Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

UNICAMP

Experiência 3:

Controle PD e P&D dos sistemas ECP

4 de setembro de 2024

Conteúdo

1 Introdução aos controladores PD

Esta experiência trata com conceitos associados ao controle proporcional-derivativo (PD). Controladores PD encontram aplicações em várias áreas, como no controle de máquinas-ferramentas e no controle de atitude de sistemas aeroespaciais.

Uma estrutura clássica para o controle em malha fechada de uma planta de $2^{\underline{a}}$ ordem hipotética

$$G_p(s) = \frac{c_0}{s\,(s+c_1)}\ ,$$

através de um controlador PD

$$G_c(s) = K_p + K_d\, s\ ,$$

onde K_p, K_d são os ganhos proporcional e derivativo, é apresentada na Fig.1.

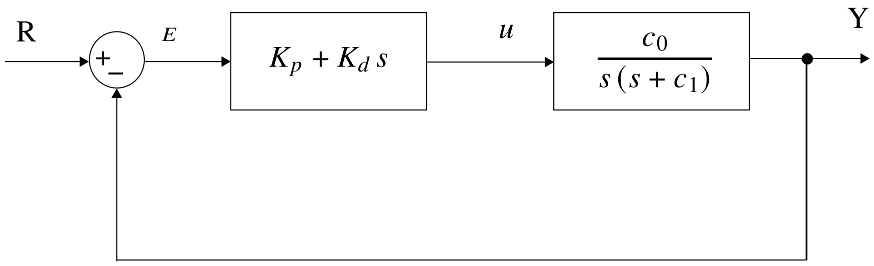

Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

Suponha inicialmente que $kd = 0$ e que portanto o sinal de controle é apenas proporcional ao sinal de erro: $u(t) = K_p\ e(t),\ t \geqslant 0$. Suponha ainda que nesta situação, a saía do sistema exibe o comportamento ilustrado na Fig. 2.

Uma análise do comportamento do sistema em malha fechada no domínio do tempo evidencia que:

1. No intervalo $0 < t < t_1$, o erro é positivo, assim como o sinal de controle. O elevado *overshoot* e as oscilações subsequentes na saída são devidas ao excessivo valor do controle e à falta de amortecimento suficiente durante este intervalo;

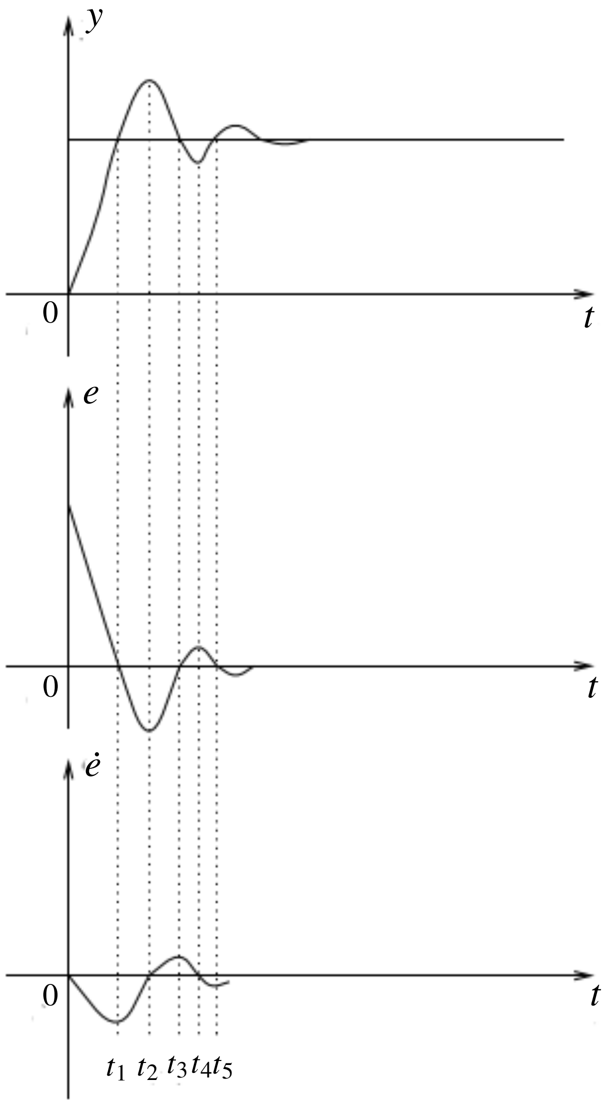

Figura 2: Análise das ações proporcional e derivativa.

2. No intervalo $t_1 < t < t_3$, o erro é negativo, assim como o sinal de controle. O sinal de controle tende a desacelerar a saída, causando a sua reversão e o *undershoot*;

3. No intervalo $t_3 < t < t_5$, o erro é positivo, assim como o sinal de controle. O sinal de controle positivo é uma resposta ao *undershoot* verificado no intervalo anterior. Como por hipótese o sistema é estável em malha fechada, as amplitudes das oscilações são reduzidas progressivamente até que a saída do sistema alcance seu valor final.

Assim, os fatores que contribuem para o elevado *overshoot* são:

- O sinal de controle no intervalo $0 < t < t_1$ é muito grande;
- O sinal de controle no intervalo $t_1 < t < t_2$ não é adequado.

Neste sentido, a adoção de um controlador proporcional-derivativo gerando um sinal de controle $u(t) = K_p\, e(t) + K_d\, \dot{e}(t),\ t \geqslant 0$ teria as seguintes implicações:

1. No intervalo $0 < t < t_1$, a derivada do erro é negativa, o que tende a reduzir a ação de controle gerada pela parte proporcional;

2. No intervalo $t_1 < t < t_2$, tanto o erro quanto a derivada do erro são negativas. A ação de reversão será maior do que a produzida apenas pela parte proporcional;

3. No intervalo $t_2 < t < t_3$, o erro (negativo) e a derivada do erro (positiva) têm sinais opostos. A ação proporcional (negativa) que contribuiria para o *undershoot* é também reduzida.

O controlador PD introduz uma componente *antecipativa* em relação ao controlador proporcional, pois dispõe da informação a respeito da tendência do erro e pode utilizá-la para antecipar ações destinadas a reduzir *overshoot* e oscilações em geral.

Exercício 1: Mostre que a função de transferência de malha fechada do sistema representado na Fig.1 é dada por t

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_d\, c_0\, s + K_p\, c_0}{s^2 + (c_1 + k_d\, c_0)\, s + K_p\, c_0} \tag{1}$$

Observa-se através do denominador da função de transferência de malha fechada (1) que um dos efeitos da ação derivativa é aumentar o amortecimento do sistema, o que contribui para a diminuição do *overshoot*. Observe também que a ação derivativa não tem efeito sobre o valor de estado estacionário.

Exercício 2: Mostre que para uma entrada degrau unitário,

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0}\ s\, Y(s)\ =\ 1\,,$$

isto é, o mesmo valor que seria obtido com um controlador proporcional. t

Uma análise no domínio das frequências (Fig.3) mostra que o controlador PD é essencialmente um filtro passa-alta. De fato, indicando que a amplitude de $G_c(j\omega)$ cresce com uma inclinação de 20 dB/dec a partir da frequência de corte $\omega = K_p/K_d$ [rd/s] e que a fase de $G_c(j\omega)$ tende a 90^0.

$$G_c(j\omega) = K_p\,(\frac{K_d}{K_p} j\omega + 1)$$

O controlador PD adiciona fase ao sistema, o que é desejável para garantir a estabilidade do sistema realimentado. Além disso, desloca a frequência de cruzamento com 0 dB (*crossover*) para a direita, o que aumenta a largura de banda e reduz o tempo de subida do sistema. Por outro lado, ao aumentar a largura de banda, o controlador PD acentua sinais (ruídos) de alta frequência, o que pode deteriorar a resposta do sistema.

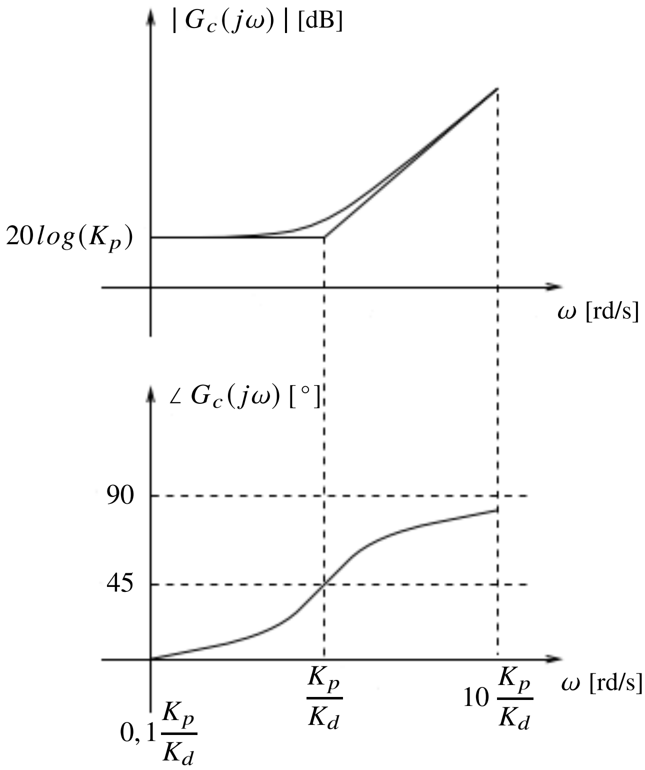

Figura 3: Diagramas de Bode de $G_c(s)$.

1.1 Forma alternativa: controle P&D

Em certas situações é conveniente implementar o controlador PD como na Fig.4 abaixo. Denotaremos por P&D essa forma de controle, para distingui-la da forma PD original como na Fig.1. O controlador P&D é também conhecido como controle PD com realimentação de velocidade.

Uma razão para adotar a implementação ilustrada na Fig.4 é que de acordo com a implemen-

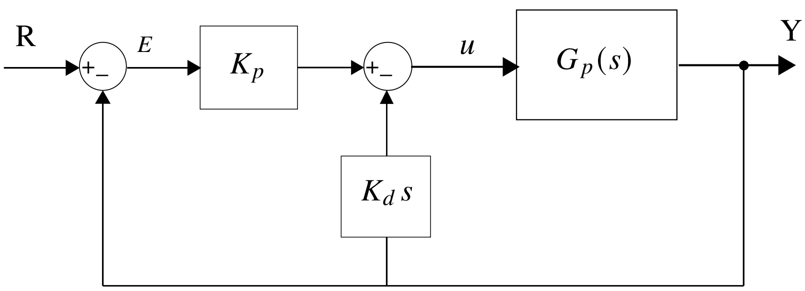

Figura 4: Modificação do controlador PD clássico, denotada por P&D.

tação clássica da Fig.1, se a referência for um degrau, então no instante inicial o controlador PD gera um impulso. Por outro lado, através da implementação da Fig.4, o sinal de controle é $u(t) = K_p\, e(t) - K_d\, \dot{y}(t)$, que não envolve a derivada da entrada. Observe que a segunda implementação é qualitativamente equivalente à primeira, pois ao invés de antecipar a tendência do erro, a ação derivativa antecipa a tendência da saída com o sinal trocado.

Exercício 3: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.4 é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p\, c_0}{s^2 + (c_1 + k_d\, c_0)\, s + K_p\, c_0}\,, \tag{2}$$

e que portanto possui a mesma equação característica da implementação clássica. ⓣ

Observa-se que (2) também apresenta a propriedade de aumento do amortecimento verificada em (1), mas que devido a ausência do zero, as características ligadas à adição de fase ao sistema ficam prejudicadas.

Exemplo 1: Considere um sistema com a função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s\,(s+2)}\,,$$

e duas situações: a) controlador PD; b) controlador P&D. Em ambos adota-se $K_p = 0,1$ e $K_d = 0,01$. Os diagramas de Bode do sistema em malha fechada correspondentes são apresentados na Fig.5, mostrando claramente a influência do zero extra no controlador PD clássico.

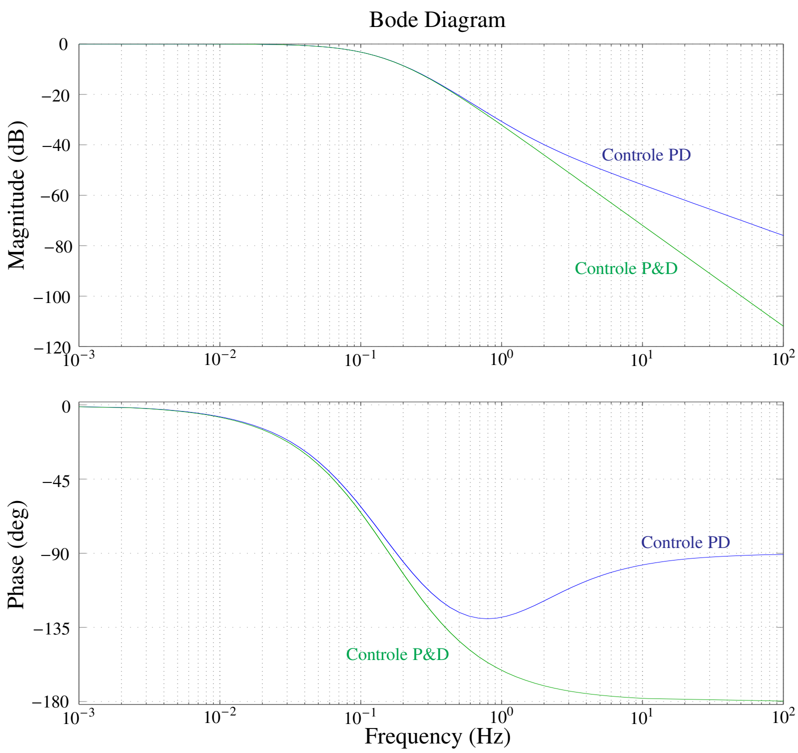

Figura 5: Diagramas de Bode do Exemplo 1: controlador PD e P&D.

2 Emulador Industrial

Nota: Os símbolos g , t, d e s indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink™ e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema rígido serão obtidos para a seguinte configuração:

- Sistema rígido apenas com o disco de atuação;
- Correia do disco de atuação ao dispositivo SR desconectada;
- Inércias adicionais sobre o disco de atuação: 4 massas de $0,212\ Kg$ dispostas a $5\,cm$ do centro do disco.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de hardware é dado por

$$Gp(s) = \frac{k_{hw}}{J\,s^2 + c_d\,s}\ , \qquad J = J_d + J_w$$

referente à configuração acima, e $J_w = 4.m\,(dist^2 + dia^2/8)$, sendo m a massa, $dist$ e dia respectivamente, a distância do centro do disco e o diâmetro de cada peso.

2.1 Controle P&D do sistema rígido

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema rígido pode ser representado como na Fig.6.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.6 é t

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}\,K_p\,/J}{s^2 + ((c_d + k_{hw}\,K_d)\,/J)\,s + k_{hw}\,K_p\,/J}\ ,$$

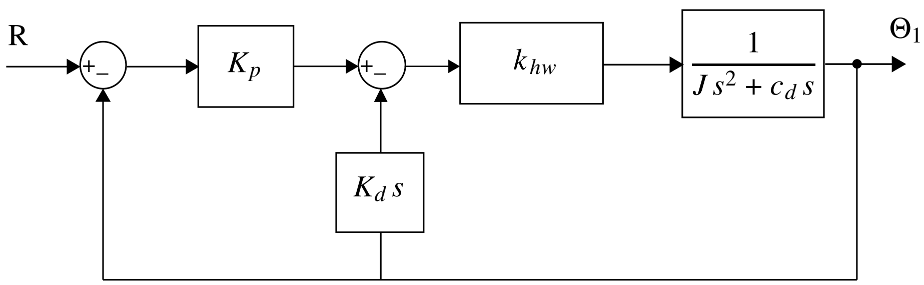

Figura 6: Controle em malha fechada do sistema rígido.

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\,K_p}{J}} \quad \text{[rd/s]} \tag{3}$$

$$\xi := \frac{c_d + k_{hw}\,K_d}{2\,J\,\omega_n} = \frac{c_d + k_{hw}\,K_d}{2\sqrt{J\,k_{hw}\,K_p}} \tag{4}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\,\xi\,\omega_n\,s + \omega_n^2}\,.$$

2.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (K_p) e do ganho derivativo (K_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 2. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Ajuste a tampa de acrílico na sua posição original;

2. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time = **5000**ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**. Este procedimento faz com que a placa do controlador adquira dados durante **10**s, mantendo o sistema em regulação ($R(s) = 0$). O procedimento pode ser usado para ajustar o período de aquisição de dados;

3. Por meio de (3), determine o valor de K_p (com $K_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador harmônico mola-inércia de frequência 2 Hz ⓣ;

4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts = 0.000884 s** e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de K_p calculado acima (certifique-se de que $K_p < 0.2$), atribua $K_d = K_i = 0$, selecione OK e depois **Implement Algorithm**;

5. Selecione **Execute** no **menu Command**. Prepare-se para rotacionar o disco de atuação por aproximadamente 10°. Rotacione o disco por 10°, selecione **Run**, e libere o disco. Não segure o disco rotacionado por mais do que **2**s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;

6. Exporte a saída do **Encoder #1** e plote um gráfico usando o Matlab (para isso use o script `plotRawData.m`) ⓖ. Determine a frequência de oscilação exibida pelo sistema ⓣ. O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado ⓣ? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão ⓖ ⓣ. Explique porque não se obtém um oscilador harmônico perfeito ⓣ;

7. Utilizando novamente o ganho K_p obtido no item 3, calcule agora o ganho K_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (4) ⓣ. Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione Execute no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** ⓖ. Comente e explique o comportamento observado ⓣ. Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho K_d seria negativo como o obtido neste experimento ⓣ;

8. Determine o valor do ganho derivativo K_d para que $K_d\, k_{hw} = 0.05$ [N-m/(rd/s)] ⓣ, e implemente o controlador com **Ts = 0.006188 s**, atribuindo o valor calculado de K_d (certifique-se de que $K_d < 0.05$) e $K_i = K_p = 0$;

9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o disco nas duas direções. Não force o disco em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o disco ⓣ?

10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de K_d cinco vezes maior (mas mantendo $K_d < 0.05$). Pode-se observar o aumento no amortecimento ⓣ?

2.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (3) e (4), projete controladores P&D (i.e., determine os valores de K_p e K_d) para obter frequência natural $\omega_n = 8\pi$ [rad], e os seguintes amortecimentos(a) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), (b) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e (c) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) ⓣ;

12. Implemente o controlador sub-amortecido (**Ts = 0.00442 s**) e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **2000** counts, dwell time = **1500 ms** e **1** (uma) repetição;

13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) ⓖ;

14. Repita os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido ⓖ e sobre-amortecido ⓖ;

15. Projete um controlador P&D para atender as seguintes especificações de desempenho: $10\% \leqslant M_p \leqslant 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime - critério de 5%. O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\,\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \ \ \text{(em \%)},$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\,\omega_n} \ \ \text{(critério de 5\%)}\ ,$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida ⓖ com a esperada teoricamente ⓣ.

2.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 5$ [Nm/rd-s]. Simule o controlador com este valor de K_i e os valores de K_p e K_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

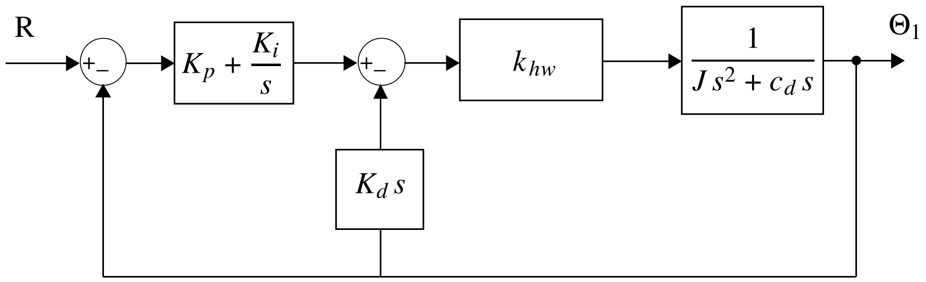

Figura 7: Controle em malha fechada do sistema rígido.

2. Dobre o valor de K_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($K_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

3 Sistema Retilíneo

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema retilíneo serão obtidos para a seguinte configuração. Apenas o primeiro carro será utilizado.

- 4 massas de 500 g sobre o carro #1;
- Molas e amortecedor desconectadas do carro #1.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s}, \qquad m_1 = m_{c_1} + m_w$$

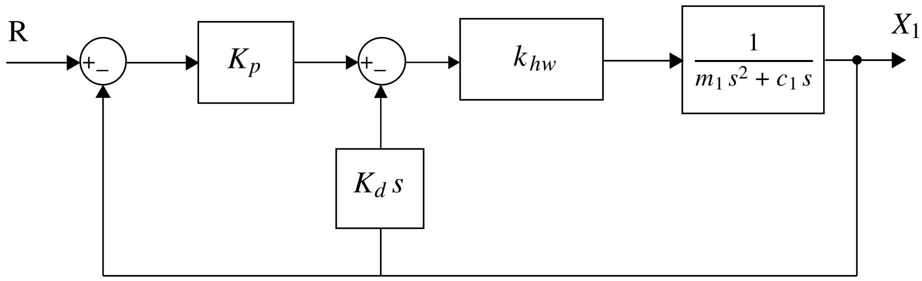

Figura 8: Controle em malha fechada do sistema rígido.

3.1 Controle P&D do sistema rígido

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema rígido pode ser representado como na Fig.8.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.8 é ⓣ

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}\, K_p\, /m_1}{s^2 + ((c_1 + k_{hw}\, K_d)\, /m_1)\, s + k_{hw}\, K_p\, /m_1}\ ,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\, K_p}{m_1}}\ \ [\text{rd/s}] \tag{5}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\, m_1\, \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}\, K_d}{2\sqrt{m_1\, k_{hw}\, K_p}} \tag{6}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\,\omega_n\, s + \omega_n^2}\ .$$

3.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (K_p) e do ganho derivativo (K_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 3. Certifique-se de que as massas estejam firmemente ajustadas sobre o carro;

2. Através de (5), determine o valor de K_p (com $K_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador de frequência 2 Hz ⓣ;

3. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time = **3000**ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**;

4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts = 0.00442 s** e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de K_p calculado acima (certifique-se de que $K_p < 0.08$), atribua $K_d = K_i = 0$, selecione OK e depois **Implement Algorithm**;

5. Selecione **Execute** no **menu Command**. Prepare-se para deslocar o carro de aproximadamente 1 cm. Desloque o carro de 1 cm, selecione **Run**, e libere o carro. Não segure o carro deslocado por mais do que **1**s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;

6. Exporte a saída do **Encoder #1** e plote um gráfico usando o Matlab (para isso use o script plotRawData.m) ⓖ. Compare a frequência de oscilação do sistema com a prevista teoricamente ⓣ. O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado ⓣ? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão ⓖ ⓣ. Explique porque não se obtém um oscilador harmônico perfeito ⓣ;

7. Utilizando novamente o ganho K_p obtido no item 2, calcule agora o ganho K_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (6) ⓣ. Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione Execute no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** ⓖ. Comente e explique o comportamento observado ⓣ. Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho K_d seria negativo como o obtido neste experimento ⓣ;

8. Determine o valor do ganho derivativo K_d para que $K_d\, k_{hw} = 50$ [N-m/(rd/s)] ⓣ, e implemente o controlador com **Ts = 0.006188 s**, atribuindo o valor calculado de K_d (certifique-se de que $K_d < 0.05$) e $K_i = K_p = 0$;

9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o disco nas duas direções. Não force o disco em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o carro ⓣ?

10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de K_d cinco vezes maior (mas mantendo $K_d < 0.02$). Pode-se observar o aumento no amortecimento ⓣ?

3.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (5) e (6), projete controladores P&D (i.e., determine os valores de K_p e K_d) para obter frequência natural $\omega_n = 8\pi$ [rad], e os seguintes amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) ⓣ;

12. Implemente o controlador sub-amortecido e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **2500** counts, dwell time = **1000 ms** e **1** (uma) repetição;

13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) g;

14. Repita os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido g e sobre-amortecido g;

15. Projete um controlador P&D para atender as seguintes especificações de desempenho: $10\% \leqslant M_p \leqslant 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime - critério de 5%. O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por
$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \ \ (\text{em } \%),$$
e
$$t_s = \frac{3}{\xi\,\omega_n} \ \ (\text{critério de } 5\%)\ ,$$
respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida g com a esperada teoricamente t.

3.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 7500$ [N-m/rd-s]. Simule o controlador com este valor de K_i e os valores de K_p e K_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

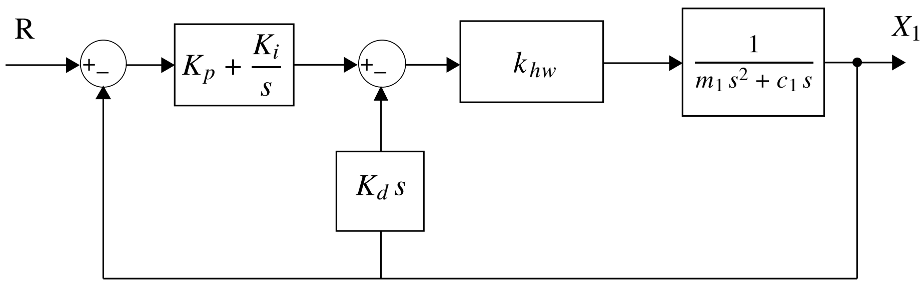

Figura 9: Controle em malha fechada do sistema.

2. Dobre o valor de K_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($K_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

4 Sistema Torcional

Nota: Os símbolos (g) , (t), (d) e (s) indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema torcional serão obtidos para a seguinte configuração:

- Discos #2 e #3 removidos;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: 2 massas de 0.500 Kg dispostas a 9 cm do centro do disco.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + c_1 s}\,, \qquad J_1 = J_{d_1} + J_w\,,$$

referente à configuração acima, e $J_w = 2.m\,(dist^2 + dia^2/8)$, sendo m a massa, $dist$ e dia respectivamente, a distância do centro do disco e o diâmetro de cada peso.

4.1 Controle P&D do sistema torcional

O controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.10.

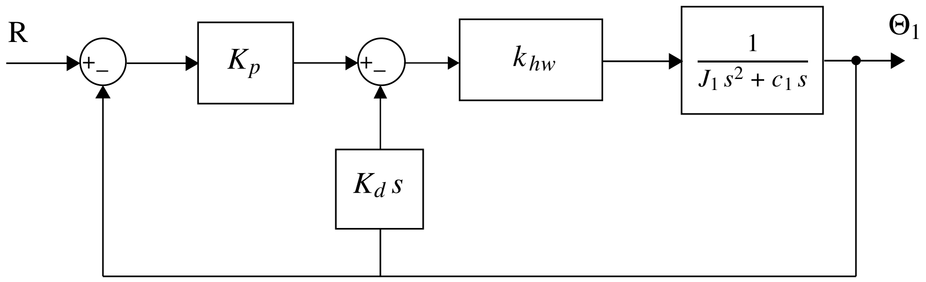

Figura 10: Controle em malha fechada do sistema rígido.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.10 é (t)

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}\,K_p\,/J_1}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}\,K_d)\,s + k_{hw}\,K_p]\,/J_1}\,,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw}\,K_p}{J_1}} \quad \text{[rd/s]} \tag{7}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw} K_d}{2 J_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw} K_d}{2\sqrt{J_1 k_{hw} K_p}} \tag{8}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad .$$

4.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (K_p) e do ganho derivativo (K_d).

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Sessão 4. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração;

2. Por meio de (7), determine o valor de K_p (com $K_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador mola-inércia de frequência 2 Hz ⓣ;

3. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #1** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**. Ajuste um degrau em malha fechada de **0 (zero)** counts, dwell time = **2000** ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**. Este procedimento faz com que a placa do controlador adquira dados durante 4 s, mantendo o sistema em regulação ($R(s) = 0$). O procedimento pode ser usado para ajustar o período de aquisição de dados;

4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts = 0.00442 s** e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador PI&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de K_p calculado acima (certifique-se de que $K_p < 0.10$), atribua $K_d = K_i = 0$, selecione OK e depois **Implement Algorithm**;

5. Selecione **Execute** no **menu Command**. Prepare-se para rotacionar o disco de atuação por aproximadamente 10°. Rotacione o disco por 10°, selecione **Run**, e libere o disco. Não mantenha o disco rotacionado por mais do que **2**s, uma vez que a proteção térmica do motor abre a malha de controle nesta situação;

6. Exporte a saída do **Encoder #1** e plote um gráfico usando o Matlab (para isso use o script `plotRawData.m`) ⓖ. Determine a frequência de oscilação exibida pelo sistema ⓣ. O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado ⓣ? Repita os passos 4 e 5 e compare com a sua previsão ⓖ ⓣ. Explique porque não se obtém um oscilador harmônico perfeito ⓣ;

7. Utilizando novamente o ganho K_p obtido no item 2, calcule agora o ganho K_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (8) ⓣ. Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione Execute no menu **Command**, e selecione **Run**. Exporte e plote a saída do **Encoder #1** e do **Commanded Position** ⓖ. Comente e explique o comportamento observado ⓣ. Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho K_d seria negativo como o obtido neste experimento ⓣ;

8. Determine o valor do ganho derivativo K_d para que $K_d\, k_{hw} = 0.10$ [N-m/(rd/s)] ⓣ, e implemente o controlador com o novo valor de K_d (certifique-se de que $K_d < 0.10$) e $K_i = K_p = 0$;

9. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente o disco nas duas direções. Não force o disco em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o disco ⓣ?

10. Repita os passos 8 e 9 para um valor de K_d cinco vezes maior (mas mantendo $K_d < 0.30$). Pode-se observar o aumento no amortecimento ⓣ?

4.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (7) e (8), projete controladores P&D (i.e., determine os valores de K_p e K_d) para obter frequência natural $\omega_n = 4\pi$ [rad], e os seguintes amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) ⓣ;

12. Implemente o controlador sub-amortecido e ajuste a trajetória para um degrau de malha fechada de **3500** counts, dwell time = **2000 ms** e **1** (uma) repetição;

13. Execute a trajetória e exporte os dados. Plote no mesmo gráfico (eixo) a trajetória comandada e a trajetória de saída (**Encoder #1**) ⓖ;

14. Repita os passos 12 e 13 para os casos criticamente amortecido ⓖ e sobre-amortecido ⓖ;

15. Projete um controlador P&D para atender as seguintes especificações de desempenho: $10\% \leqslant M_p \leqslant 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.5$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime - critério de 5%. O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\,\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \quad \text{(em \%)},$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\,\omega_n} \quad \text{(critério de 5\%)}\,,$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida ⓖ com a esperada teoricamente ⓣ.

4.2 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura abaixo. Calcule K_i tal que $K_i\,k_{hw} = 3$ [N-m/rd-s]. Simule o controlador com este valor de K_i e os valores de K_p e K_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

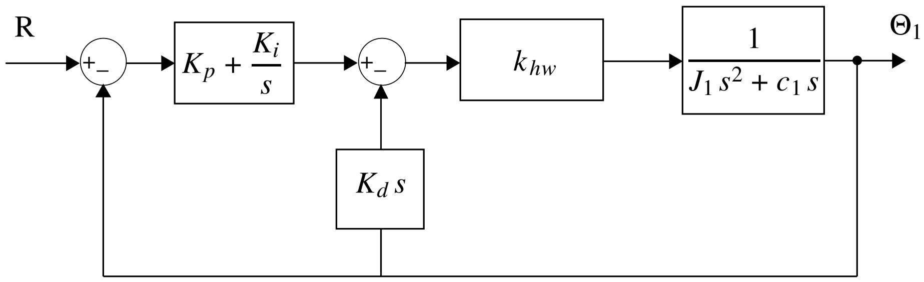

Figura 11: Controle em malha fechada do sistema rígido.

2. Dobre o valor de K_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($K_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

5 Pêndulo Invertido: controle PD da haste deslizante

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle PD do pêndulo invertido serão obtidos para as seguintes configurações:

- Haste rotacional bloqueada;
- Haste rotacional livre.

5.1 Haste rotacional bloqueada

Nesta parte da experiência, considera-se o controle PD da haste deslizante do pêndulo, travando-se a haste rotacional com os calços de madeira. A função de transferência para esta configuração é dada por

$$Gp(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1\,s^2 + c_1\,s}$$

onde

$F(s)$ -	força aplicada à haste deslizante
$X(s)$ -	deslocamento linear da haste deslizante
k_{hw} -	ganho de hardware
m_1 -	massa total da haste com os pesos "orelhas"
c_1 -	coeficiente de atrito viscoso na haste deslizante

O controle PD em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig.12.

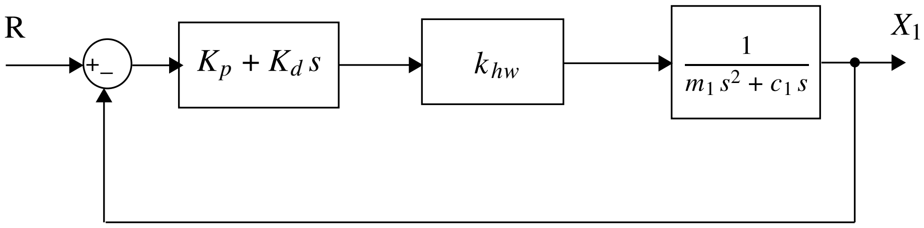

Figura 12: Controle PD da haste.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.12 é

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw} K_p / m_1}{s^2 + ((c_1 + k_{hw} K_d)/m_1) s + k_{hw} K_p / m_1} ,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_{hw} K_p}{m_1}} \quad [\text{rd/s}] \tag{9}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw} K_d}{2 m_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw} K_d}{2 \sqrt{m_1 k_{hw} K_p}} \tag{10}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \xi \omega_n s + \omega_n^2} .$$

5.2 Haste rotacional livre

A estratégia de controle completa para o pêndulo invertido quando a haste rotacional estiver livre envolve duas malhas de controle: uma interna e outra externa. A malha interna controla a posição linear da haste deslizante através de um controlador PD. A malha externa controla a posição angular do pêndulo através de uma estratégia simples de alocação de polos. Nesta parte da experiência discute-se o projeto de controladores PD para a posição linear da haste deslizante (malha interna).

O projeto do controle baseia-se num modelo simplificado do sistema, representado na Fig.13.

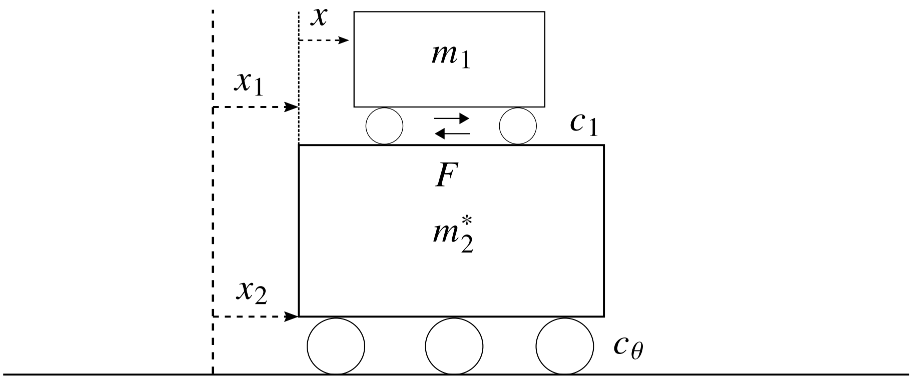

Figura 13: Modelo simplificado do sistema.

Para pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio, o conjunto pêndulo-haste pode ser visto como um sistema composto por duas massas deslizantes com transmissão de força entre elas. Na Fig.13, m_1 representa a massa equivalente da haste, m_2^* a massa equivalente do pêndulo e contra-peso, x_2 a posição linear do pêndulo e x a posição da haste relativa ao pêndulo, que é objeto do projeto inicial de controle. Considerando o atrito viscoso com coeficiente c_1 e assumindo que $c_\theta \approx 0$, temos que

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x_1} &= F - c_1 \dot{x} \\ m_2^* \ddot{x_2} &= -F + c_1 \dot{x} \end{aligned}$$

onde x_1 é a posição da haste relativa ao referencial do pêndulo. Logo $x_1 = x_2 + x$ e portanto

$$m_1(\ddot{x_2} + \ddot{x}) = F - c_1 \dot{x} \ .$$

Usando a segunda expressão, obtém-se

$$m^* \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F \,, \qquad m^* = \frac{m_1 m_2^*}{m_1 + m_2^*}$$

A massa m_2^* pode ser obtida a partir do momento de inércia do conjunto sem a haste através de

$$m_2^* \ell_0^2 = \overline{J}$$

onde ℓ_o é o comprimento da haste e $\overline{J}$ é o momento de inércia do pêndulo sem a haste. O sistema de controle em malha fechada do sistema simplificado pode ser representado como na Fig.12, tomando-se $m = m^*$. O sistema de malha fechada equivalente terá frequência natural de oscilação ω_n e fator de amortecimento ξ calculados a partir das equações (9) e (10), tomando-se $m = m^*$.

5.3 Procedimento experimental

5.3.1 Procedimento experimental - haste rotacional presa

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (K_p) e do ganho derivativo (K_d).

1. Ajuste o equipamento travando a haste rotacional com os calços de madeira apropriados e com os pesos 'donuts' da haste instalados. Coloque a haste deslizante na posição central ($x = 0$) e zere os sensores através do menu **Utility - Zero Position**;

2. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #2** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data** e adote 2 como **Sample Period**. Ajuste um degrau em malha fechada de **1000 (zero)** counts, dwell time = **2000**ms e **1** (uma) repetição através da opção **Trajectory** do menu **Command**;

3. Por meio de (9), determine o valor de K_p (com $K_d = 0$) de forma a fazer o sistema se comportar como um oscilador de frequência 4 Hz ⓣ;

4. Na opção **Control Algorithm** do menu **Set-up**, faça **Ts = 0.00442 s** e selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PI with Velocity Feedback** (corresponde ao controlador P&D) e **Set-up Algorithm**. Atribua o valor de K_p calculado acima (certifique-se de que $K_p < 0.2$), atribua $K_d = K_i = 0$, selecione **Encoder #2** e depois **Implement Algorithm**;

5. Selecione **Execute** no **menu Command**, e selecione **Run**. Exporte a saída do **Encoder #2** e do **Command Position**, e plote um gráfico usando o Matlab (para isso use o script plotRawData.m) ⓖ. Tente medir a frequência de oscilação e compare com a prevista teoricamente ⓣ. Explique porque não se obtém um oscilador harmônico perfeito ⓣ. O que acontece quando o ganho proporcional é dobrado ⓣ? Repita o passo 4 com o ganho proporcional dobrado ⓖ e compare com a sua previsão ⓣ;

6. Utilizando novamente o ganho K_p obtido no item 3, calcule agora o ganho K_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (10) ⓣ. Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione Execute no menu **Command**, e selecione **Run**. Plote a saída do **Encoder #2** e do **Commanded Position** ⓖ. Comente e explique o comportamento observado ⓣ. Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho K_d seria negativo como o obtido neste experimento ⓣ;

7. Determine o valor do ganho derivativo K_d para que $K_d\,k_{hw} = 9$ [N-m/(rd/s)] ⓣ, e implemente o controlador com o valor obtido (certifique-se de que $K_d < 0.03$) e $K_i = K_p = 0$;

8. Após checar a estabilidade do sistema deslocando-o ligeiramente, movimente a haste nas duas direções. Não force a haste em demasia pelos mesmos motivos do passo 5. A que se deve atribuir o aumento do atrito viscoso observado ao se deslocar o carro ⓣ?

9. Repita os passos 7 e 8 para um valor de K_d cinco vezes maior (mas mantendo $K_d < 0.03$). Pode-se observar o aumento no amortecimento ⓣ?

5.3.2 Procedimento experimental - haste livre

10. A configuração adotada corresponde à descrita na seção 5.2. Utilizam-se os 'donuts' da haste, o contra-peso do pêndulo e a distância do contra-peso ao pivot é de $\ell_t = 10\,\text{cm}$ (configuração estável);

11. Ajuste a coleta de dados do **Encoder #2** e **Commanded Position** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, com amostragem de dados a cada dois períodos. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e selecione **Impulse - Set-up**. Selecione **Closed Loop Impulse** com tamanho de **1000** counts, largura de pulso de **1000** ms, Dwell Time de **4000** ms e uma repetição. Retorne ao **Background Screen** clicando **OK** sucessivamente. O controlador está agora preparado para comandar um pulso positivo de **1000** counts (cerca de 2 cm) e continuar a aquisição de dados por mais **4000** ms;

12. Por meio das equações (9) e (10), projete controladores PD (isto é, determine os valores de K_p e K_d) para obter frequência natural $\omega_n = 30\pi$ [rad], e amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) e 3) $\xi = 2.0$ (sobre-amortecido) em malha fechada t. Os passos 13-17 a seguir devem ser executados para os três conjuntos de ganhos K_p e K_d obtidos;

13. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** do menu **Set-up** e defina o período **Ts=0.00442s**. Selecione **Continuous Time Control**. Selecione **PID** e **Set-up Algorithm**. Atribua os valores de K_p e K_d ($K_i = 0$), selecione **Encoder #2** para realimentação e clique **OK**;

14. Posicione o mecanismo com a haste no meio da sua excursão, de tal forma que o pêndulo fique aproximadamente na vertical. Selecione **Implement Algorithm** e clique **OK**;

15. Selecione **Execute** no menu **Command** e clique **Run**. A haste deve se movimentar para frente e para trás cerca de 2 cm, ao mesmo tempo em que o pêndulo balança devido à reação ao movimento da haste;

16. Plote os dados do **Encoder #2** e do **Commanded Position** no mesmo gráfico (eixo esquerdo) g. Em seguida acrescente a posição da haste principal (**Encoder #1**) no gráfico (eixo direito) e plote novamente g;

17. Para observar melhor o comportamento da haste principal, repita o experimento aumentando o tempo de aquisição de dados. Para isso, adote o Dwell Time de **14000** ms no menu **Trajectory - Impulse - Set-up** e repita os passos anteriores até obter o gráfico do item 16 g;

18. Compare o comportamento observado para os ajustes sub-amortecido, criticamente amortecido e sobre-amortecido com o previsto pelo modelo linear da Fig.12 t;

19. Projete um controlador P&D para atender as seguintes especificações de desempenho: $10\% \leqslant M_p \leqslant 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.1$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime - critério de 5%. O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \ \text{(em \%)},$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \ \text{(critério de 5\%)},$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida ⓖ com a esperada teoricamente ⓣ.

5.4 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D para o pêndulo com a haste rotacional travada, cujo diagrama de blocos está representado figura abaixo. Calcule os valores de K_p e K_d para um controlador do tipo P&D ajustado para ser criticamente amortecido e com frequência natural de oscilação ao $\omega_n = 14\pi$ [rd/s]. Adicione o ganho K_i para obter o controlado completo PI&D tal que $k_i\, k_{hw} = 2500$ [N-m/s]. Simule o controlador com este valor de K_i;

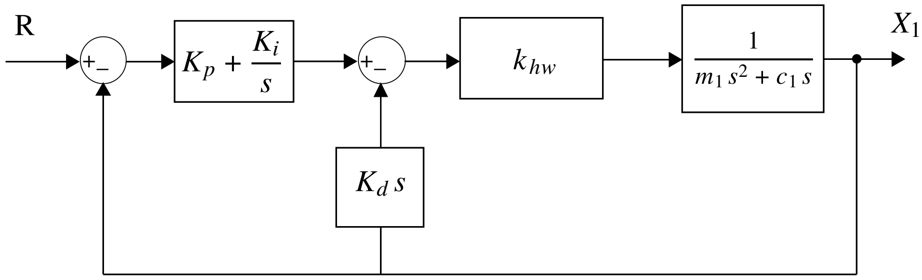

Figura 14: Controle em malha fechada do sistema.

2. Dobre o valor de K_i obtido no item anterior, e compare as respostas. A seguir faça $K_i = 0$ (sistema criticamente amortecido) e compare com as simulações anteriores;
3. Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?
4. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

6 Levitador Magnético

Nota: Os símbolos ⓖ , ⓣ, ⓓ e ⓢ indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvem o uso do controle P&D do sistema levitador configurado com apenas um disco magnético.

O modelo não-linear completo do levitador magnético foi apresentado na Experiência 1 na configuração com um único disco (disco #1). Supondo aqui que não circule corrente pela bobina #2, o modelo se reduz ao apresentado a seguir (em unidades do MKS):

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 = \frac{u_1}{a\,(k_s\, y_1 + b)^4} - m_1\, g \tag{11}$$

onde:

- m_1: é a massa do disco magnético #1, medida em [kg];
- c_1: é o coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar, medido em [Ns/m];
- y_1: é a altura do disco #1, medida em [m];
- u_1: é a corrente na bobina #1, medida em [A];
- u_2: é a corrente na bobina #2, medida em [A];
- y_c: é a distância entre as bobinas #1 e #2, medida em [cm];
- k_s: é a relação de metros para centímetros, ou seja, $k_s = 100$;
- a e b: são constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.

Levando agora em conta as relações entre as unidades do MKS e as unidades empregadas no ECP o modelo não-linear com um disco em (11), já calibrado e nas unidades empregadas pelo ECP, é apresentado a seguir

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}} + c_1 \dot{y}_{1_{cal}} = \frac{k_s\, u_{1_{counts}}}{a\,(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - k_s\, 10^4 m_1\, g \tag{12}$$

Lembrando que foram utilizadas as relações de conversão [counts] e [N], e entre [counts] e [m], que são dadas por

$$1\,[\mathrm{N}] = 10^4\ [\mathrm{counts}] \quad \mathrm{e} \quad 1\,[\mathrm{m}] = 10^4\, k_s\ [\mathrm{counts}]$$

Nas experiências 1 e 2 o modelo linear equivalente foi obtido através do desenvolvimento em Taylor da parcela não-linear em (6). A partir desta experiência, e até a conclusão desta disciplina, iremos adotar uma outra estratégia para tratar não-linearidades, utilizando o procedimento conhecido por *compensação de não-linearidade*. A ideia é simples, e funciona para não-linearidades algébricas cuja função é conhecida com bastante precisão. Exemplificando, se $v = f(w)$ representa a relação algébrica não-linear entre as variáveis w e v, pode-se obter w da medida de v, tomando-se $z = f^{-1}(v) = w$, supondo é claro, que a função ao inversa f^{-1} seja bem definida. No caso da equação diferencial em (6),

$$v = f(w) = \frac{w}{a\,(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4}\,, \quad z = f^{-1}(v) = a\,(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4 \,.\, v = w$$

Sendo $v = u_{1_{counts}}$ devemos adotar $f^{-1}(u_{1_{counts}}) = a\,(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4 \,.\, u_{1_{counts}}$ e implementar essa relação por *software*. Os diagrama de bloco da figura abaixo ilustra a forma como a compensação de força magnética é implementada.
Da Figura 15 obtém-se o diagrama equivalente final, que será utilizado para os projetos envolvendo o caso SISO (*single input single output*) em que apenas a bobina inferior é utilizada para o acionamento[†].

[†]Esta é a configuração definida no manual do fabricante como SISO #1.

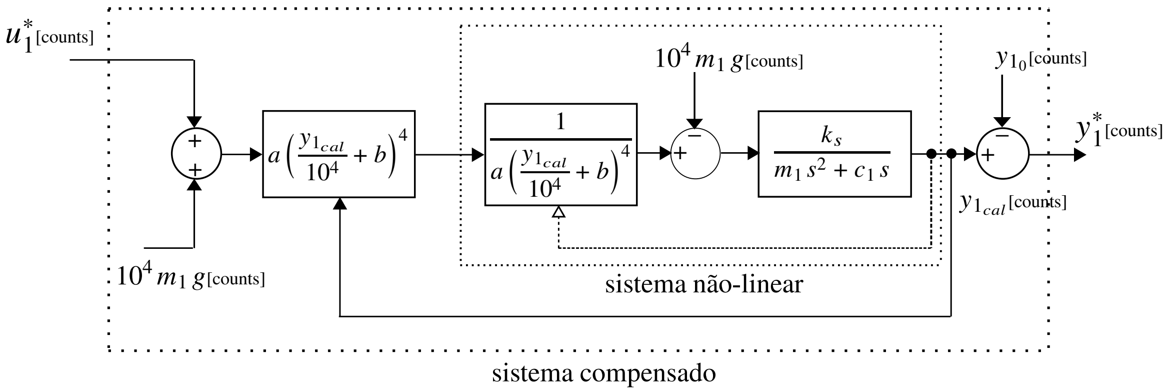

Figura 15: Sistema linearizado por compensação da força não-linear do atuador.

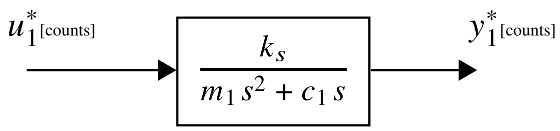

Figura 16: Diagrama final para o Levitador Magnético.

Assim, obtém-se o modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware*, isto é,

$$G_p(s) = \frac{k_s}{m_1\, s^2 + c_1\, s}\ ,$$

referente à configuração com compensação descrita acima.

6.1 Controle P&D do levitador magnético

Desprezando-se o atrito viscoso, o controle (P&D) em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 17.

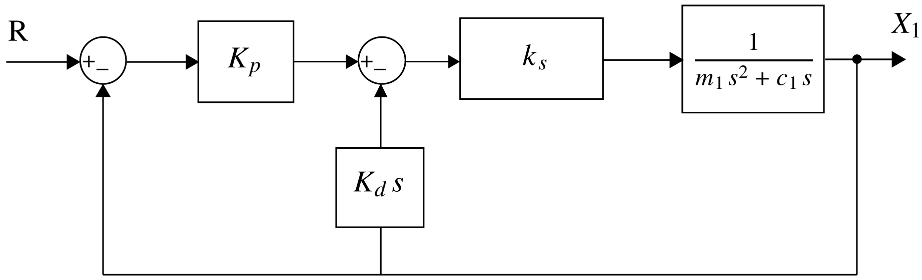

Figura 17: Controle em malha fechada do sistema rígido.

Exercício 4: Mostre que a função de transferência de malha fechada da Fig.17 é ⓣ

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{k_s K_p / m_1}{s^2 + ((c_1 + k_s K_d) / m_1) s + k_s K_p / m_1} ,$$

Definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_s K_p}{m_1}} \quad \text{[rd/s]} \tag{13}$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_s K_d}{2 m_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_s K_d}{2 \sqrt{m_1 k_s K_p}} \tag{14}$$

a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \xi \omega_n s + \omega_n^2} .$$

6.2 Procedimento experimental

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com um disco magnético montado.

1. No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo Cal.cfg que se encontra na pasta /ea722/programas. Entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\mathbf{sqrt}(Y_{raw}) + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**;

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts = 0.001768s** e se o algoritmo Cal.alg foi carregado. Se não, carregue-o através da opção **Load from disk** usando o arquivo Cal.alg que se encontra na pasta /ea722/programas. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;

3. Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 20000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 20000 [counts];

4. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Commanded Position** e **Variable Q10** (valor incremental da posição do disco #1). Especifique uma amostragem de dados a cada 2 ciclos;

5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** [counts], dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position** e **Variable Q10**. Verifique se a trajetória da variável Q10 apresenta pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

6.2.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito de se variar independentemente os valores do ganho proporcional (K_p) e do ganho derivativo (K_d).

1. Certifique-se que o procedimento de inicialização do equipamento foi realizado;

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo *exp3.alg* encontrado na pasta /ea722/programas, através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de K_p e K_d no programa;

3. Por meio de (13), determine o valor de K_p (com $K_d = 0$) de forma que o sistema se comporte como um oscilador de frequência 3 Hz. Atribua o valor de K_p calculado no algoritmo (certifique-se que $K_p < 0.9$), e $K_d = 0$. Depois **Implement Algorithm** e **OK**;

4. Selecione **Execute** no menu **Command**, e selecione **Trajectory #1 Only**. Exporte a saída **Variable Q10**† e do **Commanded Position** e plote um gráfico usando o Matlab(use o script plotRawData.m) g. Tente medir a frequência de oscilação e compare com a prevista teoricamente t. Explique porque não se obtém um oscilador harmônico perfeito t. O que acontece quando o ganho proporcional é aumentado em 50% t? Repita este ensaio com o ganho proporcional dobrado e compare com a sua previsão t;

5. Utilizando novamente o ganho K_p obtido no item 3, calcule agora o ganho K_d para que o amortecimento seja nulo, utilizando a expressão em (14) t. Adicione o novo valor no algoritmo de controle e implemente-o. Selecione Execute no menu **Command**, e selecione **Run**. Plote a saída da **Variable Q10** e do **Commanded Position** g. Comente e explique o comportamento observado t. Explique porque em um sistema de controle dificilmente o ganho K_d seria negativo como o obtido neste experimento t;

6. Selecione $K_p = 0$ e $K_d = 0.05$. Segure o disco magnético a aproximadamente 2cm da bobina #1, em seguida selecione **Implement Algorithm**. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3cm;

7. Repita o experimento do passo 6 para um valor de K_d quatro vezes maior do que o ajustado no passo 2. Pode-se observar o aumento no amortecimento t? A que se deve atribuir o aumento do amortecimento viscoso observado no sistema t?

8. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de K_p e K_d no programa. Selecione agora $K_p = 0.35$ e $K_d = 0$. Segure o disco magnético a aproximadamente 2cm da bobina #1, em seguida selecione **Implement Algorithm**;

9. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3cm. Depois dobre o valor do ganho K_p;

10. Qual é a natureza da força que se opõe ao movimento nos experimentos dos itens 6 e 7 t? E a dos experimentos dos itens 8 e 9 t?

†A variável **Q10** está associada no programa *exp3.alg* ao valor incremental da saída y_1^*.

6.2.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão projetados e testados alguns controladores P&D.

11. Por meio das equações (13) e (14), projete controladores P&D (i.e., determine os valores de K_p e K_d) para obter frequência natural $\omega_n = 8\pi$ [rad], e os seguintes amortecimentos 1) $\xi = 0.2$ (sub-amortecido), 2) $\xi = 0.707$ (sub-amortecido) e 3) $\xi = 1.0$ (criticamente amortecido) ⓣ;

12. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo *exp3.alg* através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para implementar o controlador sub-amortecido. Em seguida selecione **Implement Algorithm**;

13. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step** e **Unidirectional Move**. Ajuste um degrau com amplitude de **10000** counts, dwell time=**1000** ms;

14. Execute a trajetória e plote no mesmo gráfico a trajetória comandada (**Commanded Position 1**) e a trajetória de saída (**Variable Q10**) ⓖ;

15. Repita os passos 12 e 13 para os outros dois casos. Plote os gráficos ⓖⓖ;

16. Projete um controlador P&D para atender as seguintes especificações de desempenho: $10\% \leqslant M_p \leqslant 20\%$ (máximo *overshoot*) e $t_s = 0.2$ s (tempo de estabelecimento do valor de regime - critério de 5%. O máximo *overshoot* e o tempo de estabelecimento são dados por

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \times 100 \ \ (\text{em } \%),$$

e

$$t_s = \frac{3}{\xi\,\omega_n} \ \ (\text{critério de } 5\%) \ ,$$

respectivamente. Implemente o controlador e compare a resposta obtida ⓖ com a esperada teoricamente ⓣ.

6.3 Pré-relatório da experiência 4

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Considere um controlador PI&D conforme a figura 18. Calcule K_i tal que $K_i\,k_s = 800$ [N-m/rd-s]. Simule o controlador com este valor de K_i e os valores de K_p e K_d correspondentes ao caso criticamente amortecido;

2. Dobre o valor de K_i e compare a resposta com a obtida no item anterior. Compare as simulações com os resultados experimentais relativos ao sistema criticamente amortecido ($K_i = 0$). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de estado estacionário? Qual o efeito da ação integral sobre o máximo *overshoot* do sistema?

3. Utilizando a função `pzmap` do Matlab, plote os polos e zeros do sistema em malha fechada obtidos nos itens 1 e 2. Indique quais são os polos dominantes.

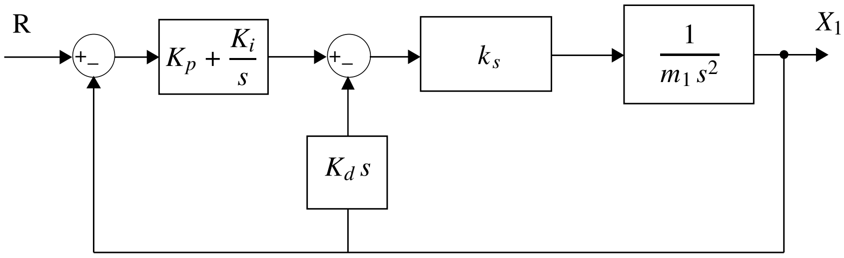

Figura 18: Controle em malha fechada do sistema com um disco.

Referências

[1] ECP. *Manual for Model 505 - Inverted Pendulum - Educational Control Products*, 1994.

[2] ECP. *Manual for Model 220 - Industrial Emulator/Servo Trainer - Educational Control Products*, 1995.

[3] ECP. *Manual for Model 205/205a - Torsional Control System - Educational Control Products*, 1997.

[4] ECP. *Manual for Model 210/210a - Rectilinear Control System - Educational Control Products*, 1998.

[5] ECP. *Manual for Model 730 - Magnetic Levitation System - Educational Control Products*, 1999.

[6] P. A. V. Ferreira. Introdução aos Sistemas de Controle. Notas de aula, prof. Paulo Valente. FEEC-UNICAMP, 1999.

[7] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson Education Limited, 8th edition, 2018.

[8] J.C. Geromel and R.H. Korogui. *Controle Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2011.

[9] J.C. Geromel and A.G.B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Edgard Blücher Ltda., 3rd edition, 2019.

[10] D.J. Higham and N.J. Higham. *MATLAB Guide*. Siam, 3rd edition, 2017.

[11] The MathWorks Inc. *MATLAB and Simulink® Coverage™ User's Guide*. The MathWorks, Inc., 2022.

[12] N.S. Nise. *Control System Engineering*. Wiley, 8th edition, 2019.

[13] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, 5th edition, 2010.