

Isomorfismo / Subgrafo

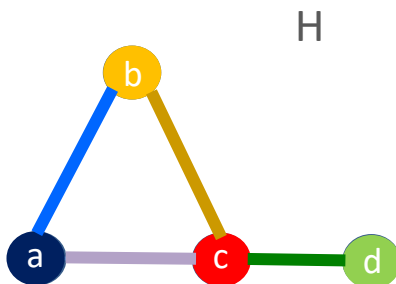
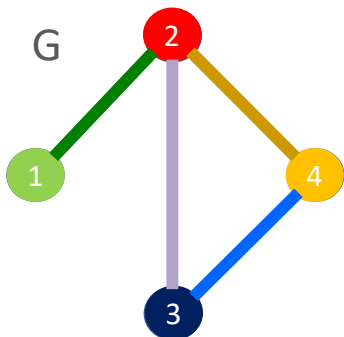
Zenilton Patrocínio

Isomorfismo



Isomorfismo

Dois grafos G e H são ditos **isomorfos** se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas.



Correspondências

$$1 \leftrightarrow d$$

$$2 \leftrightarrow c$$

$$3 \leftrightarrow a$$

$$4 \leftrightarrow b$$

$$\{1, 2\} \leftrightarrow \{d, c\}$$

$$\{2, 3\} \leftrightarrow \{c, a\}$$

$$\{2, 4\} \leftrightarrow \{c, b\}$$

$$\{3, 4\} \leftrightarrow \{a, b\}$$

Notação: $G \simeq H$

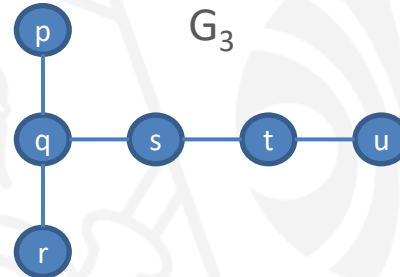
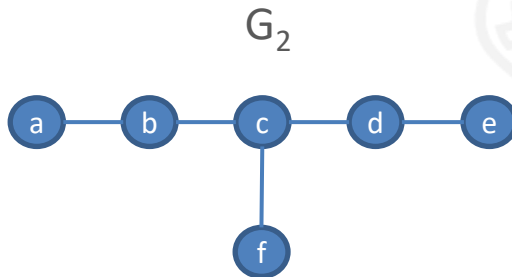
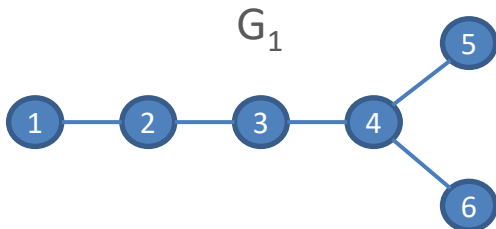
Verificação de Isomorfismo

Condições necessárias (mas não suficientes) para dois grafos serem isomorfos:

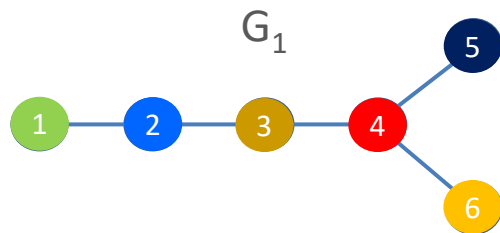
- Ter o mesmo número de vértices;
- Ter o mesmo número de arestas;
- Ter o mesmo número de componentes; e
- Ter o mesmo número de vértices com o mesmo grau.

$$G_1 \not\cong G_2$$

$$G_1 \cong G_3$$



Verificação de Isomorfismo

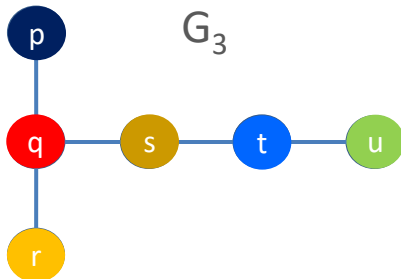


Número de vértices: 6

Número de arestas: 5

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3



Número de vértices: 6

Número de arestas: 5

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3

$$G_1 \cong G_3$$

$$1 \leftrightarrow u$$

$$5 \leftrightarrow p$$

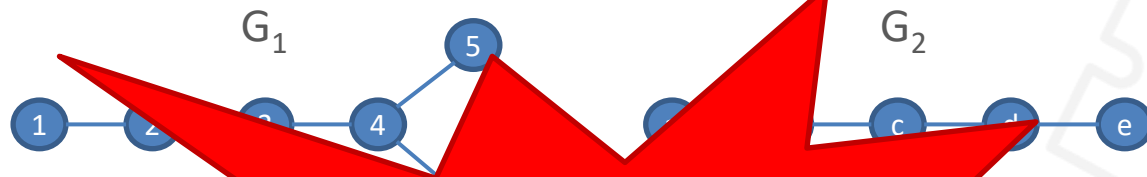
$$6 \leftrightarrow r$$

$$4 \leftrightarrow q$$

$$2 \leftrightarrow t$$

$$3 \leftrightarrow s$$

Verificação de Isomorfismo



$G_1 \not\cong G_2$

**Não existe algoritmo eficiente
para determinar se dois grafos
são isomorfos ou não !**

Número de vértices: 5

Número de arestas: 6

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2

Número de vértices: 5

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3

$1 \leftrightarrow a$

$5 \leftrightarrow f$

$6 \leftrightarrow e$

$1 \leftrightarrow c$

$2 \leftrightarrow b ?$

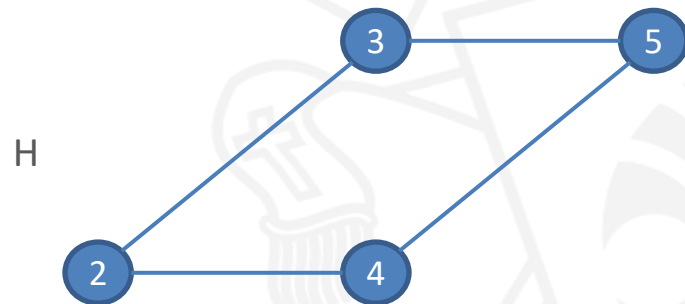
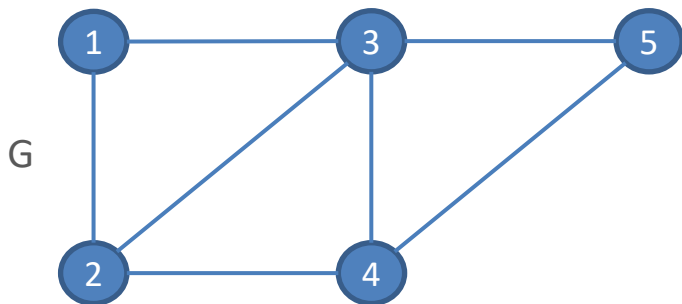
$3 \leftrightarrow ?$

Subgrafo



Subgrafo

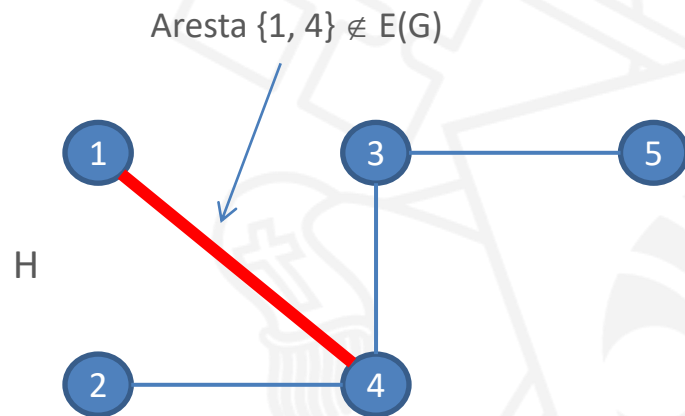
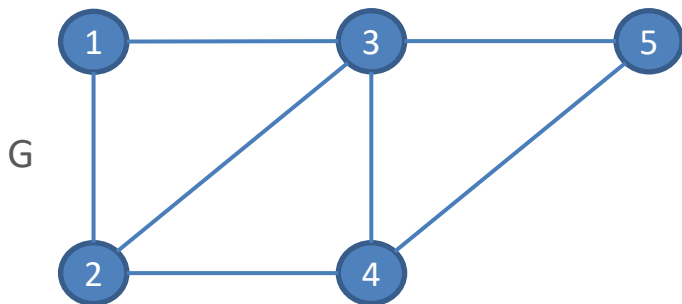
Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo** de $G = (V, E)$ e representado como $H \subseteq G$, quando $V_1 \subseteq V$ e $E_1 \subseteq E$.



Subgrafo de G (ou $H \subseteq G$)

Subgrafo

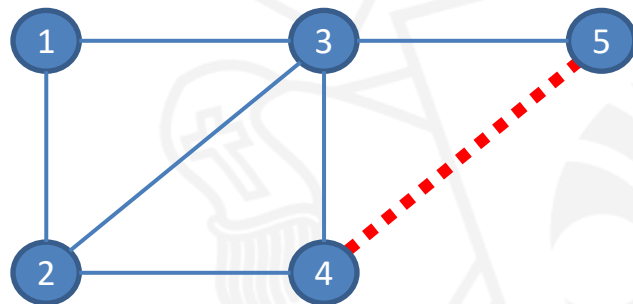
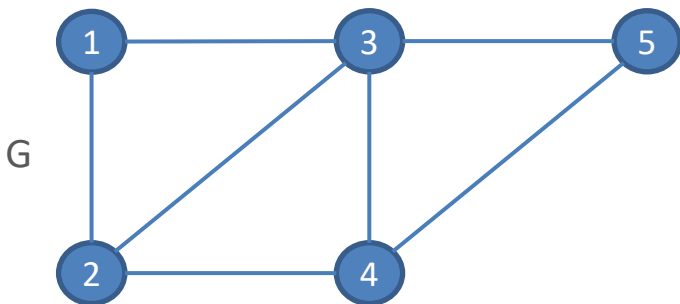
Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo** de $G = (V, E)$ e representado como $H \subseteq G$, quando $V_1 \subseteq V$ e $E_1 \subseteq E$.



Não é subgrafo de G (ou $H \not\subseteq G$)

Remoção de Aresta

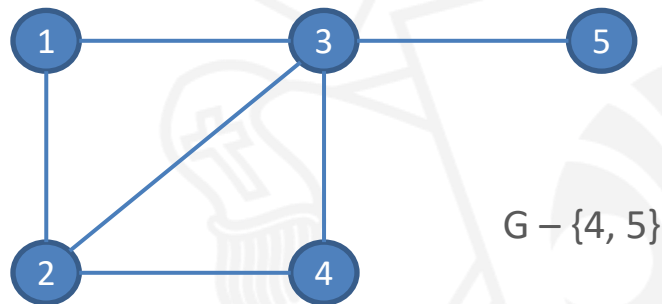
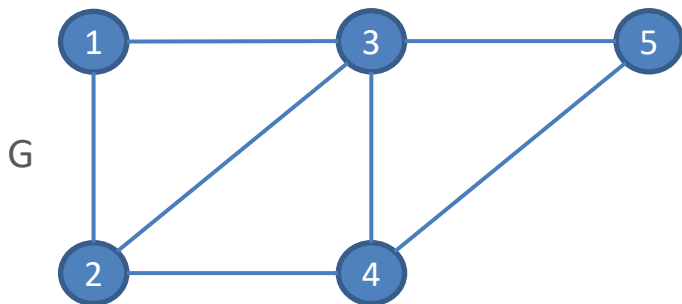
Dado um grafo $G = (V, E)$ e uma aresta $\{v, w\} \in E(G)$, então $G - \{v, w\}$ representa grafo obtido pela **remoção da aresta** $\{v, w\}$.



Remoção da aresta $\{4, 5\}$

Remoção de Aresta

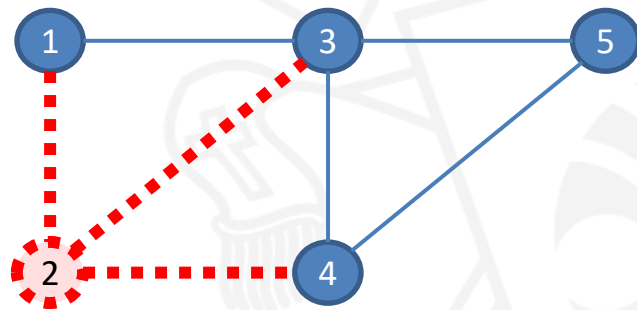
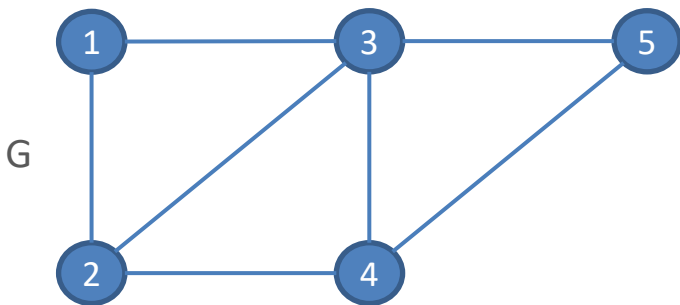
Dado um grafo $G = (V, E)$ e uma aresta $\{v, w\} \in E(G)$, então $G - \{v, w\}$ representa grafo obtido pela **remoção da aresta** $\{v, w\}$.



Remoção da aresta $\{4, 5\}$

Remoção de Vértice

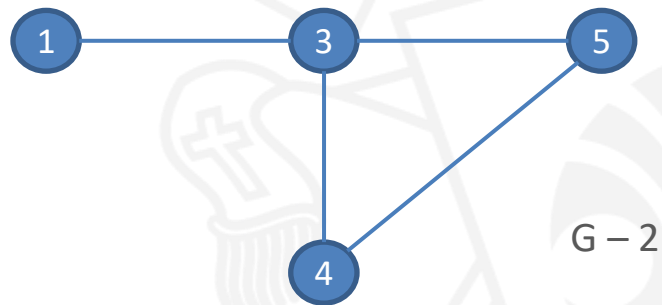
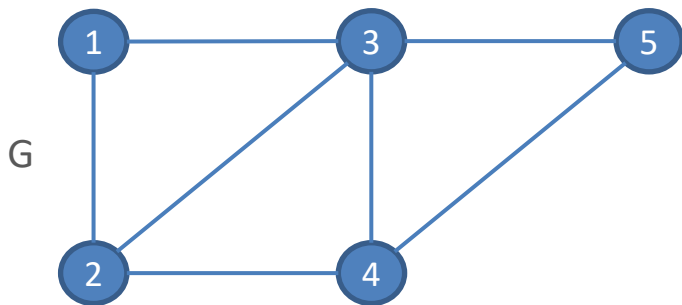
Dado um grafo $G = (V, E)$ e um vértice $v \in V(G)$, então $G - v$ representa grafo obtido pela **remoção do vértice** v juntamente com todas as arestas incidente em v .



Remoção do vértice 2

Remoção de Vértice

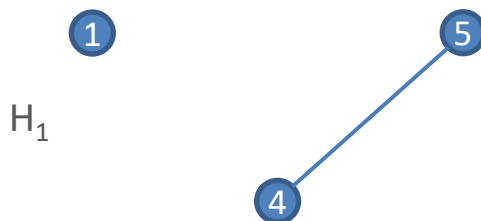
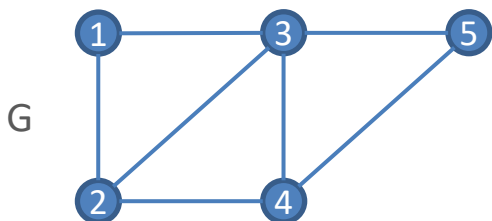
Dado um grafo $G = (V, E)$ e um vértice $v \in V(G)$, então $G - v$ representa grafo obtido pela **remoção do vértice** v juntamente com todas as arestas incidente em v .



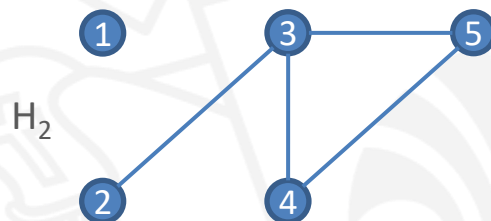
Remoção do vértice 2

Obtenção de Subgrafo

Um subgrafo H de um grafo $G = (V, E)$ pode ser obtido pela remoção de um ou mais vértices de G e/ou pela remoção de uma ou mais arestas de G .



Subgrafo obtido pela
remoção dos vértices
2 e 3

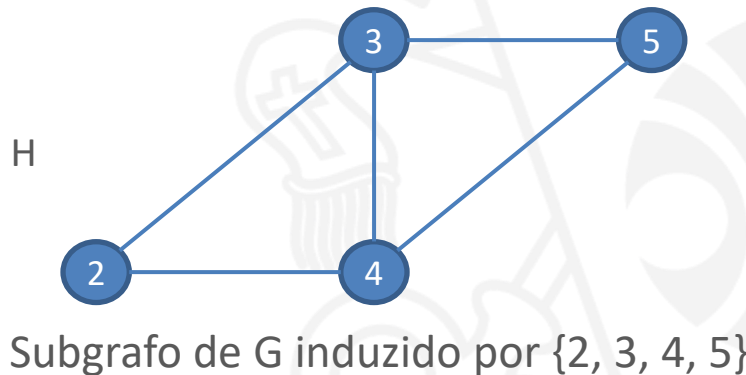
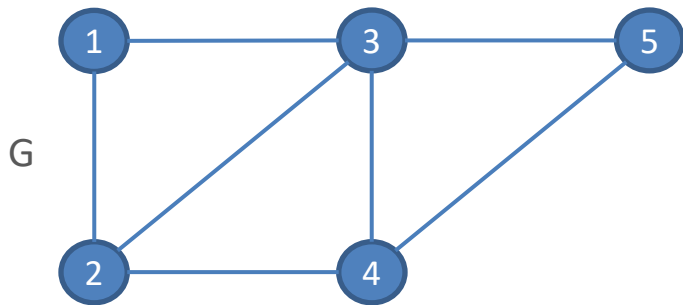


Subgrafo obtido pela
remoção das arestas
{1, 2}, {1, 3} e {2, 4}

Subgrafo Induzido

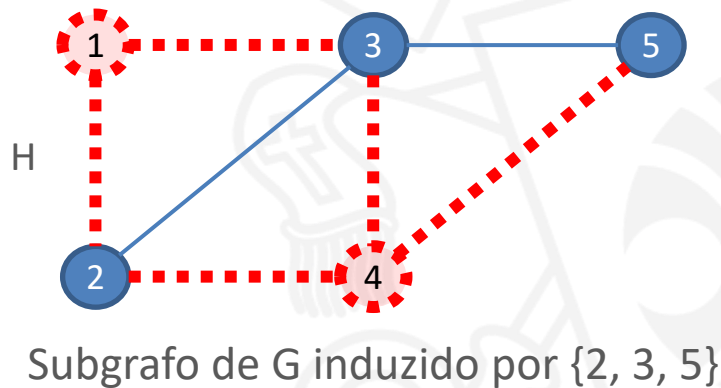
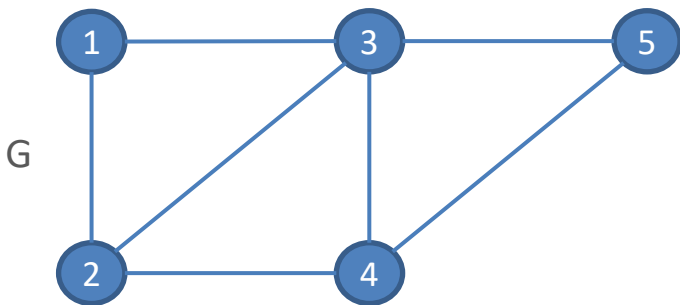
Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo induzido** de $G = (V, E)$ quando atender a seguinte condição: para $v, w \in V_1$, se $\{v, w\} \in E$, então $\{v, w\} \in E_1$.

É comum dizer que H é subgrafo induzido pelo (sub)conjunto de vértices V_1 .



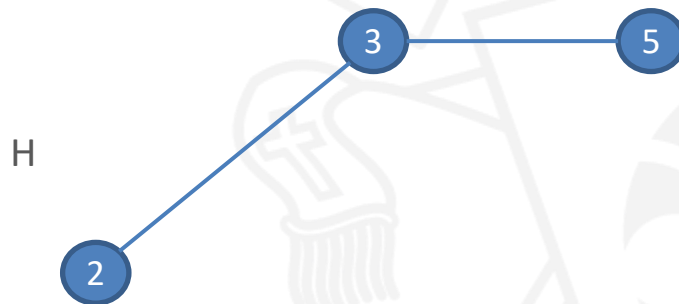
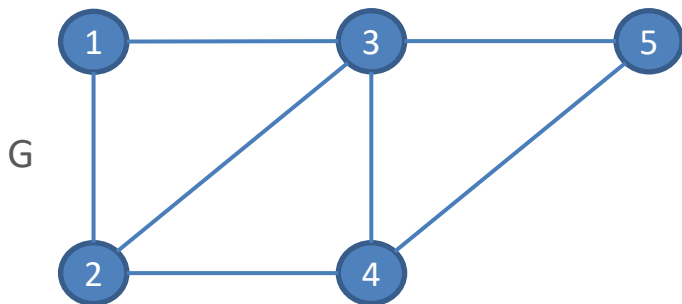
Obtenção de Subgrafo Induzido

Dado um grafo $G = (V, E)$, um subgrafo H induzido pelo subconjunto de vértices $V_1 \subseteq V$ pode ser obtido pela remoção dos vértices de G que não estão em V_1 .



Obtenção de Subgrafo Induzido

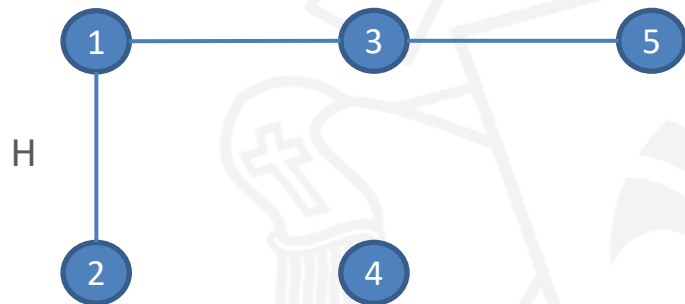
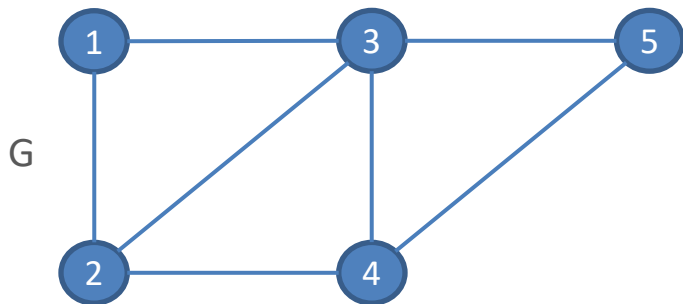
Dado um grafo $G = (V, E)$, um subgrafo H induzido pelo subconjunto de vértices $V_1 \subseteq V$ pode ser obtido pela remoção dos vértices de G que não estão em V_1 .



Subgrafo induzido por $\{2, 3, 5\}$

Subgrafo Gerador

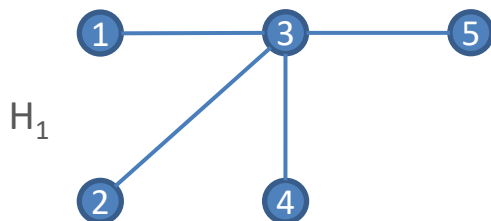
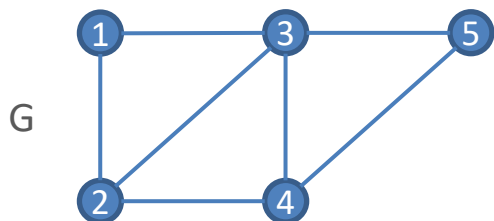
Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo gerador** de $G = (V, E)$ quando ele contém todos os vértices de G , isto é, $V_1 = V$.



Subgrafo gerador

Obtenção de Subgrafo Gerador

Um subgrafo gerador H de um grafo $G = (V, E)$ pode ser obtido pela remoção de uma ou mais arestas de G (mantendo-se todos os vértices de G).



Subgrafo gerador de G
obtido pela remoção das
arestas $\{1, 2\}$, $\{2, 4\}$ e $\{4, 5\}$



Subgrafo gerador de G
obtido pela remoção de
todas as arestas

