2:

Entrada 2	Saída 2
<pre>{ "nums": [2,7,9,3,1] }</pre>	12

Explicação: Roube a casa 1, roube a casa 3 e roube a casa 5. Quantidade total roubada = $2 + 9 + 1 = 12$.

Assinaturas:

Javascript:

```
var rob = function(nums)
```

Java:

```
public int rob(int[] nums)
```

C#:

```
public int Rob(int[] nums)
```

Python:

```
def rob(nums):
```