

# UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Câmpus Pato Branco – Professor Gilberto Souto

## Propriedades de Conjuntos – LT21S

### Igualdade de conjuntos:

1.  $A = B \iff (\forall x)(x \in A \iff x \in B)$
2.  $A = A$  (reflexiva)
3.  $A = B \Rightarrow B = A$  (simétrica)
4.  $A = B$  e  $B = C \Rightarrow A = C$  (transitiva)

### Relação de inclusão:

5.  $A \subset B \iff (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$
6.  $A \subset A$  (reflexiva)
7.  $A \subset B$  e  $B \subset C \Rightarrow A \subset C$  (transitiva)
8.  $A \subset B$  e  $B \subset A \Rightarrow A = B$  (antissimétrica)
9.  $\emptyset \subset A$  e  $A \subset U$

### Conjunto das partes de um conjunto:

10.  $\mathcal{P}(A) = \{X \subset U : X \subset A\}$
11.  $(\forall A)(\emptyset \in \mathcal{P}(A) \text{ e } A \in \mathcal{P}(A))$
12. Se  $n(A) = k$ , então  $n(\mathcal{P}(A)) = 2^k$

### Conjunto complementar:

13.  $\emptyset^c = U$
14.  $U^c = \emptyset$
15.  $(A^c)^c = A$
16.  $A \subset B \iff B^c \subset A^c$

### União – Reunião de conjuntos:

17.  $A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$
18.  $A \cup \emptyset = A$  (elemento neutro)
19.  $A \cup U = U$
20.  $A \cup A^c = U$
21.  $A \cup A = A$  (idempotente)
22.  $A \cup B = B \cup A$  (comutativa)
23.  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  (associativa)

### Interseção:

24.  $A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$
25.  $A \cap \emptyset = \emptyset$
26.  $A \cap U = A$  (elemento neutro)
27.  $A \cap A^c = \emptyset$
28.  $A \cap A = A$  (idempotente)
29.  $A \cap B = B \cap A$  (comutativa)
30.  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  (associativa)
31.  $A$  e  $B$  são disjuntos  $\iff A \cap B = \emptyset$

### Diferença de dois conjuntos:

32.  $A - B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \notin B\} = A \cap B^c$     40.  $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$   
33.  $A - \emptyset = A$     41.  $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$   
34.  $U - A = A^c$     42.  $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$   
35.  $A - A = \emptyset$     43.  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$   
36.  $A - A^c = A$     44.  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$   
37.  $(A - B)^c = A^c \cup B$     45.  $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$   
38.  $A - B = B^c - A^c$     46.  $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$   
39.  $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

### Propriedades da inclusão e da interseção:

47.  $(A \cap B) \subset A$  e  $(A \cap B) \subset B$   
48.  $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$   
49.  $C \subset A$  e  $C \subset B \Leftrightarrow C \subset A \cap B$   
50.  $A \subset B \Rightarrow (A \cap C) \subset (B \cap C)$

### Propriedades da inclusão e da união:

51.  $A \subset (A \cup B)$  e  $B \subset (A \cup B)$   
52.  $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$   
53.  $A \subset C$  e  $B \subset C \Leftrightarrow A \cup B \subset C$   
54.  $A \subset B \Rightarrow (A \cup C) \subset (B \cup C)$

### Propriedades da interseção e da união:

55. Lei de absorção:

$$A \cap (A \cup B) = A \text{ e } A \cup (A \cap B) = A$$

56.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

57.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

58. Leis de Morgan:

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \text{ e } (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$