

Atividade 4

A atividade pode ser desenvolvida em grupos de até 3 (três) membros. Escreva os nomes e os RAs dos membros com destaque na primeira página. Começa cada questão numa nova página. A atividade tem de ser redigida a mão escrevendo com caneta preta ou azul sobre folhas brancas com ou sem pauta, ou em forma digital. As tabelas e os gráfico utilizado para responder as questões podem ser fornecidas digitalmente em ficheiro separados. Os ficheiros dos códigos fontes usados tem de ser disponibilizados em ficheiro separados.

- (1) Deseja-se resolver numericamente os seguintes dois problemas diferenciais. Em particular queremos conhecer qual é o valor de $y(3)$ nos seguintes dois problemas.

$$(a) \begin{cases} y' + 2y = 1 \\ y(-1) = 1 \end{cases} \qquad (b) \begin{cases} 2y'' - y' - 3y + 2 = 0 \\ y(2) = 1 \\ y(4) = -1 \end{cases}$$

Note que o problema (a) é um problema de valor inicial PVI e o problema (b) é um problema de valor de contorno (PVC.)

- Escreva os algoritmos dos métodos para PVI : Euler explícito (Ee), Crank-Nicolson (CK) e Euler aperfeiçoado (Ea).
- Escolhe o passo h que garantem a convergência dos métodos para resolver o problema (a). Note que o passo escolhido pode ser diferente em cada método.
- Resolve o problema (a) , encontrando uma aproximação de $y(3)$ usando os três métodos. Pode computar os valores y_i dos métodos a mão ou através um seu código.
- Faça uma discussão sobre os resultados obtidos nos três métodos.
- Aplique um método de diferença finita de ordem 2 para achar uma aproximação de $y(3)$ do problema (b). Forneça os resultados obtidos.

(2) Considere a seguinte sequencia de 8 dados (x_i, y_i) :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-55.8	-18	-3.9	-2	0	13.8	52.1

- Achar um modelo $y = \varphi(x)$ do tipo linear $\varphi(x) = \sum_{i=1}^n c_i g_i(x)$ que pode bem aproximar o comportamento da nuvem de dados (x_i, y_i) . Tem de fornecer a sua escolha para n e para todas as funções base $g_i(x)$ com $i = 1, \dots, n$.
- Determine os melhores parâmetros c_i com $i = 1, \dots, n$, para que o seu modelo $y = \varphi(x)$ do item anterior aproxime os dados fornecidos. Use o método dos quadrados mínimos para deduzir estes parâmetros.