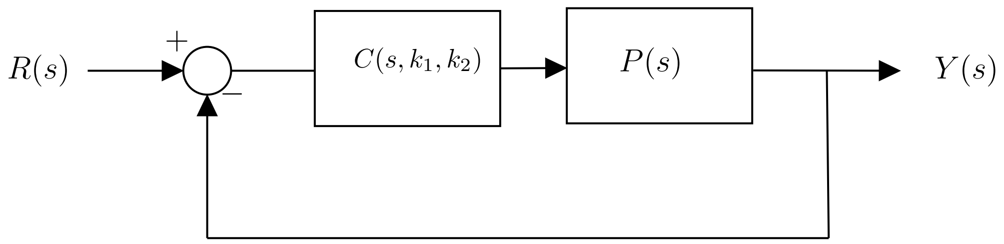

Figura 1: Sistema de controle.

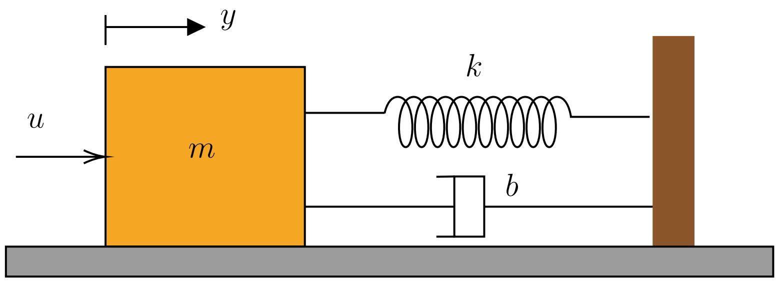

Figura 2: Sistema massa mola de segunda ordem.

Trabalho Computacional 04

Última Atualização: 21 de outubro de 2024

Objetivo: O propósito deste trabalho é calcular um controlador PID (proporcional-integral-derivativo) para um sistema massa mola de segunda ordem. Para sintonizar os valores dos ganhos, utiliza-se o lugar das raízes. Os resultados serão apresentados por meio de vídeos envolvendo o lugar das raízes, resposta ao degrau e uma animação gráfica do modelo.

Definição do Problema: Considere o sistema de controle ilustrado na Figura 1, em que $P(s)$ é uma planta a ser controlada, e $C(s)$ é um controlador PID com função de transferência dada por

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_p s + k_i + k_d s^2}{s}$$

A planta a ser controlada é o sistema massa mola ilustrado na Figura 2, que possui função de transferência da força de entrada u para a posição da massa y dada por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

Considerando $m = 0,5$ kg, $b = 1,5$ N/(m/s) e $k = 20$ N/m, a Figura 3 mostra a saída do sistema para entrada igual a um degrau de amplitude 10, isto é, $U(s) = 10/s$, indicando um comportamento oscilatório e um grande erro em regine (igual a 9.5).

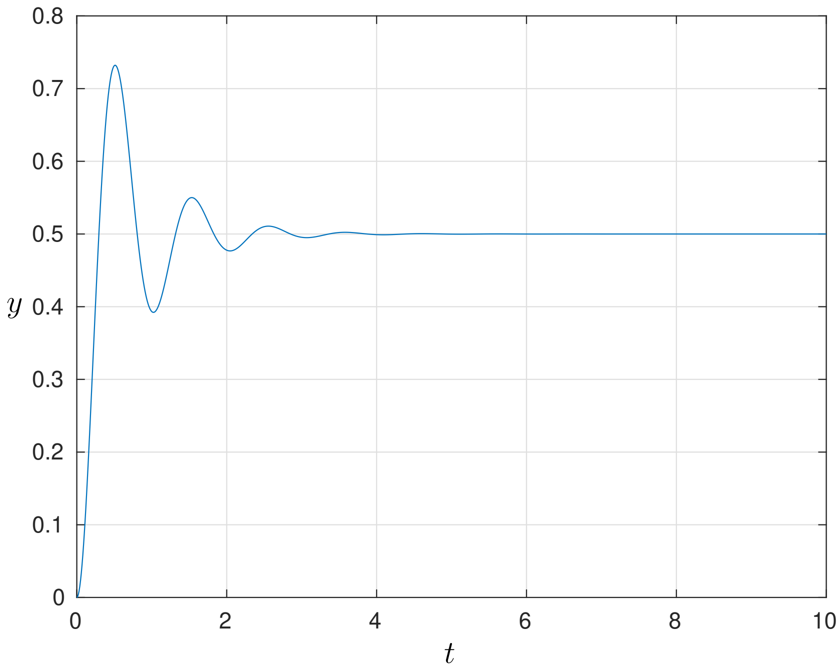

Figura 3: Resposta ao degrau de amplitude 10.

O objetivo é projetar os ganhos do controlador PID de modo a eliminar o erro em regime, obter um tempo de acomodação próximo de 3 segundos e deixar o sistema o menos oscilatório possível.

Tarefa 1: A primeira tarefa é obter os valores dos ganhos k_p, k_i e k_d utilizando o método do lugar das raízes. Como essa técnica permite a sintonia de apenas um ganho, dois ganhos precisam ser fixados. A seguir são apresentadas as equações características do sistema em malha fechada considerando um ganho variável e os outros dois fixos para as três possibilidades possíveis.

Caso 1: k_i e k_d fixos e k_p variável.

$$1 + k_p G_1(s) = 0 \Rightarrow 1 + k_p \frac{s}{ms^3 + (b + k_d)s^2 + ks + k_i} = 0$$

Caso 2: k_p e k_d fixos e k_i variável.

$$1 + k_i G_2(s) = 0 \Rightarrow 1 + k_i \frac{1}{ms^3 + (b + k_d)s^2 + (k + k_p)s} = 0$$

Caso 3: k_p e k_i fixos e k_d variável.

$$1 + k_d G_3(s) = 0 \Rightarrow 1 + k_d \frac{s^2}{ms^3 + bs^2 + (k + k_p)s + k_i} = 0$$

Em todos os casos os polos se malha fechada são as raízes de

$$D(s) = ms^3 + (b + k_d)s^2 + (k + k_p)s + k_i \tag{1}$$

À medida que os ganhos variáveis crescem, o lugar das raízes tende para os zeros de $G_i(s)$ (e alguns no infinito).

Sejam as seguintes faixas para os ganhos de projeto

$$k_p \in (0, 50], \quad k_i \in (0, 50], \quad k_d \in (0, 2]$$

Utilizando um pouco de tentativa e erro, determine valores fixos para dois parâmetros, objetivando que para algum valor do parâmetro variável, uma resposta ao degrau satisfatória é obtida. O resultado esperado é um vídeo contendo uma animação da resposta ao degrau, com um dos parâmetros variando nas faixas especificadas e dois deles fixos. Utilize o código fornecido no Apêndice A para realizar esta atividade. O vídeo `tarefa1.avi` disponibilizado no Google Classroom fornece um modelo de resposta esperada considerando $k_i = 10$, $k_d = 1$ e variando k_p.

Tarefa 2: A segunda tarefa é desenhar o lugar das raízes de $1 + G_i(s) = 0$ de acordo com o ganho variável escolhido na tarefa 1. Tecnicamente o exercício envolve o cálculo das raízes do polinômio $D(s)$ dado em (1). O Apêndice B fornece o código base que deve ser utilizado, e como resultado espera-se um video com uma animação do lugar das raízes. O vídeo `tarefa2.avi` disponibilizado no Google Classroom fornece um modelo de resposta esperada.

Tarefa 3: Finalmente, para um valor fixo do parâmetro variável, o que fornece a melhor resposta ao degrau possível, deve ser fornecido um video do sistema massa mola respondendo ao degrau unitário $U(s) = 1/s$. Mais detalhes são fornecidos no Apêndice C. O vídeo `tarefa3.avi` disponibilizado no Google Classroom fornece um modelo de resposta esperada.

Formato de entrega:

- Arquivo PDF contendo a identificação da disciplina e dos alunos (nome e RA), e todos os códigos fontes utilizados.
- Video da tarefa 1 (tarefa1.avi).
- Video da tarefa 2 (tarefa2.avi).
- Video da tarefa 3 (tarefa3.avi).

Pontos Extras:

- Forneça um controlador $C(s)$ de estrutura arbitrária (não precisa ser um PID) que forneça uma resposta ao degrau unitário melhor do que a do PID calculado na Tarefa 3. Entenda-se resposta melhor como mais rápida (tempo de acomodação menor) e menos oscilatória. Valor da tarefa: 1,0 ponto.
- Na tarefa 2, destaque no lugar das raízes os polos associados aos valores de k_p, k_i e k_d escolhidos na Tarefa 3 (mais detalhes no Apêndice B). Valor da tarefa: 0,5 ponto.
- Na tarefa 3, desenhe na animação o amortecedor. Valor da tarefa: 0,7 ponto.

Apêndice A

O código a seguir deve ser usado para encontrar a melhor resposta ao degrau possível segundo os requisitos desejados de projeto. Neste teste foi escolhido variar k_p (indicado pela escolha `ganhoDeBusca=1`) e deixar k_i e k_d fixos (valores arbitrários).

```
%definicao da planta
m=0.5;
k=20;
b=1.5;
G=tf([1],[m b k]);

Ki = 10;
Kd = 1;
ganhoDeBusca=1;
ganhosFixos = [0 Ki Kd];
faixaBusca = linspace(0.001,50,100);% 100 pontos na faixa (aumente se achar necessario)
tempoSimulacao = 0:0.01:5;
[saidas] = calculaSaida(faixaBusca,G,ganhosFixos,ganhoDeBusca,tempoSimulacao);

gravarVideo=0;
animateStep(gravarVideo,saidas,tempoSimulacao,faixaBusca,ganhoDeBusca);
```

A variável `gravarVideo` deve ser feita igual a 1 quando os ganhos fixos tiverem sido escolhidos de forma definitiva. O tempo total de simulação pode ser alterado caso seja necessário.

Caso o ganho variável seja k_i, o seguinte ajuste deve ser feito no código:

```
    Kp = 10;
    Kd = 1;
    ganhoDeBusca=2;
    ganhosFixos = [Kp 0 Kd];
```

Apêndice B

O código a seguir deve ser usado para gerar um lugar das raízes animado uma vez que os dois ganhos fixos já foram definidos. Nesse caso os ganhos fixos foram k_i e k_d.

```

Ki = 10;
Kd = 1;
ganhoDeBusca=1;
ganhosFixos = [0 Ki Kd];
faixaBusca = linspace(0.001,50,100);
[polos] = calculaRaizes(faixaBusca,ganhosFixos,ganhoDeBusca);

kpEscolhido = 10;
gravarVideo=1;
animateRlocus(gravarVideo,polos,faixaBusca,ganhoDeBusca,
   ganhosFixos,kpEscolhido);
```

A tarefa a ser realizada está na função `calculaRaizes`, e consiste em calcular as raízes de $D(s)$ dada em (1) utilizando o comando `roots()`. Os valores de m, b e k devem se declarados nesta função.

A tarefa opcional encontra-se na função `animateRlocus` e consiste em desenhar de forma destacada os polos associados aos valores finais escolhidos para todos os ganhos na Tarefa 3. No exemplo apresentado, os polos associados a $k_p = k_i = 10$ e $k_d = 1$ vão ser destacados no gráfico assim que o valor atual de k_p passar de 10. O video `respostaTarefa2_op.avi` mostra o resultado esperado.

Apêndice C

O código a seguir deve ser usado para gerar a animação do sistema massa mola controlado pelo compensador PID que forneceu a melhor resposta ao degrau segundo os requisitos estabelecidos.

```
m=0.5;
k=20;
b=1.5;

G=tf([1],[m b k]);

kp=10;
ki=10;
kd=1;
C = pid(kp,ki,kd);
G=feedback(G*C,1);

```

```
tempoSimulacao=0:0.1:4;
%degrau unitario
u=ones(1,length(tempoSimulacao))';
%simulacao
y=lsim(G,u,tempoSimulacao);

gravarVideo=0;
videoMassaMola(gravarVideo,tempoSimulacao,y')
```

A única tarefa obrigatória a ser realizada é declarar os valores de k_p, k_i e k_d escolhidos

A tarefa opcional é desenhar o amortecedor indicado na Figura 2, consistindo basicamente no desenho de retângulos e retas.