

### Experiência 1:

#### Fundamentos de Realimentação: Simulação dos Modelos do ECP em Malha Fechada

6 de agosto de 2024

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Emulador Industrial</b>	<b>2</b>
2.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	4
2.2	Procedimento de simulação . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Sistema Retilíneo</b>	<b>7</b>
3.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	9
3.2	Procedimento de simulação . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Sistema Torcional</b>	<b>12</b>
4.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	14
4.2	Procedimento de simulação . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Pêndulo Invertido</b>	<b>17</b>
5.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	20
5.2	Procedimento de simulação . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Levitador Magnético</b>	<b>23</b>
6.1	Preliminares para a Simulação do Modelo . . . . .	27
6.2	Procedimento de simulação . . . . .	28
	<b>Referências</b>	<b>30</b>

## 1 Introdução

O objetivo desta experiência inicial é o estudo preliminar de sistemas de controle através da simulação dos modelos dos sistemas "Educational Control Products" (ECP). Nesta experiência verifica-se qualitativamente as vantagens da realimentação, do ponto de vista de rastreamento do sinal de referência, denominado comportamento servo do sistema controlado; e de atenuação de sinais de distúrbios que possam atingir o sistema, conhecido como comportamento

regulador do sistema controlado.

Com base nos modelos linearizados serão feitos projetos de controladores simples: em malha aberta e em malha fechada do tipo proporcional. O desempenho quanto ao comportamento servo e regulador serão comparados via simulação, observando estas propriedades fundamentais de sistemas de controle. O controle em malha fechada é realizado através de um controlador simples, do tipo proporcional, e o amortecimento do sistema é aumentado através de realimentação de velocidade, que simula matematicamente uma alteração da viscosidade do meio onde ocorrem os movimentos. Também o efeito de um pré-filtro adicional sobre a resposta ao degrau do sistema em malha aberta é estudado.

As simulações servem como ferramenta auxiliar e guia para os projetos de controle a ser implementados nos sistemas ECP nas próximas experiências desta disciplina, cujo objetivo é a implementação de vários algoritmos de controle e o estudo da sua eficácia, dependendo da aplicação a que se destina.

Essa experiência deve ser acompanhada pela leitura do texto [6], para a revisão de conceitos essenciais ao aproveitamento da disciplina; os quais sejam:

1. Função de transferência [6, sec.1];
2. Diagramas e álgebra de blocos [6, sec.2];

além da introdução dos seguintes conceitos básicos:

1. Sistemas de controle em malha aberta e malha fechada [6, sec.3];
2. Redução de sensibilidade aos parâmetros da planta [6, sec.4.1];
3. Redução de sensibilidade a perturbações na saída [6, sec.4.2].

## 2 Emulador Industrial

Para o sistema emulador industrial [2] demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem perturbações na planta. O emulador industrial deverá estar configurado da seguinte maneira:

- Discos de atuação e carga conectados pelo dispositivo SR;
- Relação de engrenagens 4 : 1 (24 dentes na atuação e 36 dentes na carga). Correias #140 e #260;
- Nenhuma inércia adicional sobre os discos.

Para outras configurações que serão adotadas em futuras experiências bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo, bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$\begin{cases} J_d^* \ddot{\theta}_1 + c_d^* \dot{\theta}_1 = T_d \\ \theta_2 = \frac{\theta_1}{g_r} \end{cases} \quad (1)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{s(J_d^* s + c_d^*)} \quad (2)$$

onde  $k_{hw}$  é o ganho de hardware do emulador e  $J_d^*$  e  $c_d^*$  são, respectivamente, o momento de inércia e o atrito viscoso equivalentes na configuração adotada:

$$J_d^* = J_d + J_l(g_r)^{-2}, \quad c_d^* = c_d + c_l(g_r)^{-2},$$

onde  $J_d$  e  $J_l$  são os momentos de inércias dos discos de atuação e de carga,  $c_d$  e  $c_l$  são os coeficientes de atrito viscoso dos discos de atuação e de carga e  $g_r$  é a relação de engrenagens.

Observe que as expressões acima refletem os parâmetros  $J_l$  e  $c_l$  da carga para a atuação. Além disso, como os atritos viscosos naturais dos discos ( $c_d$ ,  $c_l$ ) são muito pequenos, o atrito viscoso equivalente  $c_d^*$  também será bem pequeno. Nesta experiência, o amortecimento da planta será alterado artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado na figura 1.

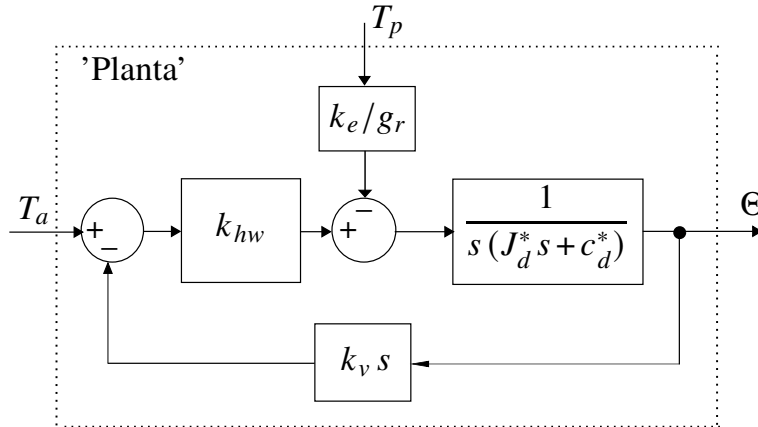


Figura 1: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $T_a$ : torque de acionamento (entrada servo);  $T_p$ : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na figura 2.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $T_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $T_p$  é em geral inacessível. A variável  $\theta_r$  é o valor de referência para a variável de saída  $\theta$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

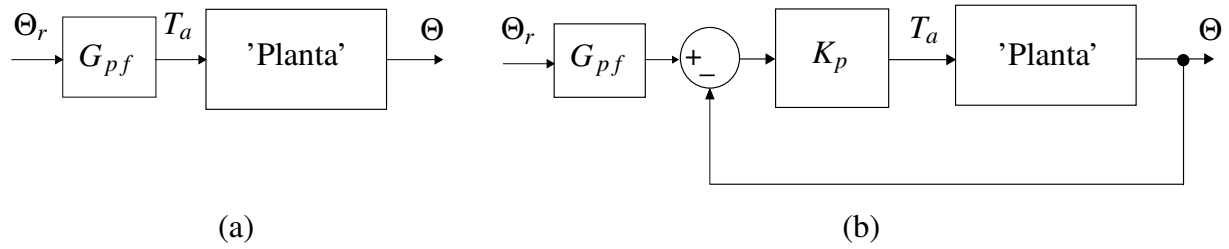


Figura 2: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $\Theta_r$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $K_p$ : ganho do controlador proporcional.

A partir das Figs. 1 e 2 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $T_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $T_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito do sinal de perturbação  $T_p$  na saída  $\theta$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $\theta_r$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_r(t) - \theta(t)$$





denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da figura 2 (b), gerando um torque de acionamento definido por  $T_a(t) = K_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (3)$$

onde  $E(s) = \Theta_r(s) - \Theta(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 2.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência  $\Theta(s)/T_a(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 1 para o problema do servo, será

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (4)$$

sendo que  $T_a$  é o torque gerado pelo controlador (t).

2. Mostre que função de transferência  $\Theta(s)/T_p(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional", da figura 1 para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_e/g_r}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (5)$$

sendo que  $T_p$  é o torque gerado motor de distúrbio (t). Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_d^*$  pode ser aumentado através da escolha de  $k_v$ .

3. Faça um programa Matlab (S) utilizando os parâmetros do emulador industrial, contendo:
- (a) a função de transferência da "planta compensada" da figura 1, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. O fato de  $G'_{ps}(0)$  ser infinito tem qual implicação no erro em regime permanente (t)?
  - (b) a função de transferência da "planta compensada" da figura 1, para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$ , e encontre o ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
  - (c) a função de transferência de malha fechada de acordo com a figura 2 (b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $K_p = 0,12$ .
  - (d) os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha fechada para uma entrada  $\Theta_r$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (3) (t).
  - (e) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) e em malha fechada (g). No Matlab utilize a função `step`.

### Parâmetros do Emulador:

$g_r = 4,$	$k_{hw} = 5,7669$	[Nm / rd]
$J_l = 0,0063,$	$J_d = 4,0742 \times 10^{-4}$	[Kg m <sup>2</sup> ]
$c_l = 0,005,$	$c_d = 7,3811 \times 10^{-4}$	[Nm / (rd/s)]
$k_v = 0,005$ [Nm / (rd/s)],	$k_e = 16000/2\pi$	[counts / rd]

## 2.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide figura 2 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela equação (3) este erro tende para infinito, conforme verificado em 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf} s}{1 + 0,01 s}$$

onde  $k_{pf}$  é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide figura 2 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
- 4. Determine  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) <sup>(t)</sup>. No programa Matlab do item 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
- 5. No controle em malha fechada, fixe  $k_{pf} = 1$  e varie o valor de  $K_p$  em torno do valor 0,12 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando  $K_p = 0,12$  e variando  $k_{pf}$  em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de  $K_p$  e  $k_{pf}$  <sup>(t)</sup>.

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos ensaios em malha aberta, utiliza-se primeiro a conexão clássica e em seguida, uma conexão com pré-filtro. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada frente a um degrau de distúrbio na carga são também investigados.

6. Faça um programa simulink <sup>(d)</sup> do emulador de acordo com a configuração definida na Seção 2, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` ou `sim <arquivo.slx>` para executar a chamada de tais programas do simulink;
7. Considere uma entrada um pulso de **8000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 8000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o simulink para realizar integração em passo fixo com **Ts=0,00442** s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,005$ . Implemente no simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $K_p = 0,03$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ ;
9. Plote a saída de posição <sup>(g)</sup>, e a posição comandada <sup>(g)</sup> (sinal de referência  $\theta_r$ );
10. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine  $k_{pf}$  de tal forma que  $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$ <sup>1</sup>. Implemente o novo valor de  $k_{pf}$  e repita o item 8, ajustando, **se necessário** o ganho  $k_{pf}$  para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho  $K_p$ , usando os valores  $K_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$ ; e se necessário recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída <sup>(t)</sup>.
11. Simule um torque de distúrbio na carga. Considere um pulso de amplitude **0,65** [Nm], com duração de **1000** ms (500 ms no valor 0,65 e 500 ms no valor -0,65) e **4** repetições. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 10. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique <sup>(t)</sup>.

<sup>1</sup>No caso malha aberta,  $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$  dada em (4), e no caso em malha fechada  $G_a(s) \equiv G_f(s)$  determinada no item 3 (e). Vide as Figs. 2 (a) e 2 (b), respectivamente.

12. Responda as questões:

- Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? (t) Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho.
- Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por  $K_p$  (t)?
- Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada (t).

### 3 Sistema Retilíneo

Para o sistema retilíneo [4] demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será a mola conectada entre o carro #1 e um obstáculo rígido. O sistema retilíneo deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Mola de dureza média conectando o atuador ao carro #1;
- 4 massas de 500 g sobre o carro #1
- Carro #2 desconectado do carro #1.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = F(t) \quad (6)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (7)$$

onde

$k_{hw}$ -	ganho de hardware	$m_{w1}$ -	massa sobre o carro #1
$m_1$ -	massa total do sistema	$c_1$ -	atrito viscoso do sistema
$m_{c1}$ -	massa do carro #1	$k_1$ -	constante de mola da molá média
$F$ -	força aplicada através do motor		

Como o atrito viscoso inicial do carro #1 ( $c_1$ ) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema em malha fechada da figura 3.

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são

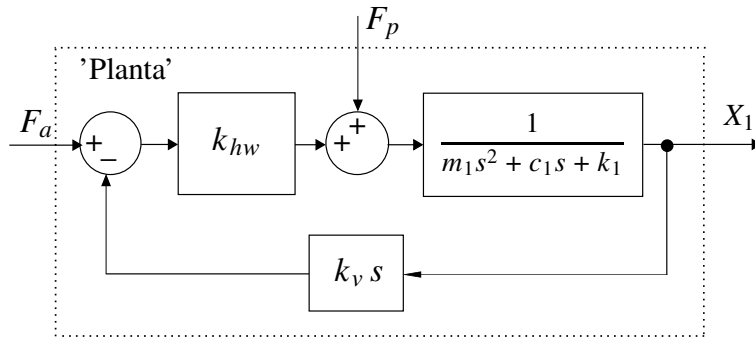


Figura 3: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : força de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : força de perturbação (entrada de perturbação).

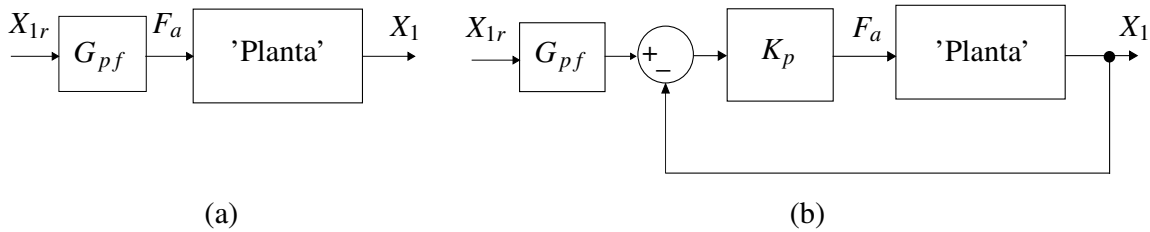


Figura 4: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $X_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $K_p$ : ganho do controlador proporcional.

apresentados na figura 4.

A variável  $x_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $x_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ), enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível para o controle.

A partir das Figs. 3 e 4 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito do sinal de perturbação  $F_p$  na saída  $x_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $x_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da figura 4 (b), gerando um torque de acionamento definido por  $F_a(t) = K_p e(t)$ .







Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (8)$$

onde  $E(s) = X_{1r}(s) - X_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

Para o sistema retilíneo a entrada de perturbação  $F_p$  não está disponível<sup>2</sup>. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal  $F_p(t)$ ) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

### 3.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink<sup>®</sup> e script Matlab<sup>™</sup>, respectivamente.


1. Mostre que a função de transferência  $X_1(s)/F_a(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 3 com a mola média ( $k_1$ ), será


$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (9)$$

onde:  $F_a$  é a força de acionamento gerada pelo controlador .

2. Mostre que a função de transferência  $X_1(s)/F_p(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 3 com a mola trocada ( $k_1^*$ ), será

$$G'_{pr^*}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1^*}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (10)$$

sendo:  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ , e  $\Delta k_1$  a diferença entre a mola trocada e a mola inicial . Note que o efeito do coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_1$  pode ser aumentado através da escolha de  $k_v$ .

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do sistema retilíneo, contendo:
  - (a) a função de transferência da "planta compensada" da figura 3, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$  com mola  $k_1$  (valor nominal) e com mola  $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$  (valor perturbado), e então encontre os ganhos de baixas frequências  $G'_{ps}(0)$  e  $G'_{ps^*}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
  - (b) a função de transferência da "planta compensada" da figura 3, para o problema do regulador, considerando  $G'_{pr}(s)$  quando  $k_1^* = k_1$  (valor nominal), e encontre o ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .

<sup>2</sup>Seria possível produzir uma perturbação  $F_p$  aplicando manualmente uma força ao carrinho. Contudo, essa força não seria mensurável com a presente instrumentação.

- (c) compare  $G'_{p_s}(0)$  com  $G'_{p_s^*}(0)$ .
- (d) a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a figura 4(b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab feedback com  $K_p = 0,12$ .
- (e) os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha fechada para uma entrada  $x_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função dcgain. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (8) (t).
- (f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) e em malha fechada (g). No Matlab utilize a função step.

### Parâmetros do Retilíneo:

$$\begin{aligned}
 k_{hw} &= 14732 \text{ [N/m]}, & \Delta k_1 &= 361,4 \text{ [N/m]} \\
 m_{c1} &= 0,778 \text{ [Kg]}, & c_1 &= 2,94 \text{ [N/m/seg]} \\
 m_{w1} &= 4 \times 0,500 \text{ [Kg]}, & k_v &= 0,005 \text{ [N/m/seg]} \\
 k_1 &= 338,6 \text{ [N/m]}
 \end{aligned}$$








## 3.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide figura 4(a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro é  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
  - **Controle em malha fechada.** (vide figura 4(b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t). No programa Matlab do item 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
  5. Determine  $k_{pf}$  como função de  $K_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t). No programa Matlab do item 3 inclua o cálculo de  $k_{pf}$ , como função de  $K_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola ( $k_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa simulink (d) do sistema retilíneo de acordo com a configuração definida na Seção 3, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` ou `sim <arquivo.slx>` para executar a chamada de tais programas do simulink;

7. Considere uma entrada um pulso de **3000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 3000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o simulink para realizar integração em passo fixo com **Ts=0,00442** s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,005$ . Implemente no simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $K_p = 0,03$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ ;
9. Plote a saída de posição , e a posição comandada  (sinal de referência  $x_{1r}$ );
10. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine  $k_{pf}$  de tal forma que  $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$ <sup>3</sup>. Implemente o novo valor de  $k_{pf}$  e repita o item 8, ajustando, **se necessário** o ganho  $k_{pf}$  para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho  $K_p$ , usando os valores  $K_p = \{0,03; 0,06; 0,12; 0,24\}$ ; e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída .
11. Simule a substituição da mola de dureza média pela de maior dureza (700 N/m), e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados, inclusive os parâmetros de controles de malha aberta e malha fechada ( $k_{pf}$  e  $K_p$ ). Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no item 10. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique .
12. Responda as questões:
  - (a) Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga ? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho .
  - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por  $K_p$  .
  - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada .

---

<sup>3</sup>No caso malha aberta,  $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$  dada em (9), e no caso em malha fechada  $G_a(s) \equiv G_f(s)$  determinada no item 3 (e). Vide as Figs. 4 (a) e 4 (b), respectivamente.

## 4 Sistema Torcional

Para o sistema torcional [3] demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será o valor da mola torcional conectada entre o disco #1 e um obstáculo rígido. O sistema torcional deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Discos #1 e #2 conectados à mola torcional;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: quatro massas de 500 g posicionadas a 9.0 cm do centro do disco;
- Disco #2 travado.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$J_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = T(t) \quad (11)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (12)$$

onde

$k_{hw}$ -	ganho de hardware	$c_1$ -	atrito viscoso do sistema
$J_1$ -	momento de inércia total do sistema	$k_1$ -	constante de mola do sistema
$J_{d1}$ -	momento de inércia do disco #1	$T$ -	Torque aplicado pelo motor
$J_w$ -	momento de inércia sobre o disco #1 <sup>4</sup>		

Como o atrito viscoso inicial do disco #1 ( $c_1$ ) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema em malha fechada da figura 5.

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na figura 6.

A variável  $\Theta_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $\Theta_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo ( $T_a$ ), enquanto a entrada de perturbação  $T_p$  é em geral inacessível para o controle.

A partir das Figs. 5 e 6 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

---

<sup>4</sup>A contribuição de cada massa adicional ao momento de inércia é  $(md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$  onde  $d$  é a distância dos pesos de massa  $m = 0,5$  [Kg] ao centro do disco, e  $r = 4,95/2$  [cm] é raio destes pesos. Portanto,  $J_w = 4 \times (md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$ .

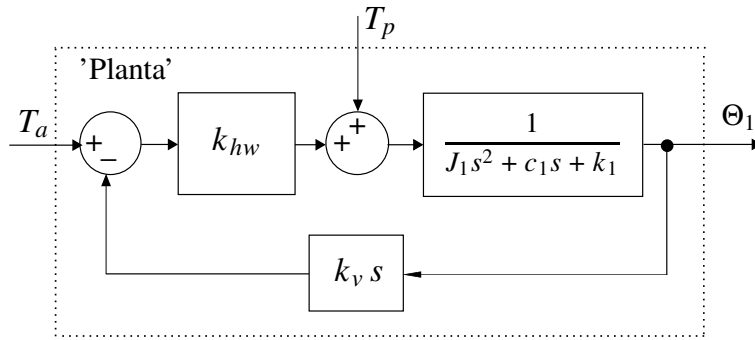


Figura 5: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $T_a$ : torque de acionamento (entrada servo);  $T_p$ : torque de perturbação (entrada de perturbação).

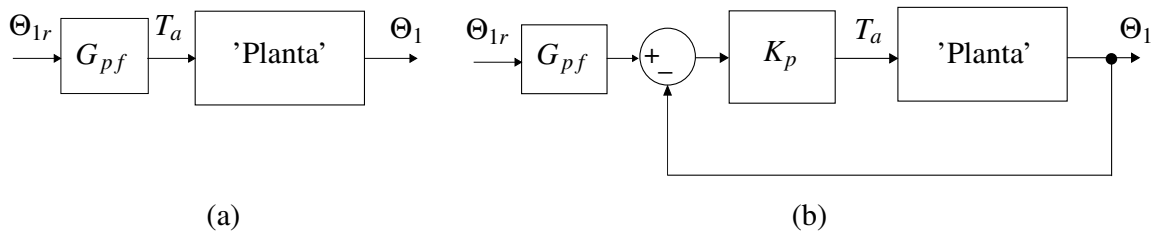


Figura 6: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $\Theta_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $K_p$ : ganho do controlador proporcional.

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $T_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $T_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito do sinal de perturbação  $T_p$  na saída  $\Theta_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $\Theta_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_{1r}(t) - \theta_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da figura 6 (b), gerando um torque de acionamento definido por  $T_a(t) = K_p e(t)$ .





Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (13)$$

onde  $E(s) = \Theta_{1r}(s) - \Theta_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

Para o sistema torcional a entrada de perturbação  $T_p$  não está disponível<sup>5</sup>. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema ( sinal  $T_p(t)$  ) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

#### 4.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink<sup>®</sup> e script Matlab<sup>™</sup>, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência  $\Theta_1(s)/T_a(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 5 com a mola torcional ( $k_1$ ), será

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (14)$$


onde:  $T_a$  é o torque de acionamento gerado pelo controlador .


2. Mostre que função de transferência  $\Theta_1(s)/T_p(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 5, com a mola torcional alterada ( $k_1^*$ ), será

$$G'_{pr}(s) = \frac{1}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1^*}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (15)$$

sendo que  $k_1^*$  é a constante da mola equivalente da associação das molas  $k_1$  e  $k_3$ , isto é,

$$\frac{1}{k_1^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \quad (16)$$

No experimento, essa variação da mola será conseguida com a retirada do disco #2. Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso  $c_1$  pode ser aumentado através da escolha de  $k_v$  .

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do sistema torcional, contendo:
  - (a) a função de transferência da "planta compensada" da figura 5, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$  quando a constante da mola tem o valor nominal  $k_1$  e quando tem o valor perturbado  $k_1^*$ , e encontre também os respectivos ganhos de baixas frequências  $G'_{ps}(0)$  e  $G'_{ps^*}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
  - (b) a função de transferência da "planta compensada" da figura 5, para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$  quando a mola tem a constante  $k_1$  (valor nominal), e encontre o ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
  - (c) compare  $G'_{ps}(0)$  com  $G'_{ps^*}(0)$ .
  - (d) a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a figura 6(b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $K_p = 0,12$ .

<sup>5</sup>Seria possível produzir uma perturbação  $T_p$  aplicando manualmente um torque ao disco. Contudo, esse torque não seria mensurável com a presente instrumentação.

- (e) os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha fechada para uma entrada  $\Theta_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (13) **(t)**.
- (f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta **(g)** e em malha fechada **(g)**. No Matlab utilize a função `step`.

### Parâmetros do Torcional:

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 17,57 \text{ [Nm/rd]}, & k_1 &= 2,684 \text{ [Nm/rd]} \\ J_{d1} &= 2,38 \times 10^{-3} \text{ [Kg m}^2\text{]}, & k_3 &= 2,602 \text{ [Nm/rd]} \\ c_1 &= 7,6 \times 10^{-3} \text{ [Nm/(rd/s)]}, & k_v &= 2,5 \times 10^{-2} \text{ [Nm/(rd/s)]} \end{aligned}$$








## 4.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide figura 6 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro é  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
  - **Controle em malha fechada.** (vide figura 6 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) **(t)**. No programa Matlab do item 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
  5. Determine  $k_{pf}$  como função de  $K_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo **(t)**. No programa Matlab do item 3 inclua o cálculo de  $k_{pf}$ , como função de  $K_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola ( $k_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa simulink **(d)** do sistema retilíneo de acordo com a configuração definida na Seção 4, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` ou `sim <arquivo.slx>` para executar a chamada de tais programas do simulink;
7. Considere uma entrada um pulso de **1000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 1000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;

8. Ajuste o simulink para realizar integração em passo fixo com  $T_s=0,00442$  s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,025$ . Implemente no simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $K_p = 0,12$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ ;
9. Plote a saída de posição , e a posição comandada  (sinal de referência  $\Theta_{1r}$ );
10. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine  $k_{pf}$  de tal forma que  $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$ <sup>6</sup>. Implemente o novo valor de  $k_{pf}$  e repita o item 8, ajustando, **se necessário** o ganho  $k_{pf}$  para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho  $K_p$ , usando os valores  $K_p = \{0,12; 0,24; 0,48; 0,96\}$ ; e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída .
11. Simule a alteração da mola nominal (curta) retirando o disco #2<sup>7</sup>, e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no item 10. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique .
12. Responda as questões:
  - (a) Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho .
  - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por  $K_p$  .
  - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada .

<sup>6</sup>No caso malha aberta,  $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$  dada em (14), e no caso em malha fechada  $G_a(s) \equiv G_f(s)$  determinada no item 3 (e). Vide as Figs. 6 (a) e 6 (b), respectivamente.

<sup>7</sup>Os segmentos de mola torcional entre os discos #1 e #2, e entre os discos #2 e #3 tem os valores de constante de torção  $k_1$  e  $k_3$ , respectivamente. Assim a mola total entre os discos #1 e #3 passa a ter rigidez dada pela equação (16).



## 5 Pêndulo Invertido

Para o pêndulo invertido [1] demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado. O modelo não linear do pêndulo invertido foi apresentado na Experiência 4, seção 2.1.4. da disciplina EA619. Reproduzimos abaixo, através das equações (17) e (18), o referido modelo, acrescentando a ação do atrito viscoso  $c_1$  entre a barra deslizante e o ar.

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) - J^* x \dot{\theta}^2 - 2m_1 \ell_0 x \dot{\theta} + (m_2 \ell_0 \ell_c - \bar{J}) g \sin\theta + m_1 \ell_0 g x \cos\theta = \frac{J^*}{m_1} F(t) \quad (17)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r \dot{\theta} + 2m_1 x \dot{\theta} + m_1 \ell_0 x \dot{\theta}^2 - m_2 \ell_c g \sin\theta - m_1 g x \cos\theta = -\ell_0 F(t) \quad (18)$$

Como já visto, as equações (17) e (18) caracterizam um sistema intrinsecamente não-linear, e linearizações em torno do ponto de equilíbrio  $\theta_e = x_e = 0$  são necessárias para obter-se modelos lineares válidos. O modelo linearizado nesse ponto de equilíbrio é descrito pelas equações

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) + m_1 \ell_0 g x + (m_2 \ell_0 \ell_c - \bar{J}) g \theta = \frac{J^*}{m_1} F(t) \quad (19)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r \dot{\theta} - m_1 g x - m_2 \ell_c g \theta = -\ell_0 F(t) \quad (20)$$

onde:

$$\begin{aligned} m_1 &= m_{1o} + m_{w1} \\ m_2 &= m_{2o} + m_{w2} \\ \ell_c &= (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2 \\ \bar{J} &= J_0^* + m_{w2}(\ell_{w2})^2 \\ J^* &= J_0^* + m_1\ell_o^2 + m_{w2}(\ell_{w2})^2 \end{aligned}$$

e

- $x$  : deslocamento linear da haste deslizante,
- $\theta$  : deslocamento angular da haste principal,
- $F(t)$  : força aplicada à haste deslizante,
- $m_{1o}$  : massa da haste deslizante,
- $m_{w1}$  : massa dos pesos na haste deslizante ("orelhas"),
- $\ell_0$  : distância com sinal da haste deslizante ao pivot,
- $m_{w2}$  : massa do contrapeso,
- $\ell_{w2}$  : distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável),
- $m_{2o}$  : massa da haste principal,
- $\ell_{co}$  : distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot,
- $J_0^*$  : momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso),
- $c_1$  : coeficiente de atrito viscoso entre a haste deslizante e o ar,
- $c_r$  : coeficiente de atrito viscoso entre a haste rotacional e o ar.

O pêndulo invertido deverá estar na **configuração estável**, isto é, a distância do contra-peso ao ponto de pivoteamento deve ser de **10 cm**<sup>8</sup>. Os pesos nas extremidades da haste deslizante também deverão estar presentes. Esta configuração permitirá que o pêndulo retorne à posição

<sup>8</sup>Esta posição do contrapeso corresponde a um valor de  $\ell_{w2} = -13,75$  cm.

de equilíbrio  $x_e = 0$ ,  $\theta_e = 0$  após pequenos deslocamentos da haste.

Nesta experiência, considera-se apenas o controle proporcional de posição da haste deslizante do pêndulo inicialmente sem presença de distúrbio e depois com a presença de uma força de distúrbio. Para isso vamos considerar, numa primeira etapa, a **haste rotacional travada**, ou seja, haverá movimento somente da haste deslizante. Numa segunda etapa o movimento da haste rotacional será liberado e com isso observa-se que devido a uma ligeira inclinação desta, a haste deslizante estará sob a ação de uma força adicional em relação ao **caso travado**, e que vamos considerar nesta experiência, particularmente, como força de distúrbio  $F_p(t)$  ao movimento livre da haste deslizante.

Observe que na situação **haste rotacional travada** teremos  $\theta \equiv 0$ ,  $\dot{\theta} \equiv 0$  e  $\ddot{\theta} \equiv 0$ . Nesta situação pode-se deduzir das equações (19) e (20) que o movimento da haste deslizante é descrito pela equação (21).

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F(t) \quad (21)$$

Na situação **haste rotacional destravada** a ação do distúrbio  $F_p(t)$  transforma a equação (21) em

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F_a(t) + F_p(t) \quad (22)$$

A função de transferência do **comportamento do servo** será então

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s}, \quad k_{hw} = k_s k_f k_x \quad (23)$$

onde

- $F(s)$  – força aplicada à haste
- $X(s)$  – deslocamento linear da haste
- $k_{hw}$  – ganho de hardware
- $m_1$  – massa da haste deslizante incluindo as 'orelhas'

Para diminuir o comportamento oscilatório da haste, e melhor ressaltar o efeito do distúrbio, introduz-se alterações no amortecimento na planta artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado diagrama da figura 7. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado "simulando-se matematicamente uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre".

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na figura 8.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível. A variável  $x_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $x_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir das Figs. 7 e 8 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

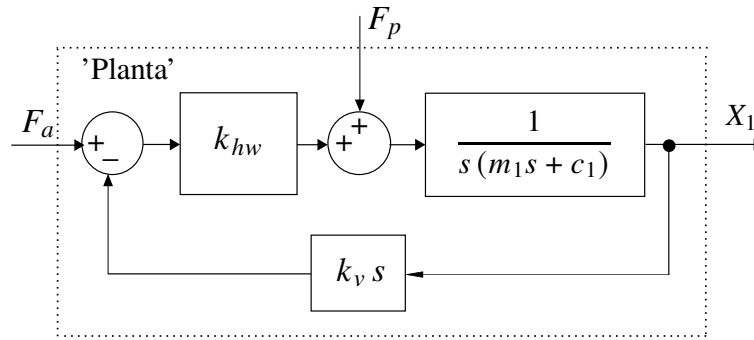


Figura 7: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : força de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : força de perturbação (entrada de perturbação).

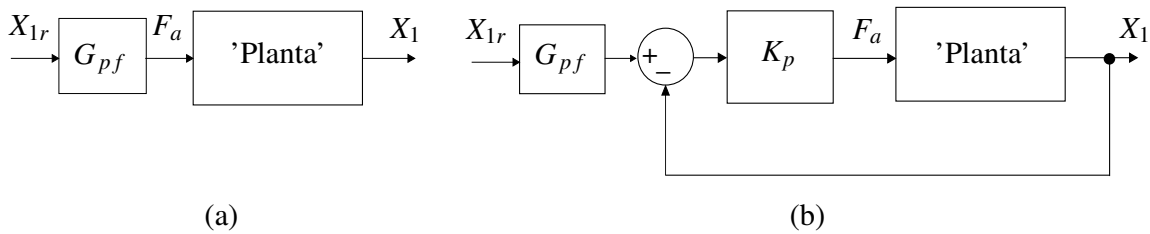


Figura 8: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $X_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $K_p$ : ganho do controlador proporcional.

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito do sinal de perturbação  $F_p$  na saída  $x_1$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $x_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da figura 8 (b), gerando um torque de acionamento definido por  $F_a(t) = K_p e(t)$ .


Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (24)$$

onde  $E(s) = X_{1r}(s) - X_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 5.1 Preliminares para a Simulação do Modelo


Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.





1. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_a(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 7 para o problema do servo, será 

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (25)$$

2. Mostre que função de transferência  $X_1(s)/F_p(s)$  da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional", da figura 7, para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (26)$$

sendo que a simulação do aumento do atrito viscoso pode ser controlada através da escolha de  $k_v$  .

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do pêndulo invertido, contendo:
  - (a) a função de transferência da "planta compensada" da figura 7, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. Qual o significado para o erro em regime permanente do valor de  $G'_{ps}(0)$  ser infinito?
  - (b) a função de transferência da "planta compensada" da figura 7, para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$ , e encontre o ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .
  - (c) a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a figura 8 (b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab `feedback` com  $K_p = 0,2$ .
  - (d) os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha fechada para uma entrada  $X_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (24) .
  - (e) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta  e em malha fechada . No Matlab utilize a função `step`.

### Parâmetros do Pêndulo Invertido:

$J_0^* = 0,024264 \text{ [Kg.m}^2\text{]}$	$\ell_{w2} = -0,1375 \text{ [m]}$
$g = 9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}$	$\ell_0 = 0,33 \text{ [m]}$
$c_1 = 0,2254 \text{ [Ns/m]}$	$k_a = 2546$
$c_r = 0,0144 \text{ [Nms/rad]}$	$k_x = 50200$
$m_1 = 0,2376 \text{ [Kg]}$	$k_f = 0,0013$
$k_v = 0,01 \text{ [Ns/m]}$	$k_s = 32$
$m_{w2} = 1 \text{ [Kg]}$	$k_{hw} = k_s k_f k_x \text{ [N/m]}$
$m_{2o} = 0,785 \text{ [Kg]}$	$\ell_{co} = 0,071 \text{ [m]}$

## 5.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide figura 8 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela função de transferência (25) este erro tende para infinito, conforme verificado no item 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf}s}{1 + 0,01s} \quad (27)$$

onde  $k_{pf}$  é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide figura 8 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) <sup>(t)</sup>. No programa Matlab do item 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
  5. No controle em malha fechada, fixe  $k_{pf} = 1$  e varie o valor de  $K_p$  em torno do valor 0,2 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando  $K_p = 0,2$  e variando  $k_{pf}$  em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de  $K_p$  e  $k_{pf}$  <sup>(t)</sup>.

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos dois casos utiliza-se o pré-filtro para tentar anular o erro de regime. Em malha aberta o pré-filtro é dado pela equação (27), e em malha fechada  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .

Observe que nos modelos não-linear e linearizado sem travamento da haste rotacional, uma força gravitacional atua sobre a haste deslizante quando o ângulo  $\theta \neq 0$ . Considere essa força como um distúrbio atuando sobre o sistema (vide figura 7).

6. Faça um programa simulink <sup>(d)</sup> para simular o modelo linear do pêndulo invertido com a **haste rotacional travada** de acordo com a equação (23). No simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn.
7. Utilize um programa simulink disponível no laboratório para simular o modelo não-linear do pêndulo invertido, de acordo com as equações (17) e (18). Para completar a malha de acionamento é preciso lembrar como estão distribuídos os ganhos de hardware  $k_f$ ,  $k_s$ ,  $k_x$  e  $k_a$ <sup>9</sup>; ver figura 9;
8. Faça um programa simulink para simular o modelo linearizado <sup>(s)</sup>, em torno do ponto  $x(0) = 0$ , de acordo com as equações (19) e (20). Inclua as constantes  $k_f$ ,  $k_s$ ,  $k_x$  e  $k_a$  como na figura 9;

<sup>9</sup>vide roteiro da Experiência 3 da disciplina EA619.

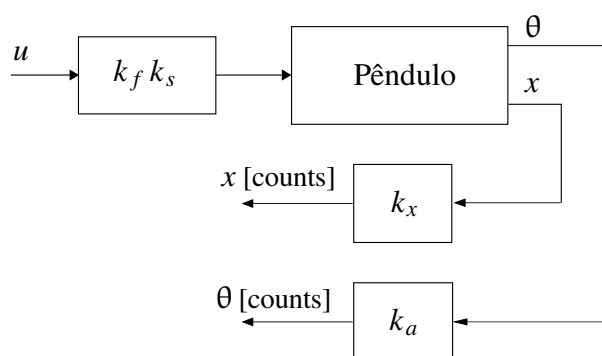


Figura 9: Diagrama de blocos para o modelo completo do pêndulo (não-linear).

9. Utilize o programa Matlab contendo os parâmetros do sistema, feito no item 3 como programa "monitor" para chamar os programas simulink feitos nos itens 6, 7 e 8. No Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` ou `sim <arquivo.slx>` para executar a chamada de tais programas do simulink;
10. Considere como entrada pulsos, com amplitudes:
  - (a) **500** [counts], com duração de **4000** ms (2000 ms no valor 500 e 2000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária,
  - (b) **2000** [counts], com duração de **4000** ms (idem) e uma repetição em direção contrária;
11. Ajuste o simulink para realizar integração em passo fixo com  **$T_s=0,001768$**  s. Introduza nos três modelos utilizados, o atrito viscoso adicional através da realimentação de velocidade com  $k_v = 0,01$ . Implemente no simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $K_p = 0,05$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ ;
12. Plote a saída de posição **(g)**, e a posição comandada **(g)**;
13. Introduza os seguintes valores para controlador proporcional,  $K_p = 0,1; 0,2; 0,4; 0,8$  e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Repita os itens de 10 a 12 no que se refere ao controle em malha fechada;
14. Responda as questões:
  - (a) As respostas em malha aberta obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Justifique **(t)**.
  - (b) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado quando o controle é feito em malha aberta e em malha fechada **(t)**?
  - (c) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado pelo aumento do ganho de malha produzido por  $K_p$  no sistema de malha fechada e com relação à variação da posição comandada **(t)**.

- (d) Por que o erro de regime do controle em malha fechada do modelo não linear não é nulo? Comente a variação deste erro com relação à variação de  $K_p$  e da posição comandada [t](#).

## 6 Levitador Magnético

Para o levitador magnético [5] demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O levitador deverá estar na configuração com um único disco (disco #1). O modelo não-linear que descreve o movimento do disco #1, quando há corrente tanto na bobina #1 como na bobina #2 é descrito na pg.61 do Manual [5], e é apresentado a seguir, em unidades do MKS:

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 = \frac{u_1}{a (k_s y_1 + b)^4} - \frac{u_2}{a (y_c - k_s y_1 + b)^4} - m_1 g \quad (28)$$

onde

$m_1$ :	massa do disco magnético #1	[Kg];
$c_1$ :	coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar	[Ns/m];
$y_1$ :	altura do disco #1	[m];
$u_1$ :	corrente na bobina #1	[A];
$u_2$ :	corrente na bobina #2	[A];
$y_c$ :	distância entre as bobinas #1 e #2	[cm];
$k_s$ :	relação de metros para centímetros, ou seja, $k_s = 100$ ;	
$a$ e $b$ :	constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.	

Observação Importante: As constantes  $a$  e  $b$  foram determinadas na Experiência 4 da disciplina EA-619. Os valores são  $a = 8,8090 \times 10^{-5}$  e  $b = 6,3690$ , quando as forças de interação magnética são medidas em [N], e a altura do disco é medida em [cm].

A compensação da não linearidade do sensor por calibração será utilizada nesta experiência, mas não a compensação da não linearidade do atuador. Com esta configuração pode-se assumir um *modelo linearizado por série de Taylor*, em torno de um ponto de operação  $y_{10}$ , conforme descrito em [5, Cap.5, p.63]. Este modelo, quando considerado o ganho de calibração do sensor  $k_s$ , é dado pela seguinte equação diferencial, em unidades do MKS:

$$m_1 \ddot{y}_1^* + c_1 \dot{y}_1^* + k_1 y_1^* = k_{u_1} u_1^*(t) + k_{u_2} u_2^*(t) \quad (29)$$

onde:

$y_{10}$  : ponto de operação para o disco [m]  
 $u_{10}$  : corrente de manutenção do disco em  $y_{10}$  [m];

$y_1^* = y_1(t) - y_{10}$  [m] : desvio em torno do ponto de operação;  
 $u_1^* = u_1(t) - u_{10}$  [A] : desvio de corrente necessária para reconduzir o disco até  $y_{10}$ ;

$u_2^* = u_2(t)$  [A]: corrente na bobina #2<sup>10</sup>.

As constantes  $k_1$ ,  $k_{u_1}$  e  $k_{u_2}$  são as resultantes do desenvolvimento da equação (28) em série de Taylor e são dadas na forma,

$$k_1 = \frac{4k_s u_{1_0}}{a(k_s y_{1_0} + b)^5} \text{ [N/m]} \quad (30)$$

$$k_{u_1} = \frac{1}{a(k_s y_{1_0} + b)^4} \text{ [N/A]} \quad (31)$$

$$k_{u_2} = \frac{1}{a(y_c - k_s y_{1_0} + b)^4} \text{ [N/A]} \quad (32)$$

Introduz-se a seguir uma transformação de unidades a fim de compatibilizar as equações acima com o hardware do sistema ECP. É preciso considerar que o sistema ECP foi projetado para operar em unidade de [counts] tanto para as forças geradas por  $u_1$  e  $u_2$ , como para as posições especificadas dos discos #1 e #2, obtidas na forma de medidas calibradas dos sensores  $y_{1_{\text{cal}}}$  e  $y_{1_0_{\text{cal}}}$ , respectivamente. As relações entre [counts] e [N], e entre [counts] e [m] são dadas por

$$1 \text{ [N]} = 10^4 \text{ [counts]} \quad e \quad 1 \text{ [m]} = 10^4 k_s \text{ [counts]}$$

Portanto, a relação entre a altura real  $y_1$  [m] e a saída calibrada do sensor  $y_{1_{\text{cal}}}$  [counts] será

$$y_1 \text{ [m]} = \frac{y_{1_{\text{cal}}} \text{ [counts]}}{10^4 k_s} \quad (33)$$

Substituindo a equação (33) nas equações (28) e (29) o sistema será representado em unidades do sistema ECP para o *modelo não-linear* como:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{\text{cal}}} + c_1 \dot{y}_{1_{\text{cal}}} = \frac{k_s u_{1_{\text{counts}}}}{a(y_{1_{\text{cal}}}/10^4 + b)^4} - \frac{k_s u_{2_{\text{counts}}}}{a(y_c - y_{1_{\text{cal}}}/10^4 + b)^4} - k_s 10^4 m_1 g \quad (34)$$

Veja a figura 10 e observe que, em regime permanente, a força necessária a ser aplicada ao disco magnético ( $u_{1_0_{\text{counts}}}$ ), conhecendo-se o ponto de equilíbrio desejado ( $y_{1_0_{\text{cal}}}$ ), é obtida fazendo o lado direito da equação (34) igual a zero, com  $u_{2_{\text{counts}}} = 0$ , resultando em:

$$u_{1_0_{\text{counts}}} = 10^4 a m_1 g \left( \frac{y_{1_0_{\text{cal}}}}{10^4} + b \right)^4 \quad (35)$$

Nas Experiências 1 e 2 utiliza-se o modelo linearizado do sistema por Taylor no ponto ( $u_{1_0}$ ,  $y_{1_0}$ ). A representação em torno deste ponto de operação é dada por:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{\text{cal}}}^* + c_1 \dot{y}_{1_{\text{cal}}}^* + k_1 y_{1_{\text{cal}}}^* = k_{u_1} u_{1_{\text{counts}}}^* - k_{u_2} u_{2_{\text{counts}}}^* \quad (36)$$

onde<sup>11</sup>:

$$k_1 = \frac{4k_s u_{1_0}/10^4}{a(y_{1_0_{\text{cal}}}/10^4 + b)^5} \quad (37)$$

<sup>10</sup>a força de interação magnética gerada pela bobina #2 é vista como uma força de perturbação agindo sobre o disco

<sup>11</sup>aqui as constantes  $k_1$ ,  $k_{u_1}$  e  $k_{u_2}$  são adimensionais



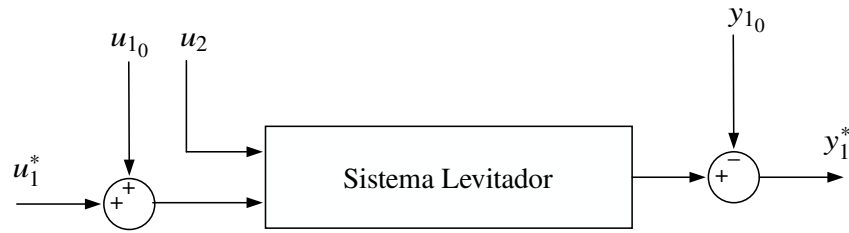


Figura 10: Sistema levitador com ajuste de operação no ponto de equilíbrio desejado  $y_{10}$ . Variáveis:  $u_1^*$  entrada incremental,  $y_1^*$  saída incremental.

$$k_{u_1} = \frac{k_s}{a (y_{10_{\text{cal}}}/10^4 + b)^4} \quad (38)$$

$$k_{u_2} = \frac{k_s}{a ((y_c - y_{10_{\text{cal}}})/10^4 + b)^4} \quad (39)$$

A equação (36) é uma das possíveis formas de representação linear do levitador, quando configurado com um único disco. Reforçando, esta representação levou em conta a calibração do sensor óptico para compensar a não linearidade deste medidor e a linearização por série de Taylor do modelo do atuador eletromagnético. São equações de 2ª ordem cujas funções de transferência são dadas por

$$\frac{Y_1^*}{U_1^*} = \frac{k_{u_1}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad \frac{Y_1^*}{U_2^*} = \frac{-k_{u_2}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1} \quad (40)$$

e a figura 11 mostra o diagrama de blocos correspondente.

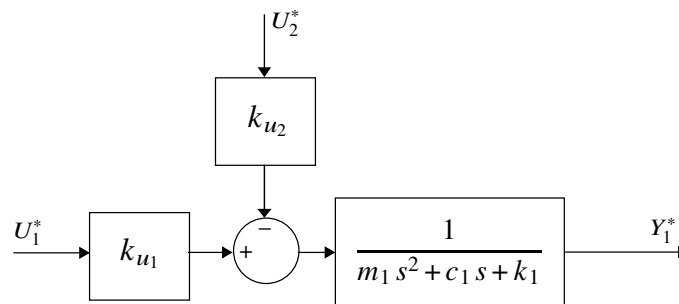


Figura 11: Modelo incremental do sistema levitador (sem amortecimento adicional).

Como o atrito viscoso  $c_1$  entre o disco #1 e o ar é muito pequeno, as oscilações poderão apresentar grande amplitude quando se deseja levar o disco a um determinado ponto de operação. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação de velocidade  $\dot{y}_1$ , vide figura 12, "simulando-se" uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre.

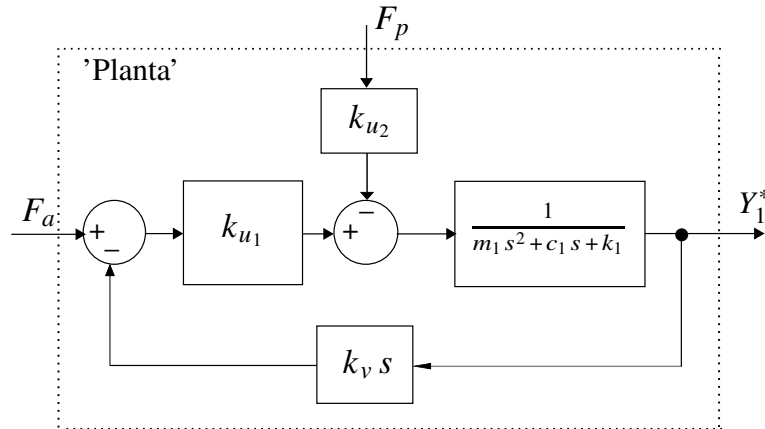


Figura 12: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional.  $F_a$ : torque de acionamento (entrada servo);  $F_p$ : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na figura 13. Para simplificar a notação denotaremos as variáveis incrementais  $u_1^*$  e  $y_1^*$  simplesmente por  $u_1$  e  $y_1$  nas representações lineares a seguir.

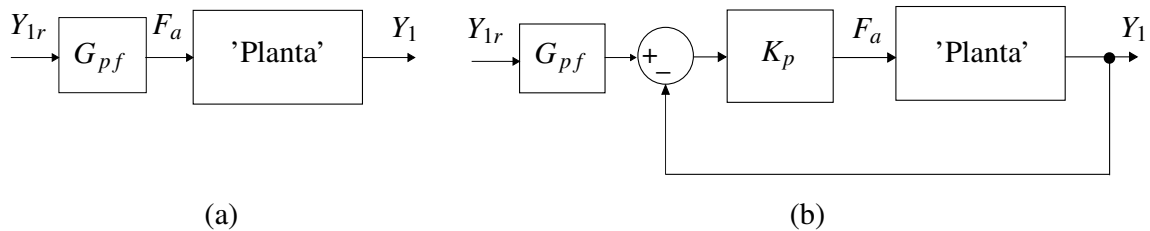


Figura 13: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional.  $Y_{1r}$ : entrada de referência,  $G_{pf}$ : função de transferência do pré-filtro,  $K_p$ : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo ( $F_a$ ) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação  $F_p$  é em geral inacessível. A variável  $y_{1r}$  é o valor de referência para a variável de saída  $y_1$ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir das Figs. 12 e 13 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

**Problema do Servo** consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento  $F_a$ . Neste caso faz-se a perturbação  $F_p$  nula.

**Problema de Regulação** consiste em considerar o efeito do sinal de perturbação  $F_p$  na saída

$y_1^*$ . Neste caso toma-se o sinal de referência  $y_{1r}$  nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = y_{1r}(t) - y_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da figura 13 (b), gerando um torque de acionamento definido por  $F_a(t) = K_p e(t)$ .

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (41)$$

onde  $E(s) = Y_{1r}(s) - Y_1(s)$ , é a transformada de Laplace da função  $e(t)$ .

## 6.1 Preliminares para a Simulação do Modelo


Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.


1. Mostre que função de transferência da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional" da figura 12 para o problema do servo, será

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{u1}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (42)$$

2. Mostre que função de transferência da "planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional", para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_{u2}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (43)$$

Note que o efeito do coeficiente de atrito viscoso  $c_1$  pode ser modificado através da escolha de  $k_v$ . 

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do levitador, contendo:
  - (a) a função de transferência da "planta compensada" da figura 12, para o problema do servo,  $G'_{ps}(s)$  quando a massa do disco é  $m_1$  (valor nominal) e quando a massa é alterada para  $m_1 + \Delta m_1$  (valor perturbado), e encontre os ganhos de baixas frequências  $G'_{ps}(0)$  e  $G'_{pr}(0)$ . Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
  - (b) a função de transferência da "planta compensada" da figura 12, para o problema do regulador,  $G'_{pr}(s)$  quando a massa do disco  $m_1$  tem valor nominal, e encontre o ganho de baixas frequências  $G'_{pr}(0)$ .

- (c) compare  $G'_{ps}(0)$  com  $G'_{pr}(0)$  para o valor nominal  $m_1$  da massa do disco.
- (d) a função de transferência de malha fechada,  $G_f(s)$ , de acordo com a figura 13 (b), com  $G_{pf} = 1$ . Utilize a função Matlab feedback com  $K_p = 1$ .
- (e) os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha fechada para uma entrada  $y_{1r}$  em degrau unitário, utilizando a função dcgain. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (41) (t).
- (f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) e em malha fechada (g). No Matlab utilize a função step.

### Parâmetros do Levitador:

$a = 8,557 \times 10^{-5}$	$k_s = 100$ [N/m]
$b = 6,5580$	$m_1 = 0,123$ [Kg]
$g = 9,8$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\Delta m_1 = 0,023$ [Kg]
$c_1 = 0,4078$ [Ns/m]	$k_v = 0,01$ [Ns/m]
$k_1 = 56,34$	$y_c = 13,2$ [cm]
$k_{u1} = 217,87$	$y_{10} = 2,0 \times 10^4$ [counts]
$k_{u2} = 11,75$	







## 6.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide figura 13 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
  - **Controle em malha fechada.** (vide figura 13 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é,  $G_{pf}(s) = k_{pf}$ .
4. Determine  $k_{pf}$  para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t). No programa Matlab do item 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho  $k_{pf}$ .
  5. Determine  $k_{pf}$  como função de  $K_p$  tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t). No programa Matlab do item 3 inclua o cálculo de  $k_{pf}$ , como função de  $K_p$ .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da massa do disco #1 ( $m_1$ ) são também investigados.

6. Faça um programa simulink (d) para simular o levitador magnético de acordo com a equação (34). No Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` ou `sim <arquivo.slx>` para executar a chamada de tais programas do simulink;

7. Faça um programa simulink  do levitador magnético para simular o modelo linearizado em torno do ponto  $y_{10}$ , de acordo com a equação (36) e as Figs. 13 (a) e 13 (b), a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn.
8. Considere como entrada de referência os seguintes sinais:
  - um pulso com amplitude **15000** [counts] com duração de **4000** [ms] (2000 ms no valor 15000 counts e 2000 ms no valor zero);
  - idem, com amplitude de **1000** [counts] (Obs. - Note que esta amplitude corresponde a uma variação de 1mm na posição do disco. Comente sobre a possibilidade de realizar este ensaio no sistema real).
9. Ajuste o simulink para realizar integração em passo fixo com **Ts=0,001768** s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de  $k_v = 0,01$ . Implemente no simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como  $K_p = 0,1$ . Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com  $k_{pf} = 1$ . Utilize  $y_{10}$  conforme a tabela dos parâmetros do levitador apresentada ao final da sub-seção anterior e  $u_{10}$  definido pela equação (35);
10. Plote a saída de posição , e a posição comandada  (sinal de referência  $y_{1r}$ );
11. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine  $k_{pf}$  de tal forma que o erro em regime dos sistemas em malha aberta e malha fechada seja mínimo. No caso do modelo linearizado isso significa adotar o ganho  $k_{pf}$  de forma a se obter  $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$ <sup>12</sup>. Implemente o novo valor de  $k_{pf}$  e repita o item 9, ajustando, **se necessário** o ganho  $k_{pf}$  para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho  $K_p$ , usando os valores  $K_p = \{0,1; 0,3; 0,6; 1,0\}$ ; e recalcule o valor de  $k_{pf}$  para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída .
12. Simule uma força magnética de distúrbio provocada pela bobina #2. Considere um pulso de amplitude **22000** [counts] iniciando em **1000** [ms] com largura de **1000** [ms] e repetindo-se novamente a partir de **3000** [ms]. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no item 11. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique .
13. Responda as questões:
  - (a) Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho .

<sup>12</sup>No caso malha aberta,  $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$  dada em (42), e no caso em malha fechada  $G_a(s) \equiv G_f(s)$  determinada no item 3 (e). Vide as Figs. 13 (a) e 13 (b), respectivamente.

- (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por  $K_p$   ?
- (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada .

## Referências

- [1] ECP. *Manual for Model 505 - Inverted Pendulum - Educational Control Products*, 1994. [5](#)
- [2] ECP. *Manual for Model 220 - Industrial Emulator/Servo Trainer - Educational Control Products*, 1995. [2](#)
- [3] ECP. *Manual for Model 205/205a - Torsional Control System - Educational Control Products*, 1997. [4](#)
- [4] ECP. *Manual for Model 210/210a - Rectilinear Control System - Educational Control Products*, 1998. [3](#)
- [5] ECP. *Manual for Model 730 - Magnetic Levitation System - Educational Control Products*, 1999. [6](#), [6](#)
- [6] P. A. V. Ferreira. Introdução aos Sistemas de Controle. Notas de aula, prof. Paulo Valente. FEEC-UNICAMP, 1999. [1](#), [1](#), [2](#), [1](#), [2](#), [3](#)
- [7] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson Education Limited, 8th edition, 2018.
- [8] J.C. Geromel and R.H. Korogui. *Controle Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2011.
- [9] J.C. Geromel and A.G.B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2019.
- [10] D.J. Higham and N.J. Higham. *MATLAB Guide*. Siam, 3rd edition, 2017.
- [11] The MathWorks Inc. *MATLAB and Simulink® Coverage™ User's Guide*. The MathWorks, Inc., 2022.
- [12] N.S. Nise. *Control System Engineering*. Wiley, 8th edition, 2019.
- [13] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, 5th edition, 2010.