Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

UNICAMP

Experiência 6:

Controle Não Co-alocado (non-collocated)

23 de outubro de 2024

Conteúdo

1 Controle não co-alocado

Na Experiência 5 para os sistemas retilíneo e torcional, demonstrou-se que o controle co-alocado é efetivo no controle da posição do primeiro elemento (carro #1 (x_1) ou disco #1 (θ_1)), no qual simultaneamente, se aplica a ação de controle e se toma a medida de posição.

Observou-se que o controlador obtido através desta estratégia apresentava altos ganhos, e numa segunda etapa, quando adotou-se o ponto de vista do controle de posição do segundo elemento (carro #2 (x_2) ou disco #2 (θ_2)), a estratégia de alto ganho mostrou-se inadequada. Basicamente esta introduz oscilações no segundo elemento, e para correção desse efeito, verificou-se que o controle da posição do carro #2 (x_2) ou do disco #2 (θ_2) através apenas da realimentação da variável x_1 (ou θ_1) levava a uma estratégia de baixos ganhos, com o efeito de aumento do tempo de subida e do erro de regime da variável de posição.

Como forma de tentar eliminar as desvantagens acima, nesta experiência realiza-se o chamado *controle não co-alocado* dos sistemas retilíneo, torcional e levitador, e introduz-se esse experimento para o pêndulo invertido e o emulador industrial, utilizando a correia flexível. Medidas da variável de posição do segundo elemento são incorporadas ao sistema de controle, mas mantém-se a atuação localizada junto ao primeiro elemento. O controle neste caso pode ser bem mais complexo e para explorar as alternativas de um projeto aprimorado, utiliza-se a metodologia de ajuste de ganhos pelo Lugar das Raízes (*Root Locus*).

1.1 Configurações adotadas

A configuração adotada para os sistemas são as seguintes:

Emulador: Discos de atuação e de carga conectados: $n_{pd} = 24$ e $n_{pl} = 36$, de tal forma que a relação ao total de engrenagens será de 4:1,

- 4 massas de 0,5 Kg dispostas a 10,0 cm do centro do disco de carga; nenhuma massa sobre o disco de atuação.

A conexão entre o dispositivo SR ('*speed reduction*') e o disco de carga é feita através de uma *correia flexível* conforme o esboço da Figura 1. A correia incorpora ao sistema efeitos de mola (k) e de amortecimento (c) torcionais, e que dá origem a um sistema de $4^{\underline{a}}$ ordem. Desprezando-se o efeito de amortecimento da correia, as funções de transferências de malha aberta associadas à configuração podem ser escritas como:

$$\frac{\Theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw}\,\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{\Theta_2(s)}{T(s)} = \frac{N_2(s)}{D(s)},$$

sendo que θ_1 é o deslocamento angular do disco de atuação, θ_2 é o deslocamento angular do disco de carga, T é o torque aplicado ao disco #1, e

$$N_1(s) = J_\ell\, s^2 + c_\ell\, s + k, \qquad N_2(s) = k/g_r$$

$$D(s) = J_d^*\, J_\ell\, s^4 + (c_\ell\, J_d^* + c_d\, J_\ell)\, s^3 + [(J_d^* + J_\ell\, g_r^{-2})\, k + c_d\, c_\ell]\, s^2 + (c_d + c_\ell\, g_r^{-2})\, k\, s.$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

J_d	=	$4,07\times10^{-4}$ Kg-m^2	momento de inércia total do disco de atuação,
$J_{d\ell}$	=	$6,25\times10^{-3}$ Kg-m^2	momento inércia do disco de carga,
$m_{w\ell}$	=	$4\times0,5$ Kg	massa total sobre o disco de carga,
$r_{w\ell}$	=	$0,1$ m	distância das massas ao centro do disco de carga,
r_{mw}	=	$0,025$m	raio das massas sobre o disco de carga,
J_ℓ	=	$J_{d\ell}+m_{wl}(r_{w\ell}^2+r_{mw}^2/2)$	momento de inércia total no disco de carga,
J_p	=	$7,8\times10^{-5}$ Kg-m^2	momento de inércia do pino SR,
g_r	=	$4,\ g_r'=2$	relação de velocidades 4:1 †
k	=	$8,45$ N-rd	constante elástica da correia flexível,
k_{hw}	=	$5,76$	ganho de hardware,
c_d	=	$7,38\times10^{-4}$ N-m/rd	coeficiente de atrito no disco de atuação,
c_ℓ	=	$5,0\times10^{-2}$ N-m/rd	coeficiente de atrito no disco de carga,
J_d^*	=	$J_d+J_p(g_r')^{-2}$	inércia total no disco de atuação,

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

Retilíneo A configuração do sistema é a mesma da Experiência 5: dois carros conectados por uma mola de dureza média, com quatro pesos adicionais de $0,5$ Kg dispostos sobre cada carro (Figura 1) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as

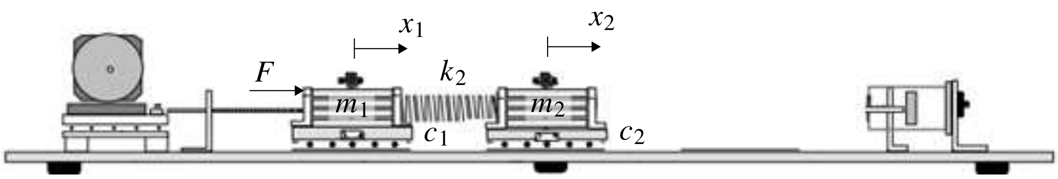

Figura 1: Sistema com dois graus de liberdade.

seguintes:

$$\frac{X_1(s)}{T(s)} = k_{hw}\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde x_1 é o deslocamento linear do carro #1, x_2 é deslocamento linear do carro #2, F é a força aplicada ao carro #1, e

$$N_1(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k, \qquad N_2(s) = k$$

$$D(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1) s^3 + [(m_1+m_2)k + c_1 c_2] s^2 + (c_1+c_2) k s.$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

m_{c1}	=	$0,778$ [Kg],	$m_{c2} = 0,582$ [Kg]	massas dos carros,
m_1	=	$m_{c1}+2.0$ [Kg],	$m_2 = m_{c2}+2.0$ [Kg]	massas dos carros carregados,
c_1	=	$3,91$ [N/(m/s)],	$c_2 = 2,36$ [N/(m/s)]	coeficientes de atrito dos carros,
k	=	338 [N/m]		constante de mola,
k_{hw}	=	14732		ganho de hardware.

† Com engrenagens de 24 dentes na atuação e 36 na carga.

Note que $F(s)$ é a força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

Torcional A configuração do sistema é a mesma da Experiência 5: dois discos conectados pela mola torcional, com dois pesos adicionais de $0,5\,\mathrm{Kg}$ dispostos sobre cada disco (Figura 2) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

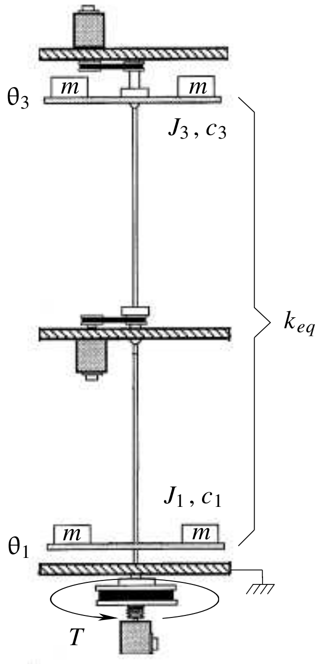

Figura 2: Configuração do sistema.

$$\frac{\Theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw}\,\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{\Theta_3(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde θ_1 é o deslocamento angular do disco #1, θ_3 é deslocamento angular do disco #3, T é o torque aplicado ao disco #1, e

$$N_1(s) = J_3\,s^2 + c_3\,s + k_1, \qquad N_2(s) = k_{eq}$$
$$D(s) = J_1\,J_3\,s^4 + (c_1\,J_3 + c_3\,J_1)\,s^3 + [(J_1 + J_3)\,k_{eq} + c_1\,c_3]s^2 + (c_1 + c_3)\,k_{eq}\,s.$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

J_{d1}	$=$	$2,38\times 10^{-3}$ [Kg-m^2]	momento de inércia do disco #1,
J_{d3}	$=$	$1,87\times 10^{-3}$ [Kg-m^2]	momento de inércia dos discos #3,
m_w	$=$	1 [Kg]	massa total sobre os discos,
r_w	$=$	$0,09$ [m]	distância das massas ao centro dos discos,
r_{mw}	$=$	$0,025$ [m]	raio das massas sobre os discos,
J_i	$=$	$J_{di}+m_w(r_w^2+r_{mw}^2/2)$	momento de inércia total no disco i = 1 ou i = 3,
c_1	$=$	$7,64\times 10^{-3}$ [Nm/(rd/s)]	coeficiente de atrito viscoso do disco #1,
c_3	$=$	$1,33\times 10^{-3}$ [Nm/(rd/s)]	coeficiente de atrito viscoso do disco #3,
k_{eq}	$=$	$1,37$ [N-rd]	constante torcional da mola,
k_{hw}	$=$	$17,6$ [Nm/rd]	ganho de hardware.

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

Pêndulo invertido Este modelo é obtido diretamente das equações de balanço de forças, que utilizamos de forma ligeiramente diferente. As equações são as seguintes:

$$\begin{aligned} &\left(m_1 s^2 + c_1\, s\right) X(s) + \left(m_1\,\ell_0\, s^2 - m_1\, g\right)\Theta(s) = F(s) \\ &\left[\,J^* s^2 + c_r\, s - (m_1\,\ell_0 + m_2\,\ell_c)\, g\,\right]\Theta(s) + (m_1\,\ell_0\, s^2 - m_1\, g)X(s) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

vide pg. 54 do manual [1]. Fica a cargo do aluno verificar que as equações linearizadas utilizadas até aqui são equivalentes às equações em (1). Os parâmetros do modelo têm os seguintes valores:

m_1	$= 0,238$ [Kg]	massa da haste deslizante com os pesos circulares,
m_{2o}	$= 0,785$ [Kg]	massa da haste principal,
m_{w2}	$= 1,0$ [Kg]	massa do contrapeso,
m_2	$= m_{2o}+m_{w2}$ [Kg]	
ℓ_o	$= 0,330$ [m]	distância do c_m † da haste deslizante,
ℓ_{co}	$= 0,071$ [m]	distância do c_m † da haste principal,
ℓ_{w2}	$= -0,1385$ [m]	distância do c_m † do contrapeso $\ell_t = 10\,\text{cm}$ (estável),
ou	$= -0,1085$ [m]	distância do c_m † do contrapeso $\ell_t = 7\,\text{cm}$ (instável),
ℓ_c	$= (m_{w2}\,\ell_{w2}+m_{2o}\,\ell_{co})/m_2$ [m]	
J_0^*	$= 0,0243$ [Kg-m^2]	mom. inércia do pêndulo (s/ haste des. e contrapeso),
J^*	$= J_0^*+m_1\,\ell_o^2+m_{w2}\,\ell_{w2}^2$	momento de inércia total,
c_1	$= 0,2254$ [Ns / m]	coeficiente de atrito viscoso da haste deslizante,
c_r	$= 1,44\times 10^{-2}$ [Nm / rd]	coeficiente de atrito viscoso da haste principal,
k_a	$= 2546$ [counts / rd]	ganho do encoder #1,
k_x	$= 50200$ [counts / m]	ganho do encoder #2,

† Distâncias dos respectivos centros de massa orientadas a partir do pivô do pêndulo.

Considere a notação:

$$\begin{aligned} D_x(s) &= m_1 s^2 + c_1\, s \\ D_\theta(s) &= J^* s^2 + c_r\, s - (m_1\,\ell_0 + m_2\,\ell_c)\, g \\ N_a(s) &= m_1\,\ell_0\, s^2 - m_1\, g \end{aligned} \tag{2}$$

De (1) e (2), podemos escrever

$$X(s) = \frac{1}{D_x(s)}\,(\,F(s) - N_a(s)\,\Theta(s)\,)\ , \quad \Theta(s) = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)}\,X(s)$$

Substituindo $\Theta(s)/X(s)$ na primeira equação acima, temos que $(\,D_x\,D_\theta - N_a^2\,)\ X = D_\theta F$, e assim

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{D_\theta(s)}{D(s)}, \quad \frac{\Theta(s)}{X(s)} = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)} \tag{3}$$

$$D(s) = D_x(s)\,D_\theta(s) - N_a(s)^2\ . \tag{4}$$

O *controle não co-alocado* baseia-se na existência de uma malha interna de controle PD do deslocamento x_1. O deslocamento x_1 é a variável que exerce a ação sobre a variável de saída θ, por médio da interação entre a haste deslizante e a haste rotacional. Conforme deduzido acima, podemos escrever a função de transferência $\Theta(s)/F(s)$ na forma

$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)} \cdot \frac{N_2(s)}{N_1(s)}\ ,$$

onde $D(s)$ é dado por (4) e

$$N_1(s) = k_s\,k_f\,k_x\,D_\theta(s) = k_s\,k_f\,k_x\,[J^* s^2 + c_r\,s - (m_1\,\ell_0 + m_2\,\ell_c)\,g],$$

$$N_2(s) = -k_s\,k_f\,k_a\,N_a(s) = -k_s\,k_f\,k_a(m_1\,\ell_0\,s^2 - m_1\,g)$$

de acordo com as expressões (2) e (3). Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista das constantes k_s, k_f, k_x e k_a.

Levitador Magnético A configuração do sistema é a mesma da Experiência 5: dois discos magnéticos de mesma massa, posicionados de forma a se repelirem, vide Fig. 3. As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{Y_1(s)}{F(s)} = k_{sys}\,\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{Y_2(s)}{Y_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde Y_1 é o deslocamento linear do disco #1, Y_2 é deslocamento linear do disco #2, F é a força aplicada ao disco #1, e onde

$$\begin{aligned} N_1(s) &= m_2\,s^2 + c_2\,s + k_{12}, \qquad N_2(s) = k_{12} \\ D(s) &= m^2\,s^4 + 2\,c\,m\,s^3 + (2\,m\,k_{12} + c^2)\,s^2 + 2\,c\,k_{12}\,s. \end{aligned}$$

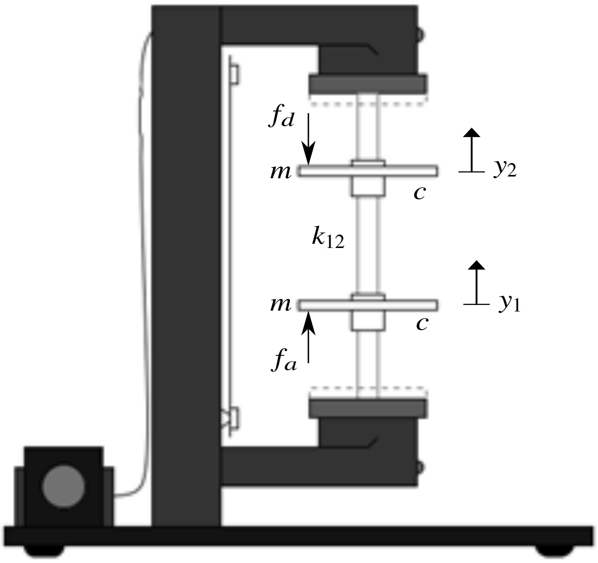

Figura 3: Sistema com dois graus de liberdade e compensação da força do atuador.

Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{sys}.

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

m	=	$0,123$ [Kg]	massa dos discos,
c	=	$0,45$ [N/(m/s)]	coeficientes de atrito dos discos,
k_{12}	=	$44,1$ [N/m]	constante de mola,
k_{sys}	=	100	ganho do sistema.

2 Detalhamento do projeto

Nota: Os símbolos g , t, d e S indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink® e script Matlab™, respectivamente.

2.1 Sistemas: emulador, retilíneo e torcional

Verifica-se pela descrição acima das configurações adotadas, que os três sistemas são análogos, isto é, têm funções de transferências exatamente com o mesmo número de polos e zeros e poderiam ter comportamento idêntico caso os parâmetros envolvidos pudessem ser escolhidos de forma a se obter os mesmos polinômios. Assim, para o fim de descrição do projeto, podemos escolher um deles ao acaso.

O controle não co-alocado baseia-se na existência de uma malha interna responsável pelo controle da variável x_1 (ou θ_1) e o ajuste do amortecimento do sistema controlado. De fato, é possível reescrever a função de transferência entre x_2 e a força f na forma

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = k_{sys}\,\frac{N_1(s)}{D(s)}.\frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

o que permite a adoção do esquema de controle representado na figura 4.

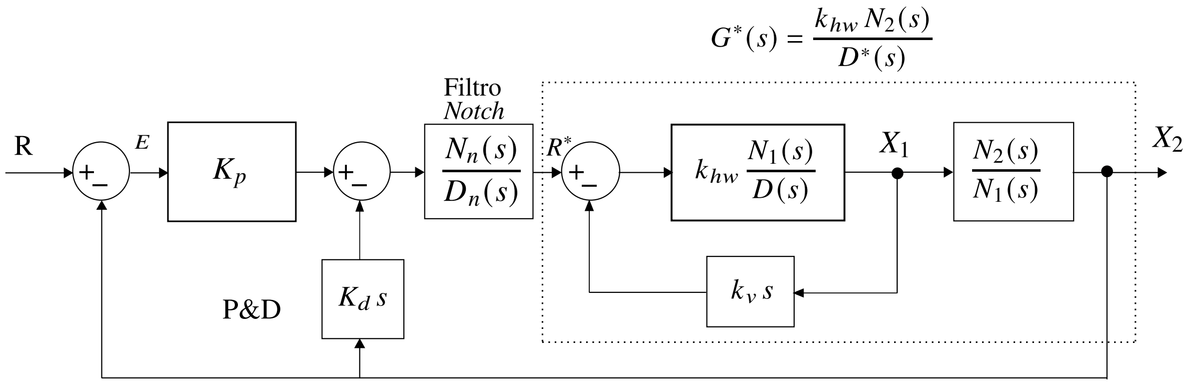

Figura 4: Diagrama para o controle *não co-alocado*.

O projeto do sistema de controle em malha fechada representado na Figura 4 já descrito no pré-relatório, será realizado da seguinte maneira:

a. Calcula-se inicialmente o ganho k_v, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que o amortecimento dos polos em malha fechada de $X_1(s)/R^*(s)$ seja o maior possível;

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, demarcada pela linha pontilhada na figura 4;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

   1. os dois zeros do filtro cancelem dois polos de $G^*(s)$ (tipicamente polos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.
   2. o filtro possua dois pares de polos complexos conjugados de frequência natural f_{n1} e f_{n2} respectivamente, e $\xi = \sqrt{2}/2$ para ambos os pares[1];
   3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;

d. Os parâmetros do controlador P&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de máximo amortecimento para os polos dominantes em malha fechada.

e. A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral **General Form** do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

[1]Valores emulador: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ [Hz]; retilíneo: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ [Hz]; torcional $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 11$ [Hz].

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não co-alocado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do carro #1 (ou disco #1):

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos ⓢ:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X_1(s)/R^*(s)$ (ou $\Theta_1(s)/R^*(s)$),
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* ⓖ o valor de k_v que forneça o máximo amortecimento,
3. Implemente k_v e determine os polos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os polos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2.

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro *notch* cujos zeros sejam p_1 e p_2, e os polos especificados no item c.,
2. Associe $G^*(s)$ em cascata ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes ⓖ o valor do ganho K_d de forma a se obter o máximo amortecimento para os polos dominantes da função de transferência da saída $X_2(t)$,
2. Implemente o valor de K_d e determine através do lugar das raízes ⓖ o valor do ganho K_p que tenha o mínimo *tempo de estabelecimento*.

Implementação no software ECP:

O diagrama da Fig.4 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama da Fig.5 é equivalente ao da Fig.4. Com essa modificação ao o controlador P&D mais filtro *notch* serão implementados na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $K_p\, G_{notch}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(K_p + K_d\, s)\, G_{notch}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_2 s^2 + n_1 s + n_0$ e $s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$, temos as seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios (implemente essas relações no script):

$$\begin{array}{lll} t_0 = n_0 K_p & s_0 = n_0 K_p & r_0 = d_0 \\ t_1 = n_1 K_p & s_1 = n_0 K_d + n_1 K_p & r_1 = d_1 \\ t_2 = n_2 K_p & s_2 = n_1 K_d + n_2 K_p & r_2 = d_2 \\ & s_3 = n_2 K_d & r_3 = d_3 \\ & & r_4 = 1 \end{array} \tag{5}$$

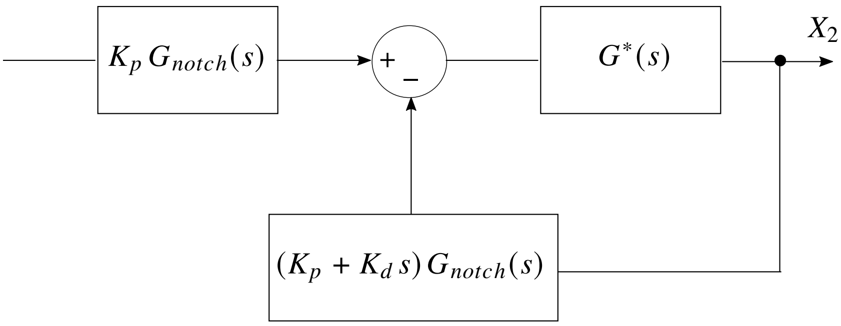

Figura 5: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

2.1.1 Procedimento experimental

O procedimento deve ser seguido para os sistemas: emulador, retilíneo e torcional. O roteiro faz referência ao "elemento #1", ao invés de carro #1 (ou disco #1), bem como usa "elemento #2" da mesma forma.
Importante: No emulador industrial, evitar tensionar demais a correia flexível ao posicioná-la no equipamento.

1. Calcule o ganho k_v, os parâmetros do filtro *notch* e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;

2. Implemente o ganho k_v como o coeficiente f_1 da opção **General Form** e sete o tempo **Ts=0.002652** s. Antes de sair da caixa de diálogo, implemente o controlador, e certifique-se de selecionar **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #3** e **Encoder #2** ou **Encoder #3** (dependendo do equipamento), para a realimentação do **Loop #1**;

3. Implemente o filtro *notch* e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 5 e das identidades apresentadas em (5), com os valores calculados dos coeficientes t_0, t_1, t_2, s_0, s_1, s_2, s_3 e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4. Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulos os demais coeficientes de maior ordem destes polinômios. Tome cuidado de nunca exceder os valores $K_p = 0.1$ e $K_d = 0.02$. Implemente o controlador e excite manualmente o modo oscilatório do sistema através do elemento #2 e observe o amortecimento introduzido pela realimentação de velocidade. Observe o desempenho do sistema para entradas em degrau de amplitude **6000** counts, **dwell time 1500** ms, e entradas em rampa.

4. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (5). Mantenha a coerência com a escolha feita no item 3.

5. Grave algumas respostas ao degrau ⓖ e a rampa ⓖ e comente sobre os resultados obtidos no experimento ⓣ.

6. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 (carro #2 ou disco #3) sob a ação do controlador. Sendo G_1 a f.t. em malha

aberta entre a entrada de distúrbio (f_d) (ou t_d) e a saída (x_2) (ou θ_3) e G_2 as demais f.t.'s do *loop* de realimentação agrupadas, lembre-se que a servo-rigidez estática é definida por

$$\text{S-RE} = \left(\frac{X_2(s)}{F_d(s)}\right)^{-1}\Bigg|_{s=0} = \left(\frac{G_1(0)}{1+G_1(0)G_2(0)}\right)^{-1}$$

Importante: No emulador industrial, retire a correia flexível das polias ao término da experiência para evitar danos por tensionamento.

2.2 Sistema: pêndulo invertido

O projeto de controle em malha fechado apresentado na Fig. 6 já descrito no pré-relatório será realizado da seguinte maneira:

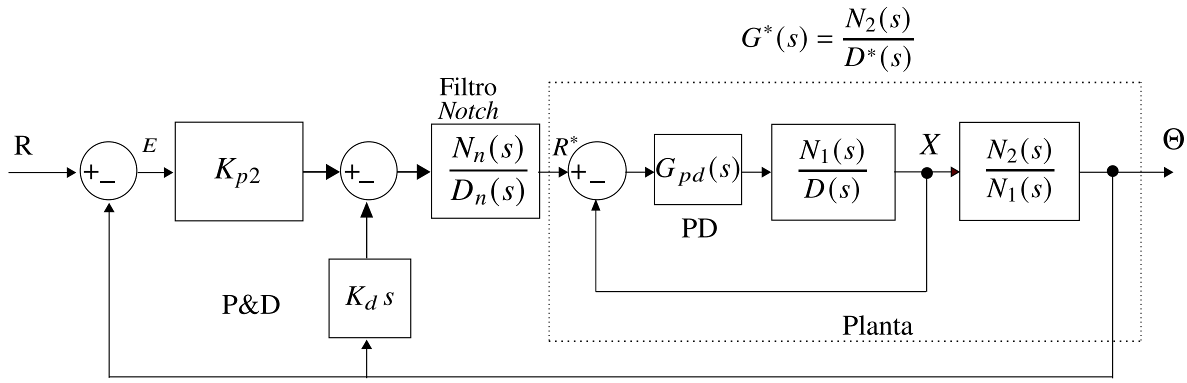

Figura 6: Diagrama para o controle *não co-alocado*.

a. O controlador PD da malha interna tem a forma $G_{pd}(s) = K_{p1}(1+\tau s)$, com $\tau = 0{,}0319$, isto é, o zero do controlador PD é fixo[2] Calcula-se inicialmente o ganho K_{p1} do controlador PD interno, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) de modo a estabilizar a malha interna;

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig.6;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

   1. um zero do filtro cancele o polo dominante. Caso os polos dominantes sejam complexos conjugados, adote o zero negativo e igual ao módulo desses.
   2. dois outros zeros do filtro cancelem dois polos de $G^*(s)$ (tipicamente polos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas com parte imaginária grande.

[2] O valor de τ escolhido corresponde aproximadamente ao valor K_d/K_p para o ajuste de comportamento criticamente amortecido da haste deslizante adotado nos experimentos anteriores.

3. o filtro possua dois pares de polos reais parametrizados por $f_{n1} = 5\,\text{Hz}$ e $f_{n2} = 11\,\text{Hz}$ (frequência natural) respectivamente, e $\xi = 2$ (fator de amortecimento) para ambos os pares.
4. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;

d. Os parâmetros do controlador P&D da malha externa devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, por tentativas.

e. A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral General Form do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do *controle não co-alocado*. Adote os mesmos valores numéricos utilizados nas experiências anteriores.

Projeto da realimentação da haste deslizante:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X(s)/R^*(s)$,
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de K_{p1} do controlador PD interno, de modo a estabilizar essa malha, fazendo que os polos dominantes sejam rápidos, porém reais,
3. Implemente K_{p1} e determine os polos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione o polo dominante p_1 e os polos complexos conjugados desta f.t. com parte imaginária grande, denominando-os p_2 e p_3.

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro *notch* cujos zeros sejam p_1, p_2 e p_3, e os polos especificados no item c.,
2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes o valor do ganho K_d de forma que a parte imaginária dos polos que caminham para o semi-plano direito seja ligeiramente superior à parte real desses polos.
2. Implemente o valor de K_d, e determine através do lugar das raízes o valor do ganho K_{p2} utilizando o mesmo critério para o ajuste do ganho K_d descrito no item anterior.

3. Utilize a resposta ao degrau do sistema em malha fechada com $\theta(t)$ como saída, como critério para verificação da adequação do ajuste.

Implementação no software ECP:

O diagrama da Fig.6 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama da Fig.7 é equivalente ao da Fig.6. Com essa modificação ao o controlador P&D mais filtro *notch* serão implementados na malha do *loop 1*.

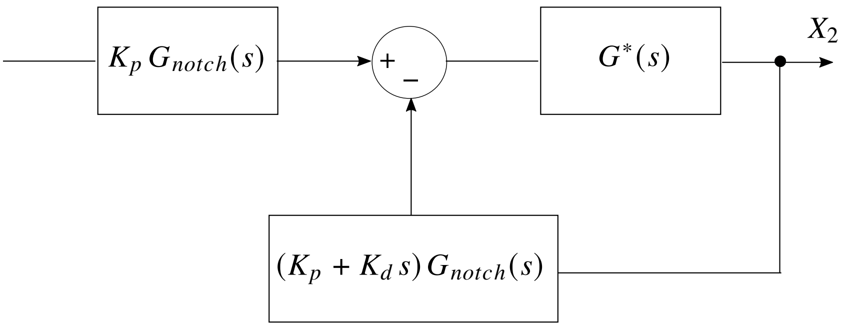

Figura 7: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $K_p\, G_{notch}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(K_p + K_d\, s)\, G_{notch}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_3\, s^3 + n_2\, s^2 + n_1\, s + n_0$ e $s^4 + d_3\, s^3 + d_2\, s^2 + d_1 s + d_0$, temos as seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios:

$$
\begin{array}{lll}
t_0 = n_0\, K_p & s_0 = n_0\, K_p & r_0 = d_0 \\
t_1 = n_1\, K_p & s_1 = n_0\, K_d + n_1\, K_p & r_1 = d_1 \\
t_2 = n_2\, K_p & s_2 = n_1\, K_d + n_2\, K_p & r_2 = d_2 \\
t_3 = n_3\, K_p & s_3 = n_2\, K_d + n_3\, K_p & r_3 = d_3 \\
 & s_4 = n_3\, K_d & r_4 = 1
\end{array} \tag{6}
$$

2.2.1 Procedimento experimental

1. Calcule o ganho K_{p1}, os parâmetros do filtro *notch* e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;

2. Implemente o ganho K_{p1} como o coeficiente e_0 e o ganho $K_{p1}\tau$ como o coeficiente e_1 da opção **General Form** usando **Ts=0.001768** s. Certifique-se que a malha de realimentação da haste deslizante está fechada, fazendo $i_0 = 1$, e selecione **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #1** e **Encoder #2** para a realimentação do **Loop #2**;

3. Implemente o filtro *notch* e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 7 e das identidades apresentadas em (6), com os valores

calculados dos coeficientes t_0, t_1, t_2, t_3, s_0, s_1, s_2, s_3, s_4 e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4. Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulo os coeficientes de maior ordem destes polinômios;

4. Faça a coleta de dados de **Encoder #1**, **Encoder #2** e **Commanded Position** através do menu **Set-up Data Acquisition** a cada **2** períodos de amostragem. No menu **Command**, selecione **Trajectory-Step-Set-up**. selecione **Closed Loop Step** e atribua amplitude de **500** counts, duração de **2500** ms e **1** repetição. Retorne ao *Background Screen* clicando **OK** sucessivamente. O controlador está agora em posição de comandar um degrau de **500** counts ($\approx$ 11 graus) para frente e para trás com *dwell time* de **2.5** s;

5. Volte à caixa de diálogo **Control Algorithm** e selecione **Implement Algorithm**. Se o pêndulo reagir violentamente, você pode ter implementado um controlador instável ou atribuído valores incorretos aos coeficientes do algoritmo de controle. Neste caso, refaça os passos anteriores;

6. Selecione **Execute** no menu **Command** e, mantendo-se afastado do mecanismo acione **Run**. Deve-se observar um deslocamento rápido de pêndulo;

7. Plote (exporte) **Encoder #1**. Observe o movimento inicial do pêndulo contrário à posição comandada, característico de *sistemas de fase não-mínima*;

8. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (6);

9. Grave algumas respostas ao degrau e comente sobre os resultados obtidos no experimento.

2.3 Sistema: Levitador Magnético

Adotaremos o esquema de controle representado na Fig. 8 e a determinação dos controladores será feito da seguinte maneira:

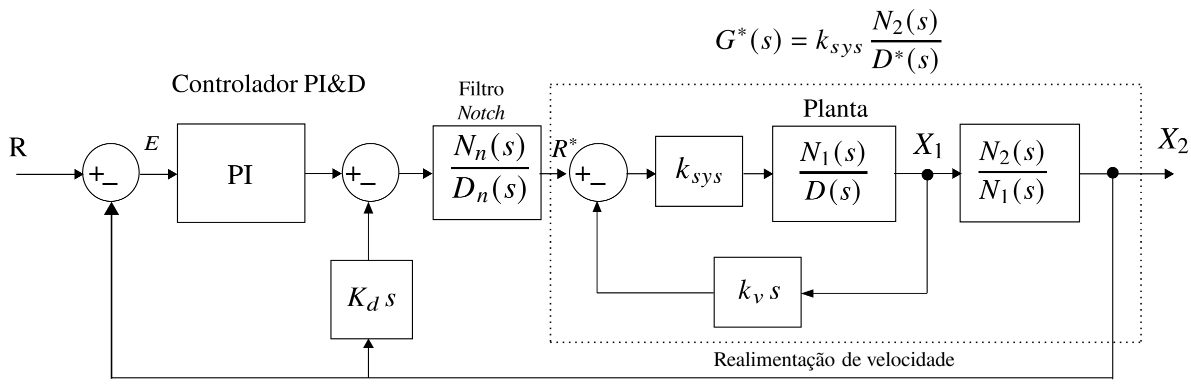

Figura 8: Diagrama para o controle *não co-alocado*.

a. Calcula-se inicialmente o ganho k_v, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que ele tenha o maior valor possível tal que o amortecimento dos polos em malha fechada de $Y_1(s)/R^*(s)$ tenha valor $0,2$;

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig.8;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

   1. os dois zeros do filtro cancelem dois polos de $G^*(s)$ (tipicamente polos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.
   2. o filtro tenha um par de polos complexos conjugados de frequência natural $f_n = 8$ Hz e $\xi = \sqrt{2}/2$.
   3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário; Considere assim a seguinte representação para o filtro *notch* a ser utilizado.

$$G_{notch}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

   Então $a_0 = b_0$;

d. Os parâmetros do controlador PI&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se os critérios especificados na seção Detalhamento.

2.3.1 Detalhamento

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle *não co-alocado*. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do disco 1:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $Y_1(s)/R^*(s)$,

2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de k_v de acordo com o especificado no item a.,

3. Implemente k_v e determine os polos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os polos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2.

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro *notch* cujos os zeros sejam p_1 e p_2, e os polos especificados no item c.,

2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador PI&D:

1. Determine o ganho K_d de forma que os polos dominantes apresentem frequência natural em torno de 50 rd/s e fator de amortecimento $0,56$,

2. A parte PI do controlador tem a seguinte função de transferência:

$$G_{PI}(s) = K_p \left(\frac{1}{1 + \tau s} \right)$$

   Assumindo que $\tau = 1,5$, a determinação do ganho K_p deve ser obtida com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de amortecimento em torno de $0,6$ e frequência natural em torno de 40 rd/s;

2.3.2 Procedimento experimental

1. Verifique se o sistema está de acordo com a configuração descrita nesta apostila, isto é, operando com dois discos;

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com dois discos magnético montados.

(a) No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo `Cal.cfg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\mathbf{sqrt}(Y_{raw}) + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**;

(b) Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts = 0.001768s**. Carregue o algoritmo `Cal_2d.alg` que se encontra na pasta `/ea722/programas` através da opção **Load from disk**. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 1,0 [cm] mantendo-se nesta posição;

(c) Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 10000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 10000 [counts];

(d) Idem para o **Sensor 2 Pos**, calibrando-o para 54000 ± 500 [counts];

(e) Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #2 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position** e **Variable Q10** e **Variable Q13**. Verifique se a trajetória da variável Q10 e Q13 apresentam pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768** s. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp6.alg` que se encontra na pasta da sua turma, através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir os valores calculados de k_v, K_p e K_d e o filtro *notch* no programa, de acordo com a convenção de parâmetros utilizada;

3. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Command Position**, incluindo também a coleta das seguintes variáveis:

   - posição y_1 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa, variável `delta_y1`;
   - esforço incremental de controle. No programa é a variável `delta_u`;
   - posição y_2 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa, variável `delta_y2`.

Para isto, verifique no programa se estas variáveis estão associadas as variáveis de saídas Q10, Q11, Q12 ou Q13, e ajuste no menu **Data** a coleta de dados das variáveis correspondentes. Especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;

4. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** counts, **dwell time=2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

5. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote (armazene) os resultados experimentais obtidos;

6. Tente fazer um ajuste do controlador PI&D iterativamente, verificando se é possível melhorar o desempenho obtido no projeto analítico;

7. Plote (exporte) a melhor resposta ao degrau obtida para os discos #1 e #2;

8. Entre no menu **Command** vá para **Trajectory #2** e selecione **Impulse**. Ajuste um impulso com **Amplitude = 20000** counts, **Pulse Width = 1000** ms, **Dwell Time =1000** ms e **2** repetições; selecione **Unidirectional Move Only**. Vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **0** counts, **Dwell Time= 2000** ms e **1** (uma) repetição.

9. Na opção **Command**, menu **Execute**, selecione **Execute Trajectory #1 first then Trajectory #2 with delay**, e faça esse atraso ser de **500** ms. Em seguida execute com o botão **Run**. Plote (exporte) os resultados e observe o resultado da perturbação em cada disco;

10. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 sob a ação do controlador. Sendo G_1 a f.t. em malha aberta entre a entrada de distúrbio (f_d) e a saída (y_2) e G_2 as demais f.t.'s do *loop* de realimentação agrupadas, lembre-se que a servo-rigidez está atica é definida por

$$\text{S-RE} = \left(\frac{Y_2(s)}{F_d(s)}\right)^{-1}\Bigg|_{s=0} = \left(\frac{G_1(0)}{1+G_1(0)G_2(0)}\right)^{-1}$$

3 Pré-relatório da Experiência 7

1. Obtenha a representação por variáveis de estado do sistema linear ou linearizado, da planta eletromecânica utilizada pelo seu grupo.

2. Utilize a rotina Matlab `ss` para gerar o modelo de estados correspondente. Ele será expresso pelas matrizes A, B, C e D, na forma padrão:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad y = Cx + Du$$

3. Plote a resposta ao degrau das quatro variáveis de estado do sistema.

4. Teste a propriedade de controlabilidade do par de matrizes (A,B) utilizando a rotina Matlab `ctrb`.

Referências

[1] ECP. *Manual for Model 505 - Inverted Pendulum - Educational Control Products*, 1994. 1.1

[2] ECP. *Manual for Model 220 - Industrial Emulator/Servo Trainer - Educational Control Products*, 1995.

[3] ECP. *Manual for Model 205/205a - Torsional Control System - Educational Control Products*, 1997.

[4] ECP. *Manual for Model 210/210a - Rectilinear Control System - Educational Control Products*, 1998.

[5] ECP. *Manual for Model 730 - Magnetic Levitation System - Educational Control Products*, 1999.

[6] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. notas de aula. prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999.

[7] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson Education Limited, 8th edition, 2020.

[8] J.C. Geromel and R.H. Korogui. *Controle Linear de Sistemas Dinâmicos*. Blücher Ltda., 3rd edition, 2019.

[9] J.C. Geromel and A.G.B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos*. Blücher Ltda., 3rd edition, 2011.

[10] D.J. Higham and N.J. Higham. *MATLAB Guide*. Siam, 3rd edition, 2017.

[11] The MathWorks Inc. *MATLAB and Simulink® Coverage™ User's Guide*. The MathWorks, Inc., 2022.

[12] N.S. Nise. *Control System Engineering*. Wiley, 8th edition, 2019.

[13] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, 5th edition, 2010.