

# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 1

1. Responda qual tipo de objeto deve ser usado para armazenar cada uma das seguintes informações:
  - a. A idade de uma pessoa.
  - b. A área do seu quintal em metros quadrados.
  - c. A média da quantidade de chuva no mês de fevereiro.
  - d. O número de estrelas na galáxia.

2. Considere o trecho de código abaixo:

```
1 a = 10
2 b = a
3 c = 9
4 d = c
5 c = c + 1
```

Após a execução desse trecho de código, qual será o valor armazenado em cada variável?

3. Faça um programa que leia um número ponto flutuante  $x$  e calcule o valor de  $f(x) = \sqrt{x} + (x/2) + x^x$ . (Dica:  $\sqrt{x} = x^{1/2}$ ).
4. Faça um programa que leia dois valores inteiros nas variáveis  $x$  e  $y$  e troque o conteúdo das variáveis. Por exemplo, supondo que  $x = 2$  e  $y = 10$  foram os valores lidos, o seu programa deve fazer com que  $x = 10$  e  $y = 2$ . Refaça este problema usando apenas  $x$  e  $y$  como variáveis.
5. Faça um programa que leia os valores correspondentes aos três lados  $a$ ,  $b$  e  $c$  de um triângulo. O programa então deve determinar se o triângulo é isósceles, escaleno ou equilátero, informando isto para o usuário, e em seguida o programa deve imprimir a área  $A$  do triângulo utilizando a fórmula de Heron:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

onde

$$s = \frac{a+b+c}{2}.$$

6. Considere um programa que deve classificar um número como par ou ímpar e, além disso, classificar ele como menor do que 100 ou maior ou igual a 100. A solução abaixo faz essa classificação de maneira correta?

```
1 print("Digite um número:")
2 a = int(input())
3 if a % 2 == 0 and a < 100:
4     print("O número é par e menor do que 100")
5 else:
```

```

6   if a >= 100:
7       print("O número é par e maior ou igual que 100")
8   if a % 2 != 0 and a < 100:
9       print("O número é ímpar e menor do que 100")
10  else:
11      if a >= 100:
12          print("O número é ímpar e maior ou igual que 100")

```

7. Faça um programa que leia um caractere 'F' ou 'C', que indica se o próximo valor corresponde à temperatura em Fahrenheit ou Celsius. Em seguida, o programa deve ler o valor da temperatura e então imprimir o valor correspondente à temperatura na outra unidade de medida. Observação: ( $C = 5/9 \times (F - 32)$ ).
8. Faça um programa que leia um ano (valor inteiro) e imprima se ele é bissexto ou não. Observação: um ano é bissexto se ele é múltiplo de 400, ou se ele é múltiplo de 4 mas não é múltiplo de 100.
9. Suponha que uma pessoa possa se aposentar pelo INSS caso atenda alguma das situações abaixo:

- É do sexo masculino, possui pelo menos 65 anos e pelo menos 10 anos de contribuição.
- É do sexo masculino, possui pelo menos 63 anos e pelo menos 15 anos de contribuição.
- É do sexo feminino, possui pelo menos 63 anos e pelo menos 10 anos de contribuição.
- É do sexo feminino, possui pelo menos 61 anos e pelo menos 15 anos de contribuição.

Crie um programa que leia um caractere ('M' ou 'F'), que representa o sexo de um indivíduo, e dois inteiros, que representam a idade e o tempo de contribuição. O programa deverá então imprimir "Aposentável" se o indivíduo atenda uma das situações acima. Caso contrário, o programa deverá imprimir "Não Aposentável".

10. Faça um programa que leia dois números e em seguida um caracter que representa um operador aritmético ('+', '-', '\*' ou '/'). Seu programa então deve imprimir o resultado do operador aplicado aos dois números dados.

# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 2

1. Considere o seguinte menu:

```
1 1 - Pizza Marguerita
2 2 - Pizza de Calabresa
3 3 - Pizza de Pepperoni
4 4 - Pizza de Mussarela
5 5 - Sair
```

O seu programa deve: imprimir o menu; ler um número de 1 até 5; e imprimir a opção do menu correspondente ao número lido. Isso deve ser repetido até que o usuário selecione a opção 5.

2. Faça um programa que leia um número  $n$ . Após isso, o seu programa deve ler uma sequência de  $n$  números e imprimir uma mensagem indicando se a sequência lida está ordenada de forma crescente ou não.
3. Faça um programa que leia dois números  $m$  e  $n$ . O seu programa deve imprimir o Máximo Divisor Comum (MDC) dos números  $m$  e  $n$ . Você deve utilizar a seguinte regra (chamada de Algoritmo de Euclides) para calcular o MDC dos dois números dados:

$$\begin{aligned} \text{mdc}(m, n) &= m, \text{ se } n = 0; \\ \text{mdc}(m, n) &= \text{mdc}(n, m \% n), \text{ se } n > 0. \end{aligned}$$

4. Escreva um programa que leia um número  $n$ . O seu programa deve imprimir o menor número primo que é maior ou igual  $n$  e o maior número primo que é menor ou igual a  $n$ .
5. O que será impresso pelo programa abaixo? Assuma que o valor de D na atribuição inicial de x é o valor do último dígito do seu RA.

```
1 x = 5 + D
2 y = 0
3 while True:
4     y = (x % 2) + 10 * y
5     x = x // 2
6     print('x =', x, 'y =', y)
7     if x == 0:
8         break
9
10 while y != 0:
11     x = y % 100
12     y = y // 10
13     print('x =', x, 'y =', y)
```

6. Escreva um programa que leia  $n$  números inteiros e imprima quantos deles estão nos seguintes intervalos:  $[0, 25]$ ,  $[26, 50]$ ,  $[51, 75]$  e  $[76, 100]$ . Por exemplo, para  $n = 10$  e os seguintes números  $\{2, 61, -1, 0, 88, 55, 3, 121, 25, 75\}$ , seu programa deve imprimir:

```

1 [0,25]: 4
2 [26,50]: 0
3 [51,75]: 3
4 [76,100]: 1

```

7. Escreva um programa para computar a raiz quadrada de um número positivo. Use a ideia abaixo, baseada no método de aproximações sucessivas de Newton. O programa deve imprimir o valor da vigésima aproximação.

Seja  $Y$  um número positivo. Sua raiz quadrada é a raiz da função

$$f(x) = x^2 - Y.$$

A primeira aproximação é  $x_1 = Y/2$ . A  $(n+1)$ -ésima aproximação é

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

8. Aponte os erros de implementação existentes no código abaixo, desenvolvido com o intuito de calcular e imprimir o fatorial de um número inteiro não negativo.

```

1 valor = int(input("Digite um número: "))
2 fatorial = n = valor
3
4 if n >= 0:
5     while n > 0:
6         n = n - 1
7         fatorial = fatorial * n
8
9     print("O fatorial de", valor, "é igual a:", fatorial)
10
11 print("Não existe fatorial de", valor)

```

9. Faça um programa que leia um número inteiro positivo  $C$ . O seu programa deve imprimir todas as soluções da equação

$$x_1 + x_2 + x_3 = C,$$

onde as variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ , e  $x_3$  são inteiras não negativas.

10. Faça uma programa que leia um número na base decimal e imprima esse número na base binária.

11. Faça um programa que leia um número inteiro positivo  $n$  e imprima  $n$  linhas com o seguinte formato (exemplo para  $n = 6$ ):

```

1 1
2 2
3 3
4 4
5 5
6 6

```

12. Faça um programa que leia um número  $n$  e imprima  $n$  linhas com o seguinte formato (exemplo para  $n = 6$ ):

```

1 1
2 1 2
3 1 2 3
4 1 2 3 4
5 1 2 3 4 5
6 1 2 3 4 5 6

```

13. Faça um programa que leia um número  $n$  e imprima  $n$  linhas com o seguinte formato (exemplo para  $n = 6$ ):

```

1 + * * * * *
2 * + * * * *
3 * * + * * *
4 * * * + * *
5 * * * * + *
6 * * * * * +

```

14. Um jogador da Mega-Sena é supersticioso e só faz jogos em que o primeiro número do jogo é par, o segundo é ímpar, o terceiro é par, o quarto é ímpar, o quinto é par e o sexto é ímpar. Faça um programa que imprima todas as possibilidades de jogos que este jogador supersticioso pode jogar.

# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 3

1. Escreva um programa que leia  $n$  números reais e calcule o desvio padrão destes valores. O desvio padrão é dado pela seguinte equação:  $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ , onde  $n$  é a quantidade de números,  $x_i$  é o  $i$ -ésimo valor e  $\bar{x}$  é a média dos valores.
2. Mostre o que o programa abaixo irá imprimir caso seja executado (execute o programa a mão, sem usar o interpretador Python).

```
1 v1 = []
2 v2 = []
3 n = 123456789
4 while n != 0:
5     v1.append(n % 10)
6     n = n // 10
7     v2.append(1)
8
9 for a in v1[::-1]:
10     print(a, end = ", ")
11 print(v1[-1])
12
13 for a in v2[::-1]:
14     print(a, end = ", ")
15 print(v2[-1])
16
17 for i in range(len(v1)):
18     for j in range(v1[i]):
19         v2[i] = 2 * v2[i]
20
21 for a in v2:
22     print(a, end = ", ")
23 print(1)
```

3. Escreva um programa que leia duas sequências de  $n$  e  $m$  valores inteiros, onde  $n \leq m$ , e imprima quantas vezes a primeira sequência ocorre na segunda.

Exemplo:

Primeira sequência: 1 0 1

Segunda sequência: 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0

Resultado: 3

4. Faça um programa que leia dois conjuntos de números inteiros distintos e imprima a interseção destes dois conjuntos (os números presentes em ambos os conjuntos).

Exemplo:

```
Primeiro conjunto: 1 2 3 4 5
Segundo conjunto: 2 5 7 1 9 18
Resultado: 1 2 5
```

5. Faça um programa que leia dois conjuntos de números inteiros distintos e imprima a união destes conjuntos (os números presentes em pelo menos um dos conjuntos).

Exemplo:

```
Primeira conjunto: 1 2 3 4 5
Segundo conjunto: 2 5 7 1 9 18
Resultado: 1 2 3 4 5 7 9 18
```

6. Faça um programa que leia duas sequências de números inteiros ordenados e imprima uma sequência com os números ordenados das duas sequências anteriores. Você não deve usar o método `sort`.

Exemplo:

```
Primeira sequência: 1 3 5 5 7 9 10
Segunda sequência: 2 2 4 6 8 8 10
Resultado: 1 2 2 3 4 5 5 6 7 8 8 9 10 10
```

7. Faça um programa que calcule o produto interno de dois vetores  $u$  e  $v$  de mesmo tamanho  $n$ . O programa deve ler primeiramente o valor de  $n$  e em seguida deve ler duas sequências de mesmo tamanho de números reais e salvar cada sequência em uma lista. O programa deve então calcular e imprimir o produto interno dos vetores lidos.
8. Escreva um programa que leia uma sequência de números inteiros e os salve em uma lista. Em seguida o programa deve ler um outro número inteiro  $C$ . O programa deve então encontrar dois números de posições distintas da lista cuja multiplicação seja  $C$  e imprimí-los. Caso não existam tais números, o programa deve imprimir uma mensagem correspondente.

Exemplo:

```
Lista = [2, 4, 5, 10, 7]
C = 35
Resultado: 5 e 7
```

```
Lista = [2, 4, 5, 10, 7]
C = 25
Resultado: não existem tais números
```

9. Escreva um programa que leia uma sequência de  $n$  números inteiros positivos maiores que 1 e os salve em uma lista  $v$ .

O programa deve então imprimir um quadrado de  $n$  linhas por  $n$  colunas onde em cada posição  $(i, j)$ , com  $i, j \in \{0, \dots, n-1\}$ , deste quadrado deverá ser impresso 1 caso os números  $v[i]$  e  $v[j]$  sejam coprimos, e 0 caso contrário.

Os pares de números  $v[i]$  e  $v[j]$  são coprimos se não há nenhum divisor  $d > 1$  que seja comum a ambos. Por exemplo 15 e 8 são coprimos, pois os divisores de 8, que são 2, 4 e 8, não são divisores de 15. Abaixo temos um exemplo de execução do programa para  $n = 6$  e  $v = [2, 3, 4, 5, 6, 7]$ .

	$v[0]$	$v[1]$	$v[2]$	$v[3]$	$v[4]$	$v[5]$
$v[0]$	0	1	0	1	0	1
$v[1]$	1	0	1	1	0	1
$v[2]$	0	1	0	1	0	1
$v[3]$	1	1	1	0	1	1
$v[4]$	0	0	0	1	0	1
$v[5]$	1	1	1	1	1	0

Note no exemplo que  $v[0] = 2$  é coprimo de  $v[1] = 3$ ,  $v[3] = 5$  e  $v[5] = 7$ .



# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 4

1. Escreva um programa que leia uma string e, em seguida, imprima a inversa da string lida.  
Exemplo de entrada:

```
1 Tangamandapio
```

Impressão esperada:

```
1 oipadnamagnaT
```

2. Escreva um programa que leia uma string e, em seguida, imprima a string lida removendo **todos** os espaços.

Exemplo de entrada:

```
1 Out    of the night that    covers me
```

Impressão esperada:

```
1 Outofthenightthatcoversme
```

3. Escreva um programa que leia uma string e imprima a string lida removendo os espaços **extras** entre as palavras, ou seja, entre as palavras deve haver apenas um único espaço.

Exemplo de entrada:

```
1 Out    of the night that    covers me
```

Impressão esperada:

```
1 Out of the night that covers me
```

4. Faça um programa que leia duas strings e elimine, da segunda string, todas as ocorrências dos caracteres da primeira string. Por fim, seu programa deve imprimir a segunda string.

Exemplo de entrada:

```
1 AMOR
2 MAREZIA
```

Impressão esperada:

```
1 ESI
```

5. Faça um programa que leia duas palavras e verifique se uma delas é subsequência da outra, ou seja, a primeira pode ser obtida por meio da remoção de letras da segunda. A ordem das letras não pode ser alterada.

Exemplo de entrada:

```
1 moda
2 moradia
```

Impressão esperada:

```
1 moda é uma subsequência de moradia
```

Exemplo de entrada:

```
1 cereja
2 cerveja
```

Impressão esperada:

```
1 cereja é uma subsequência de cerveja
```

Exemplo de entrada:

```
1 teste
2 triste
```

Impressão esperada:

```
1 teste não é uma subsequência de triste
```

6. Escreva um programa que leia duas palavras e determine se a segunda é um *anagrama* da primeira. Uma palavra é um anagrama de outra se todas as letras de uma ocorrem na outra, *em mesmo número, independente da posição*.

Exemplo de entrada:

```
1 ROMA
2 AMOR
```

Impressão esperada:

```
1 Anagramas!
```

Exemplo de entrada:

```
1 regalia
2 alegria
```

Impressão esperada:

```
1 Anagramas!
```

Exemplo de entrada:

```
1 xzxyz
2 yzxyz
```

Impressão esperada:

```
1 Não são anagramas!
```

# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 5

1. Considere o código em Python abaixo:

```
1 j = 1
2
3 def main():
4     a = 9
5
6     if a % 2 == 0:
7         a = 2
8     else:
9         a = 3
10
11    print(fun1(2,4))
12
13    for i in range(3):
14        for j in range(3):
15            print(fun1(a, i+j))
16
17 def fun1(a, b):
18     p = 1
19     for i in range(b):
20         p = p * a
21     return p+j
22
23 main()
```

- (a) Determine quais são as variáveis locais e globais deste programa. Para cada variável local identifique a que função ela pertence.
- (b) Mostre o que será impresso na tela do computador quando for executado este programa.
2. Escreva uma função que receba dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  como parâmetro e determine se eles são amigos ou não, devolvendo **True** caso sejam amigos e **False** caso contrário.

Dois números são amigos se cada número é igual à soma dos divisores próprios do outro (os divisores próprios de um número  $m$  são os divisores estritamente menores que  $m$ ). Por exemplo, os divisores próprios de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110, cuja soma é 284; e os divisores próprios de 284 são 1, 2, 4, 71 e 142, cuja soma é 220. Logo, 220 e 284 são números amigos.

A seguinte função deve ser implementada:

```
1 def amigos(a, b):
```

3. Escreva uma função que receba um valor inteiro positivo  $n$  como parâmetro e devolva o menor valor inteiro  $b$ , tal que  $b^k = n$  para algum inteiro  $k$ . Por exemplo, se  $n = 27$  então o valor devolvido deve ser 3. Já se  $n = 12$ , o valor devolvido deve ser 12.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def menor_base_log(n):
```

4. Um inteiro positivo  $n$  é **pitagórico** se existem inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $a^2 + b^2 = n$ . Por exemplo, 13 é pitagórico, pois  $2^2 + 3^2 = 13$ .

- (a) Escreva uma função que receba como parâmetro três inteiros  $a$ ,  $b$  e  $n$ , e devolva **True** caso  $a^2 + b^2 = n$  e **False**, caso contrário.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def teste(a, b, n):
```

- (b) Utilize a função do item anterior e escreva uma outra função que receba como parâmetro um inteiro positivo  $n$  e verifique se  $n$  é pitagórico, devolvendo **True** caso  $n$  seja pitagórico e **False**, caso contrário.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def pitagorico(n):
```

5. Escreva uma função que receba uma lista de números reais e devolva a média aritmética dos números da lista.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def media(v):
```

6. Escreva uma função que receba uma lista de números reais e devolva o desvio padrão dos números da lista usando a seguinte fórmula:

$$\sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)}$$

onde  $n$  é o número de elementos.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def desvioPadrao(v):
```

7. Escreva uma função chamada **sanduche\_primo** que receba como parâmetro um inteiro  $n$  e devolva uma tupla com dois valores inteiros  $p1$  e  $p2$ , onde  $p1$  é o maior número primo que é menor do que  $n$  e  $p2$  é o menor número primo que é maior do que  $n$ .

A seguinte função deve ser implementada:

```
def sanduche_primo(n)
```

8. Escreva uma função que receba como parâmetro uma lista de inteiros. A função deve devolver uma tupla com dois valores inteiros  $f1$  e  $f2$ , onde  $f1$  é o elemento da lista com menor frequência (menor número de ocorrências na lista) e  $f2$  é o elemento com maior frequência. Dica: use um dicionário para computar as frequências dos elementos da lista.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def frequencias(v)
```

9. Suponha que uma matriz binária `mat` represente ligações entre cidades, onde, se uma posição `mat[i][j]` possui o valor 1, então há uma estrada da cidade `i` para a cidade `j`. Seja o seguinte exemplo de matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Neste caso, há estradas da cidade 0 para as cidades 1 e 2, e da cidade 2 para a cidade 0. Para cada item abaixo escreva uma função `verifica(mat)` que receba como parâmetro uma matriz quadrada `mat`, indicando as estradas entre as cidades, e devolva uma lista `resposta`.

- Escreva uma função para determinar as cidades com estradas chegando, mas sem estradas saindo da cidade, indicando isto na lista `resposta`, tal que `resposta[i]` recebe `True` caso a cidade `i` satisfaça esta propriedade e `False`, caso contrário.
  - Escreva uma função para determinar as cidades com estradas saindo, mas sem estradas chegando na cidade, indicando isto na lista `resposta`, tal que `resposta[i]` recebe `True` caso a cidade `i` satisfaça esta propriedade e `False`, caso contrário.
  - Escreva uma função para determinar as cidades isoladas (sem estradas chegando ou saindo da cidade), indicando isto na lista `resposta`, tal que `resposta[i]` recebe `True` caso a cidade `i` satisfaça esta propriedade e `False`, caso contrário.
10. No jogo Sudoku temos uma matriz  $9 \times 9$  dividida em 9 quadrados de  $3 \times 3$  preenchidos previamente com alguns números entre 1 e 9 (veja o exemplo à esquerda abaixo). Uma solução para uma instância do jogo consiste no preenchimento de todas as posições vazias com números entre 1 e 9 respeitando-se as seguintes regras:
- (a) Não pode haver números repetidos em um mesmo quadrado, ou seja, cada número entre 1 e 9 deve aparecer exatamente uma vez em cada quadrado.
  - (b) Não pode haver números repetidos em nenhuma linha da matriz.
  - (c) Não pode haver números repetidos em nenhuma coluna da matriz.

Escreva uma função que receba uma matriz  $9 \times 9$  como parâmetro, que represente uma proposta de solução para um Sudoku, e teste se a matriz é uma solução válida para o jogo, devolvendo `True` em caso verdadeiro e `False`, caso contrário.

A seguinte função deve ser implementada:

```
def solucao(mat):
```

Veja abaixo um exemplo (à direita) de uma solução para um Sudoku.

	2	5		1		9		
8			2	3				6
	3			6		7		
		1				6		
5	4						1	9
		2				7		
	9			3			8	
2			8		4			7
	1		9		7		6	

Sudoku não resolvido

4	2	6	5	7	1	3	9	8
8	5	7	2	9	3	1	4	6
1	3	9	4	6	8	2	7	5
9	7	1	3	8	5	6	2	4
5	4	3	7	2	6	8	1	9
6	8	2	1	4	9	7	5	3
7	9	4	6	3	2	5	8	1
2	6	5	8	1	4	9	3	7
3	1	8	9	5	7	4	6	2

Solução

# MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

## Lista de Exercícios 6

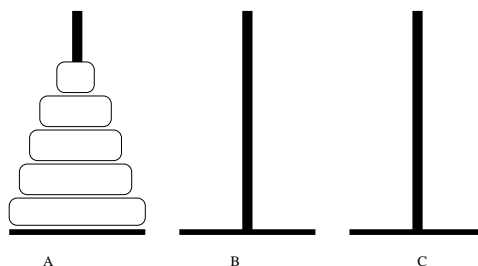
1. Faça uma função recursiva que calcule a média dos elementos de uma lista de números.
2. Mostre uma representação passo a passo da memória do computador, considerando as chamadas da função recursiva para o cálculo dos números da série de Fibonacci (vista em aula).
3. Determine o que a seguinte definição recursiva para uma função  $f$  calcula:
  - Se  $n = 0$ , retorne 0.
  - Se  $n > 0$ , retorne  $n + f(n - 1)$ .
4. Escreva uma função recursiva que calcule o somatório dos  $n$  primeiros valores da série harmônica. A série harmônica é definida como:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots$$

5. Escreva uma função recursiva que determine se um número inteiro  $n$  é primo.
6. Escreva uma função recursiva que calcule  $\lfloor \lg n \rfloor$ , ou seja, o *piso* do logaritmo de  $n$  na base 2. Por exemplo,  $\lfloor \lg 100 \rfloor = 6$ .
7. Considere a seguinte variação do problema das Torres de Hanói. O objetivo continua sendo mover os  $n$  discos do pino A para o pino C com as restrições: (i) apenas o disco do topo de um pino pode ser movido e (ii) nunca um disco de diâmetro maior pode ficar sobre um disco de diâmetro menor. Agora adicionamos uma nova restrição: (iii) não é possível mover um disco diretamente do pino A para o pino C (ou de C para A). Ou seja, para mover um disco de A para C (ou de C para A), o disco precisa primeiro ser movido para o pino B. Escreva um algoritmo que gere a solução para este novo problema.

A seguinte função deve ser implementada:

```
1 hanoi(n, inicial, final, auxiliar)
```



8. Suponha que uma matriz binária quadrada  $M$  represente a ligação entre um conjunto de  $n$  cidades. Desta forma,  $M[i][j] = 1$  indica que existe uma estrada da cidade  $i$  para a cidade  $j$ , e  $M[i][j] = 0$ , caso contrário. Por exemplo, na matriz abaixo temos que a cidade 0 possui estradas para as cidades 1 e 2, já a cidade 1 possui estrada apenas para a cidade 2. Note que existe uma estrada saindo da cidade 0 em direção à cidade 1, mas não há estrada saindo da cidade 1 em direção à cidade 0, isso porque nem sempre uma estrada que liga duas cidades possui vias de ida e volta.

```

1 0 1 1 0
2 0 0 1 0
3 1 1 0 1
4 1 0 1 0

```

Escreva uma função recursiva que, dada uma matriz  $M$  e uma cidade  $i$ , determine todas as cidades que podem ser alcançadas a partir de  $i$ .

9. Escreva funções recursivas para realizar a tarefa de caça-palavras em um diagrama. Dada uma matriz  $M$  de caracteres, uma posição  $pos = (x, y)$  da matriz e uma palavra  $p$ , as funções devem determinar se é possível encontrar a palavra  $p$  na matriz  $M$  a partir da posição  $pos$  e seguindo uma determinada direção (vertical, horizontal ou diagonal). Dica: escreva uma função recursiva para cada uma das possíveis direções. Exemplo:

```

1 M:
2 g z h y z l y n s g q j u
3 i n w a k b n x w w t n y
4 i w o u i p o f d b o y o
5 m k o h k l h r k h j w u
6 j l i o t r t c t b c o p
7 a h e d n y y y e g t p t
8 f n o h t y p y t h o n f
9 r l q o s y y y h n a f x
10 c e z x t k t m t x e u z
11 t g m h c v h x c h j n a
12 s n o w t q o b v n o z j
13 u n u x x a n p u i g n b
14 s i x o d j v s f e o n z
15 p: python
16 pos: (6,6)

```

```

1 Resultado:
2 . . . . .
3 . n . . . n . . . n .
4 . . o . . . o . . . o .
5 . . . h . . h . . h . . .
6 . . . . t . t . t . . . .
7 . . . . . y y y . . . . .
8 . n o h t y p y t h o n .
9 . . . . . y y y . . . . .
10 . . . . t . t . t . . . .
11 . . . h . . h . . h . . .
12 . . o . . . o . . . o . .
13 . n . . . . n . . . . n .
14 . . . . .

```

10. Escreva uma função recursiva para calcular  $\binom{n}{k}$  sabendo que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}, \quad \binom{n}{n} = 1 \text{ e } \binom{n}{1} = n$$