Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

Experiência 4

Controle PID

22 de setembro de 2024

Conteúdo

1 Controladores PI

A Experiência 3 demonstrou algumas vantagens do controlador PD, como o controle do amortecimento do sistema. Entretanto, controladores PD não têm efeito sobre o erro de estado estacionário do sistema a menos que o erro seja variante no tempo. Em aplicações onde se deseje anular erros de regime, o emprego de controladores PD pode não ser suficiente e alguma *ação integral* deve ser incorporada ao controlador. O objetivo desta experiência é demonstrar os efeitos da ação integral em termos de resposta transitória (máximo *overshoot*), de regime (erro de estado estacionário) e de resposta em frequência do sistema em malha fechada. Por conveniência, as duas implementações de controladores **PID** investigadas serão referenciadas como **PID**, se todos os termos do controlador aparecerem no caminho direto do sistema, ou **PI&D**, se o termo derivativo aparecer na realimentação. Convenção semelhante é usada para designar controladores PD e P&D.

Uma estrutura clássica para o controle em malha fechada de uma planta hipotética $G_p(s)$ através de um controlador **PI**

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \ ,$$

onde K_p, K_i são os ganhos proporcional e integral, é apresentada na Fig.1.

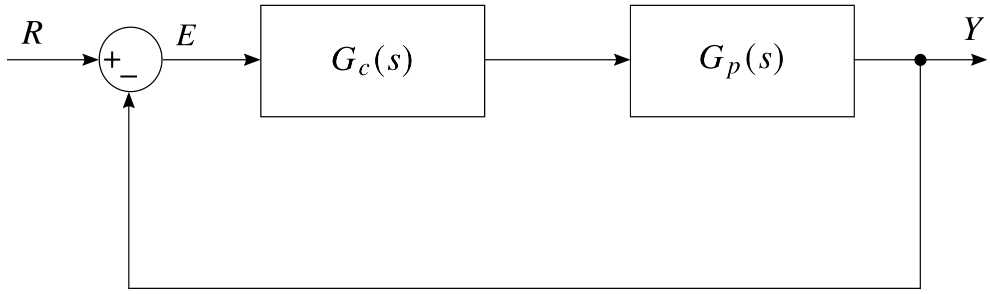


Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

A parte integral do controlador produz um sinal que é proporcional à integral do erro. A função de transferência do caminho direto do sistema de controle é

$$G_c(s)\,G_p(s) = \frac{K_p\,s + K_i}{s}\,G_p(s) \ ,$$

Observa-se então que o controlador **PI** adiciona um zero em $s = -K_i/K_p$ e um polo em $s = 0$. O efeito da ação integral pode ser analisado a partir do cálculo do erro de estado estacionário do sistema através do Teorema do Valor Final.

Exercício 1: Mostre que o erro de estado estacionário do sistema em malha fechada é dado por

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \; sE(s) \;=\; \lim_{s\to 0} \; s\frac{R(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}\,.$$ ⓣ

Dado um sistema de controle com a estrutura representada na Fig.1 (realimentação unitária), define-se o **tipo** da função de malha aberta $G_c(s)G_p(s)$ como sendo igual ao número de polos que $G_c(s)G_p(s)$ apresenta em $s = 0$. Os erros de estados estacionários de um sistema de controle para diferentes tipos de entradas estão diretamente associados ao tipo de $G_c(s)G_p(s)$. Observa-se que se o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ for 1, o erro será nulo para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), constante para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$) e infinito para entrada parábola ($R(s) = 1/s^3$). Se o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ for 2, os erros serão nulos para entradas degrau e rampa, constante para entrada parábola e infinito para entradas de maiores tipos. Genericamente, para que um sistema de controle exiba erro nulo para uma entrada de tipo n, o tipo do sistema deve ser no mínimo n. Como o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ é igual à soma dos tipos de $G_c(s)$ e $G_p(s)$, se por exemplo a planta for do tipo 1, a introdução do termo integral anula erros de regime para entradas degrau e rampa.

Verificou-se na Experiência 3 que a ação derivativa compensa valores elevados da ação proporcional, reduzindo as oscilações e o máximo *overshoot* do sistema. A ação integral tem efeito contrário, isto é, tende a aumentar o máximo *overshoot* ao reduzir o amortecimento, uma vez que a ação proporcional sofre a adição da integral do erro (especialmente no período transitório) até que o erro se anule. Entretanto, este efeito pode ser contornado reduzindo-se a ação proporcional face a ação integral, ou seja escolhendo-se valores apropriados de K_p e K_i. As características de resposta em frequência do controlador **PI** mostram que este tipo de controlador é essencialmente um filtro passa-baixa. Veja o diagrama de Bode[1] assintótico mostrado na figura 2.

De fato, no domínio da frequência,

$$G_c(j\omega) = K_p + \frac{K_i}{j\omega} = \frac{K_i\,[(K_p/K_i)\,j\omega + 1]}{j\omega}$$

O módulo de $G_c(j\omega)$ em $\omega = \infty$ é de $20\log(K_p)$ [dB], o que representa uma atenuação se $K_p < 1$. Esta atenuação pode ajudar a melhorar a estabilidade do sistema. Por outro lado, a fase de $G_c(j\omega)$ é sempre negativa e prejudicial para a estabilidade do sistema. Deve-se portanto posicionar a frequência de corte $\omega = K_i/K_p$ (isto é, escolher K_p, K_i) o mais à esquerda que a especificação de largura de banda permitir, de tal maneira a não degradar a margem de fase do sistema compensado.

[1] Hendrik Wade Bode (1905-1982).

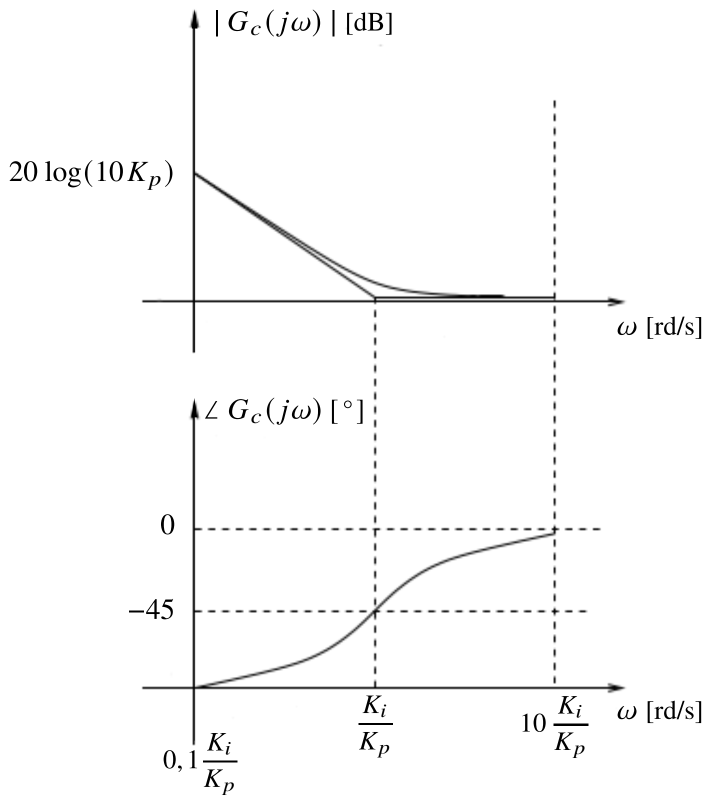


Figura 2: Diagramas de Bode de $G_c(s)$.

2 Emulador Industrial

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle **PID** do emulador industrial serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- Sistema rígido apenas com o disco de atuação;
- Correia do disco de atuação ao dispositivo SR desconectada;
- Inércias adicionais sobre o disco de atuação: 4 massas de $0,212$ Kg dispostas a 5 cm do centro do disco. Assim, o momento de inércia de cada massa adicional é dado por

$$0,212 \times 0,05^2 + \frac{1}{2} 0,212 \times 0,015^2 \;=\; 0,000554 \text{ [N-m]}$$

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é dado por

$$Gp(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + c_d s},$$

onde:

$$
\begin{array}{rcll}
k_{hw} & = & 5,767 & \text{[N-m/rd]} \\
J & = & J_d + J_w & \text{[Kg-m}^2\text{]} \\
J_d & = & 0,000407 & \text{[Kg-m}^2\text{]} \\
c_d & = & 7,38\,10^{-4} & \text{[N-m/rad/seg].}
\end{array}
$$

2.1 Controle PI&D do emulador industrial

O controle **PI&D** do emulador industrial pode ser representado como na Fig.3. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)(K_p\, s + K_i)}{s^3 + [(c_d + k_{hw}\, K_d)\, s^2 + k_{hw}\,(K_p\, s + K_i)]\,/J}\ ,$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D**, o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)\, K_p}{s^2 + [(c_d + k_{hw}\, K_d)\, s + k_{hw}\, K_p)]\,/J}\ ,$$

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\, K_p}{J}} \tag{1}$$

$$\xi := \frac{c_d + k_{hw}\, K_d}{2\, J\, \omega_n} = \frac{c_d + k_{hw}\, K_d}{2\sqrt{J\, k_{hw}\, K_p}} \tag{2}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\, \omega_n\, s + \omega_n^2}\ .$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig.3, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica **PID**, em que todos os termos aparecem no caminho direto.

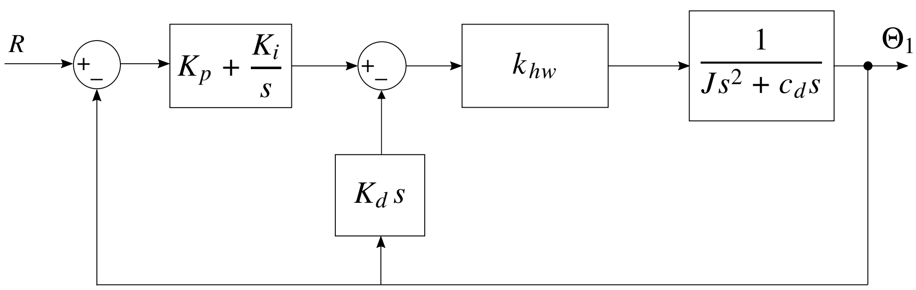


Figura 3: Controle **PI&D** do sistema.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação P&D ($K_i = 0$) da Fig.3 é t

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0}\ s\,\frac{R(s)(J\,s^2 + (c_d + k_{hw}\, K_d)\, s)}{J\,s^2 + (c_d + K_d\, k_{hw})\, s + K_p\, k_{hw}}\ .$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação PD é dada por ⓣ

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \to 0} \; s \, \frac{R(s)(J\,s^2 + c_d\,s)}{J\,s^2 + (c_d + K_d\,k_{hw})\,s + K_p\,k_{hw}}.$$

Suponha agora que na Fig.3 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma K_i/s, e na malha interna fosse $K_p + K_d\,s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ ⓣ, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do **PID** e **PI&D** ⓣ.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = K_d/K_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig.3 for representado como na Fig.1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_{hw}/s\,(J\,s + K_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

2.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 2. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Ajuste a tampa de acrílico na sua posição original. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;

2. Inicialmente faça $K_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros K_p e K_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20** counts antes de implementar o controlador (caso contrário, use a opção **Zero Position** do menu **Utility**). Execute um degrau de malha fechada de **2500** counts e duração de **2000** ms, com **1** repetição. Exporte e plote(usando o script plotRawData.m) a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** ⓖ;

3. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 5$ [N-m/rd-s] ⓣ e repita o ensaio do item 2. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** ⓖ. Desloque manualmente o disco por cerca de **5** graus e perceba a força aplicada. (Não trave o disco por mais do que **5**s para evitar o surgimento de um torque excessivo);

4. Aumente K_i por um fator de dois ($K_i \leqslant 2.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau ⓖ; depois desloque manualmente o disco como no item 3, percebendo novamente a força aplicada. Justifique o aumento do torque de compensação com o tempo em termos da ação integral ⓣ. O que acontece quando o disco é liberado? ⓣ

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) g. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime t? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema t?

6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado t.

2.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442**s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($K_i = 0$) e os valores de K_p e K_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, com **Distance = 8000** counts, **Velocity = 2000** counts/s e **Dwell Time = 400** ms. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote o **Commanded Position**, **Encoder #1 Position** g e **Control Effort** g ;

9. Repita os passos 7 e 8 com $K_i\, k_{hw} = 3$ [N-m/rd-s] e usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $K_i = 0$ para obter um controlador **PD** g, e depois com $K_i\, k_{hw} = 3$ [N-m/rd-s], para obter um controlador **PID** g;

10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar K_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária t. Algum dos casos apresenta *overshoot*? Por que t? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle t.

2.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

11. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442** s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de K_p e K_d relativos ao caso sub-amortecido. Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude = 500** counts, **Start Frequency = 0.1** [Hz], **End Frequency = 10** [Hz] e **Sweep Time = 60** s, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória e adquira os dados, exporte e plote Encoder #1 Position g. Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em [dB], use o comando `semilogx(w,20*log10(amp));`

13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador **PD** (**PID**, na opção **Setup Control Algorithm**) ⓖ. Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para **250** counts para evitar saturação do atuador em altas frequências;

14. Identifique a frequência de ressonância para o caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) ⓣ. Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 [Hz]) e baixa (< 1 [Hz]) frequências [dB/dec] e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos ⓣ.

2.2 Pré-relatório da experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A configuração abaixo será adotada:

- Discos acoplados rigidamente;
- 2 massas de 212 g a 5 cm do centro do disco de atuação;
- 4 massas de 500 g a 10 cm do centro do disco de carga;
- Redução de velocidade de 4.5 : 1

Calcule o momento de inércia equivalente J refletido no disco de atuação e considere o sistema de controle da Fig. 4, onde $G_c(s)$ representa um controlador a ser utilizado e τ_d representa um torque de perturbação. Os valores dos parâmetros J e c_d estão disponíveis no início do roteiro. Considere as seguintes alternativas para o controlador $G_c(s)$:

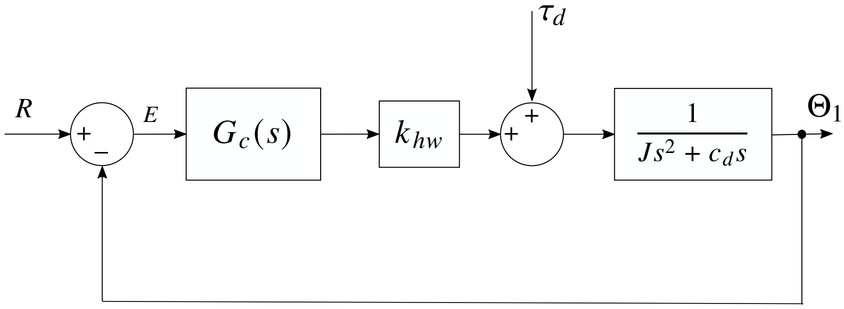


Figura 4: Controle sujeito a perturbações.

C1: controlador **PD** de modo que em malha fechada tenha-se $\omega_n = 4\pi$ [rad/s] e $\xi = 0,707$;

C2: mesmo controlador do item C1 adicionando-se o efeito integral com $K_i = 1,0$;

C3: mesmo controlador do item C1 em série com um filtro *lead*.

$$F(s) = \frac{n_0 + n_1\, s}{d_0 + d_1\, s}$$

projetado de acordo com as seguintes especificações: zero em $0,4\pi$ [rad/s], polo em 2π [rad/s] e ganho DC igual a 1;

Com o objetivo de analisar a influência do torque de perturbação sobre a saída do sistema, obtenha para cada um dos controladores acima:

1. A função de transferência de malha aberta $k_{hw}\, G_c(s)\, P(s)$ e a função de transferência de malha fechada $\dfrac{\Theta_1(s)}{\tau_d(s)}$;

2. Os diagramas de Bode de $k_{hw}\, G_c(s)\, P(s)$ e $\dfrac{\Theta_1(s)}{\tau_d(s)}$.

Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores em termos dos seus respectivos diagramas de Bode.

3 Sistema Retilíneo

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle **PID** do sistema retilíneo serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- 4 massas de 500 g sobre o carro #1;
- Molas e amortecedor desconectadas do carro #1.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* foi obtido na Experiência 3 e é do por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{ms^2 + c_1 s} ,$$

onde

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 14732 && \text{[Nm]} \\ m_1 &= 0,778 && \text{[Kg]} \\ m &= m_1 + m_w && \text{[Kg]} \\ c_1 &= 2,94 && \text{[N/m/s]} \end{aligned}$$

3.1 Controle PI&D do sistema retilíneo

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.5. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m)(K_p\, s + K_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s^2 + k_{hw}(K_p\, s + K_i)]/m} ,$$

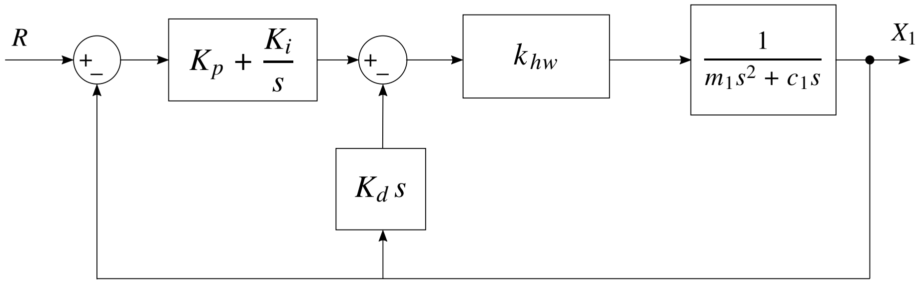


Figura 5: Controle **PI&D** do sistema.

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores P&D ($K_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m)\,K_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s + k_{hw}\,K_p)]\,/m}\,,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\,K_p}{m}} \quad [\text{rd/s}] \tag{3}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}\,K_d}{2\,m\,\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}\,K_d}{2\sqrt{m\,k_{hw}\,K_p}} \tag{4}$$

a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\,\omega_n\,s + \omega_n^2}\,.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig.5, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do **PID** aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($K_i = 0$) da Fig.5 é

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0}\; s\,\frac{R(s)(m\,s^2 + (c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s)}{m\,s^2 + (c_1 + K_d\,k_{hw})\,s + K_p\,k_{hw}}\,,$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s\to 0}\; s\,\frac{R(s)(m\,s^2 + c_1\,s)}{m\,s^2 + (c_1 + K_d\,k_{hw})\,s + K_p\,k_{hw}}\,.$$

Suponha agora que na Fig.5 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma K_i/s, e na malha interna fosse $K_p + K_d\,s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do **PID** e **PI&D** ⓣ.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = K_d/K_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig.5 for representado como na Fig.1, então a planta equivalente será $G_p(s) = k_{hw}/s\,(m\,s + K_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

3.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 3. Certifique-se de que as massas estejam firmemente ajustadas sobre o carro. Restaure as definições e parâmetros do software ECP Executive utilizadas na Experiência 3;

2. Inicialmente faça $K_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros K_p e K_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20** counts antes de implementar o controlador (caso contrário, use a opção **Zero Position** do menu **Utility**). Execute um degrau de malha fechada de **2500** counts e duração de **2000** ms, com **1** repetição. Exporte e plote(usando o script plotRawData.m) a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** ⓖ;

3. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 7500$ [Nm/rd-s] ⓣ e repita o ensaio do item 2. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** ⓖ. Desloque manualmente o carro #1 por cerca de **5** mm e perceba a força aplicada. (Não trave o disco por mais do que **5** s para evitar o surgimento de um torque excessivo);

4. Aumente K_i por um fator de dois ($K_i < 3.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau ⓖ; depois desloque manualmente o carro como no item anterior, percebendo novamente a força aplicada. Justifique o aumento do torque de compensação com o tempo em termos da ação integral ⓣ. O que acontece quando o carro é liberado ⓣ?

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) ⓖ. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime ⓣ? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema ⓣ?

6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado ⓣ.

3.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442**s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($K_i = 0$) e os valores de K_p e K_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, com **Distance = 2000** counts, **Velocity = 2000** counts/s e **Dwell Time = 100** ms. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote o **Commanded Position**, **Encoder #1 Position** g e **Control Effort** g ;

9. Repita os passos 7 e 8 com $K_i\, k_{hw} = 7500$ [N/m-s] usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $K_i = 0$ para obter um controlador **PD** g, e depois com $K_i\, k_{hw} = 7500$ [N/m-s], para obter um controlador **PID** g;

10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar K_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária t. Algum dos casos apresenta *overshoot*? Por que t? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle t.

3.1.3 Procedimento experimental - parte 3

11. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442** s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de K_p e K_d relativos ao caso sub-amortecido ($\xi = 0.2$). Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com Amplitude = 400 counts, Start Frequency = 0.1 [Hz], End Frequency = 20 [Hz] e Sweep Time = 60 s, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória e adquira os dados, exporte e plote **Encoder #1 Position** g. Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em [dB], use o comando semilogx(w,20*log10(amp));

13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador PD (PID), na opção **Setup Control Algorithm** g. Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para 250 counts para evitar saturação do atuador em altas frequências;

14. Identifique a frequência de ressonância para o caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) t. Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 [Hz]) e baixa (< 1 [Hz]) frequências [dB/dec] e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos t.

3.2 Pré-relatório da experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A configuração abaixo será adotada:

- Carros #1 e #2 conectados por uma mola de dureza média;
- 4 massas de 500 g sobre os carros #1 e #2;
- Amortecedor desconectado dos carros.

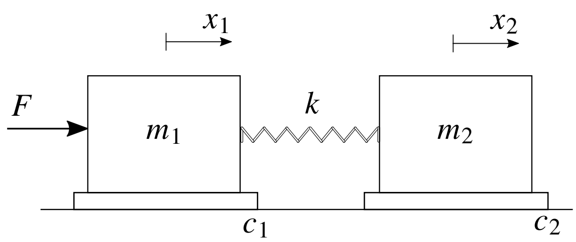


Figura 6: Controle sujeito a perturbações.

Dados

$m_{c1} =$	$0,778$ [Kg]	$m_{c2} =$	$0,582$ [Kg]	(massa dos carros)
$m_1 =$	$m_{c1} + 4 \times 0.5$ [Kg]	$m_2 =$	$m_{c2} + 4 \times 0.5$ [Kg]	(massa total dos carros)
$c_1 =$	$3,92$ [N/(m/s)]	$c_2 =$	$2,36$ [N/(m/s)]	(coef. atrito dos carros)
$k =$	$338,6$ [N/m]			(constante de mola)
$k_{hw} =$	14732			(ganho de hardware)

Considere o sistema de controle da Fig.7, onde $G_c(s) = K_p + K_d\, s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, F_d representa uma força de pertubação e

$$\begin{aligned} N_1(s) &= m_2 s^2 + c_2 s + k \\ N_2(s) &= k \\ D(s) &= m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1) s^3 + [(m_1 + m_2) k + c_1 c_2] s^2 + (c_1 + c_2) ks. \end{aligned}$$

Com o objetivo de analisar a influência da força de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PD**$_1$: $K_p = 1.0$; $K_d = 0.03$ e **PD**$_2$: $K_p = 0.05$; $K_d = 0.01$.

1. Analise as localização dos polos das funções de transferência $X_1(s)/R(s)$ e $X_2(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores PD$_1$ e PD$_2$. Quais são os polos dominantes em cada caso? Analise os comportamentos temporais de x_1 e x_2 para uma entrada degrau;
2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência: de malha aberta $k_{hw}\, G_c(s)\,.\,\dfrac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\dfrac{X_1(s)}{F_d(s)}$;
3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PD** através de diagramas de Bode.

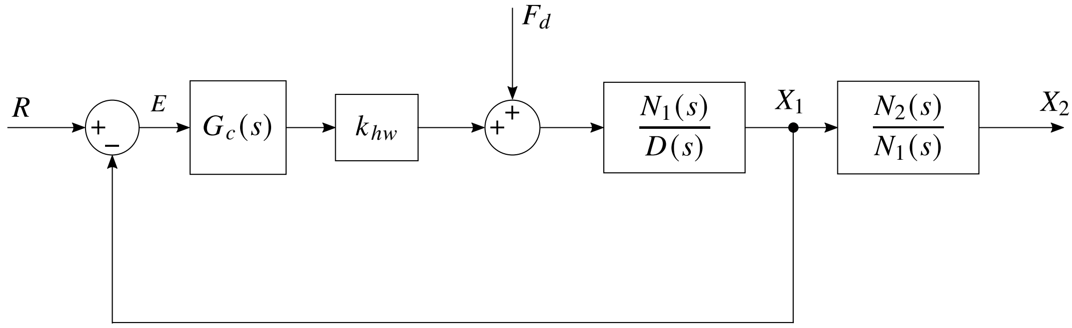


Figura 7: Controle sujeito a perturbações.

4 Sistema Torcional

Nota: Os símbolos ⓖ, ⓣ, ⓓ e ⓢ indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink[textregistered] e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle **PID** do sistema torcional serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- Discos #2 e #3 removidos;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: 2 massas de 0.500 Kg dispostas a 9 cm do centro do disco. O momento de inércia de cada massa adicional é dado por

$$0,5 \times 0,09^2 + \frac{1}{2} 0,5 \times 0,025^2 \ = \ 0,0042 \text{ [N-m]}$$

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* foi obtido na Experiência 3 e é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + c_1 s},$$

onde:

$$\begin{array}{rcll} k_{hw} & = & 17,58 & \text{[Nm/rad]} \\ J_{d_1} & = & 0,00238 & [\text{Kg m}^2] \\ J & = & J_{d_1} + J_w & [\text{Kg m}^2] \\ c_1 & = & 7,6 \times 10^{-3} & \text{[Nm/(rad/s)].} \end{array}$$

4.1 Controle PI&D do sistema torcional

O controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.8. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)(K_p\, s + K_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s^2 + k_{hw}\, (K_p\, s + K_i)]\, /J},$$

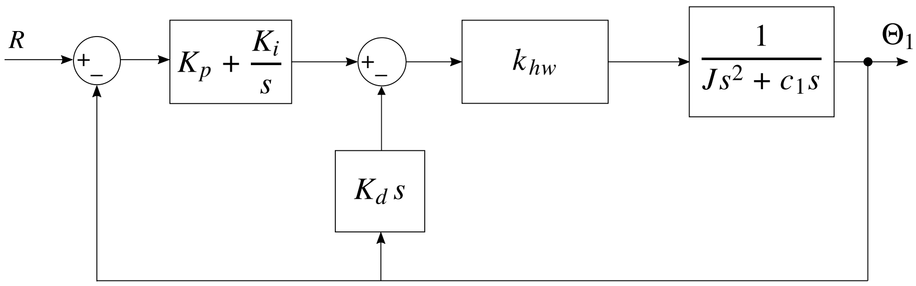


Figura 8: Controle **PI&D** do sistema.

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D**, o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)\, K_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s + k_{hw}\, K_p)]\,/J} \ ,$$

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\, K_p}{J}} \tag{5}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\, J\, \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\sqrt{J\, k_{hw}\, K_p}} \tag{6}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\, \omega_n\, s + \omega_n^2} \ .$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig.8, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica **PID**, em que todos os termos aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($K_i = 0$) da Fig.8 é

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0}\ s\, \frac{R(s)(J\, s^2 + (c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s)}{J\, s^2 + (c_1 + K_d\, k_{hw})\, s + K_p\, k_{hw}} \, , \text{t}$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \to 0}\ s\, \frac{R(s)(J\, s^2 + c_1\, s)}{J\, s^2 + (c_1 + K_d\, k_{hw})\, s + K_p\, k_{hw}} \, . \text{t}$$

Suponha agora que na Fig.8 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma K_i/s, e na malha interna fosse $K_p + K_d\, s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ t, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do **PID** e **PI&D** t.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = K_d/K_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig.8 for representado como na Fig.1, então a planta equivalente será $G_p(s) = k_{hw}/s\,(J\,s + K_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

4.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 4. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;

2. Inicialmente faça $K_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros K_p e K_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20** counts antes de implementar o controlador (caso contrário, use a opção **Zero Position** do menu **Utility**). Execute um degrau de malha fechada de **2500** counts e duração de **8000** ms, com **1** repetição. Exporte e plote(usando o script `plotRawData.m`) a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** g;

3. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 3$ [Nm/rd-s] t e repita o ensaio do item 2. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** g. Desloque manualmente o disco por cerca de **5** graus e perceba a força aplicada. (Não trave o disco por mais do que **5** s para evitar o surgimento de um torque excessivo);

4. Aumente K_i por um fator de dois ($K_i < 1.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau g; depois desloque manualmente o disco como no item anterior, percebendo novamente a força aplicada. Justifique o aumento do torque de compensação com o tempo em termos da ação integral t. O que acontece quando o disco é liberado t?

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) g. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime t? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema t?

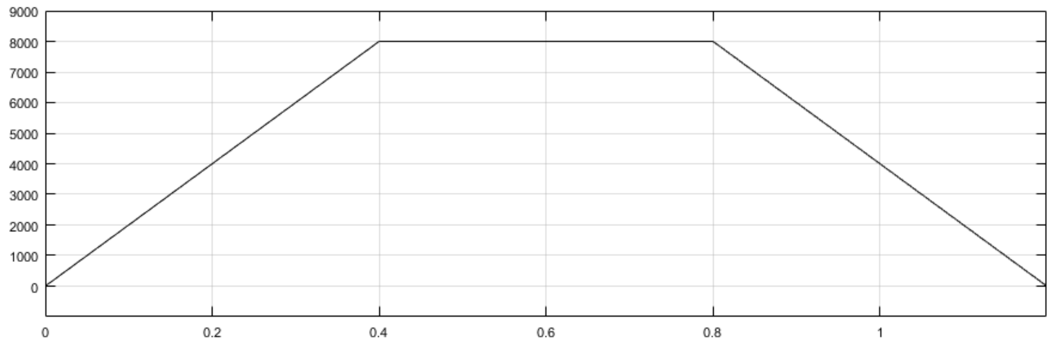
6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado t.

4.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442**s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($K_i = 0$) e os valores de K_p e K_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, com **Distance = 8000** counts, **Velocity = 2000** counts/s e **Dwell Time = 400** ms. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote o **Commanded Position**, **Encoder #1 Position** g e **Control Effort** g;



9. Repita os passos 7 e 8 com $K_i\, k_{hw} = 3$ [Nm/rd-s] e usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $K_i = 0$ para obter um controlador **PD** g, e depois com $K_i\, k_{hw} = 3$ [Nm/rd-s], para obter um controlador **PID** g;

10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar K_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária t. Algum dos casos apresenta *overshoot*? Por que t? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle t.

4.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

11. Usando o controlador **P&D** e os valores de K_p e K_d relativos ao caso sub-amortecido ($\xi = 0.2$). Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (Setup Data Acquisition) no menu **Data** a cada **4** ciclos;

12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude = 400 counts**, **Start Frequency = 0.1 [Hz]**, **End Frequency = 10 [Hz]** e **Sweep Time = 60 s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória e adquira os dados, exporte e plote

Encoder #1 Position ⓖ. Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em [dB], use o comando `semilogx(w,20*log10(amp));`

13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador PD (**PID** na opção **Setup Control Algorithm**) ⓖ. Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para **250 counts** para evitar saturação do atuador em altas frequências;

14. Identifique a frequência de ressonância para o caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) ⓣ. Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 [Hz]) e baixa (< 1 [Hz]) frequências [dB/dec] e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos ⓣ.

4.2 Pré-relatório da experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A configuração abaixo será adotada:

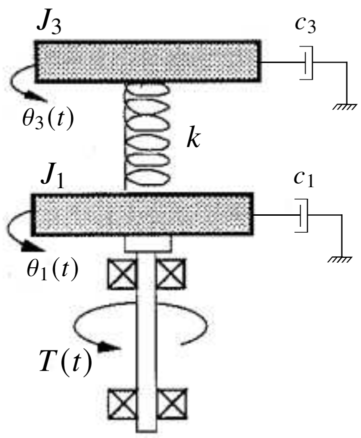


Figura 9: Sistema com dois graus de liberdade.

- Discos #1 e #3 conectados à mola; disco #2 removido;
- 2 massas de 500 g a 9 cm do centro dos discos #1 e #3;

Dados

J_{d_1}	=	$0,00238$ [Kg m^2]	Momento de inércia do disco #1
J_{d_3}	=	$0,00187$ [Kg m^2]	Momento de inércia do disco #3
J_1	=	$J_{d_1} + 2 \times 0,0042$ [Kg m^2]	Momento de inércia total do disco #1
J_3	=	$J_{d_3} + 2 \times 0,0042$ [Kg m^2]	Momento de inércia total do disco #3
c_1	=	$0,00764$ [Nm/(rad/s)]	Coeficiente de atrito do disco #1
c_3	=	$0,00133$ [Nm/(rad/s)]	Coeficiente de atrito do disco #3
k	=	$1,32$ [N/rad]	Constante de mola equivalente
k_{hw}	=	$17,58$	Ganho de hardware

Considere o sistema de controle da Fig.10, onde $G_c(s) = K_p + K_d\, s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, F_d representa uma força de pertubação e

$$\begin{aligned} N_1(s) &= J_3\, s^2 + c_3\, s + k \\ N_3(s) &= k \\ D(s) &= J_1\, J_3\, s^4 + (c_1\, J_3 + c_3\, J_1)\, s^3 + [(J_1 + J_3)\, k + c_1\, c_3]\, s^2 + (c_1 + c_3)\, k\, s. \end{aligned}$$

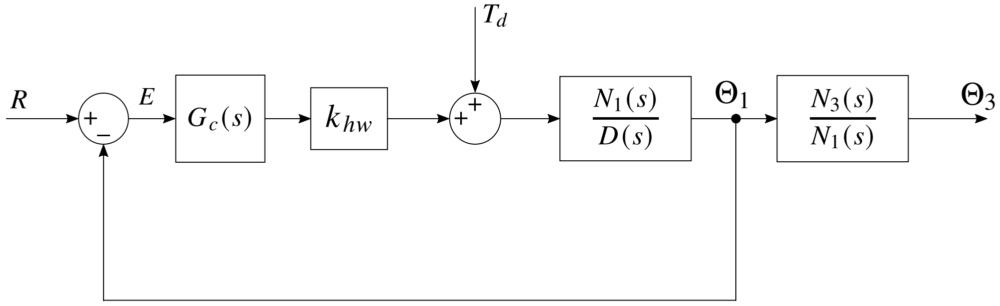


Figura 10: Controle sujeito a perturbações.

Com o objetivo de analisar a influência da força de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PD**$_1$: $K_p = 1,0$; $K_d = 0,9$ e **PD**$_2$: $K_p = 0,06$; $K_d = 0,015$.

1. Analise as localização dos polos das funções de transferência $\Theta_1(s)/R(s)$ e $\Theta_3(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores PD$_1$ e PD$_2$. Quais são os polos dominantes em cada caso? Analise os comportamentos temporais de θ_1 e θ_3 para uma entrada degrau;

2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência:
de malha aberta $k_{hw}\, G_c(s)\,.\dfrac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\dfrac{\Theta_1(s)}{T_d(s)}$;

3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PD** através de diagramas de Bode.

5 Pêndulo Invertido

Nota: Os símbolos ⓖ , ⓣ, ⓓ e Ⓢ indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Nesta da experiência, considera-se o controle **PI&D** da haste deslizante do pêndulo, como na Experiência 3, seção 5.1:

- haste rotacional livre;
- pesos "orelhas" instalados na haste deslizante.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m^* s^2 + c_1 s} ,$$

onde

$$\begin{array}{ll} k_{hw} & = k_s\, k_f\, k_x = 2088,32 \text{ [N/m]} \\ \overline{J} & = 4,32 \times 10^{-2} \text{ [Kg} \, m^2] \\ \ell_o^2 & = 0,33 \text{ [m]} \\ m_1 & = m_{10} + m_{w1} = 0,2376 \text{ [Kg]} \\ m_2^* & = \overline{J}/\ell_o^2 \text{ [Kg]} \\ m^* & = m_1\, m_2^*/(m_1 + m_2^*) \text{ [Kg]} \\ c_1 & = 0,2254 \text{ [N s / m]} \end{array}$$

5.1 Controle PI&D do pêndulo invertido

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.11. A função de transferência de malha fechada é

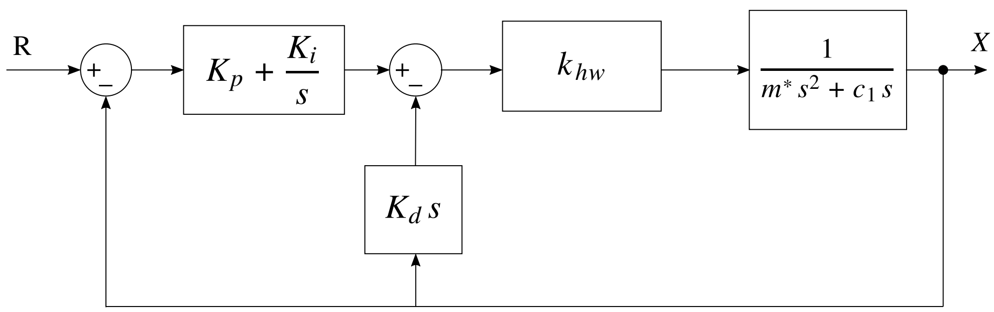


Figura 11: Controle **PI&D** do sistema.

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)(K_p\, s + K_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s^2 + k_{hw}(K_p\, s + K_i)]/m^*} ,$$

Considerando-se apenas controladores P&D ($K_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)\, K_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}\, K_d)\, s + k_{hw}\, K_p)]\, /m^*} ,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\, K_p}{m^*}} \quad \text{[rd/s]} \tag{7}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\, m^*\, \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\sqrt{m^*\, k_{hw}\, K_p}} \tag{8}$$

a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\,\omega_n\, s + \omega_n^2}\,.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig.11, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do **PID** aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($K_i = 0$) da Fig.11 é

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0}\; s\,\frac{[\,m^*\,s^2 + (c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s\,]\,R(s)}{m^*\,s^2 + (c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s + K_p\,k_{hw}}\,, \text{(t)}$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s\to 0}\; s\,\frac{(m^*\,s^2 + c_1\,s)\,R(s)}{m^*\,s^2 + (c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s + K_p\,k_{hw}}\,. \text{(t)}$$

Suponha agora que na Fig.11 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma K_i/s, e na malha interna fosse $K_p + K_d\,s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ (t), e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do **PID** e **PI&D** (t).

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = K_d/K_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig.11 for representado como na Fig.1, então a planta equivalente é $G_p(s) = k_{hw}/s\,(m^*\,s + K_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

5.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento com a configuração definida no início da Sessão 5. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;

2. Faça $K_i = 0$, implementando o controlador **P&D** criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ [rd/s]. Execute um degrau de malha fechada de **1000** counts e duração de **2000** ms, com **1** repetição. Exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) a resposta do **Encoder #2** e **Commanded Position** no eixo esquerdo e **Encoder #1** no eixo direito (g);

3. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 2500$ [N/m-s]. Implemente o controlador com este valor de K_i ($K_i < 1{,}5$) e os parâmetros K_p e K_d do controlador **P&D** criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ rd/s, conforme o pré-relatório desta Experiência. Execute com a entrada em degrau conforme o item anterior e gere um gráfico (g);

4. Aumente K_i por um fator de dois ($K_i \leqslant 3.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau ⓖ; **Atenção**: Gire cuidadosamente o eixo que aciona a haste deslizante por cerca de **5** mm e perceba a força aplicada. (Não trave a posição da haste por mais do que **2** s para evitar o surgimento de uma força excessiva). Justifique o aumento da força de compensação com o tempo em termos da ação integral ⓣ. O que acontece quando a haste é liberada? ⓣ

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos 3 e 4 com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) ⓖ. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime ⓣ? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema ⓣ?

6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado ⓣ.

5.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442**s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($K_i = 0$) e os valores de K_p e K_d relativos ao caso criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ rd/s. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **2** ciclos;

8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, selecionando os valores para **Distance = 1500** counts, **Velocity = 2000** counts/s e **Dwell Time = 100** ms e **1** Repetição. Marque **Unidirectional Move**. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote o **Commanded Position**, **Encoder #2 Position** ⓖ e **Control Effort** ⓖ;

9. Repita os passos 7 e 8 agora para o controlador **PI&D** com $K_i\, k_{hw} = 2500$ [N/m-s];

10. Repita os passos 7 e 8 usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $K_i = 0$ para obter um controlador **PD** ⓖ, e depois com $K_i\, k_{hw} = 2500$ [N/m-s], para obter um controlador **PID** ⓖ;

11. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8, 9 e 10. Justifique as diferenças ao se usar K_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária, notando que $k_{hw} K_d \gg c_1$ ⓣ. Compare e justifique as diferenças de esforço de controle ⓣ.

5.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

12. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando **Ts=0.00442** s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de K_p e K_d relativos ao caso sub-amortecido $\xi = 0.2$ e $\omega_n = 14\pi$ rd/s. Faça uma aquisição de dados dos **Encoders #1** e **#2** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada **4** ciclos;

13. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude = 200** counts, **Start Frequency = 1** [Hz], **End Frequency = 10** [Hz] e **Sweep Time = 80** s, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória e adquira os dados, exporte e plote **Encoder #2 Position** g. Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em [dB], use o comando `semilogx(w,20*log10(amp));`

14. Repita os passos 12 e 13 usando um controlador **PD** g (**PID**, na opção **Setup Control Algorithm**);

15. Identifique a frequência de ressonância para o caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) t. Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 8 Hz) e baixa (< 2 Hz) frequências [dB/dec] e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos t.

5.2 Pré-relatório da experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A configuração abaixo será adotada:

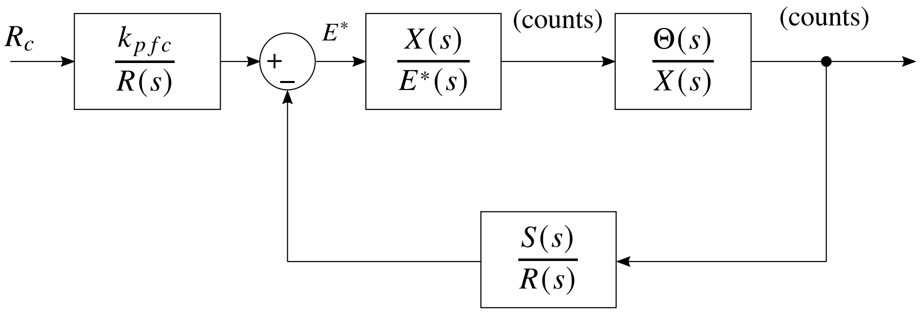


Figura 12: Controle da malha externa do pêndulo.

Na Fig.12, as quantidades Θ, X e R_c (referência) estão representadas em counts: $\theta = k_a\,\theta_{rad}$, onde $k_a = 2546$ [counts / rad] é o fator de escala da posição angular do pêndulo; $X = k_x\,x_m$, onde $k_x = 50200$ [counts / m] é o fator de escala da posição linear da haste.

Ainda com relação à Fig.12, k_{pfc} é o ganho do pré-filtro em counts e os polinômios $S(s)$ e $R(s)$ (não confundir com a referência do sistema) devem ser determinados para posicionar os polos do sistema em malha fechada adequadamente. Observe que $\dfrac{X(s)}{E^*(s)}$ representa a função de transferência de malha fechada dada por,

$$\frac{X(s)}{E^*(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)(K_p\,s + K_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}K_d)\,s^2 + k_{hw}(K_p\,s + K_i)]/m^*}\,, \tag{9}$$

relativa ao controle da posição linear da haste deslizante, vide a seção 5.3 da Experiência 3.

Nas questões formuladas a seguir, considere os valores de K_p e K_d que produzem amortecimento crítico da resposta de malha fechada, com $\omega_n = 20\pi$ rd/s.

- Analise os diagramas de Bode da função de transferência $\dfrac{X(s)}{E^*(s)}$ em malha fechada dada em (9), na faixa de 0 a 10 Hz. A partir dos diagramas, procure justificar a escolha de uma resposta criticamente amortecida para a posição da haste;

- Mostre que malha externa na Fig.12 envolve agora o controle da planta

$$\frac{\Theta(s)}{E^*(s)} = \frac{X(s)}{E^*(s)}\,\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{\Theta(s)}{X(s)}$$

  isto é, tomou-se $\dfrac{X(s)}{E^*(s)} \approx 1$. Explique com base no item anterior, porque é possível utilizar essa aproximação.

- A partir das equações linearizadas para o pêndulo obtém-se a função de transferência

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{k_a\, m_1\, \ell_0}{k_x\, J^*}\,\frac{-s^2 + g\,/\,\ell_0}{s^2 + [c_r - (m_1\,\ell_0 + m_2\,\ell_c)\,g]\,/\,J^*} := k^*\,\frac{N_{ax}(s)}{D_{ax}(s)}$$

  Suponha que a equação característica do sistema em malha fechada deva ser igual a um polinômio $D_{cl}(s)$, cujas raízes são os polos desejados para o sistema de malha fechada, isto é,

$$D_{ax}(s)\,R(s) + k^*\,N_{ax}(s)\,S(s) = D_{cl}(s)\,. \tag{10}$$

- A equação polinomial (10) pode ser resolvida definindo-se $S(s) = s_0 + s_1\,s$ e $R(s) = r_0 + r_1\,s$, desenvolvendo os produtos de polinômios e igualando os coeficientes de mesma potência. Entretanto, este procedimento pode torna-se trabalhoso mesmo para polinômios de ordens relativamente baixas. Sabe-se que esse tipo de equação pode ser representada por sistemas de equações lineares através da chamada *matriz de Sylvester*. No caso específico em questão, o sistema de equações assume a forma

$$\begin{bmatrix} d_0 & n_0 & 0 & 0 \\ d_1 & n_1 & d_0 & n_0 \\ d_2 & n_2 & d_1 & n_1 \\ 0 & 0 & d_2 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ s_0 \\ r_1 \\ s_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

  onde d_i e n_i, $i = 0,1,2$ são os coeficientes dos polinômios $D_{ax}(s)$ e $k^*\,N_{ax}(s)$ e f_i, $i = 0,1,2,3$ são os coeficientes do polinômio $D_{cl}(s)$, em ordem crescente de potências de s.

- Determine $S(s) = s_0 + s_1\,s$ e $R(s) = r_0 + r_1\,s$ que forneçam

$$D_{cl}(s) = (s + \pi + j\pi)\,(s + \pi - j\pi)\,(s + 3\pi)\,.$$

  Para as duas configurações do pêndulo:

1. **estável** - o contra-peso do pêndulo colocado a uma distância do pivot de $\ell_t = 10\,\text{cm}$ (o que corresponde ao centro de massa $\ell_{w2} = -0,1385\,\text{m}$);
2. **instável** - o contra-peso do pêndulo colocado a uma distância do pivot de $\ell_t = 7\,\text{cm}$ ($\ell_{w2} = -0,1085\,\text{m}$).

Utilizam-se os pesos "orelhas" da haste deslizante.

6 Levitador Magnético

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle **P&D** do sistema levitador serão obtidos para o sistema configurado com apenas um disco magnético. O diagramas de bloco da Fig.13 ilustra a forma resultante da função de transferência, quando as compensações do medidor e da força magnética são implementadas por software.

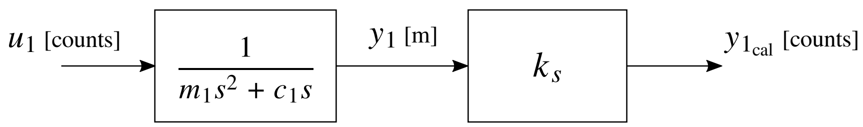


Figura 13: Diagrama final para o Levitador Magnético para o caso SISO #1.

Assim, obtém-se o modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de hardware, isto é,

$$G_p(s) = \frac{k_s}{m_1 s^2 + c_1 s},$$

referente à configuração com compensação descrita acima, com $k_s = 100$, $m_1 = 0,123\,\text{Kg}$ e $c_1 = 0,4078\,\text{N/m/s}$.

6.1 Controle PI&D do levitador magnético

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.14. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_s/m_1)(K_p\,s + K_i)}{s^3 + [(c_1 + k_s K_d)\,s^2 + k_s(K_p\,s + K_i)]/m_1},$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores P&D ($K_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_s/m_1)\,K_p}{s^2 + [(c_1 + k_s K_d)\,s + k_s K_p)]\,/m_1},$$

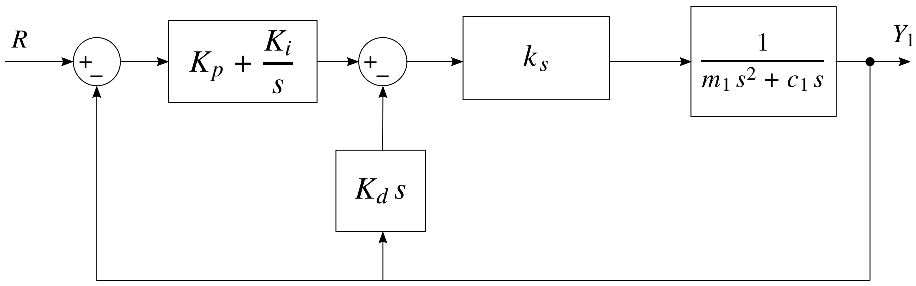


Figura 14: Controle **PI&D** do sistema.

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_s K_p}{m_1}} \ \text{[rad/s]} \tag{12}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_s K_d}{2 m_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_s K_d}{2\sqrt{m_1 k_s K_p}} \tag{13}$$

a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \ .$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 14, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do **PID** aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($K_i = 0$) da Fig. 14 é

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \ s \frac{[m_1 s^2 + (c_1 + k_s K_d) s] R(s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_s K_d) s + K_p k_s} \ ,$$ t

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \to 0} \ s \frac{(m_1 s^2 + c_1 s) R(s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_s K_d) s + K_p k_s} \ .$$ t

Suponha agora que na Fig. 14 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma K_i/s, e na malha interna fosse $K_p + K_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ t, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do **PID** e **PI&D** t.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = K_d/K_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 1 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* é $G_p(s) = k_s/s\,(m_1 s + K_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

6.2 Procedimento experimental

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com um disco magnético montado.

1. No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo Cal.cfg que se encontra na pasta /ea722/programas. Entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\mathbf{sqrt}(Y_{raw}) + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**;

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts = 0.001768s** e se o algoritmo Cal.alg foi carregado. Se não, carregue-o através da opção **Load from disk** usando o arquivo `Cal.alg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;

3. Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 20000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 20000 [counts];

4. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Commanded Position** e **Variable Q10** (valor incremental da posição do disco #1). Especifique uma amostragem de dados a cada 2 ciclos;

5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** [counts], dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position** e **Variable Q10**. Verifique se a trajetória da variável Q10 apresenta pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

6.2.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Certifique-se que o procedimento de inicialização do equipamento foi realizado;

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768** s. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp4.alg` encontrado na pasta `/ea722/programas`, através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de K_p, K_i e K_d no programa;

3. Com $K_i = 0$ determine o valor de K_p e K_d de forma que o sistema se comporte como um sistema de $2^{\underline{a}}$ ordem sub-amortecido com $\omega_n = 8\pi$ rd/s e $\xi = 0,5$. Depois **Implement Algorithm**, **OK**;

4. Ajuste a coleta dos dados de **Command Position**, **Sensor #1 Position**, **Control Effort** e **Q10** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, e especifique uma amostragem de dados a cada **5** ciclos;

5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** counts, **dwell time=1500** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) os resultados experimentais obtidos ⓖ. Observe o erro em regime da resposta do sistema;

7. Introduza o valor $K_i = 5$ no algoritmo `exp4.alg`. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois exporte e plote os resultados experimentais obtidos ⓖ. Observe o erro em regime da resposta do sistema e compare com o caso anterior ⓣ;

8. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3 cm. Não segure o disco por mais do que 2 s para evitar o surgimento de uma força excessiva. Perceba a força a aplicada;

9. Aumente o valor de K_i em 50% e 100% do valor inicial e repita o ensaio do item 7 ⓖ; depois movimente manualmente e perceba a força aplicada. Plote (em tempo real) no eixo direito a variável **Control Effort** e explique o comportamento observado ⓣ. Justifique o aumento da força de compensação com o tempo em termos da ação integral ⓣ;

10. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 3, 7 e 9, e utilize-os para explicar o comportamento observado ⓣ.

6.2.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência do sistema sub-amortecido com a ação derivativa na realimentação (**P&D**).

11. No algoritmo `exp4.alg` selecione K_p e K_d para o caso $\omega_n = 8\pi$ [rad/s], $\xi = 0,2$ e $K_i = 0$;

12. Ajuste a coleta dos dados somente de **Q10** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, e especifique uma amostragem de dados a cada **5** ciclos;

13. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e ajuste uma trajetória do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=4000** counts, **Start Frequency=2** Hz, **End Frequency=9** Hz e **Sweep Time=60** s, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Q10** ⓖ. Para gráfico com eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w,20*log10(amp));`

14. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\xi^2}$) ⓣ;

15. Adote o ganho integral $K_i = 3$. Repita os passos 13 e 14 ⓖ;

16. Plote no Matlab o diagrama de Bode do modelo do sistema ⓖ e compare com os resultados obtidos utilizando o **Sine Sweep**. ⓣ

6.3 Pré-relatório da experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A configuração abaixo será adotada:

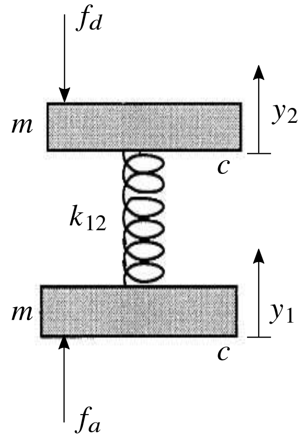


Figura 15: Sistema com dois graus de liberdade e compensação da força do atuador.

- Discos #1 e #2 posicionados de forma a gerar força de repulsão entre si;
- Implementação por software da compensação da força do atuador magnético (bobina).

Dados

m	=	$0,123$	[Kg]	Massa dos discos
c	=	$0,4078$	[N/(m/s)]	Coeficientes de atrito dos discos
k_{12}	=	$37,18$	[N/m]	Constante de mola
k_s	=	100		Ganho do sistema

Considere o sistema de controle da Fig.16, onde $G_c(s) = K_p + K_d\, s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, F_d representa uma força de pertubação e

$$\begin{aligned} N_1(s) &= m\, s^2 + c\, s + k_{12} \\ N_2(s) &= k_{12} \\ D(s) &= m^2 s^4 + 2\, c\, m\, s^3 + (2\, m\, k_{12} + c^2)\, s^2 + 2\, c\, k_{12}\, s. \end{aligned}$$

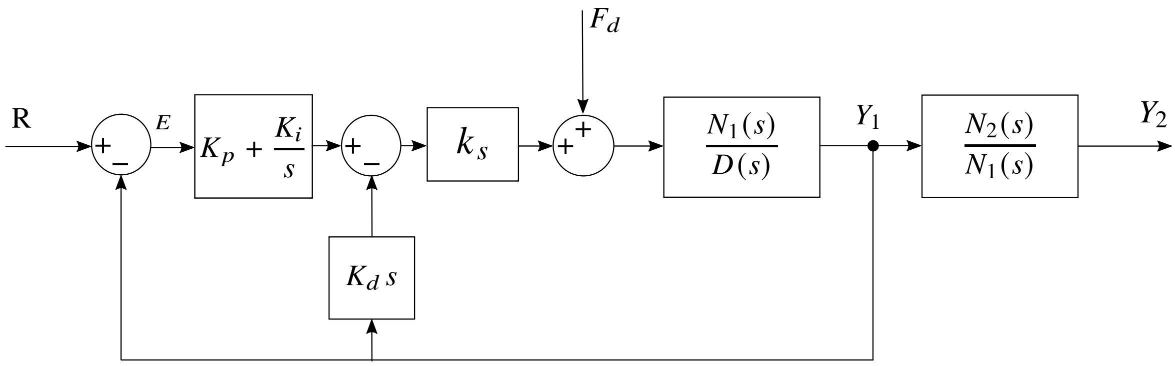


Figura 16: Controle sujeito a perturbações.

Com o objetivo de analisar a influência da força de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PI&D**$_1$: $K_p = 1,0$; $K_d = 0,05$; $K_i = 0,1$ e **PI&D**$_2$: $K_p = 0,4$; $K_d = 0,05$; $K_i = 0,05$.

1. Analise as localização dos polos das funções de transferência $Y_1(s)/R(s)$ e $Y_2(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores PI&D$_1$ e PI&D$_2$. Quais são os polos dominantes em cada caso? Analise os comportamentos temporais de Y_1 e Y_2 para uma entrada degrau;
2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência:
   de malha aberta $k_s\, G_c(s)\,.\,\dfrac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\dfrac{Y_1(s)}{F_d(s)}$;
3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PI&D** através de diagramas de Bode.

Referências

[1] ECP. *Manual for Model 505 - Inverted Pendulum - Educational Control Products*, 1994.

[2] ECP. *Manual for Model 220 - Industrial Emulator/Servo Trainer - Educational Control Products*, 1995.

[3] ECP. *Manual for Model 205/205a - Torsional Control System - Educational Control Products*, 1997.

[4] ECP. *Manual for Model 210/210a - Rectilinear Control System - Educational Control Products*, 1998.

[5] ECP. *Manual for Model 730 - Magnetic Levitation System - Educational Control Products*, 1999.

[6] P. A. V. Ferreira. Introdução aos Sistemas de Controle. Notas de aula, prof. Paulo Valente. FEEC-UNICAMP, 1999.

[7] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson Education Limited, 8th edition, 2018.

[8] J.C. Geromel and R.H. Korogui. *Controle Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2011.

[9] J.C. Geromel and A.G.B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2019.

[10] D.J. Higham and N.J. Higham. *MATLAB Guide*. Siam, 3rd edition, 2017.

[11] The MathWorks Inc. *MATLAB and Simulink® Coverage™ User's Guide*. The MathWorks, Inc., 2022.

[12] N.S. Nise. *Control System Engineering*. Wiley, 8th edition, 2019.

[13] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, 5th edition, 2010.