EA722

Laboratório de Princípios de Controle e Servomecanismos

Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Marconi Kolm Madrid

Experimento 4 Controle PID dos Sistemas ECP

Equipamento utilizado: Sistema Torcional

Turma D

Participantes:

Nicolas Pereira da Silva (RA: 247298)

Pedro Nícolas Sampaio Gomes (RA: 247333)

Vinícius Esperança Mantovani (RA: 247395)

Motivação

Nesta experiência, busca-se explorar as limitações do controlador PD, que embora efetivo no controle do amortecimento e na redução de oscilações, não é suficiente para eliminar o erro em regime estacionário quando este não é variante no tempo. Em situações onde a anulação do erro de regime é fundamental, como no controle preciso de sistemas industriais, a introdução de um controlador PI se torna necessária. O objetivo é demonstrar, através de comparações teóricas e práticas, como a ação integral afeta a resposta transitória, o overshoot e a precisão em regime estacionário, além de investigar as duas implementações do controlador PID, denominadas PID e PI&D, para melhor compreensão do comportamento dinâmico do sistema.

Introdução

Vamos, a seguir, tratar do estudo e análise de algumas atividades teóricas baseadas em Controladores PI & D (nome abreviado para controladores proporcionais-integrativos e derivativos). O tópico citado, por mais similaridades que possua com os últimos assuntos tratados (Controladores PD e P & D), ainda se diferencia pela componente de ganho integral (dado pela letra I em sua denominação). Exploraremos a influência que a variação de parâmetros de controladores deste tipo produzem em um sistema hipotético, relacionando o efeito que diferenças paramétricas no modelo desse tipo de controlador produzem a partir de uma mesma entrada.

Exercícios anteriores ao procedimento experimental

Exercício 1

Para demonstrar o que foi solicitado, fez-se o que se apresenta na *Figura 2*, baseado no que se tem na *Figura 1*:

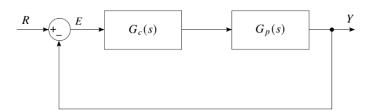


Figura 1: Sistema em malha fechada composto por um controlador e uma planta

Exercise 1:

There is mostlear que
$$\theta(a) = \lim_{s \to 0} \frac{R_{s(s)}}{1 + Gr(s)Grp(s)}$$
,

para tarto, browtheres $E(s)$ sels 'tigrero 1:

$$E(s) = R(s) - E(s)$$
. $Gr(s)$. $Grp(s) = 0$

$$= E(s) = \frac{R_{s(s)}}{1 + Gr(s)Grp(s)}$$

Lego Como $\theta(a) = \lim_{s \to 0} \frac{R(s)}{1 + Gr(s)Grp(s)}$

Then see que $\theta(a) = \lim_{s \to 0} \frac{R(s)}{1 + Gr(s)Grp(s)}$

Figura 2: Demonstração da expressão do erro em regime permanente do sistema na Figura 1

Exercício 2

As demonstrações deste exercício foram feitas em duas etapas, uma referente ao P&D (*Figuras 4* e 5) e outra ao PD (*Figura 7*), a primeira com base na *Figura 3* e a segunda na *Figura 6*, conforme se segue.

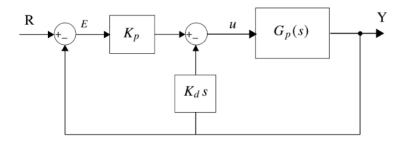


Figura 3: Controlador P&D

$$E(S) = E(S) = R(S) - \{[E(S) \text{ kip} - \text{kdS}(A(S)]]\} \text{ Gap(S)}$$

$$-> A(S) = Gap(S) [kpE(S) - kdSA(S)]$$

$$-> E(S) = R(S) - E(S) Gap(S) [kp - \frac{kdS}{1 + Gap(kdS)}] \text{ Gap(S)}$$

$$-> E(S) = R(S) - E(S) Gap(S) [kp - \frac{kdGp(S) kpE(S)}{1 + Gap(kdS)}] \text{ Gap(S)}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + Gap(S) [kp - \frac{kdGp(S) kpS}{1 + Gap(kdS)}]} \text{ Gap(S)}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(kdS)}} \frac{R_{1} + Gap(kdS)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} \text{ Gap(S)}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(kdS)}} \frac{R_{1} + Gap(kdS)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + Gap(kdS)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 + \frac{Knw} 1 + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}} + \frac{R_{1} + \frac{Knw}{1 + Gap(S)}}{1 +$$

Figura 4: Demonstração da expressão do erro em regime permanente do sistema na Figura 3, parte 1

Figura 5: Demonstração da expressão do erro em regime permanente do sistema na Figura 3, parte 2

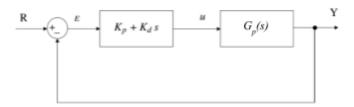


Figura 6: Controlador PD

PD:
$$E(s) = R(s) - E(s)(k_p + k_d s)G_{1p(s)}$$

 $\Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1 + (k_p + k_d s)G_{1p(s)}} = \frac{R(s)(JS^a + C_1 s)}{JS^a + C_1 s} + (k_p + k_d s)K_{hW}$
 $\Rightarrow \tilde{C}(a) = \dim sE(s) = \lim_{S \to 0} \frac{R(s)(JS^a + C_1 s)}{JS^a + (C_1 + k_d k_{hW})s + k_p k_{hW}}$

Figura 7: Demonstração da expressão do erro em regime permanente do sistema na Figura 6.

Seguindo, conforme a *Figuras 9 e 10*, foi encontrado o erro em regime considerando uma entrada degrau para o sistema da *Figura 8*.

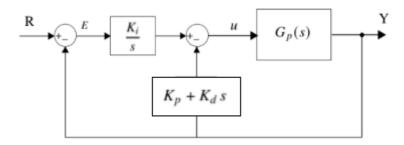


Figura 8: Controlador PID com Kp na malha interna

$$E(S) = R(S) - \left\{ \left[\frac{K_{i}}{S} E(S) - (K_{p} + K_{d}S) \right] \right\} G_{q}(S)$$

$$-> A(S) = \left[\frac{K_{i}}{S} E(S) - (K_{p} + K_{d}S) A(S) \right] G_{p}(S) -> A(S) = \frac{K_{i}}{S} G_{p}(S) E(S)$$

$$-> E(S) = R(S) - \left[\frac{K_{i}}{S} E(S) - (K_{p} + K_{d}S) \frac{K_{i}}{S} G_{p}(S) E(S) \right] G_{1}p(S)$$

$$-> E(S) = R - E G_{1}p \left[\frac{K_{i}}{S} + \frac{K_{i}}{S} (K_{p} + K_{d}S) G_{p} \right] - (K_{p} + K_{d}S) K_{i}_{i} G_{1}p \right]$$

$$-> E(S) = R - E G_{1}p \left\{ \frac{K_{i}}{S} \frac{K_{i}}{S} \frac{K_{i}}{S} G_{p} \right]$$

$$-> E(S) = R - E G_{1}p \left\{ \frac{K_{i}}{S} \frac{K_{i}}{S} \frac{K_{i}}{S} G_{p} \right] \right\}$$

$$-> E(S) = \frac{R(S)}{1 + (K_{p} + K_{d}S) G_{1}p} = \frac{R(S)S[1 + (K_{p} + K_{d}S) G_{1}p]}{S[1 + (K_{p} + K_{d}S) G_{1}p] + G_{1}pK_{i}}$$

Figura 9: Desenvolvimento do erro em regime para o sistema da Figura 8, parte 1.

$$= \sum E(S) = R(S) S \left[1 + (Rp + RdS) \frac{Rnw}{JS^2 + C_1S} \right]$$

$$= \sum \left[1 + (Rp + RdS) \frac{Rnw}{JS^2 + C_1S} \right] + \frac{Knw \, Ki}{JS^2 + C_1S}$$

$$= \sum E(S) = R(S) S \left[JS^2 + C_1S + (Rp + RdS) Knw \right]$$

$$= \sum \left[JS^2 + C_1S + (Rp + RdS) Knw \right] + Rnw \, Ki$$

$$= \sum \left[2 + (Rp + RdS) \frac{20}{S(JS^2 + C_1S) + (Rp + RdS) Knw} \right] + \frac{20}{S(JS^2 + C_1S) + (Rp + RdS) Knw} + \frac{20}{S(JS^2 +$$

Figura 10: Desenvolvimento do erro em regime para o sistema da Figura 8, parte 2.

Finalmente, obtendo-se as funções de transferência do PID, do PI&D e do sistema da *Figura* 8, tem-se o que se apresenta abaixo:

$$\frac{Y(S) = [R(S) - Y(S)] \cdot \frac{Ki}{S} - (Kp + KdS)Y(S)]}{S(S)} Gp(S)$$

$$-> Y(S) = \frac{R(S) Gp(S) Ri}{S(S) + \frac{Ki}{S} Gp(S) + (Kp + KdS) Gp(S)]} = \frac{Knw Ki}{TS^2 + C_1S} = \frac{Knw Ki}{TS^3 + C_1S^2 + (Kp + KdS) Rnw S}$$

Figura 11: Desenvolvimento da função de transferência para o sistema da Figura 8.

$$\frac{P1D:}{P(S)} = \frac{1S_{5}^{2} + C_{1}S + (R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) C_{1}P(S)}{(R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) C_{1}P(S)}$$

$$\frac{1}{P1D:} \frac{(R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) C_{1}P(S)}{(R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) C_{1}P(S)}$$

$$\frac{P(S)}{P1D:} = \frac{1S_{5}^{2} + C_{1}S + (R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) R_{p}N}{(R_{p} + R_{q}S + \frac{R_{1}}{S}) R_{p}N}$$

Figura 12: Desenvolvimento da função de transferência para o sistema PID.

PIRD:
$$Y_{(S)} = [(R_{(S)} - Y_{(S)})(R_{P} + \frac{R_{ij}}{S}) - Y_{(S)} R_{dS}] G_{IP}(S)$$

$$\Rightarrow Y_{(S)} = \frac{R_{(S)} G_{IP}(S) (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S})}{1 + G_{IP}(S) (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S}) + R_{d} G_{IP}(S)S}$$

$$\Rightarrow \frac{Y_{(S)}}{R_{(S)}} = \frac{R_{(N)} (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S})}{5S^{2} + C_{1}S + R_{NN} (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S}) + R_{d} R_{NN}S}$$

$$\Rightarrow \frac{Y_{(S)}}{R_{(S)}} = \frac{R_{(S)} G_{IP}(S) (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S})}{5S^{2} + C_{1}S + R_{NN} (R_{P} + \frac{R_{ij}}{S}) + R_{d} R_{NN}S}$$

Figura 13: Desenvolvimento da função de transferência para o sistema PI&D.

$$\frac{\text{Fig.8:}}{\text{T(S)}} = \frac{\text{Knw Ki}}{\text{JS}^3 + (C_1 + \text{KdKnw})S^2 + \text{KpKnwS}}$$

$$\frac{\text{PID:}}{\text{T(S)}} = \frac{\text{KdKnw S}^2 + \text{KpKnwS} + \text{KiKnw}}{\text{JS}^3 + (C_1 + \text{KdKnw})S^2 + \text{KpKnwS} + \text{KiKnw}}$$

$$\frac{\text{PI&D:}}{\text{T(S)}} = \frac{\text{Knw KpS}}{\text{JS}^3 + (C_1 + \text{KdKnw})S^2 + \text{KpKnwS} + \text{KiKnw}}}$$

Figura 14: Comparação das funções de transferência.

Comparando as três funções de transferência desenvolvidas, pode-se notar que:

1.	Sistema da <i>Figura 8</i>	\rightarrow	3 pólos (um em s = 0) e 0 zeros;
2.	PID	\rightarrow	3 pólos (0 em s = 0) e 2 zeros;
3.	PI&D	\rightarrow	3 pólos (0 em s = 0) e 1 zero;

Itens Propostos

4.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Itens 1 e 2)

Nestes itens, foram recuperadas as definições feitas no laboratório 3, implementando-se o controlador P&D criticamente amortecido, de modo a se obter o que se exibe na *Figura 15*. Nessa figura, conforme se espera de um controlador de termo derivativo, não houve overshooting, mas o erro de regime ficou razoavelmente grande, por conta de esse termo não exercer influência sobre o sistema no caso de a posição ter variação tendendo a zero.

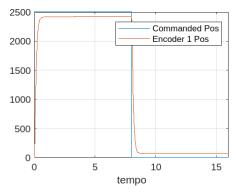


Figura 15: Posições real e comandada para o uso de P&D criticamente amortecido (4.1.1.2).

Itens 3)

Neste item, foi calculado o valor de K_i tal que $K_i*K_{hw}=3$ [Nm/rd-s], obtendo-se $K_i=3/17,58$ $\approx 0,1706$ Nm/rd-s. Em sequência, esse valor foi implementado em ensaio de configuração igual ao do item anterior e, obteve-se o gráfico abaixo. Nesse gráfico, nota-se a existência de overshooting, que ocorre por causa do termo integrativo do controlador. Ainda assim, apesar do overshooting, o termo integrativo é capaz de reduzir o erro de regime, conforme se nota ao comparar as *Figuras 15* e *16*.

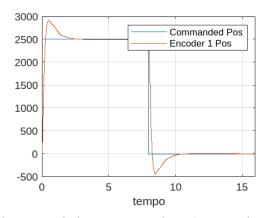


Figura 16: Posições real e comandada para o uso de PI&D, com k_i tal que $k_i *k_{hw} = 3$ (4.1.1.3).

Item 4)

Seguindo, foi implementado o controlador igual ao anterior, porém, com termo integrativo de constante dobrada. Com isso, percebe-se uma convergência mais rápida para o regime permanente, ou seja, um tempo de overshooting menor, no entanto, verifica-se um pico maior desse overshooting.

Vale ressaltar que, ao segurar o disco em uma posição fixa, o torque de compensação aumenta, pois o termo integrativo do controlador realimentado gera um aumento subsequente no sinal de erro que alimenta o controlador, ocasionando consequentemente o aumento sequencial no tempo do torque de compensação que tenta recuperar a posição comandada ao sistema. Finalmente, nesse caso, quando o disco é liberado, ele volta à posição comandada em um tempo pequeno, mas passando um pouco da posição desejada antes de se estabilizar.

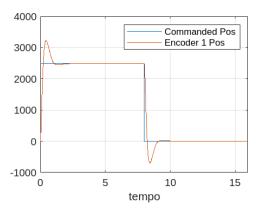


Figura 17: Posições real e comandada para o uso de PI&D, com k_i dobrado (4.1.1.4).

Item 5)

Conforme se nota ao observar o gráfico abaixo (*Figura 18*), é possível afirmar que a ação integral do controlador causa overshooting na resposta do sistema, conferindo-lhe um pico alto de saída antes de estabilizá-lo em regime. Ainda assim, quando comparado ao P&D, o PI&D reduz drasticamente o erro de regime, zerando-o (ou, em termos práticos reais, aproximando-o muito de zero) em um tempo relativamente curto. Desse modo, a ação do sistema integrativo se dá, de modo geral, da seguinte forma: quanto maior a componente integrativa K_i, maior será o overshooting do sistema em mudanças de nível do sinal de entrada, enquanto que, ao mesmo tempo, mais rapidamente o sistema reduzirá o erro de regime a praticamente zero uma vez que se aproxime do valor comandado.



Figura 18: Comparação Controlador P&D e PI&D.

Item 6)

Abaixo, encontram-se os diagramas de pólos e zeros dos controles P&D, PI&D e PI&D com K_i dobrado. Por meio desses gráficos, pode-se notar que o primeiro diagrama, de P&D, demonstra o sentido por trás do comportamento do sistema com tal controle, uma vez que, na presença de um único pólo, o sistema só é capaz de manter um erro constante para a entrada tipo degrau. Enquanto isso, os sistemas PI&D implementam maior maleabilidade ao sistema, de maneira que, com mais de um pólo, são capazes de modelar melhor o problema e, por consequência, gerar um erro de regime nulo. Nesse sentido, pode-se destacar ainda que o PI&D com K_i maior apresenta maior pico de overshooting por conta de ter seus pólos puramente reais, enquanto que o PI&D com K_i menor tem pólos com partes imaginárias não nulas e partes reais menores que as do outro sistema.

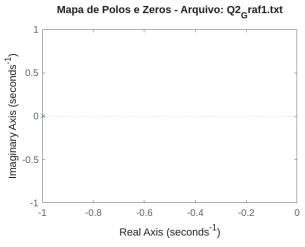


Figura 19: Diagrama de pólos e zeros do sistema do item 2 (P&D).

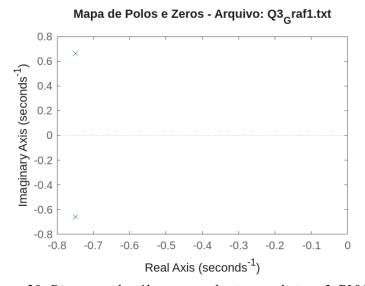


Figura 20: Diagrama de pólos e zeros do sistema do item 3 (PI&D).

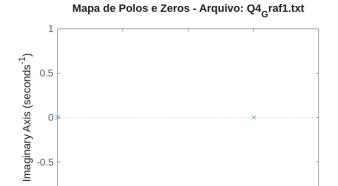


Figura 21: Diagrama de pólos e zeros do sistema do item 4 (PI&D, com K_i dobrado).

-1

Real Axis (seconds⁻¹)

-0.5

-1.5

4.1.2 Procedimento experimental - parte 2

-1

-2

Itens 7 e 8)

Nestes itens, foi ajustado o equipamento para implementação, novamente, do P&D criticamente amortecido usando a opção "PI with Velocity Feedback". Feito isso, foram ajustados mais alguns parâmetros e obtiveram-se os gráficos das *Figuras 22* e 23 abaixo:

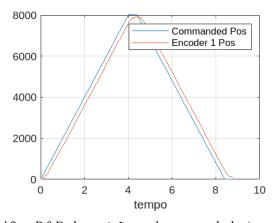


Figura 22: Gráfico P&D de posição real e comandada (trapézio, aproximadamente triangular).

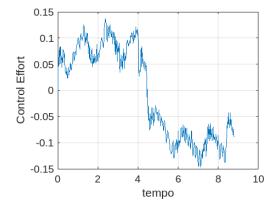


Figura 23: Gráfico P&D de control effort para posição comandada sendo um trapézio, aproximadamente triangular.

Item 9)

Utilizando novamente o valor de K_i calculado no *Item 3*, implementou-se o controlador PD $(K_i = 0)$ e o PID $(K_i = 0,1706 \text{ Nm/rd-s})$. Desse modo, tem-se os gráficos abaixo:

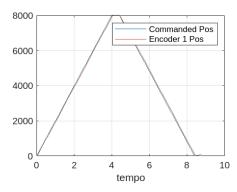


Figura 24: Gráfico PD de posições real e comandada (trapézio, aproximadamente triangular)

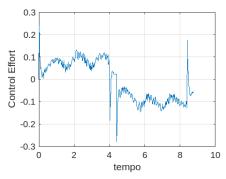


Figura 25: Gráfico PD de control effort para posição comandada sendo um trapézio, aproximadamente triangular

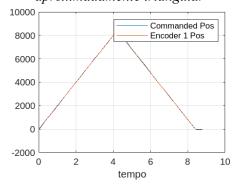


Figura 26: Gráfico PID de posições real e comandada (trapézio, aproximadamente triangular)

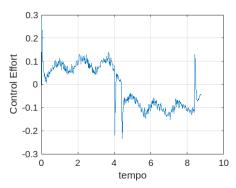


Figura 27: Gráfico PID de control effort para posição comandada sendo um trapézio, aproximadamente triangular

Item 10)

Conforme se nota ao analisar os gráficos acima, o controlador proporcional derivativo apresenta um erro maior que o controlador que inclui ação integrativa. Podemos ver isso claramente ao analisarmos um leve deslocamento temporal na figura 22, relativa ao item 8, entre a posição comandada e a posição real do equipamento que foi medida, embora a forma dos dois gráficos sejam bem similares. Além disso, vemos que temos um pequeno erro de regime quando a posição do encoder 1 se aproxima de zero nessa situação. Já na figura 26, com um controlador do tipo PID, quase não é possível observar qualquer tipo de erro entre a posição comandada e a mensurada.

Uma outra coisa curiosa de se notar é que, embora use-se o controlador PID, não vemos ocorrência de overshooting para a entrada em forma de rampa no gráfico referente a ele. Como havia sido previamente analisado, o aumento do coeficiente integrativo deixaria o sistema mais sujeito à ocorrência de overshooting, sendo capaz de reduzir o rapidamente o erro de regime após isso. Entretanto, isso não é observado nesse caso devido à característica do sinal de entrada, que não apresenta nenhum tipo de transição instantânea, algo que contribuiria para breve oscilação do sistema em momentos de transição de nível de posição comandada. Assim como podemos ver claramente no gráfico de esforço de controle associado a essa situação, temos uma força de magnitude considerável para frear o sistema quando a elevação constante da reta da posição comandada torna-se nula. Como temos uma breve mudança busca de esforço de controle em um pequeno espaço de tempo nesse momento, mas que rapidamente retorna à valores próximos de zero, podemos imaginar que isso é capaz de realizar uma redução da velocidade de rotação do sistema torcional de maneira bem rápida, mas sem produzir erros "para mais", permitindo que os gráficos de posição comandada e medida quase que se sobreponham. Além disso, quando o sistema sai desse repouso temporário e volta a rotacionar no sentido contrário, temos outro pico de esforço de controle para tirá-lo da posição de repouso, ficando mais suave após isso para acompanhar o decrescimento constante da posição comandada a partir de então. Isso volta a acontecer quando o sistema estabiliza na posição de 0 contagens. Como esse mecanismo não está disponível no controlador P&D, não vemos também nenhum tipo de overshooting em seu gráfico, mas existe um erro persistente de posição, dada pela incapacidade do sistema de impulsionar o sistema de maneira adequada para sair das situações de repouso quando a posição comandada é constante.

No fim das contas, todo esse processo se dá por conta de o controlador integrativo aumentar o chamado tipo do sistema em , tornando-o, no caso presente, em um sistema do tipo 2, que é capaz de zerar o erro de regime de uma entrada do tipo rampa, enquanto que o sistema P&D apresenta tipo 1, gerando, por conseguinte, um erro de regime de valor constante.

4.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Item 12)

Realizando os ajustes solicitados no enunciado do exercício, implementou-se um controlador P&D para uma entrada senoidal com frequência crescente (Sine Sweep), iniciando com uma frequência de 0.1 Hz e terminando com a frequência máxima de 10 Hz, variando num período de 60 segundos. Embora a amplitude sugerida no enunciado seja de 4000 contagens, a máquina não foi capaz de suportar esse valor de amplitude sem "desarmar" seu circuito. Portanto, utilizamos a amplitude do sinal senoidal de 500 contagens. Para as configurações do controlador em si, consideramos os valores de K_p e K_d relativos ao caso do sistema sub-amortecido $\xi = 0.2$, sendo utilizados os valores $K_p = 0.097$ e $K_d = 0.002654$. Abaixo está o gráfico gerado para a situação, com a posição comandada e posição medida.

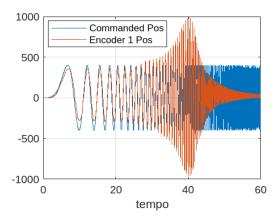


Figura 28: Gráfico P&D das posições real e comandada com Sine Sweep

Item 13)

Agora, fazemos um procedimento parecido com o do item anterior, mantendo o sinal de entrada inalterado na maioria dos seus parâmetros, apenas alterando a sua amplitude, que para esse experimento, foi de 250 contagens, mas agora utilizaremos um controlador PD. Temos então o gráfico correspondente:

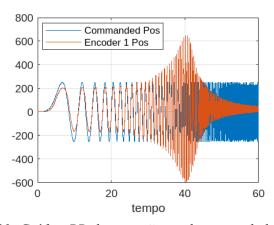


Figura 29: Gráfico PD das posições real e comandada com Sine Sweep

Item 14)

Para comparar a frequência de ressonância obtida praticamente com o esperado de modo teórico, temos que utilizar a fórmula $\omega_r = \omega_n (1-2\xi^2)^{1/2}$. Considerando que utilizamos também uma

frequência de oscilação de $\omega_n=4\pi$ para calcular os valores de K_p e K_d utilizados, para o sistema sub-amortecido com $\xi=0.2$, teremos que $\omega_r=4\pi(1-2*(0.2)^2)^{1/2}\approx 12.312$ rad/s. Em termos de frequência, temos que $f_r=\omega_r/2\pi\approx 1.96$ Hz. Considerando o crescimento logarítmico da frequência, a frequência de ressonância, que acontece quando detectamos a amplitude crescente da resposta de posição do Encoder 1, em cerca de 40 segundos, representa aproximadamente a frequência que foi encontrada teoricamente, observando essa resposta em forma de gráfico logarítmico.

Seguindo esse mesmo resultado, podemos verificar também, a partir dos gráficos logarítmicos, que para frequências baixas, inferiores a 1 Hz, o sistema, retratado com diagramas de Bode, apresenta curva de magnitude próxima de 0 dB/dec, mas um pouco decrescente. Isso é esperado, uma vez que o sistema, sem ter ganho integrativo, possui erro de regime persistente logo em baixas frequências, embora não seja muito expressivo. Já para a curva de magnitude para altas frequências, maiores que 5 Hz, temos uma inclinação de aproximadamente -20 dB/dec, algo característico do sistema, que possui amortecimento e é de segunda ordem.

Conclusão

Apesar da dificuldade em alguns itens, o grupo conseguiu extrair informações valiosas sobre sistemas de controle PID, incluindo suas particularidades e diferenças em relação aos outros dois tipos de sistemas de controle vistos anteriormente (PD e P&D). Além disso, foi possível ter uma boa noção de como diferentes sinais de entrada afetam o comportamento de sistemas sob efeito de diferentes controladores.