

Aula 03

Método Simplex: Uma Introdução



Modelagem e Formulação do Problema

Identificação das Variáveis

Defina as variáveis de decisão. Estas representam as quantidades a serem otimizadas.

Função Objetivo

Formule a função objetivo. Esta expressa o que se deseja maximizar ou minimizar.

Restrições

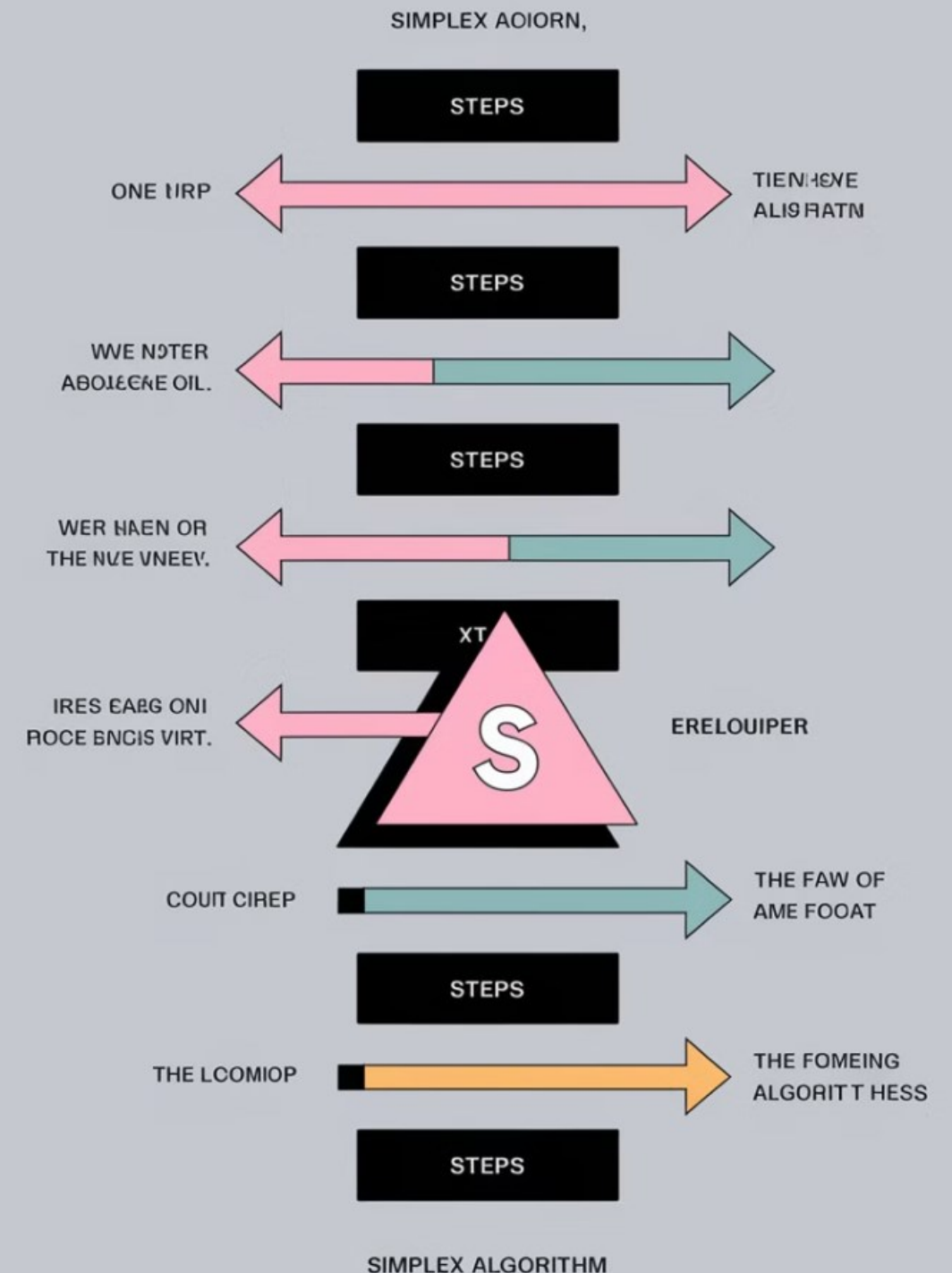
Estabeleça as restrições do problema. Estas limitam os valores das variáveis.

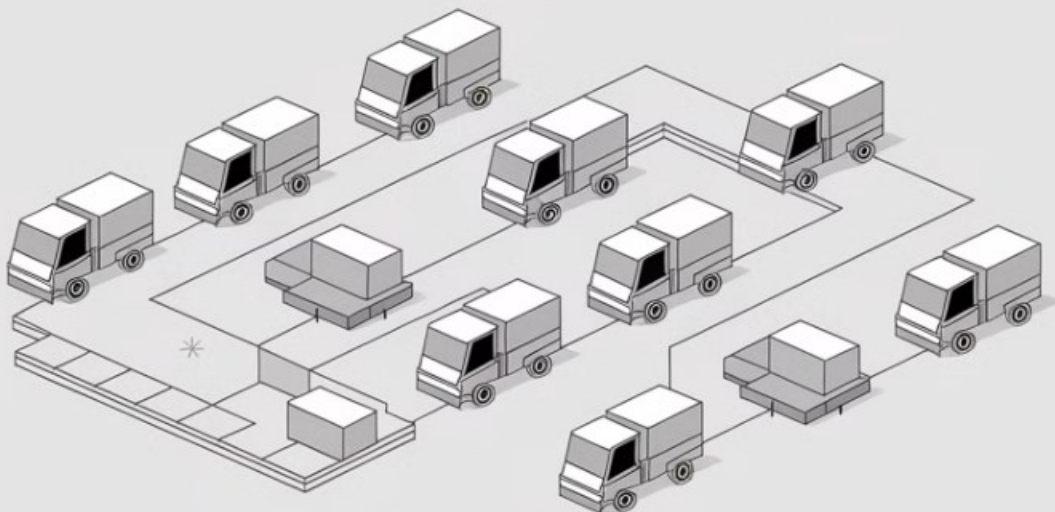
Adicione variáveis de folga e excesso. Transforme as desigualdades em igualdades.

Organize os coeficientes na tabela Simplex. Inclua a função objetivo e as restrições.

Escolha a coluna e a linha pivotal. Realize as operações de linha para otimizar.

Verifique se a solução atual é ótima. Caso contrário, continue as iterações.





Vantagens, Desvantagens e Aplicações Reais

Vantagens

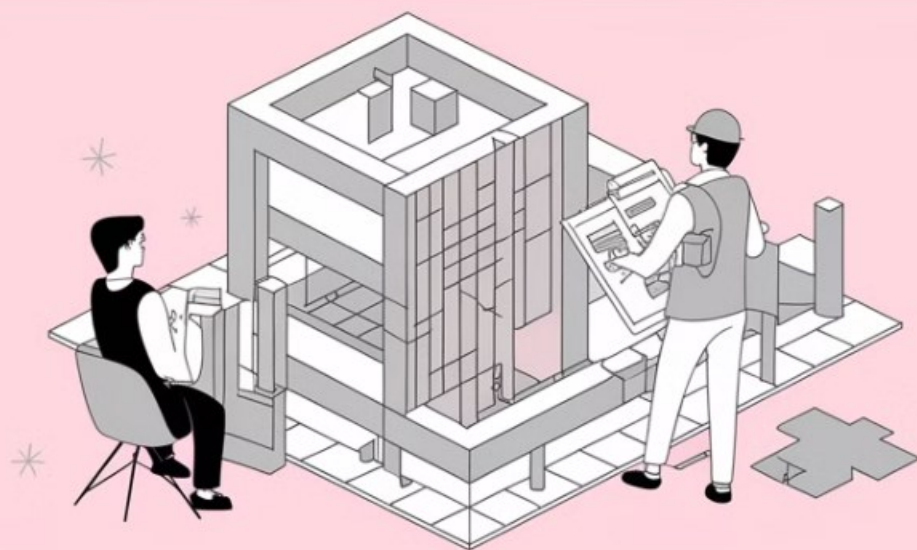
O método é eficiente e amplamente aplicável. Ele garante a solução ótima em problemas lineares.

Desvantagens

Pode ser computacionalmente intensivo. Acontece especialmente em problemas muito grandes.

Aplicações

Usado em logística para otimizar rotas. Também otimiza a alocação de recursos financeiros.



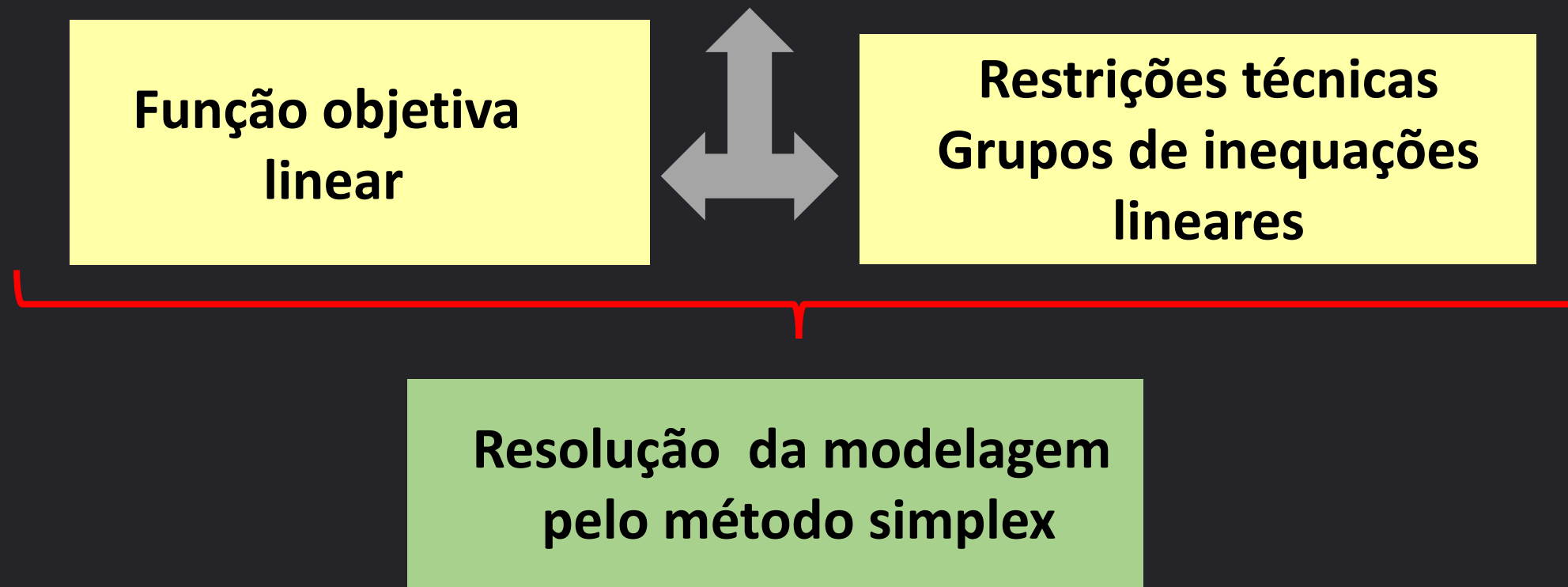
Método Simplex

É uma técnica de solução para modelos de programação linear com duas ou mais variáveis de decisão

O desempenho do modelo é avaliado através da representação algébrica da função objetivo



Método Simplex

Modelo Matemático com duas ou mais variáveis de decisão



Método Simplex

Função objetivo (Maximizar ou Minimizar)

Sujeito a   Restrições “menor ou igual”

Método Simplex

Modelo

$$\text{Máx} = 4x_1 + x_2$$

sujeito a

$$9x_1 + x_2 \leq 18$$

$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Forma padrão Simplex

$$\text{Máx} = 4x_1 + x_2 + 0f_1 + 0f_2$$

sujeito a

$$9x_1 + x_2 + f_1 = 18$$

$$3x_1 + x_2 + f_2 = 12$$

$$x_1, x_2, f_1, f_2 \geq 0$$

As variáveis de folga (f) transformam as inequações em equações.

Se a limitação for negativa a variável de folga também será negativa.

Método Simplex

Assim como o Método Gráfico o Simplex busca a solução ótima, todavia não é um método gráfico e sim tabular

Forma padrão Simplex

$$\text{Máx} = 4x_1 + x_2 + 0f_1 + 0f_2$$

sujeito a

$$9x_1 + x_2 + f_1 = 18$$

$$3x_1 + x_2 + f_2 = 12$$

$$x_1, x_2, f_1, f_2 \geq 0$$

Diagram illustrating the Simplex tableau structure with callouts:

- Coluna Para registrar as variáveis básicas de solução
- Registro das equações na forma padrão.
- Coluna para Valor do Segundo Membro.
- Na última linha aloca-se a função objetivo transformada

VB	x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	VSM
x_1						
x_2						
x_3						
f_1						
z						

Método Simplex



Exemplo 01

Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de R\$ 1.000,00 e o lucro unitário de P2 é R\$ 1.800. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades para P1 e 30 unidades para P2. **Construa o modelo de programação linear que objetiva Maximizar o lucro.**

Exemplo 02

Uma empresa de informática tem em seu quadro de pessoal 25 engenheiros e 40 técnicos. Ela venceu uma concorrência para instalar todo o sistema de computação de um “edifício inteligente” e está preparando as equipes para trabalharem nessa obra. Dos estudos realizados para o emprego de mão-de-obra chegou-se à conclusão de que haveria viabilidade para a empresa trabalhar com três tipos de equipes com as seguintes composições:

- Tipo I: 2 engenheiros e 6 técnicos;
- Tipo II: 4 engenheiros e 8 técnicos;
- Tipo III: 3 engenheiros e 9 técnicos.

O emprego de cada equipe do tipo I, diariamente, dá uma receita para a empresa no valor de R\$ 2000,00; da equipe do tipo II, R\$ 3000,00; e da equipe III, R\$ 2800,00. Qual deve ser a quantidade a ser empregada de cada tipo de equipe na obra para que a receita de uma empresa de informática seja máxima? **Modele este problema de programação linear.**

Exemplo 03

Um sapateiro faz 6 sapatos por hora, se fizer somente sapatos, e 5 cintos por hora, se fizer somente cintos.

Ele gasta 2 unidades de couro para fabricar 1 unidade de sapato e 1 unidade de couro para fabricar uma unidade de cinto. Sabendo-se que o total disponível de couro é de 6 unidades e que o lucro unitário por sapato é de \$5,00 e o do cinto é de \$2,00, pede-se: **o modelo do sistema de produção do sapateiro, se o objetivo é maximizar seu lucro por hora.**

Exemplo 04

Uma metalúrgica produz três componentes para geladeira: A, B e C. Ela pode fabricar por hora 25 unidades do componente A ou 30 de B ou 40 de C.

- Cada componente A gasta 40 unidades do recurso I e 30 do recurso II
- Cada componente B gasta 25 unidades do recurso I e 15 do recurso II
- Cada componente C gasta 18 unidades do recurso I e 10 do recurso II

As disponibilidades do recurso I e II são 712 e 450 unidades respectivamente. Toda a produção da metalúrgica é absorvida pela fábrica de geladeiras. O lucro de A, B e C são R\$ 25,00 , R\$ 15,00 e R\$ 11,00 , respectivamente.

Qual deverá ser a produção da metalúrgica para gerar o lucro máximo?

Exemplo 05

A Óleos Unidos S.A é uma empresa do ramo de derivados de petróleo que manufatura três combustíveis especiais com base na mistura de dois insumos: um extrato mineral e um solvente. No processo de produção não existe perda de material, de forma que a quantidade de litros de extrato mineral somada à quantidade de litros do solvente utilizada para a fabricação de um tipo de combustível resulta no total de litros daquele combustível. A proporção da mistura está descrita na tabela a seguir:

Suponha que a Óleos Unidos tenha disponível 120 litros de extrato mineral e 200 litros de solvente e que os lucros esperados para os três combustíveis sejam de R\$ 20,00, R\$ 22,00 e R\$ 18,00, respectivamente. Estabeleça um modelo de programação linear que determine a quantidade de cada combustível a ser fabricada.

	Combustível A	Combustível B	Combustível C
Extrato mineral	8 litros	5 litros	4 litros
Solvente	5 litros	4 litros	2 litros

Exemplo 06

Uma refinaria produz 3 tipos de gasolina: verde, azul e comum. Cada tipo requer gasolina pura, octana e aditivo que são disponíveis na quantidade de 9.600.000, 4.800.000 e 2.200.000 litros por semana, respectivamente.

As especificações de cada tipo são:

- um litro de gasolina verde requer 0,22 L de gasolina pura, 0,50 L de octana e 0,28 L de aditivo
- um litro de gasolina azul requer 0,52 L de gasolina pura, 0,34 L de octana e 0,14 L de aditivo
- um litro de gasolina comum requer 0,74 L de gasolina pura, 0,20 L de octana e 0,06 L de aditivo

Como regra de produção, baseada em demanda de mercado, o planejamento da refinaria estipulou que a quantidade de gasolina comum deve ser no mínimo igual a 16 vezes a quantidade de gasolina verde e que a quantidade de gasolina azul seja no máximo igual a 600.000 litros por semana.

A empresa sabe que cada litro de gasolina verde, azul e comum dá uma margem de contribuição para o lucro de \$ 0,30, \$ 0,25 e \$ 0,20 respectivamente, e **seu objetivo é determinar o programa de produção que maximiza a margem total de contribuição para o lucro.**

Exemplo 07

A empresa *Afia Bem Ltda.* produz em uma seção três modelos de facas: Padrão (P), Média (M) e Grande(G). No processo de fabricação são utilizada, primeiramente, três máquinas que fazem o corte da lâmina, modelagem e afiação. Uma quarta máquina faz o cabo das facas e uma quinta a montagem. Os tempos gastos, em segundos, gastos em cada máquina são a seguir especificadas:

Tempos de máquinas por tipo de faca.					
Máquina Modelo	Corte	Modelagem	Afiação	Cabo	Montagem
Padrão	10	10	12	19	19
Médio	10	15,5	16	21	21
Grande	12	17	19	24	22

Os tempos disponíveis, diariamente de cada máquina são no mínimo de 4 horas para o corte, 6 para modelagem, 6 para afiação, 8 para o cabo e 8 para a montagem. Uma faca padrão tem uma lâmina de 25 cm² , 32 cm² do modelo médio e 45 cm² do modelo grande. Cada chapa metálica que da origem às lâminas tem 2,00m m x 1, 00 m. A disponibilidade das chapas é de 2,5 chapas.

As contribuições para o lucro são de R\$ 3,00 , R\$ 4,00 e R\$ 4,70 unidades monetárias para os modelos Padrão, Médio e Grande, respectivamente. **Deseja-se formular o modelo para calcular as quantidades a serem produzidas de cada tipo que maximizem o lucro da empresa.**

Exemplo 08

Uma companhia fabrica dois produtos P1 e P2 que utilizam os mesmos recursos produtivos: matéria-prima, forja e polimento. Cada unidade de P1 exige 4 horas de forjaria, 2 horas de polimento e utiliza 100 unidade de matéria-prima. Cada unidade de P2 requer 2 horas de forjaria, 3 horas de polimento e 200 unidade de matéria-prima. O preço de venda de P1 é de R\$ 1900,00 e de P2 é R\$ 2100,00. Toda produção tem mercado garantido. As disponibilidades são de : 20 horas de forja, 10 horas de polimento e 500 unidade de matéria-prima, por dia.

Elabore o modelo matemático.

Exemplo 09

Uma empresa de transportes recebeu a proposta de transportar trabalhadores de uma indústria para uma nova fábrica que está sendo inaugurada. São 600 funcionários que deverão ser transportados de uma só vez. A empresa dispõe de 8 ônibus de tamanho G que comportam 60 pessoas cada e 12, de tamanho P, com 40 lugares. Cada ônibus G custa para a fábrica, por viagem, R\$ 190,00 e cada ônibus de tamanho P, R\$ 140,00. A empresa transportadora, devido a outros contratos assinados anteriormente, dispõe de 13 motoristas. Como poderá ser realizado esse transporte pelo mínimo custo: **Modele este problema.**

Exemplo 10

Duas fábricas produzem 3 diferentes tipos de papel. A companhia que controla as fábricas tem um contrato para produzir 16 toneladas de papel fino, 6 toneladas de papel médio e 28 toneladas de papel grosso. Existe uma demanda para cada tipo de espessura. O custo de produção na primeira fábrica é de R\$1.000,00 e o da segunda fábrica é de R\$2.000,00, por dia. A primeira fábrica produz 8 toneladas de papel fino, 1 tonelada de papel médio e 2 toneladas de papel grosso por dia, enquanto a segunda fábrica produz 2 toneladas de papel fino, 1 tonelada de papel médio e 7 toneladas de papel grosso. Quantos dias cada fábrica deverá operar para suprir os pedidos mais economicamente?

Faça a modelagem desse problema.