

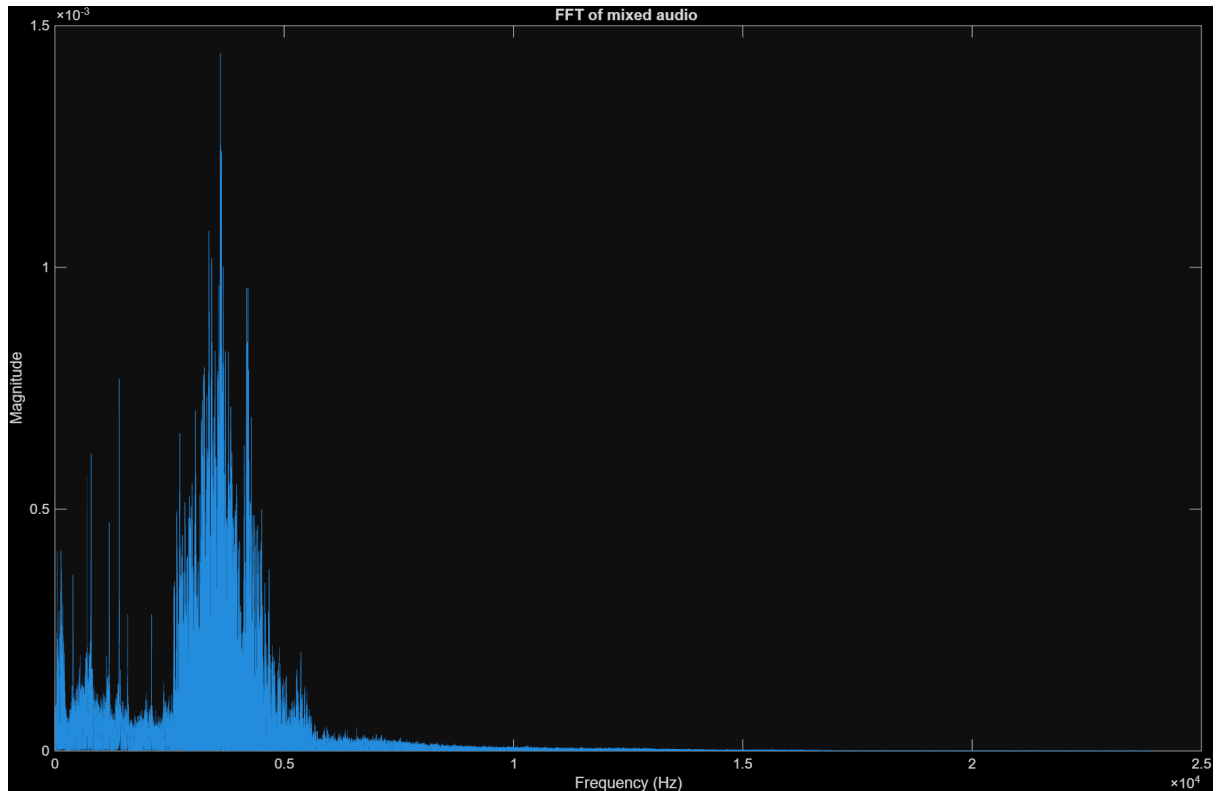
EG950 - Processamento Digital de Sinais

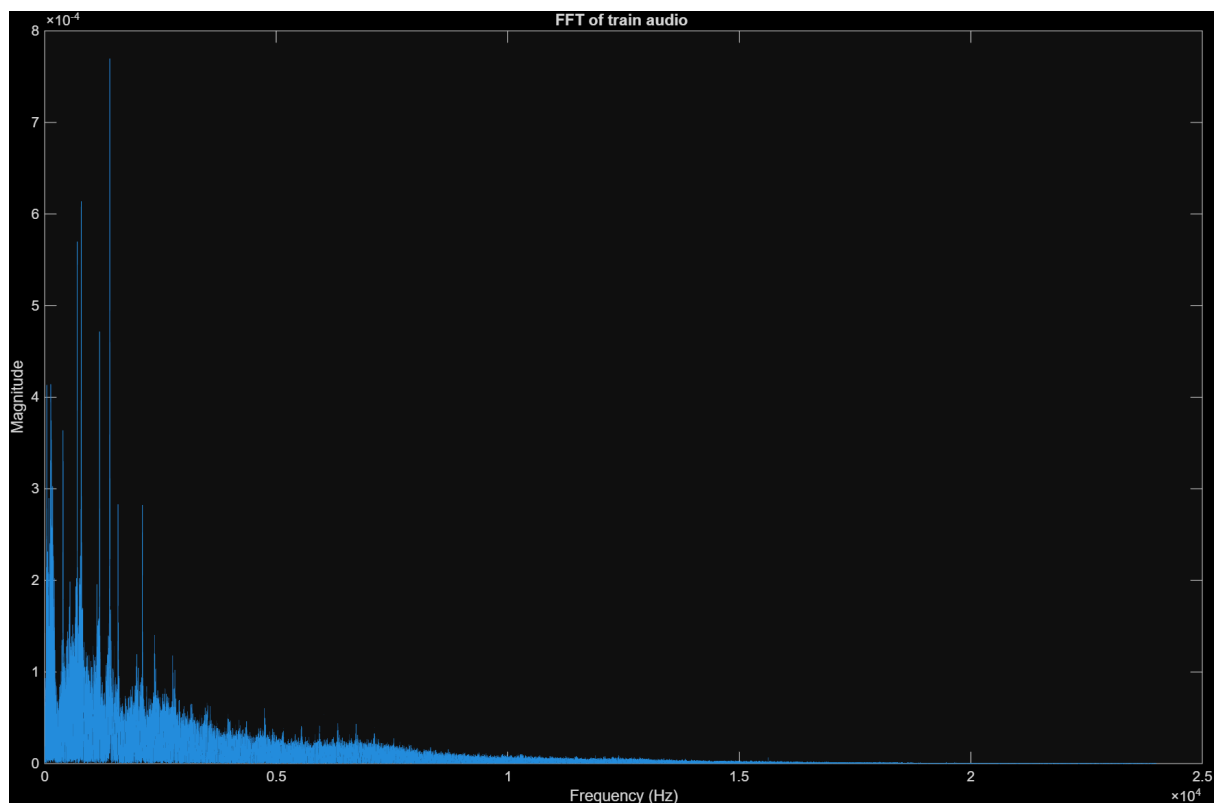
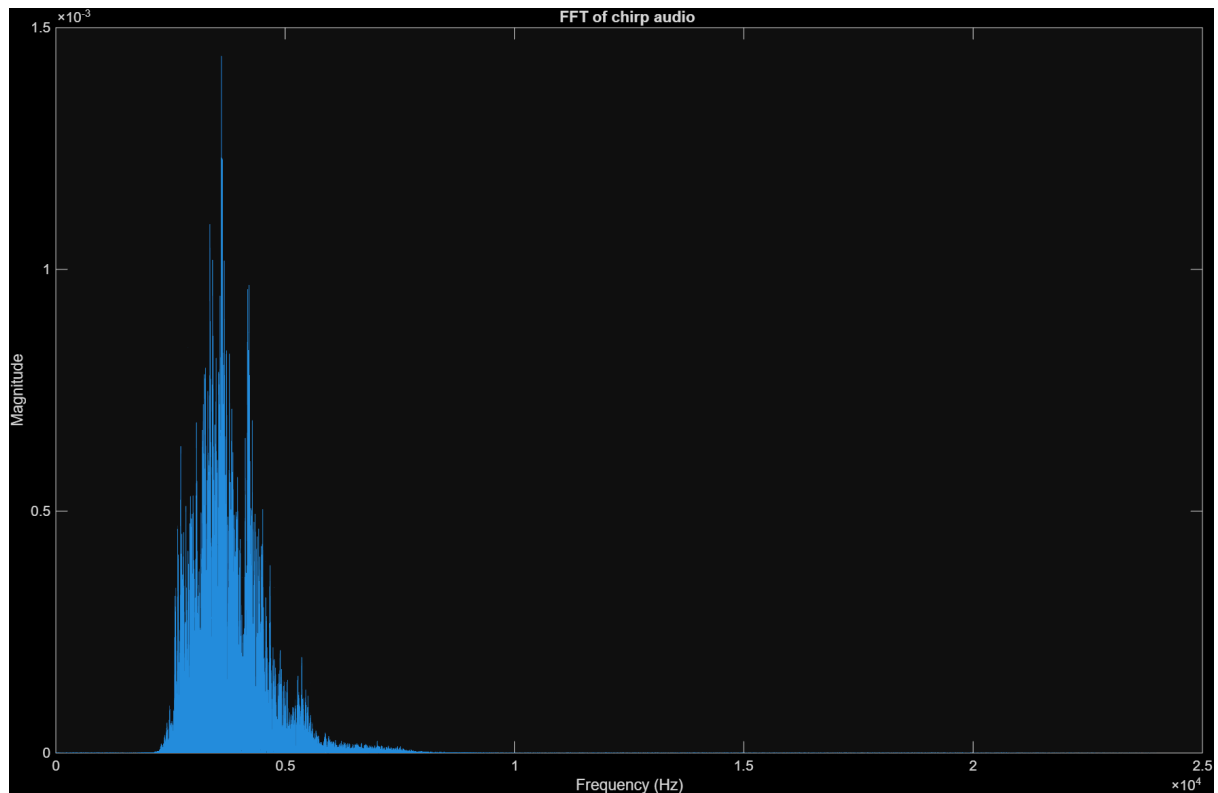
Teste 4 – A Transformada de Fourier Discreta (TFD) e Projeto de Filtros

Vinicius Esperança Mantovani, 247395

Questão 1)

1) Espectro do sinal à entrada do filtro (soma dos dois arquivos):





Analisando o sinal em questão (a soma dos dois áudios, primeira figura) e os espectros do pássaro e do trem individualmente, nota-se que é necessário o uso de filtros passa-alta. Isso porque, conforme se observa, o trem excursiona por frequências menores em alta intensidade, enquanto que o pássaro tem seu espectro mais isolado a frequências entre aproximadamente 2200 Hz e 6000 Hz.

Vale destacar que, para juntar os dois áudios, foi replicado o áudio do pássaro para que os assobios permanecessem durante todo o áudio do trem e, por consequência, houvesse mais espaço para se ver os resultados das filtrações.

2) Equação a diferenças e a função de transferência de cada um dos filtros obtidos:

Para continuação da questão 1, foram projetados quatro filtros com o uso do matlab. Todos foram projetados com ordem três para facilitar a observação das nuances entre cada um deles e, com frequência de corte igual a 2300 Hz. Com isso, foram obtidas as seguintes funções de transferência:

```
Transfer function of Butterworf:

BT =

    0.7392 z^3 - 2.218 z^2 + 2.218 z - 0.7392
-----
    0.5464 z^3 - 1.967 z^2 + 2.4 z - 1
```

```
Transfer function of Chebychev 1:

C1T =

    0.5468 z^3 - 1.64 z^2 + 1.64 z - 0.5468
-----
    z^3 - 1.985 z^2 + 1.232 z - 0.1568
```

```
Transfer function of Chebychev 2:

C2T =

    0.7649 z^3 - 2.243 z^2 + 2.243 z - 0.7649
-----
    z^3 - 2.408 z^2 + 2.022 z - 0.5851
```

```
Transfer function of Eliptic:

ET =

    0.5917 z^3 - 1.769 z^2 + 1.769 z - 0.5917
-----
    z^3 - 2.079 z^2 + 1.399 z - 0.243
```

Conforme se observa, ao contrário de se usar um único Chebyshev, optou-se pelo uso de dois, um de cada tipo.

Além dessas funções de transferência, partindo delas, foram obtidas as equações a diferenças manualmente, conforme as figuras abaixo (ordenados na mesma ordem que nas figuras acima):

$$\text{BD: } \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0,7392z^3 - 2,218z^2 + 2,218z - 0,7392}{0,5464z^3 - 1,967z^2 + 2,47z - 1}$$

$$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-0,7392z^{-3} + 2,218z^{-2} - 2,218z^{-1} + 0,7392}{-z^{-3} + 2,47z^{-2} - 1,967z^{-1} + 0,5464}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -Y[n-3] + 2,47Y[n-2] - 1,967Y[n-1] + 0,5464Y[n] = \\ -0,7392X[n-3] + 2,218X[n-2] - 2,218X[n-1] + 0,7392X[n] \end{cases}$$

C1D:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-0,5468z^{-3} + 1,64z^{-2} - 1,64z^{-1} + 0,5468}{-0,1568z^{-3} + 1,232z^{-2} - 1,985z^{-1} + 1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -0,1568Y[n-3] + 1,232Y[n-2] - 1,985Y[n-1] + Y[n] = \\ -0,5468X[n-3] + 1,64X[n-2] - 1,64X[n-1] + 0,5468X[n] \end{cases}$$

C2D:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-0,7649z^{-3} + 2,243z^{-2} - 2,243z^{-1} + 0,7649}{-0,5851z^{-3} + 2,022z^{-2} - 2,408z^{-1} + 1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -0,5851Y[n-3] + 2,022Y[n-2] - 2,408Y[n-1] + Y[n] = -0,7649X[n-3] + 2,243X[n-2] \\ -2,243X[n-1] + 0,7649X[n] \end{cases}$$

ET:

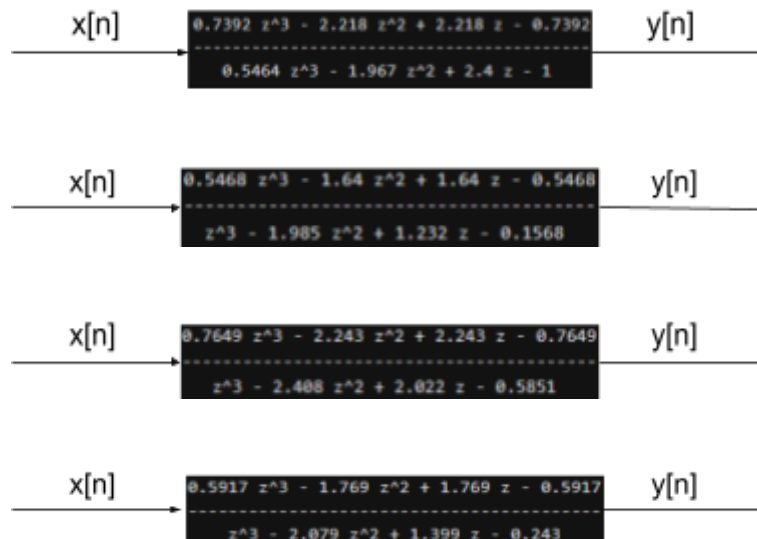
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-0,5917z^{-3} + 1,769z^{-2} - 1,769z^{-1} + 0,5917}{-0,243z^{-3} + 1,399z^{-2} - 2,079z^{-1} + 1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -0,243Y[n-3] + 1,399Y[n-2] - 2,079Y[n-1] + Y[n] = -0,5917X[n-3] + 1,769X[n-2] \\ -1,769X[n-1] + 0,5917X[n] \end{cases}$$

O processo para obtenção das equações a diferenças foi, como usual, a multiplicação cruzada da equação de resposta em frequência de cada filtro.

3) Diagrama de blocos dos filtros na estrutura direta canônica e em cascata de células de segunda ordem, indicando o valor dos coeficientes do filtro:

Neste item, conforme se nota logo abaixo, foram montados os diagramas de blocos de cada um dos filtros, já com suas funções de transferência apresentadas em seus blocos:



Seguindo, foram encontradas as decomposições de cada filtro em blocos de segunda ordem, por meio da função *tf2sos* do *matlab*, que retorna uma matriz com cada uma de suas linhas contendo, em sequência, os coeficientes do numerador e do denominador dos filtros, na forma [n0 n1 n2 d0 d1 d2]. Na sequência disso, foram criadas funções de transferência para cada um dos filtros de segunda ordem e, feitos os diagramas com essas funções, conforme o que se segue:

Butterworth:

```
sos_butter =
    0.7392    -0.7392         0    1.0000   -0.7366         0
    1.0000   -2.0000    1.0000    1.0000   -1.6634    0.7417
```

```
Transfer function second order 1 butter:

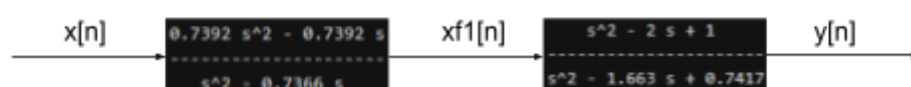
ans =

    0.7392 s^2 - 0.7392 s
    -----
    s^2 - 0.7366 s
```

```
Transfer function second order 2 butter:

ans =

    s^2 - 2 s + 1
    -----
    s^2 - 1.663 s + 0.7417
```

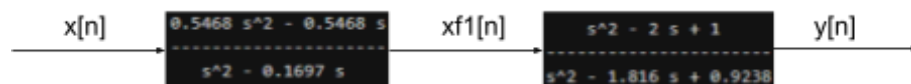


Chebyshev tipo 1:

```
sos_cheby_t1 =
    0.5468   -0.5468     0    1.0000   -0.1697     0
    1.0000   -2.0000    1.0000    1.0000   -1.8157    0.9238
```

```
Transfer function second order 1 cheby1:
ans =
    0.5468 s^2 - 0.5468 s
    -----
    s^2 - 0.1697 s
```

```
Transfer function second order 2 cheby1:
ans =
    s^2 - 2 s + 1
    -----
    s^2 - 1.816 s + 0.9238
```

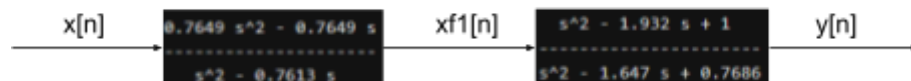


Chebyshev tipo 2:

```
sos_cheby_t2 =
    0.7649   -0.7649     0    1.0000   -0.7613     0
    1.0000   -1.9321    1.0000    1.0000   -1.6469    0.7686
```

```
Transfer function second order 1 cheby2:
ans =
    0.7649 s^2 - 0.7649 s
    -----
    s^2 - 0.7613 s
```

```
Transfer function second order 2 cheby2:
ans =
    s^2 - 1.932 s + 1
    -----
    s^2 - 1.647 s + 0.7686
```



Elíptico:

```

sos_elliptic =
    0.5917    -0.5917         0    1.0000    -0.2645         0
    1.0000    -1.9898    1.0000    1.0000    -1.8149    0.9188
  
```

```

Transfer function second order 1 elliptic:

ans =

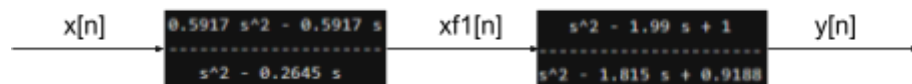
    0.5917 s^2 - 0.5917 s
    -----
    s^2 - 0.2645 s
  
```

```

Transfer function second order 2 elliptic:

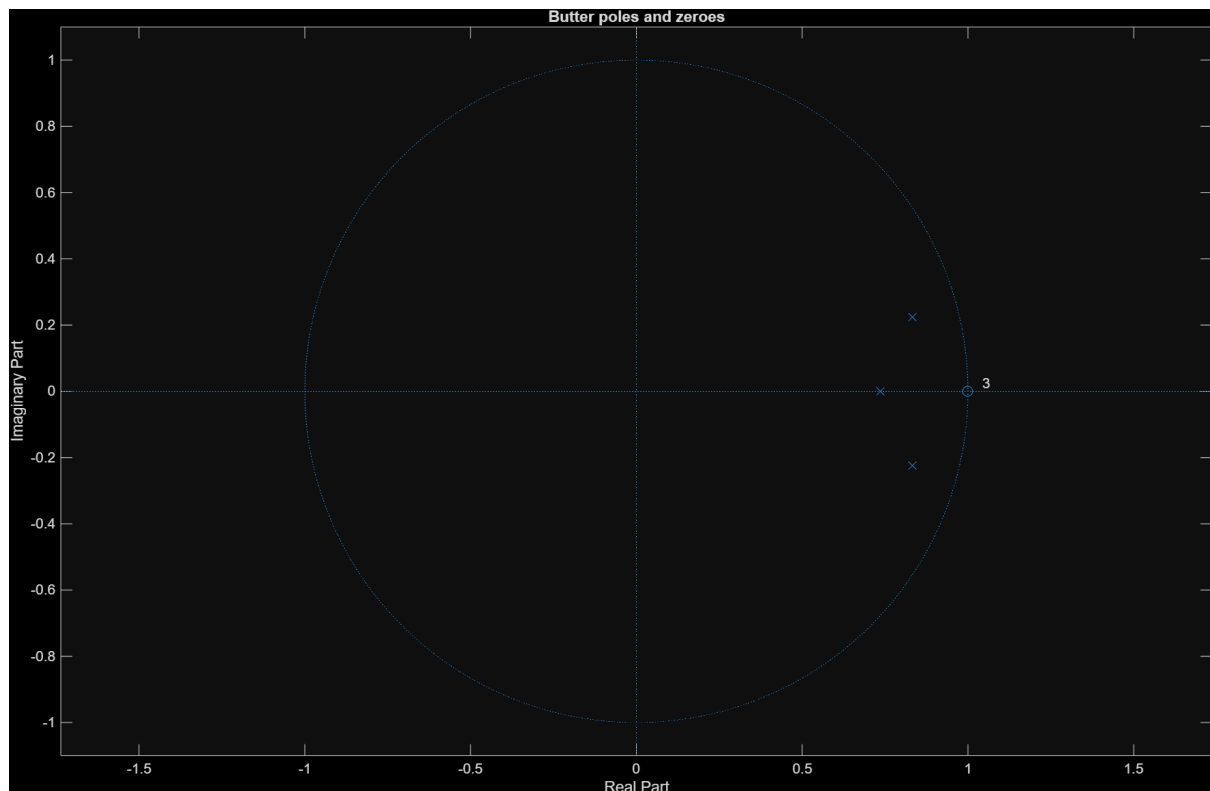
ans =

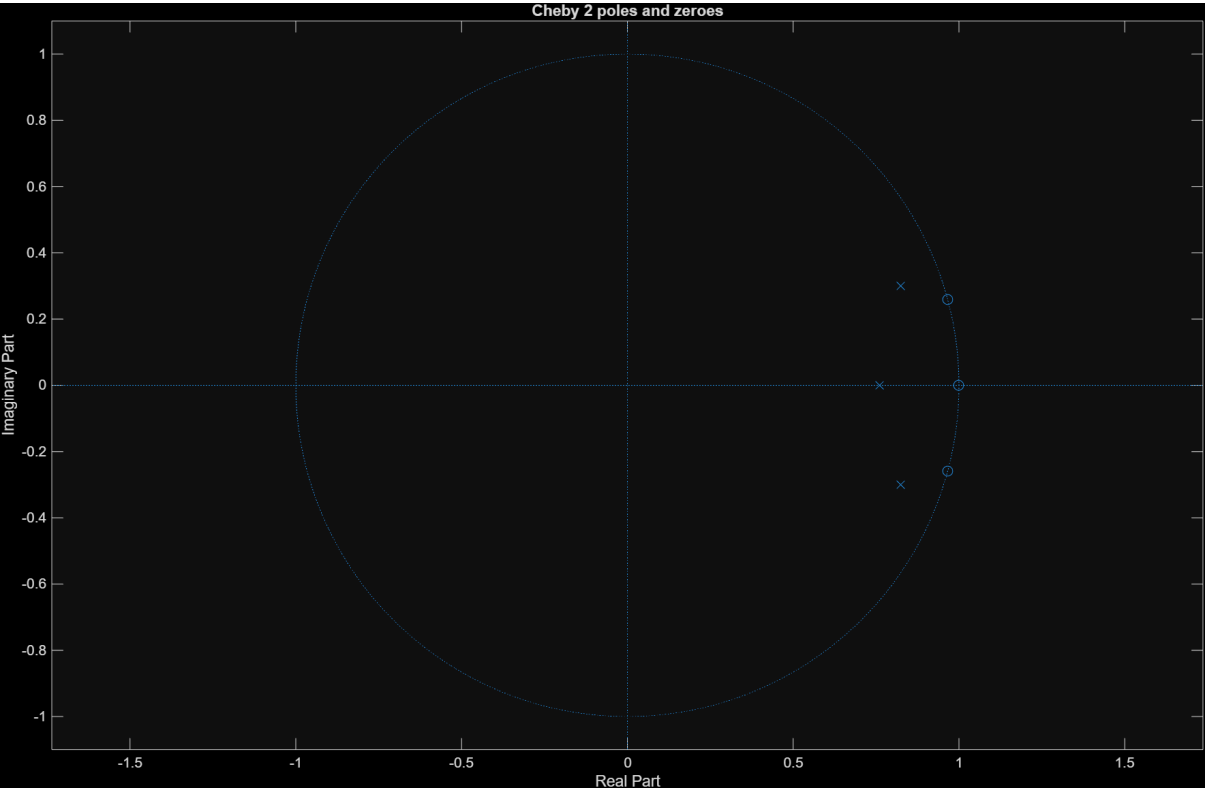
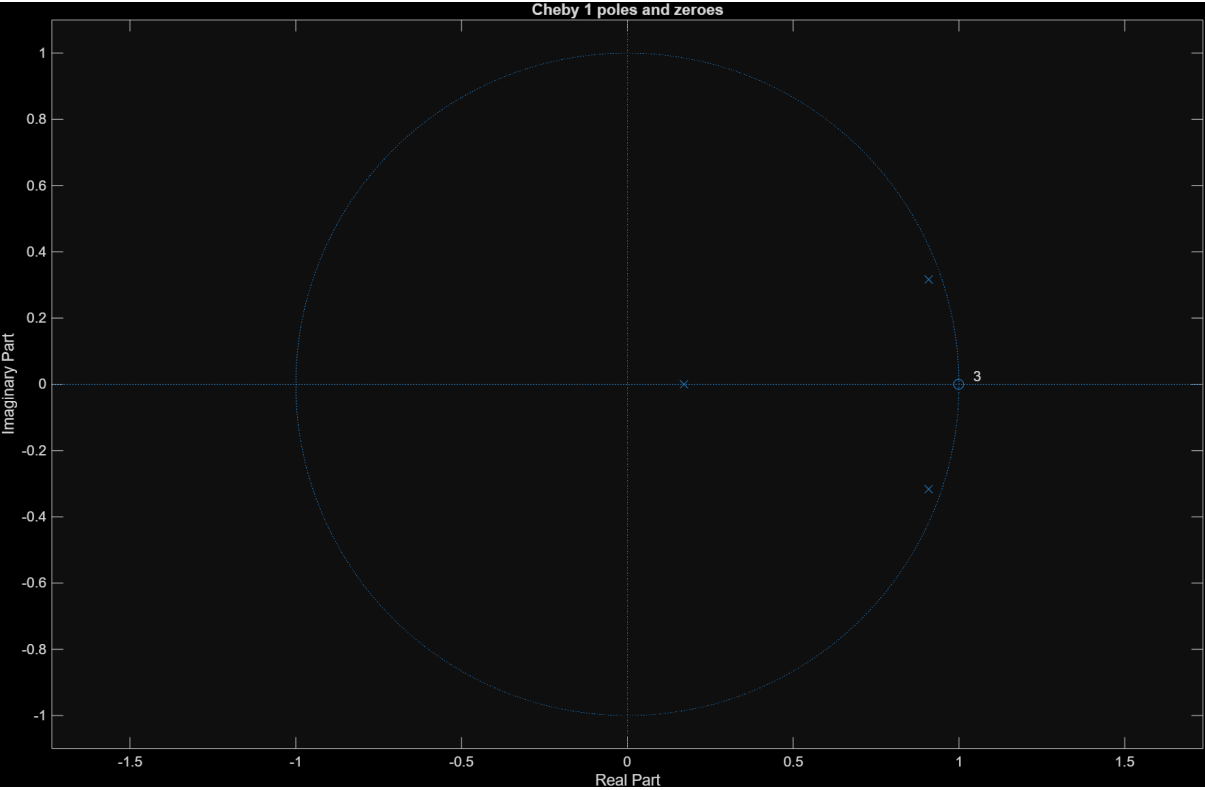
    s^2 - 1.99 s + 1
    -----
    s^2 - 1.815 s + 0.9188
  
```

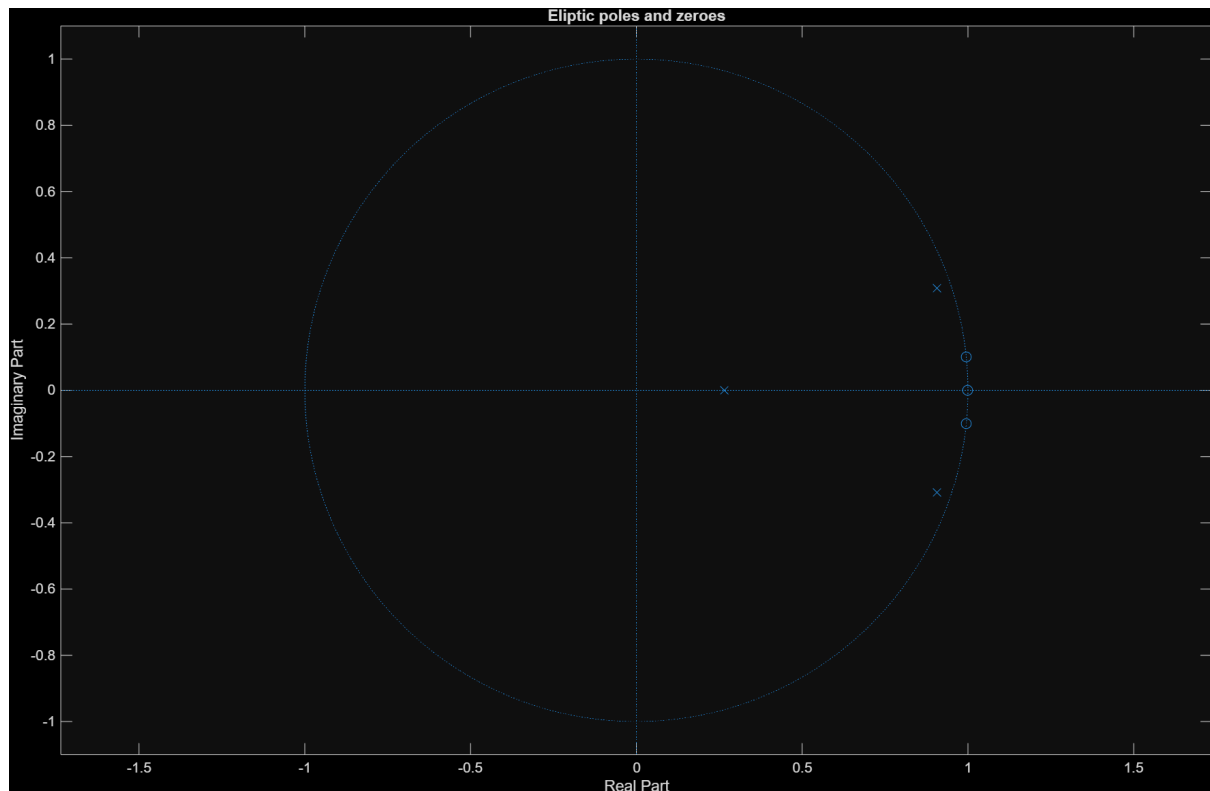


4) Diagrama de pólos e zeros no plano Z de cada um dos filtros obtidos:

Neste item, usando o matlab, baseado nos numeradores e denominadores de cada um dos filtros, foram feitos os diagramas de pólos e zeros de cada um deles em z. Com tais diagramas, nota-se que todos os filtros são causais e estáveis, conforme abaixo:

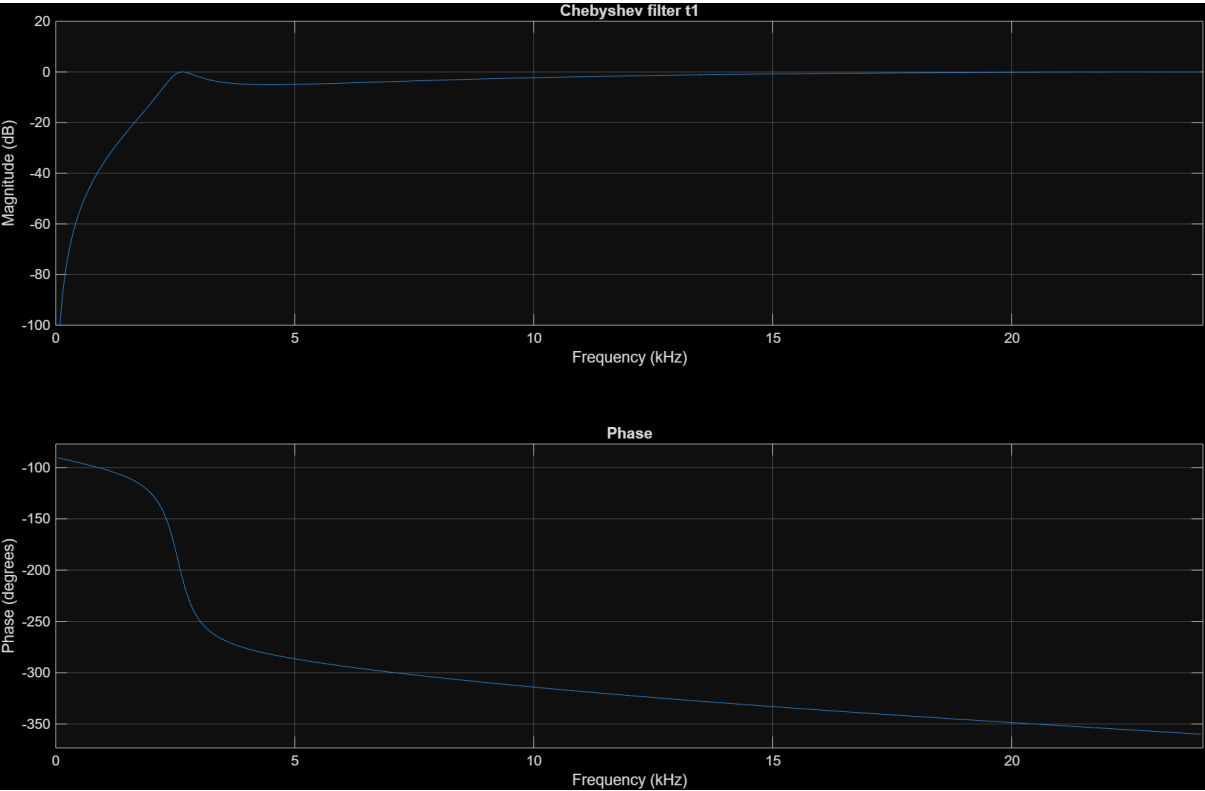
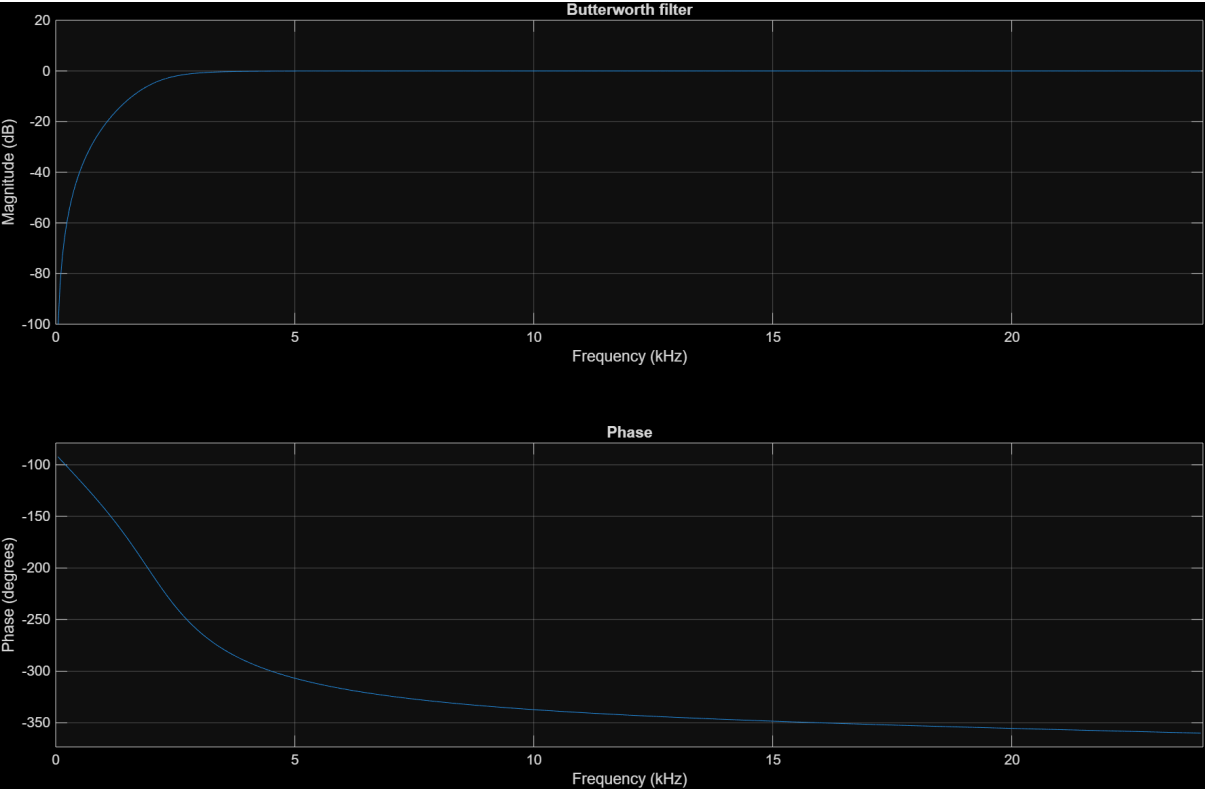


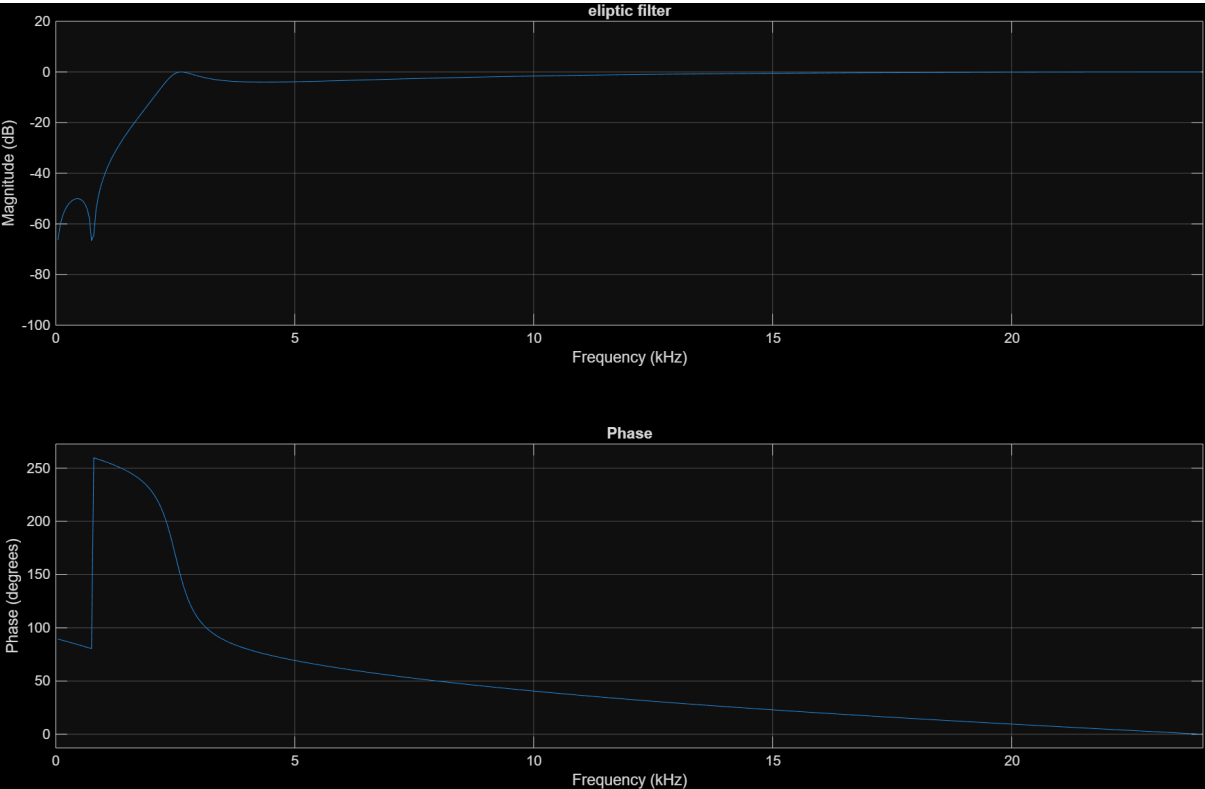
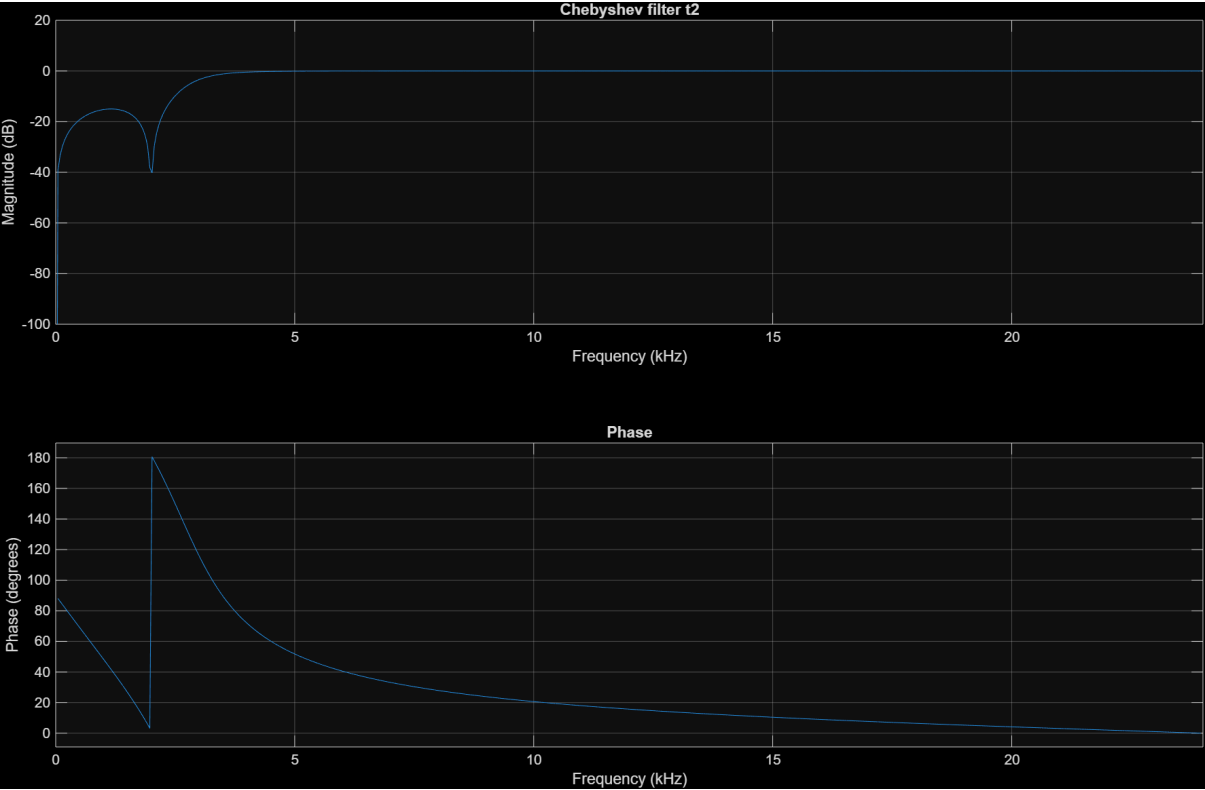




5) O módulo da resposta em frequência de cada um dos filtros obtidos:

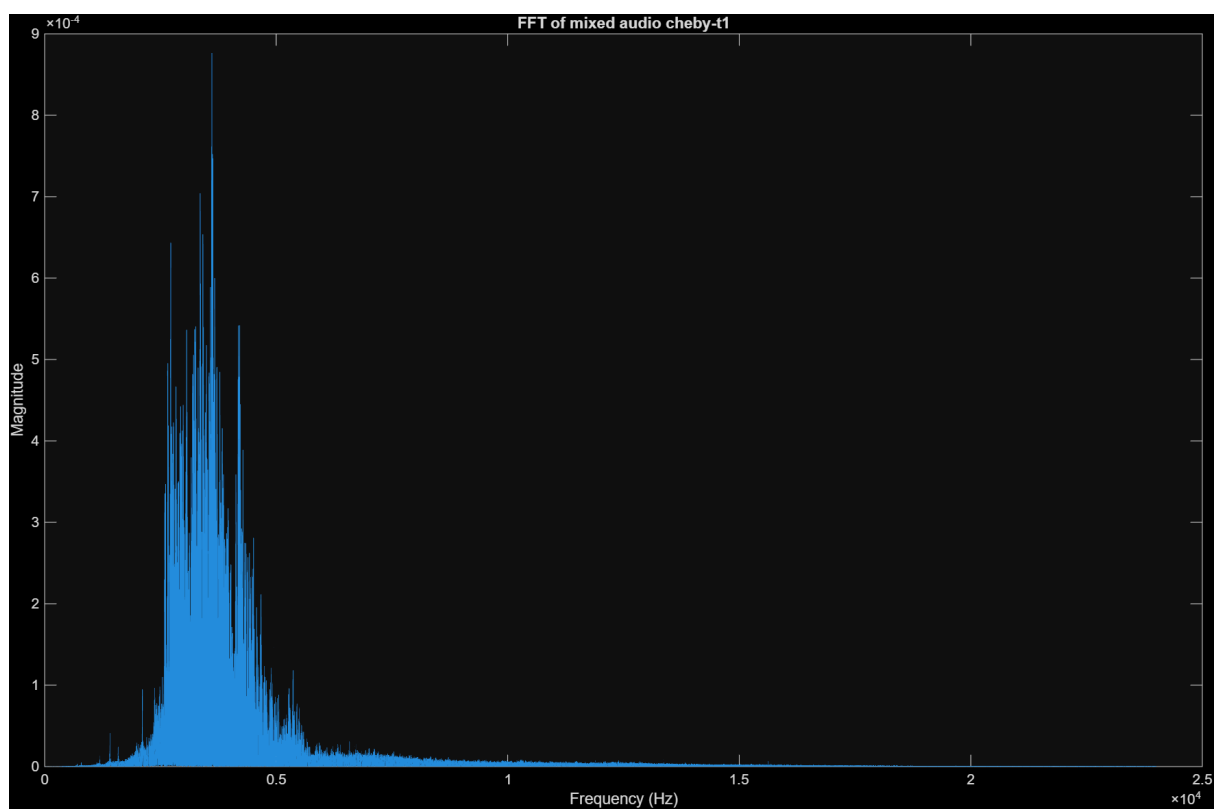
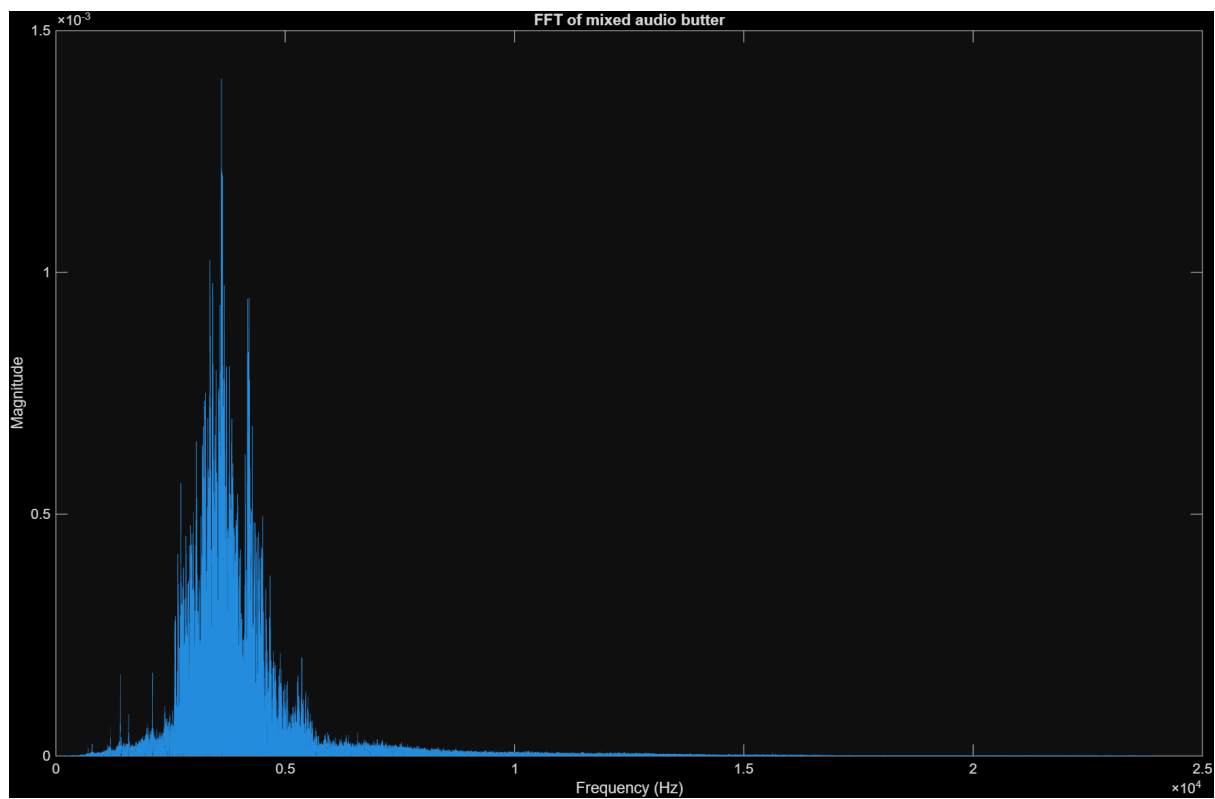
Neste exercício, foram traçadas as respostas em frequência de cada filtro conforme se apresenta adiante. Desse modo, pôde-se observar as diferenças entre cada um dos filtros, da maneira como se esperava. Isso evidencia a inexistência de ripple no filtro Butterworth, que existe em todos os demais. Além disso, pode-se notar das figuras que o filtro Butterworth converge mais lentamente para a frequência de corte, de modo a formar uma curva que acaba reduzindo menos a intensidade de frequências anteriores à de corte, mas que estejam próximas a ela. Já nos casos de filtros Chebyshev e Elíptico, a curva é mais abrupta, de modo a suprimir melhor as frequências mais próximas à de corte para o lado esquerdo, ou seja, menores que a de corte. Finalmente, pode-se observar a existência de ripple em ambas as faixas no filtro Elíptico e em uma única faixa nos filtros de Chebyshev.

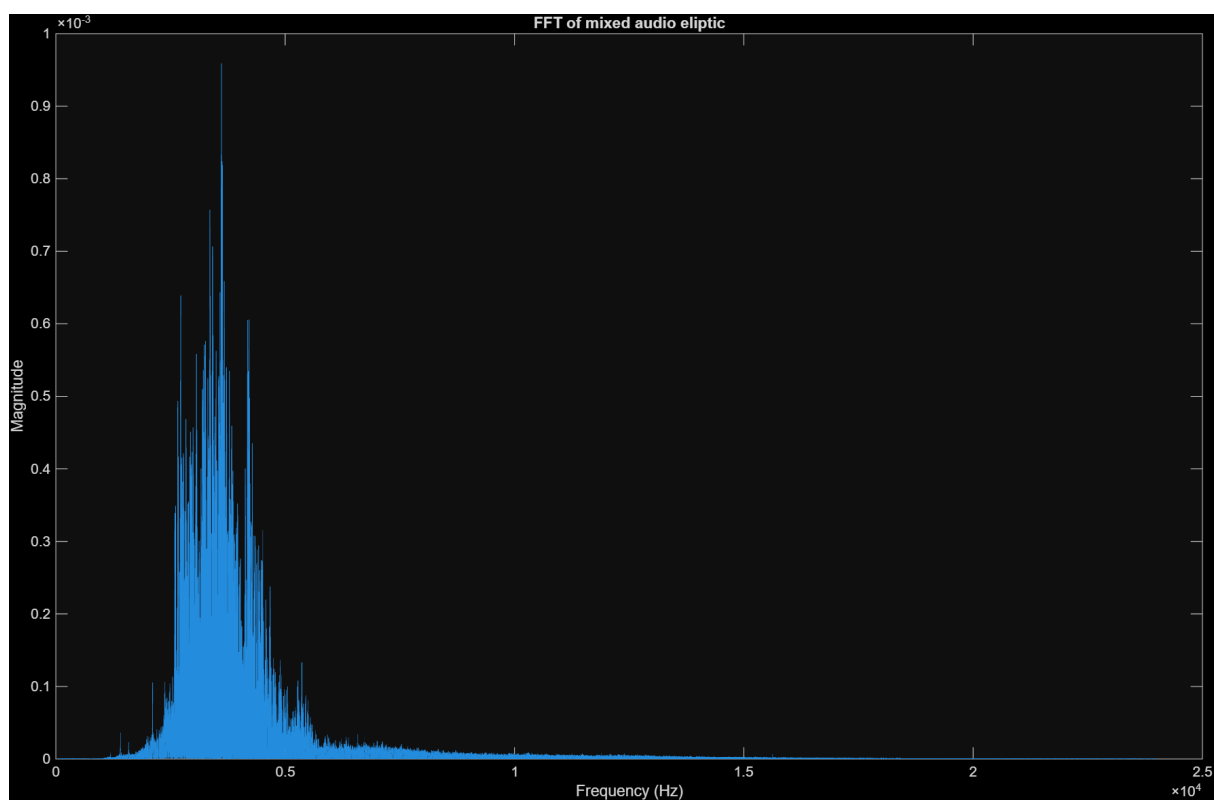
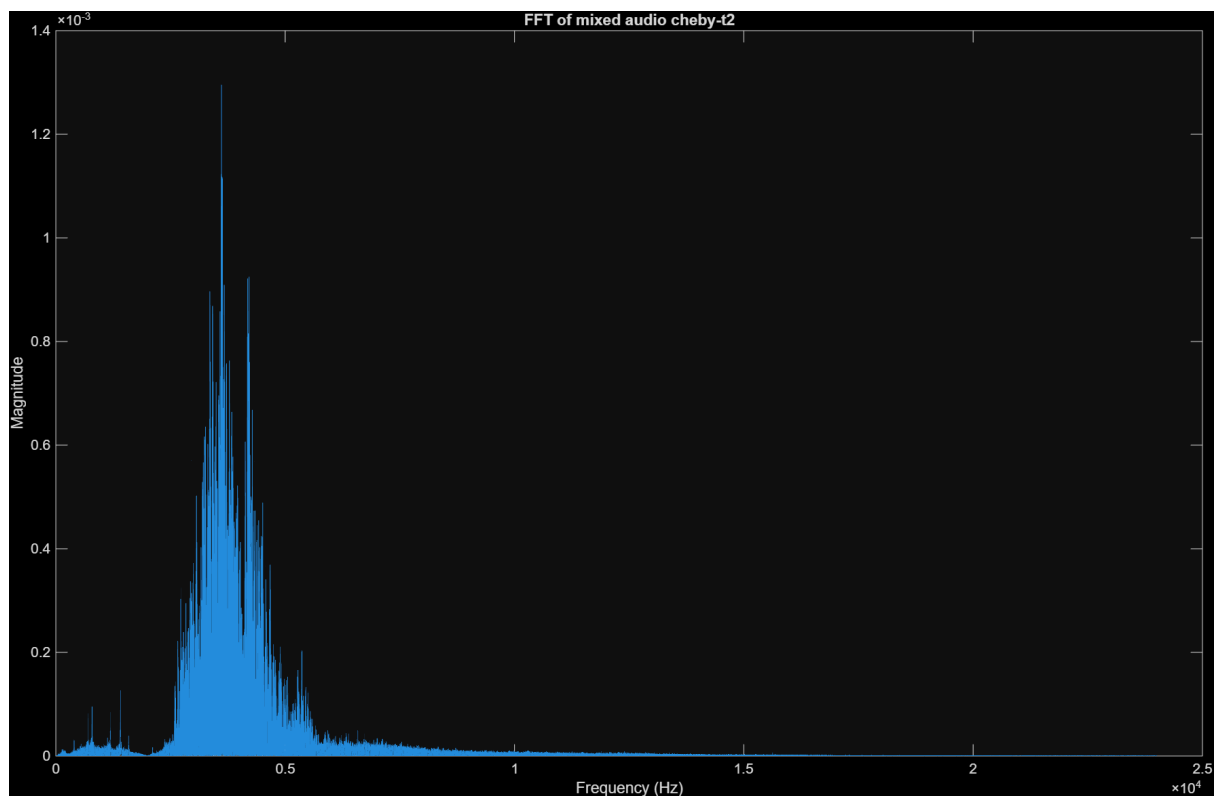




6) Espectro do sinal à saída do filtro:

Abaixo, pode-se notar a efetivação do que se discutiu anteriormente, de fato as frequências próximas à de corte são menos afetadas pelo filtro Butterworth que pelos demais. Além disso, como se nota na figura do filtro Chebyshev tipo 2, pode-se observar abaixo também, que ele reduz muito pouco as intensidades de algumas das baixas frequências, pela forma como foi projetado, inclusive por sua baixa ordem. Já os filtros Elíptico e Chebyshev tipo 1 trouxeram resultados muito satisfatórios, suprimindo muito do som causado pelo trem.





7 e 8) Áudios usados e gerados:

Todos os áudios usados durante esta questão e gerados durante sua execução foram enviados juntamente com este relatório na entrega do Classroom.

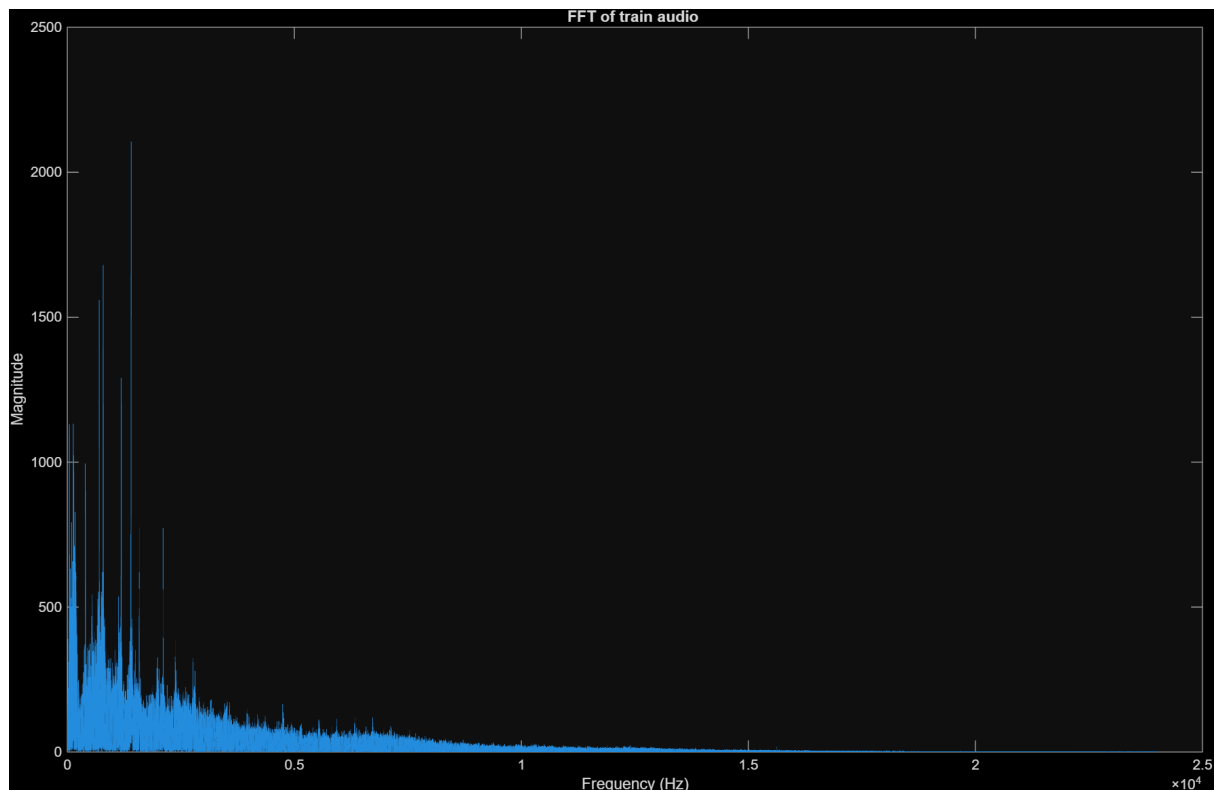
Questão 2)

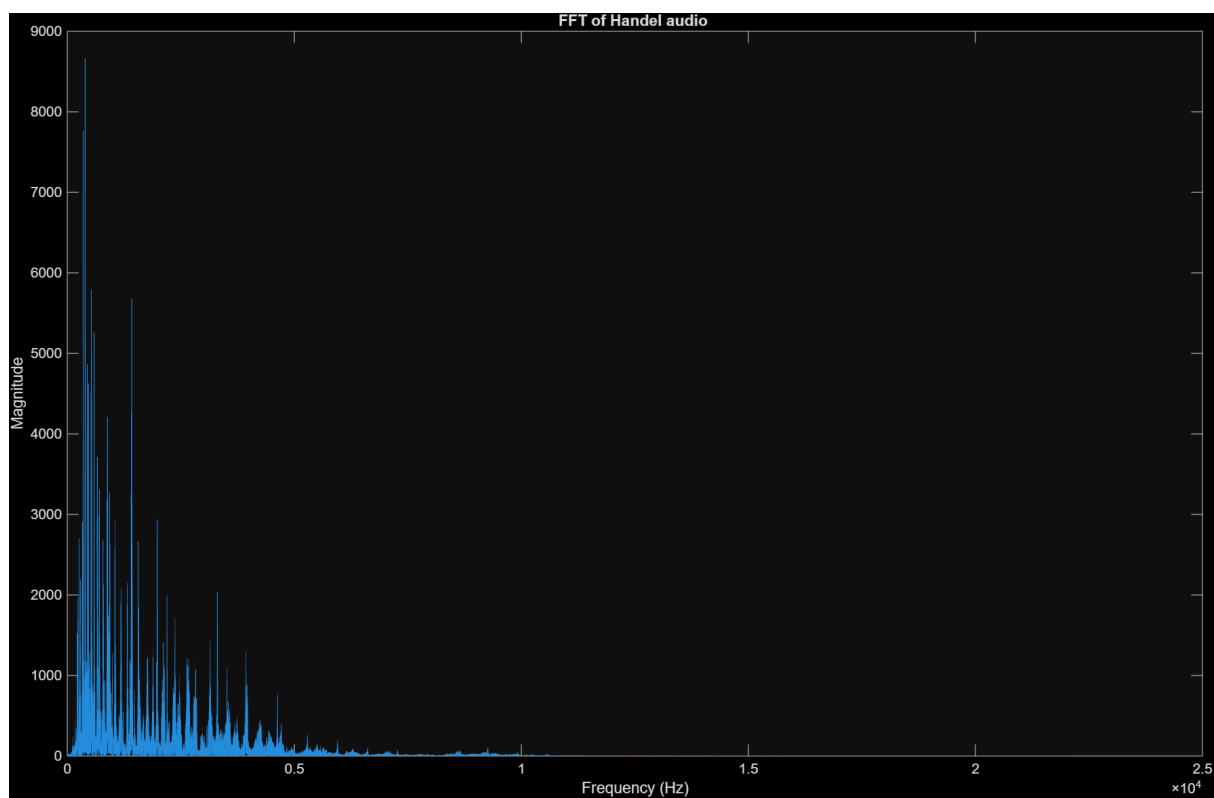
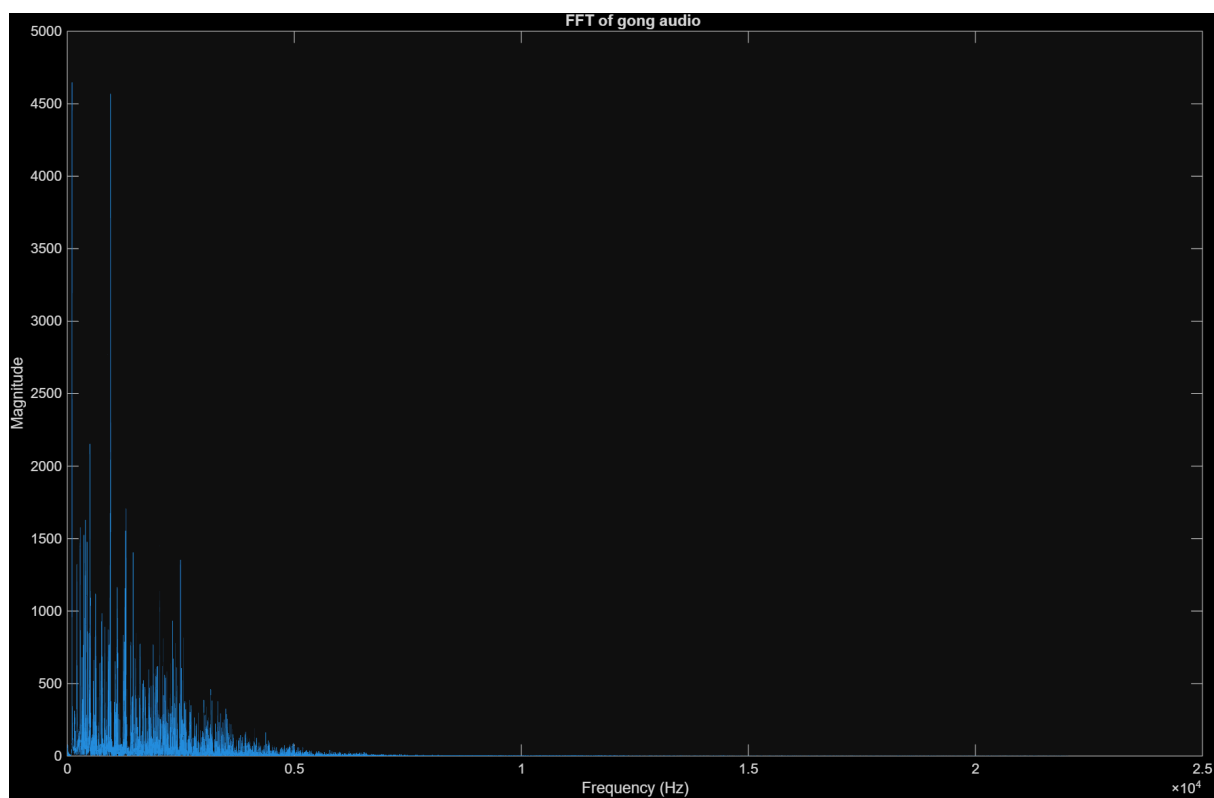
1) Comentários de características dos arquivos:

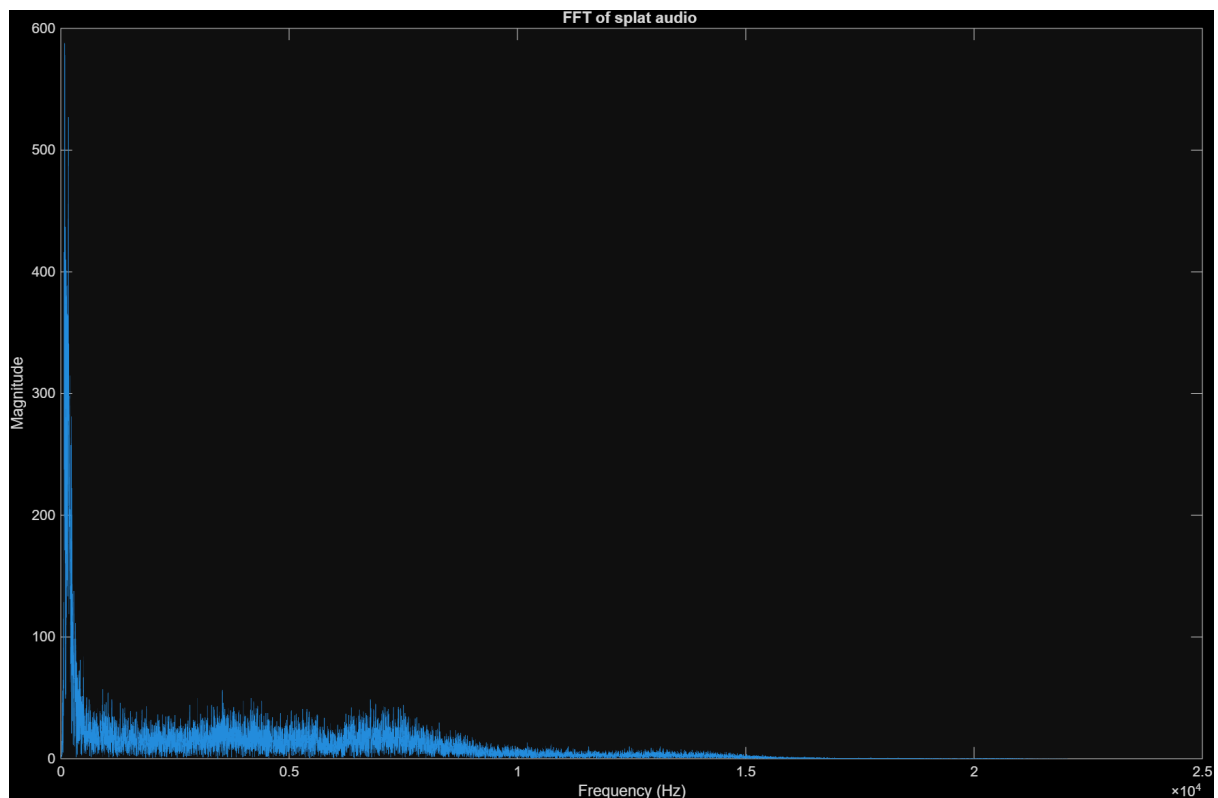
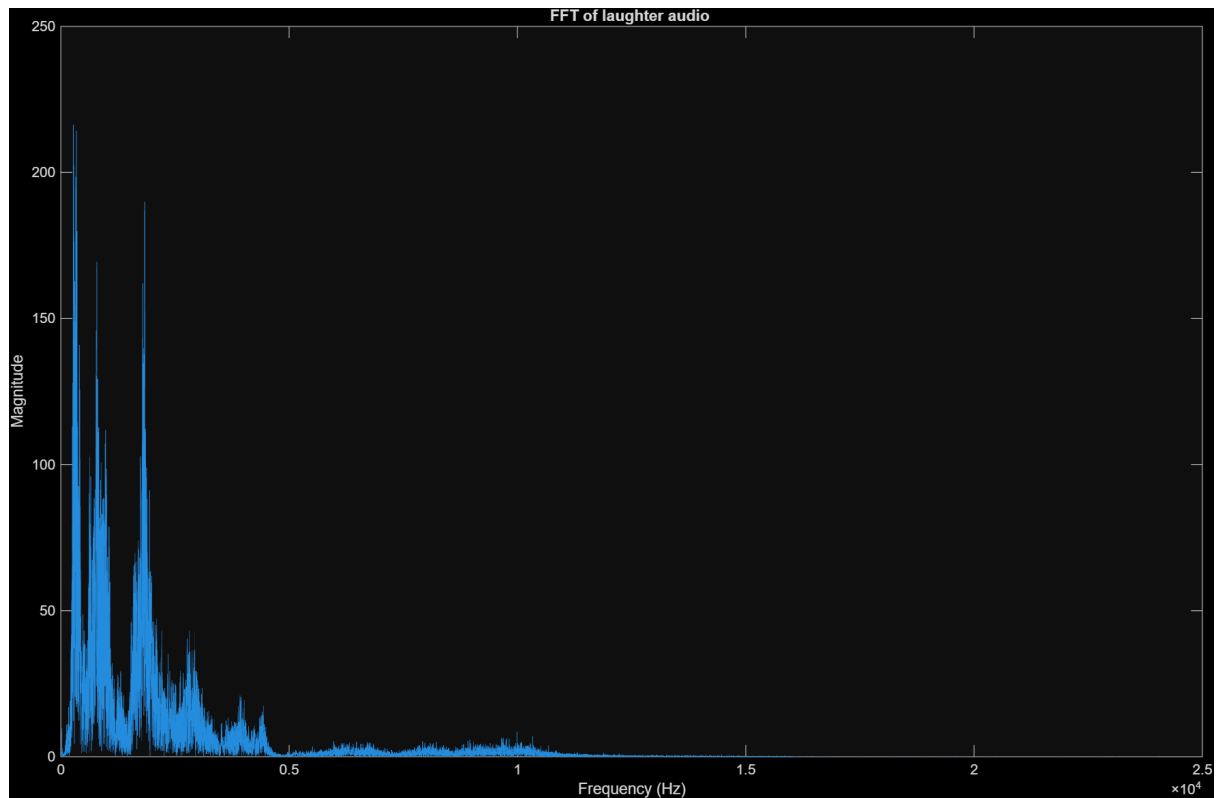
Após ouvir os áudios, é possível perceber que eles têm, no geral, frequências importantes relativamente selecionadas, ou seja, estão compostos por um número limitado de frequências importantes para sua definição. Como no caso de *gong.wav* que, por ser um sino, provavelmente está isolado a uma faixa de frequência bastante limitada. Além dele, o *handel.wav*, de maneira semelhante, deve ter sua relevância limitada a algumas frequências, cada uma para a nota correspondente, mas todas próximas por serem todas agudas. Já o *train.wav*, conforme já se sabe, parece se compor, principalmente, por frequências baixas. Finalmente, *splat.wav* e *laughter.wav*, como *gong.wav*, parecem ser compostos cada um por uma faixa isolada de frequência.

2) FFTs dos sinais e comente:

Utilizando-se o matlab, foram encontradas as FFTs apresentadas adiante. Por meio delas, é possível notar que as previsões feitas ao ouvir os sons estão bastante satisfatórias. Logo, observando-se as figuras abaixo, pode-se imaginar que a compressão dos sons será feita, no geral, com limiares de frequência máxima, conforme se observa no próximo item desta questão.



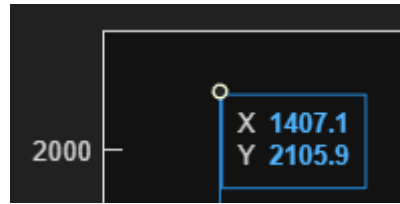




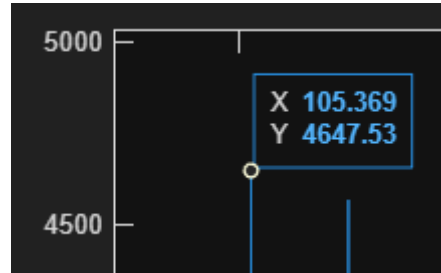
3) Limiares de valor absoluto para descartar amostras de $X[k]$. Indique o raciocínio adotado:

Os limiares utilizados neste exercício foram iguais a metade do valor máximo de cada uma das FFTs multiplicados por 10^{-2} , conforme se apresenta abaixo:

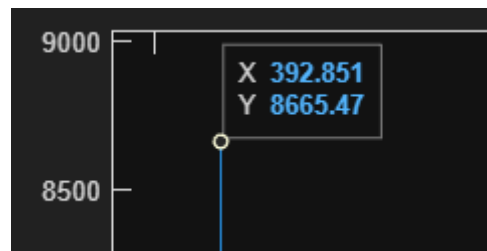
- Train $\rightarrow 1052.95 \cdot 10^{-2}$;



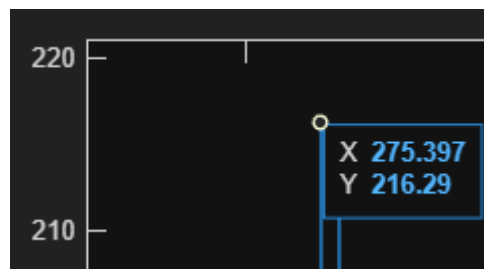
- Gong $\rightarrow 2323,765 \cdot 10^{-2}$;



- Handel $\rightarrow 4332,735 \cdot 10^{-2}$;



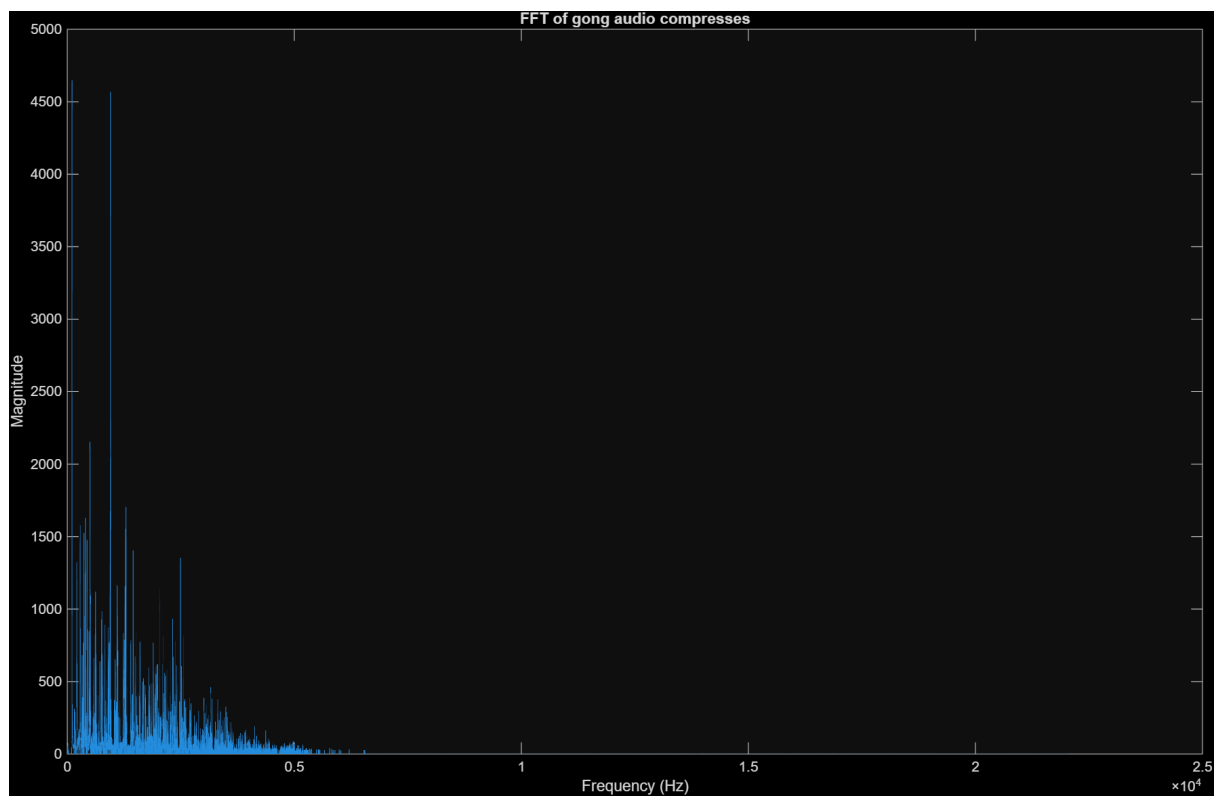
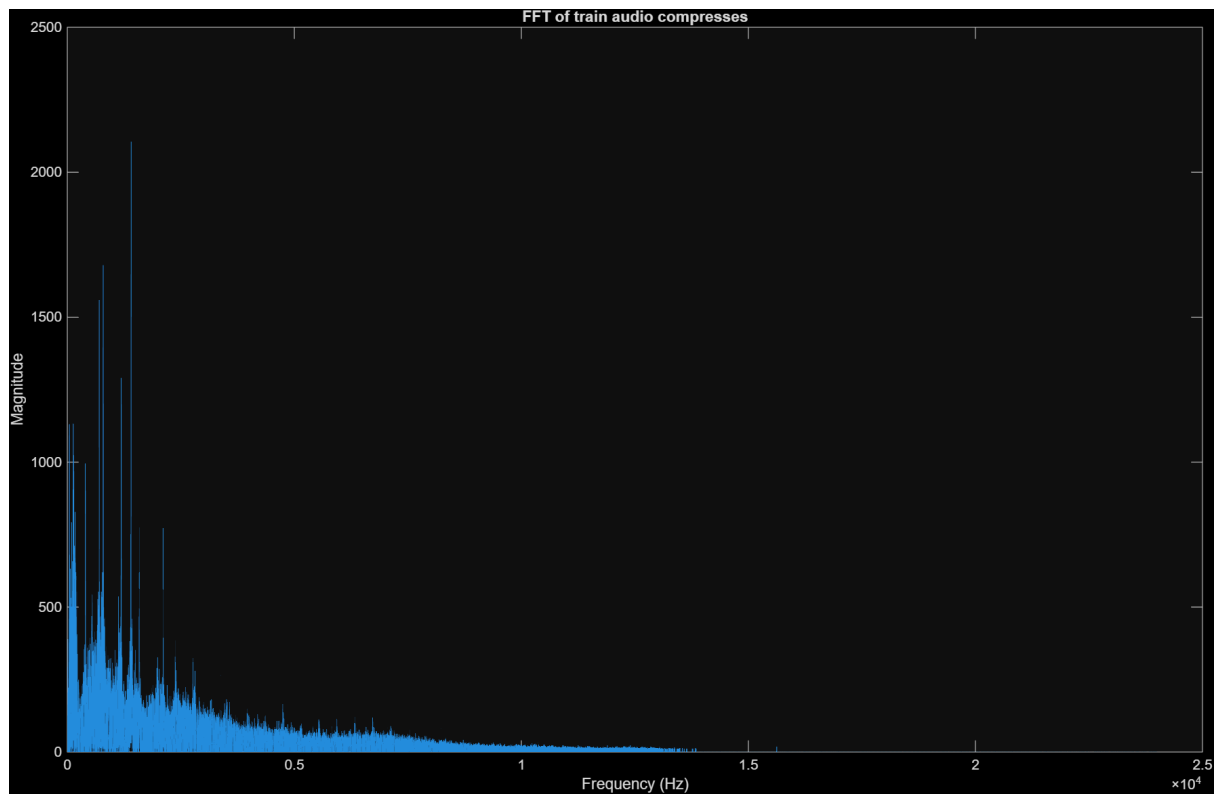
- Laughter $\rightarrow 108,145 \cdot 10^{-2}$;

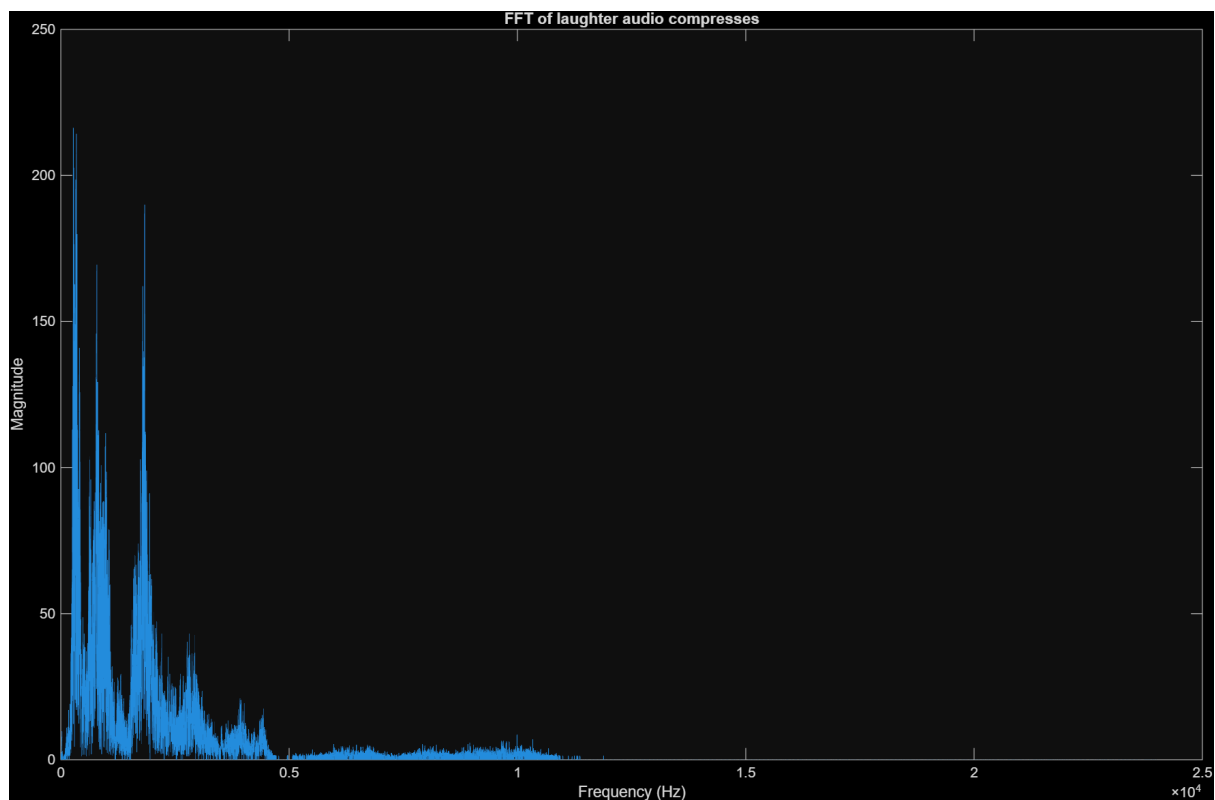
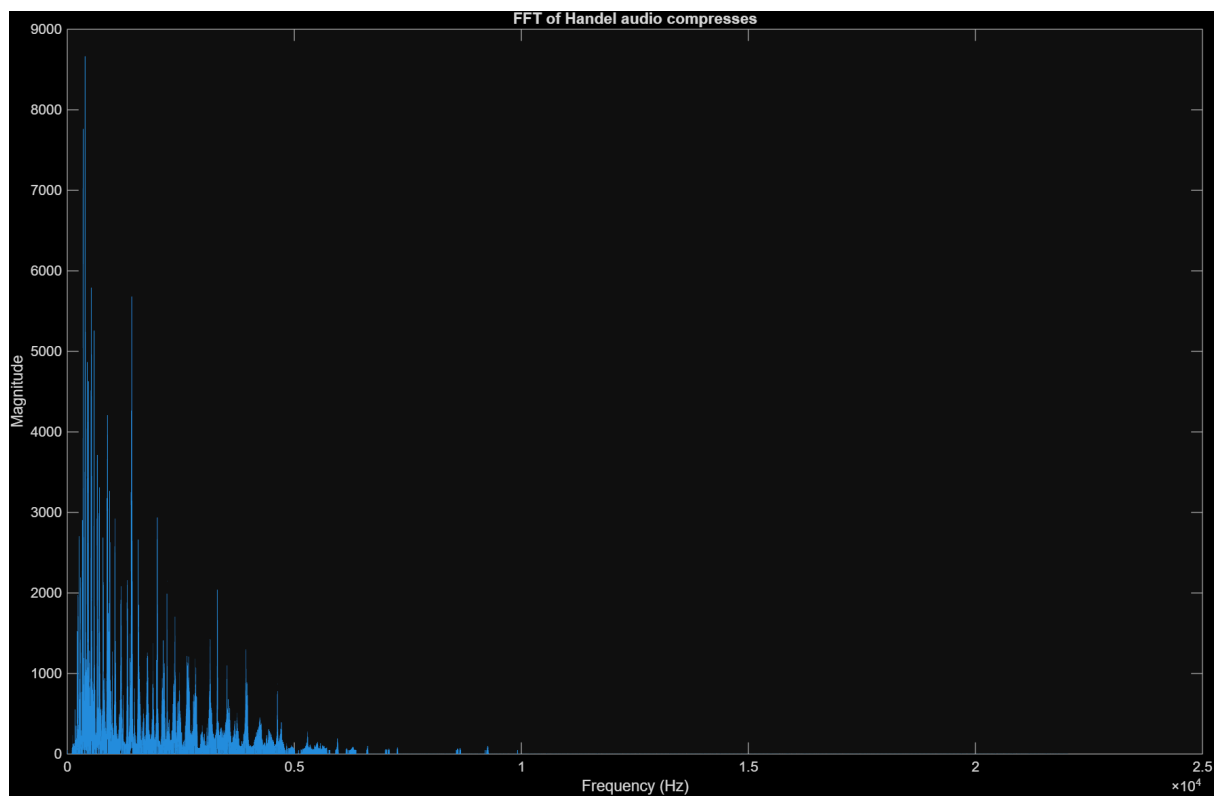


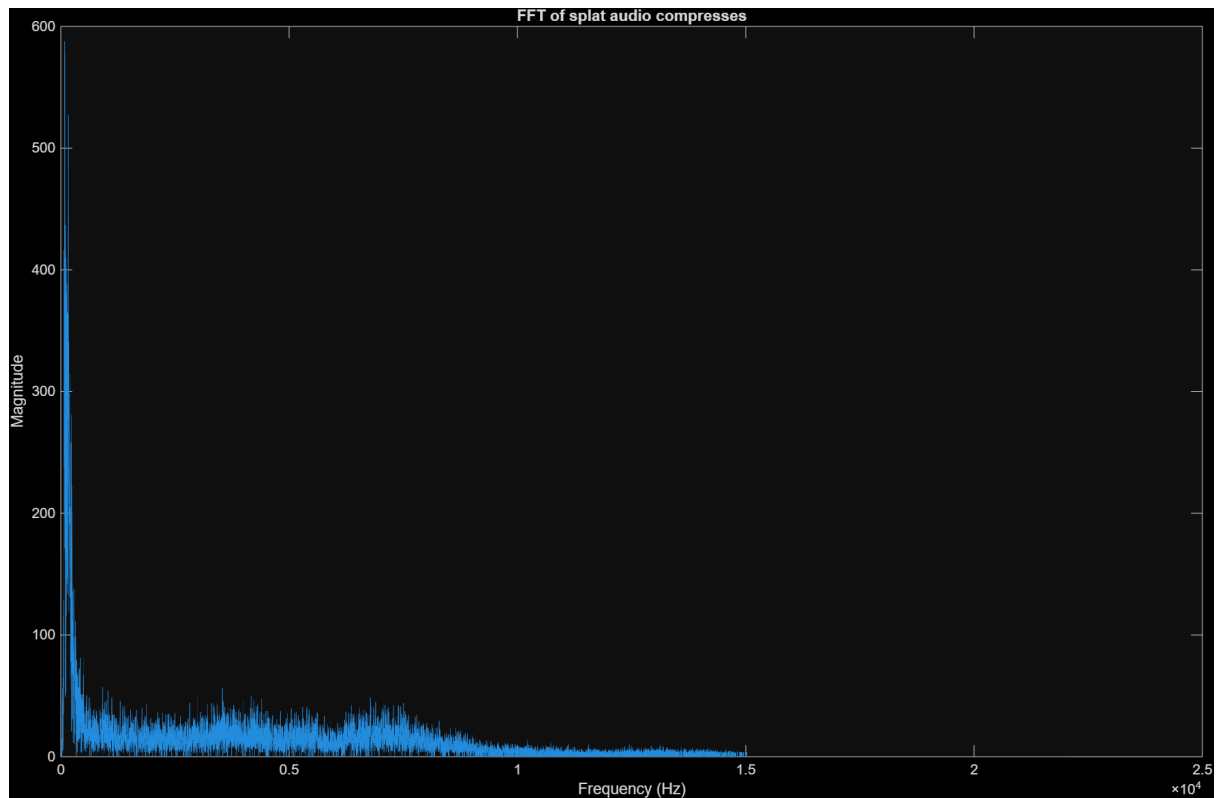
- Splat $\rightarrow 293,971 \cdot 10^{-2}$;



4) Novos espectros com as amostras descartadas:







5) Ouvindo os novos arquivos e comparando-os com os originais:

Ouvindo os novos áudios, nota-se algo que parece um ruído esquisito muito baixo em alguns deles, que pode ser, na verdade, resultado da retirada de parte de possíveis ruídos que existiam nos áudios originais e, conseqüentemente, a criação de sons que a nós não parecem muito familiares. No entanto, os áudios se mostraram extremamente parecidos com os originais, sem que se percebam diferenças entre eles.