Emparelhamento

Zenilton Patrocínio

Emparelhamento

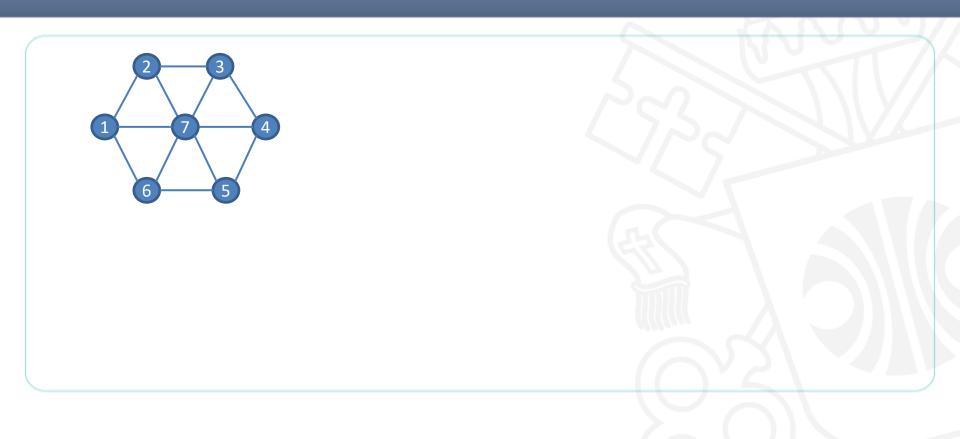
Dado um grafo G = (V, E), um conjunto $M \subseteq E$ é um **emparelhamento** (*matching* ou casamento) caso as arestas em M não possuam vértices em comum.

Dado um emparelhamento M, um vértice é denominado coberto (ou saturado) caso seja extremo de uma das arestas de M; senão ele é considerado exposto (ou ainda, livre ou descoberto).

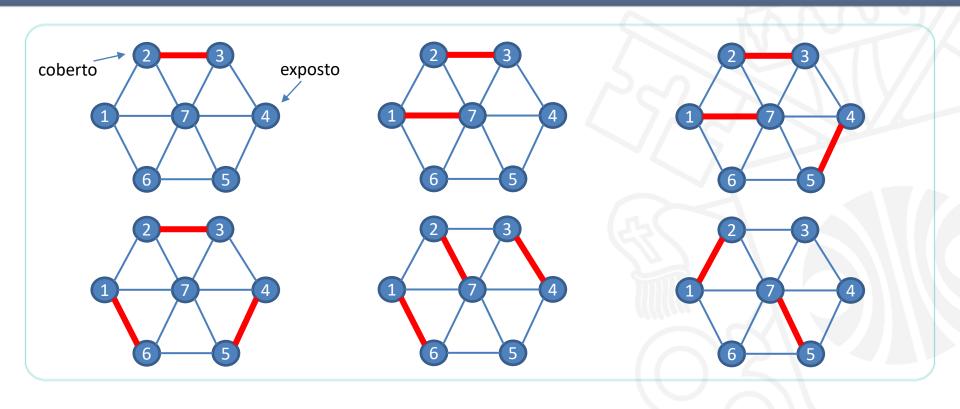
Um caminho simples é M-alternante se suas arestas estiverem alternadamente em M e fora de M (ou vice-versa).

Um caminho M-alternante é **M-aumentante** se começa e termina num vértice exposto e tem comprimento maior que 0.

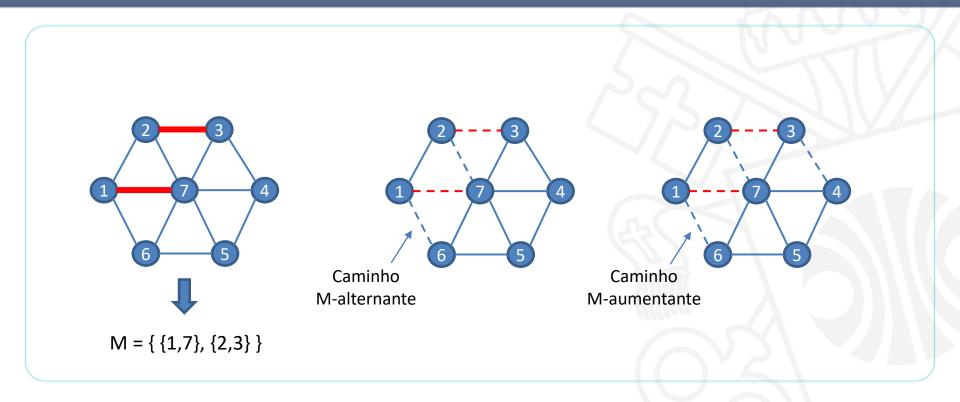
Emparelhamento – Exemplos



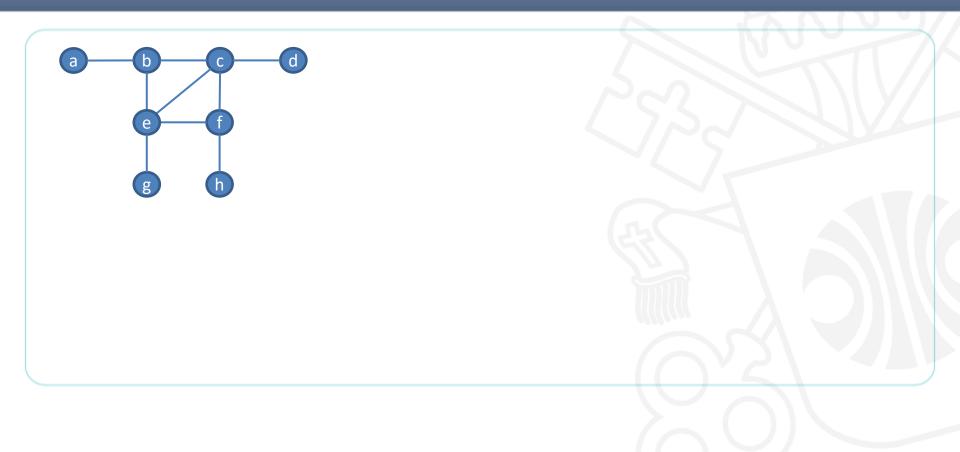
Emparelhamento – Exemplos



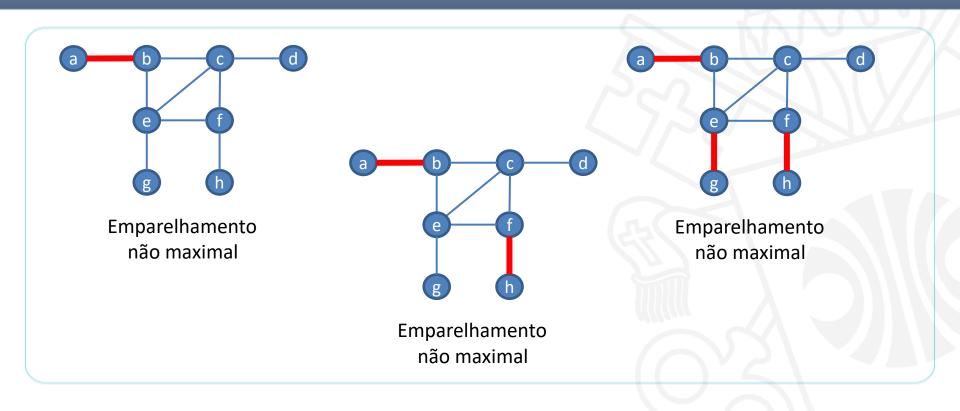
Emparelhamento – Exemplos



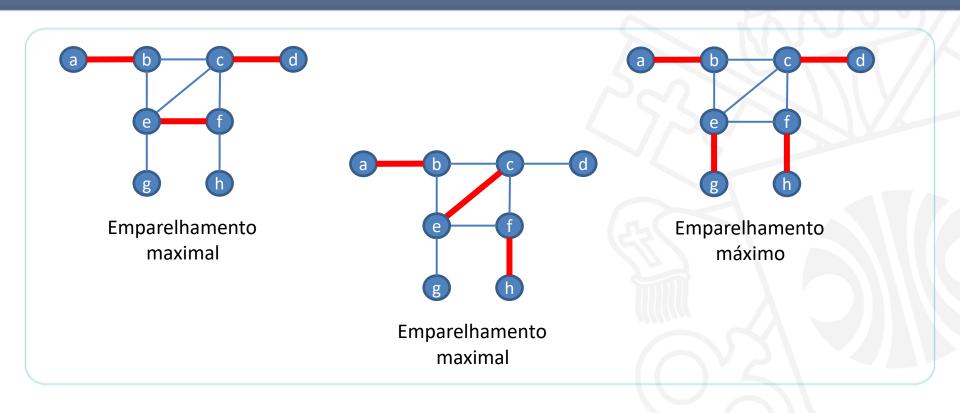
Emparelhamento – Maximal × Máximo



Emparelhamento – Maximal × Máximo

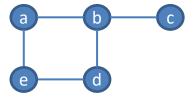


Emparelhamento – Maximal × Máximo



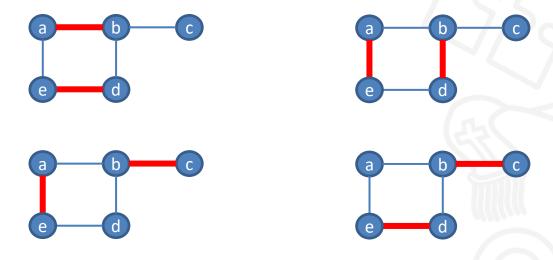
Emparelhamento Máximo

Emparelhamento máximo não implica em todos os vértices estarem saturados.



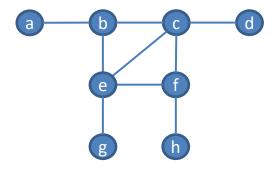
Emparelhamento Máximo

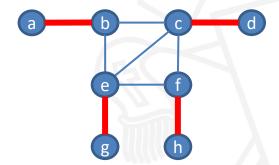
Emparelhamento máximo não implica em todos os vértices estarem saturados.



Casamento Perfeito

Casamento perfeito (ou completo) é um emparelhamento em que todos os vértices do grafo estão cobertos.





Aumento de Emparelhamento

Considere um emparelhamento M e um caminho M-aumentante P, tal que E_P representa as arestas de P.

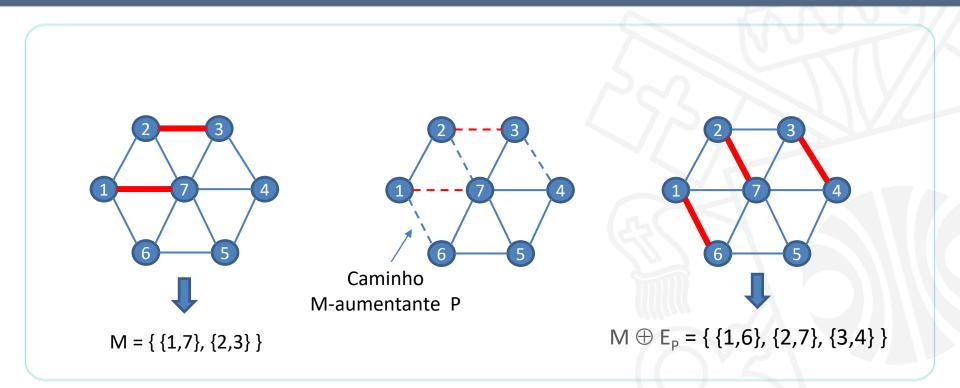
A diferença simétrica de M e E_P é dada por M \oplus E_P = (M – E_P) \cup (E_P – M).

A diferença simétrica de M e E_P equivale a retirar de M todas arestas de P que estão em M e acrescentar a M todas as arestas de P que não estão em M.

Se P for um caminho M-aumentante então:

- M ⊕ E_P é um emparelhamento; e
- $M \oplus E_p$ é maior que M.

Aumento de Emparelhamento



Obtenção de Emparelhamento Máximo

Um emparelhamento M em um grafo G = (V, E) possui cardinalidade máxima se e somente se não existe caminho M-aumentante em G. (Teorema de Berge)

Método iterativo para obtenção de Emparelhamento Máximo

- 1. Obter um emparelhamento inicial M
- 2. <u>enquanto</u> existir caminho M-aumentante P <u>efetuar</u>
 - a. Atualizar M, isto é, M \leftarrow M \oplus E_P

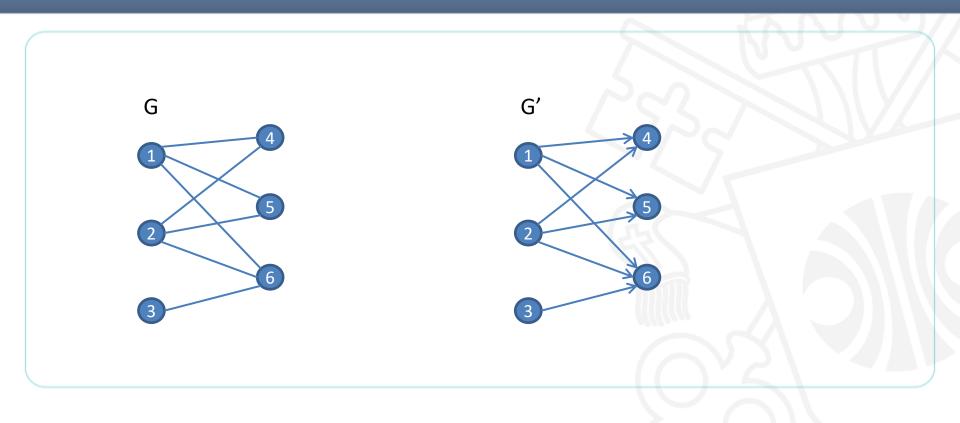
Obtenção de Caminho M-aumentante

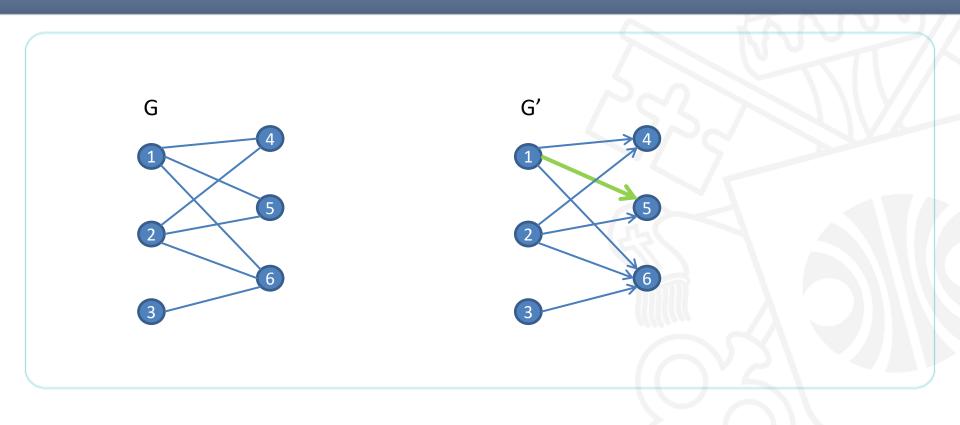


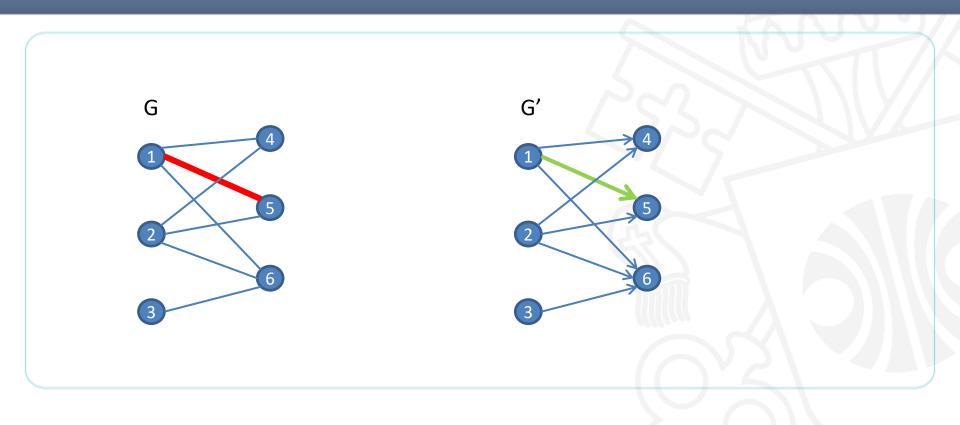
Método para obtenção de caminho M-aumentante em grafo bipartido

- 1. Dado um grafo não direcionado e bipartido $G = (V_1 \cup V_2, E)$ e um emparelhamento $M \subseteq E$, construir grafo direcionado $G' = (V_1 \cup V_2, E')$, em que, para $v \in V_1$ e $w \in V_2$, :
 - a. se a aresta $\{v, w\} \in M$ então $(v, w) \in E'$; ou
 - b. se a aresta $\{v, w\} \notin M$ então $(w, v) \in E'$.
- 2. Se existir um caminho P em G' de um vértice livre em V_1 para um vértice livre em V_2 então P corresponde a caminho M-aumentante

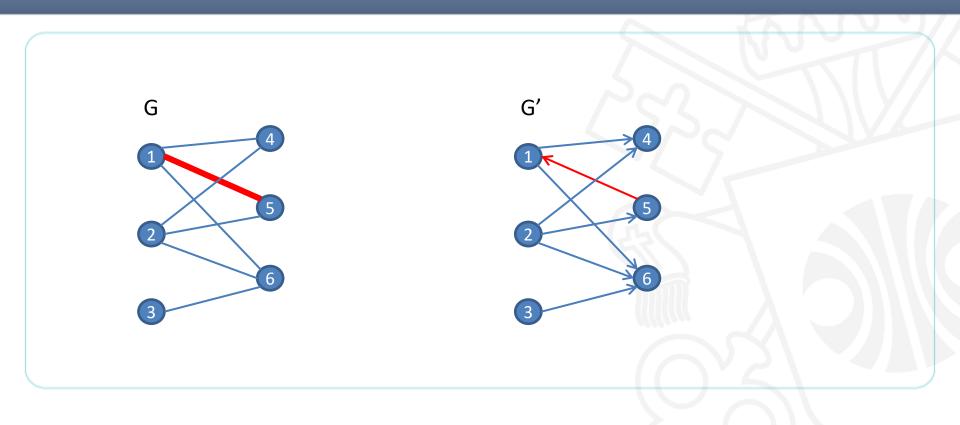


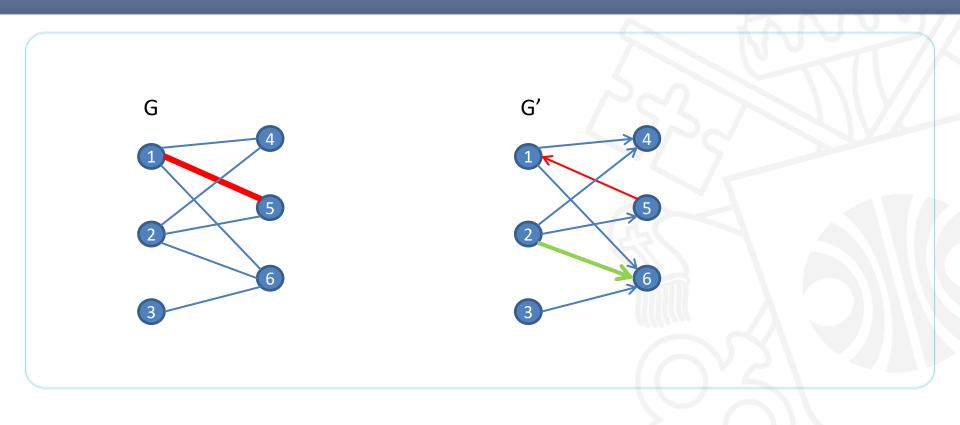


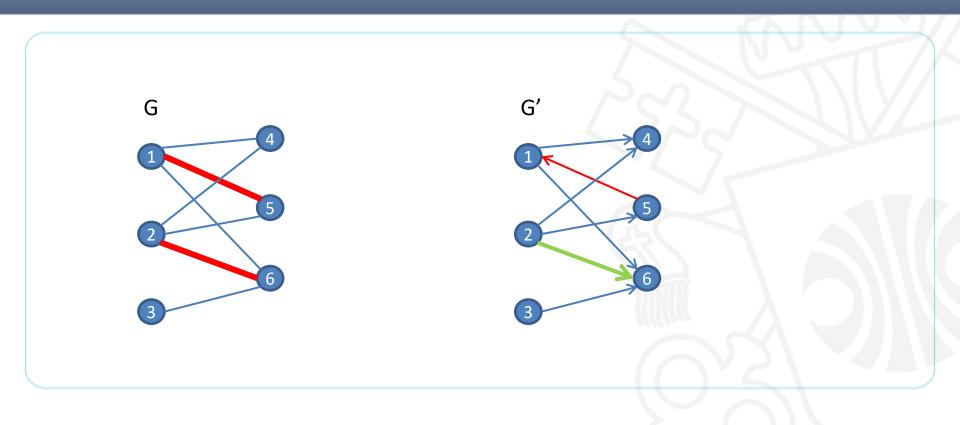




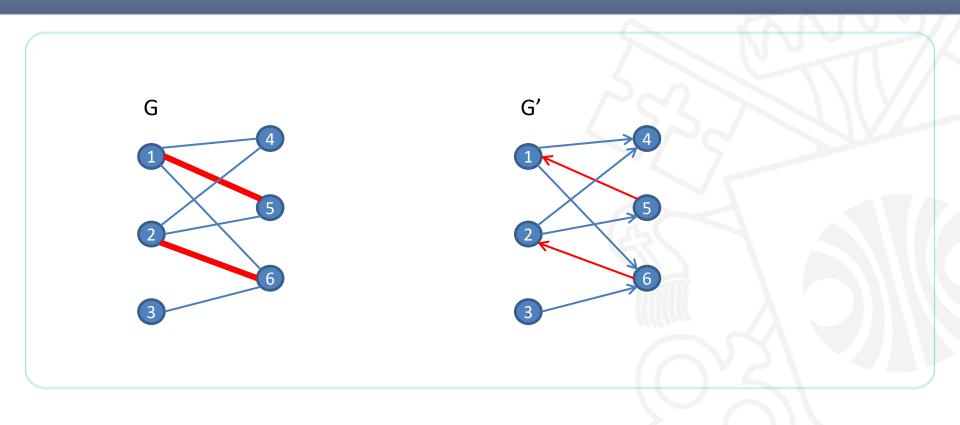


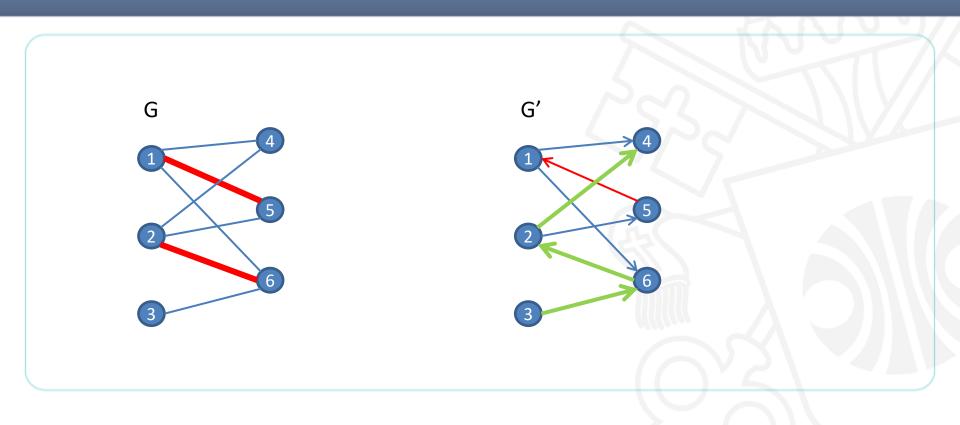


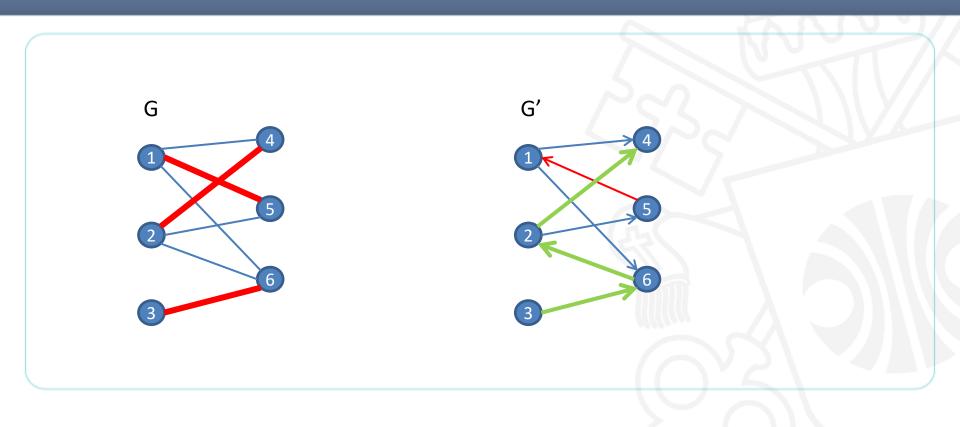




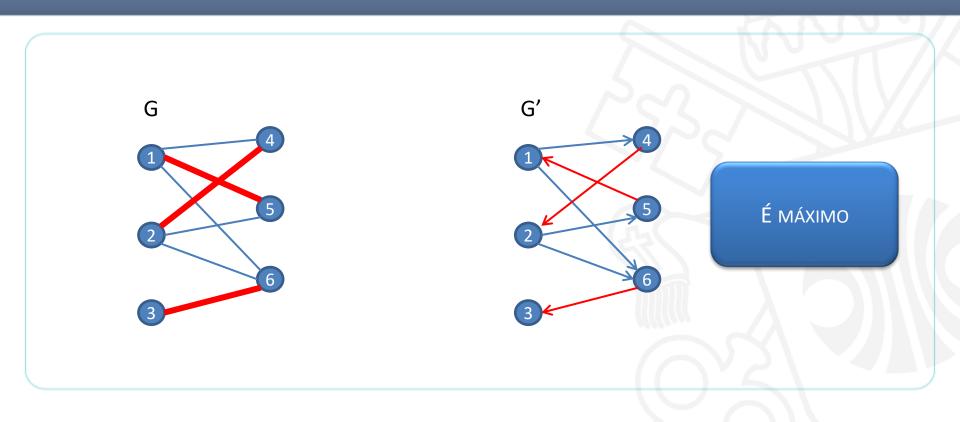


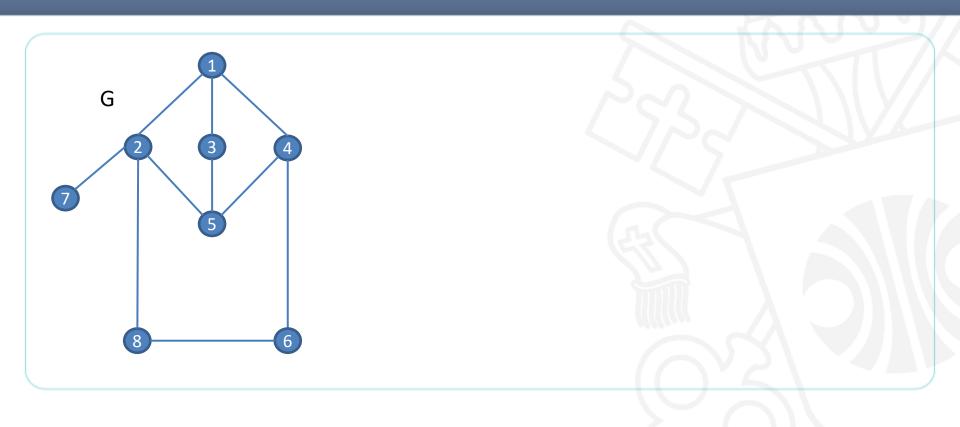


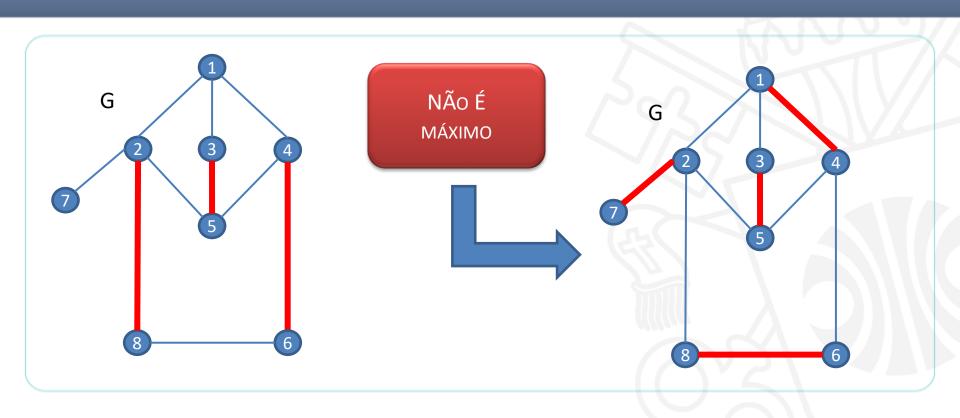


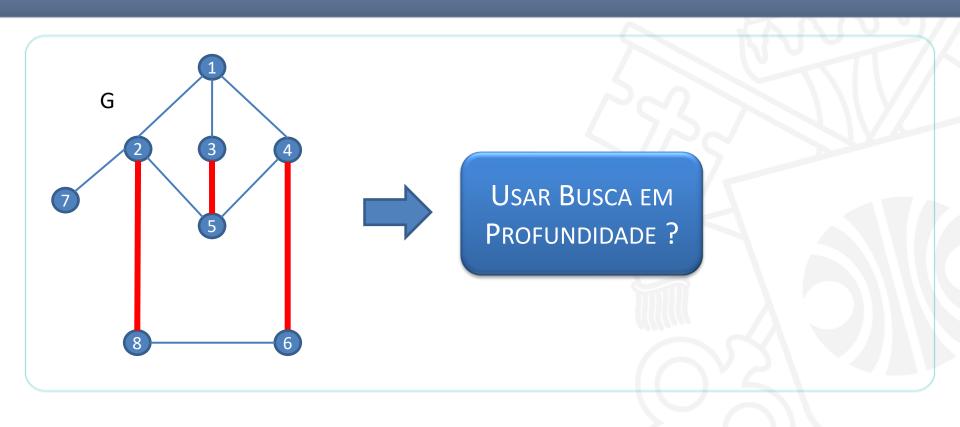


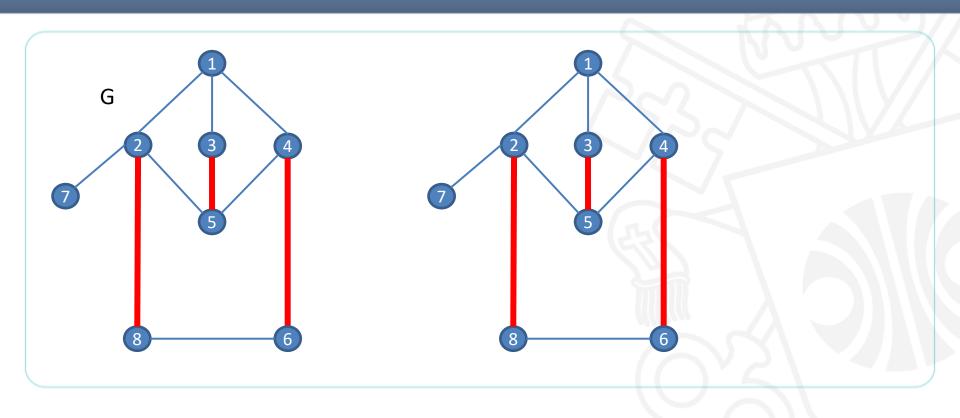


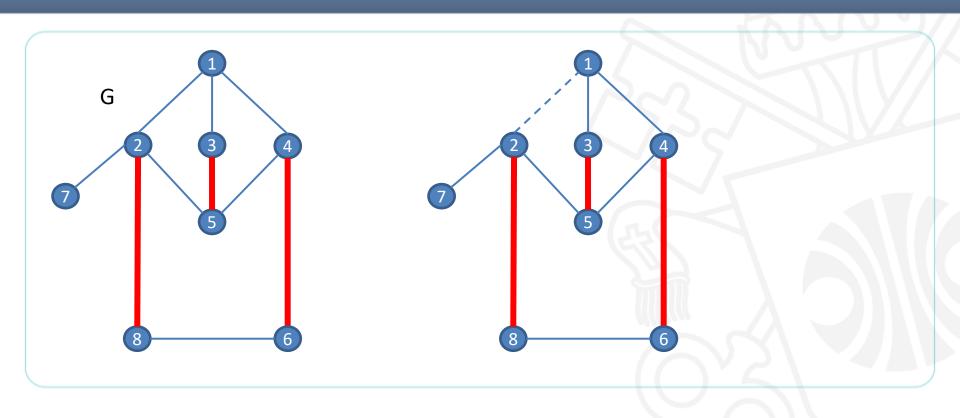


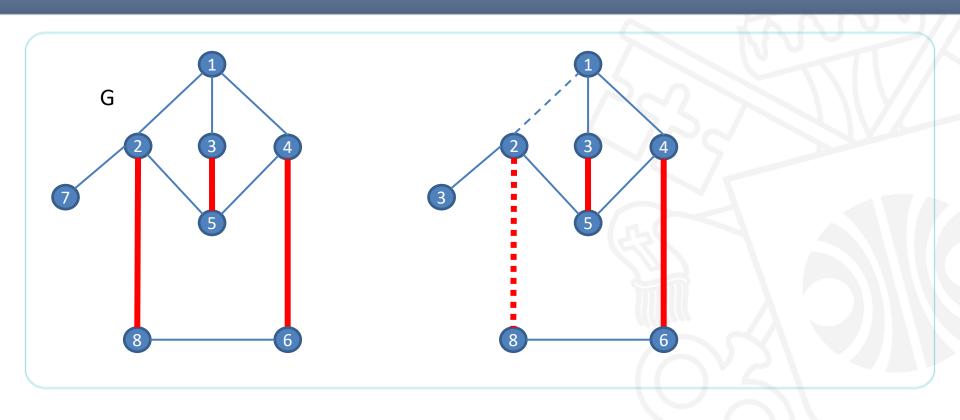


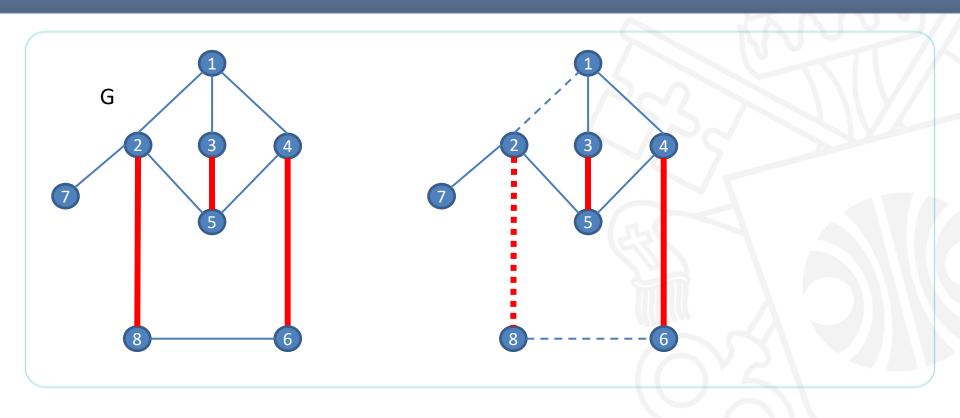


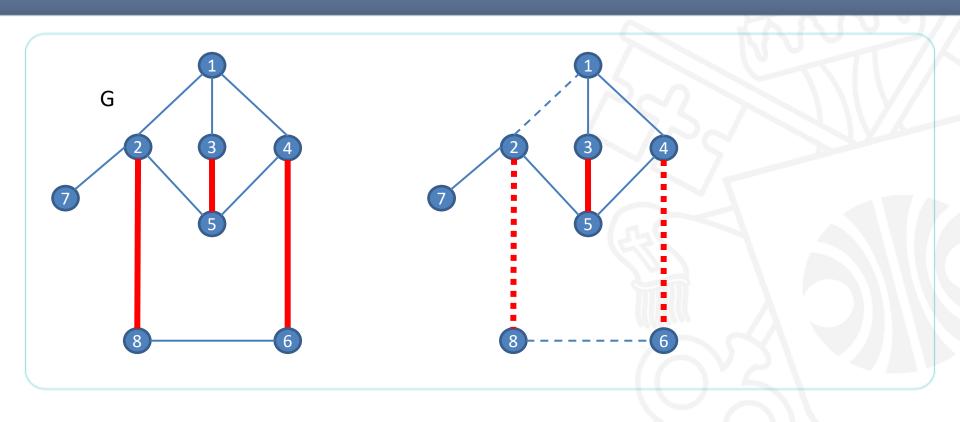


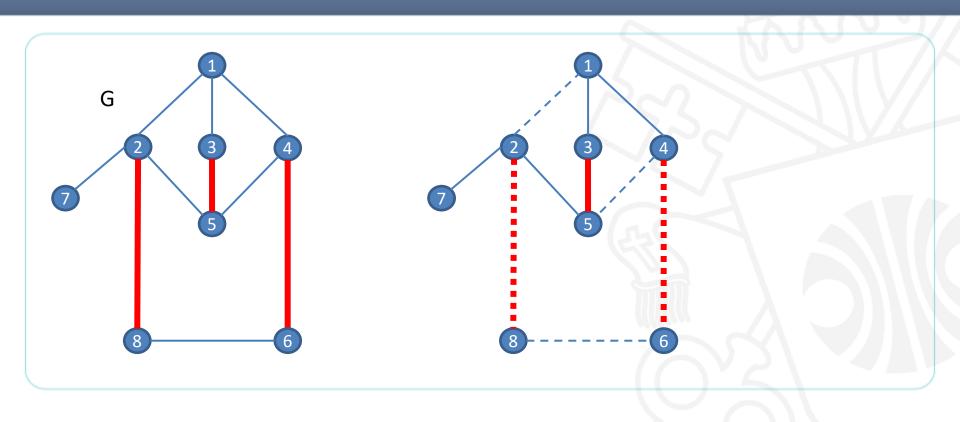


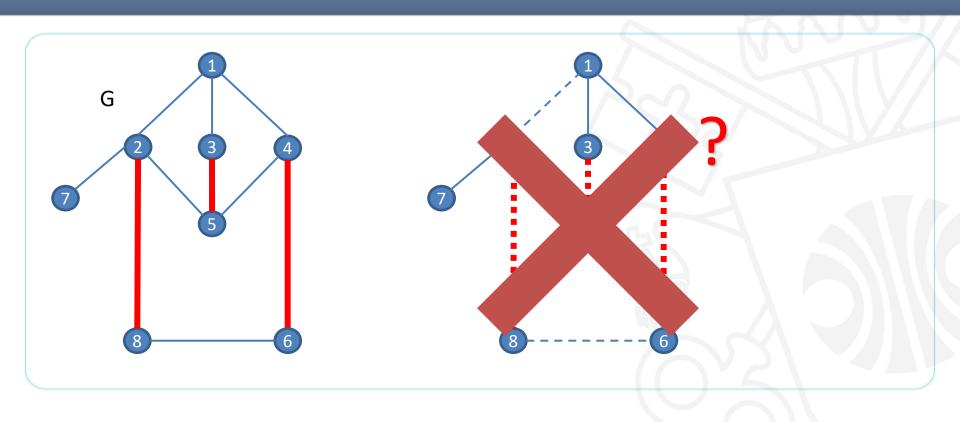


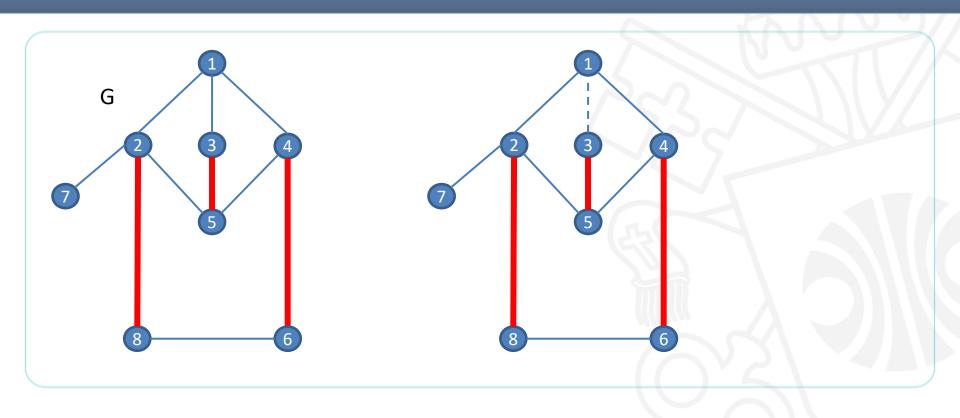


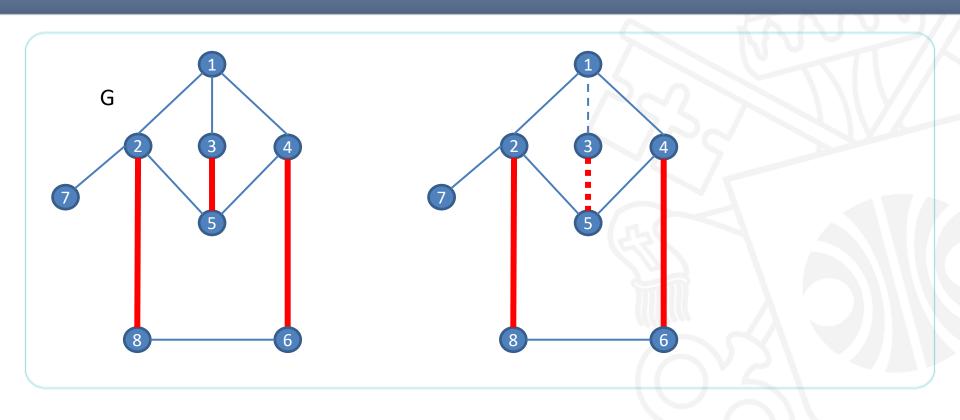


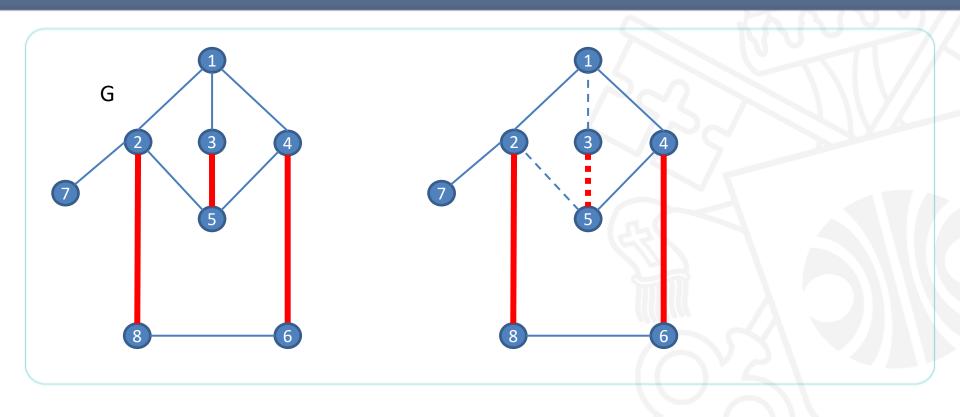


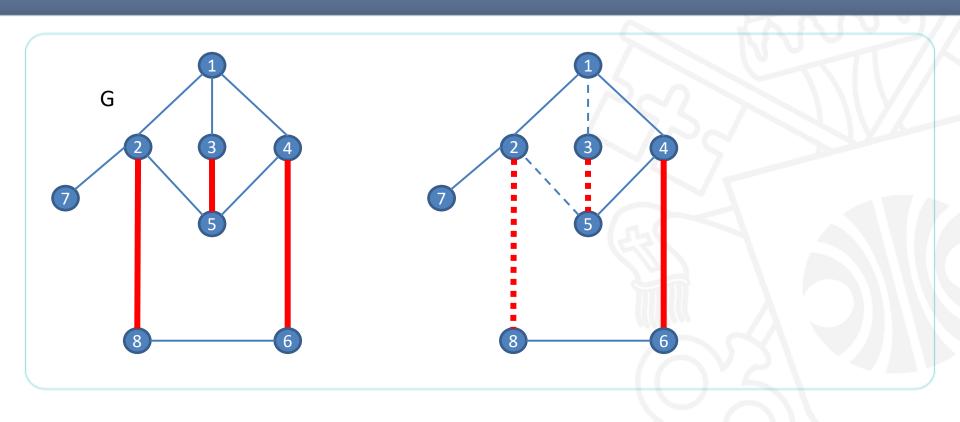


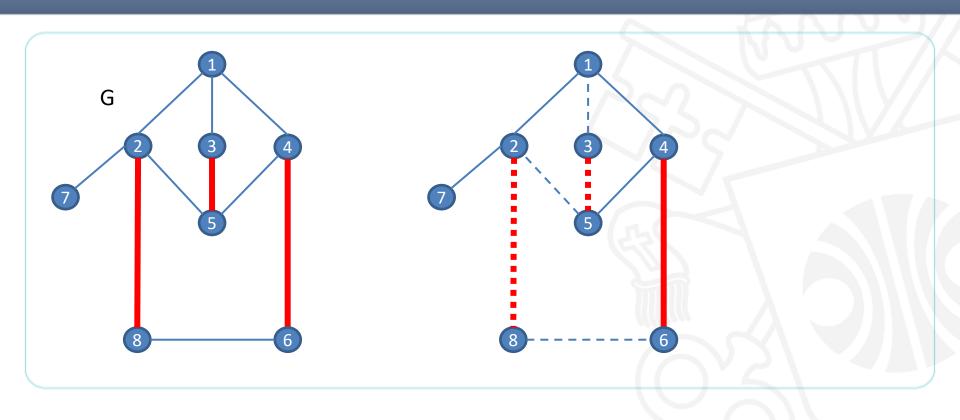


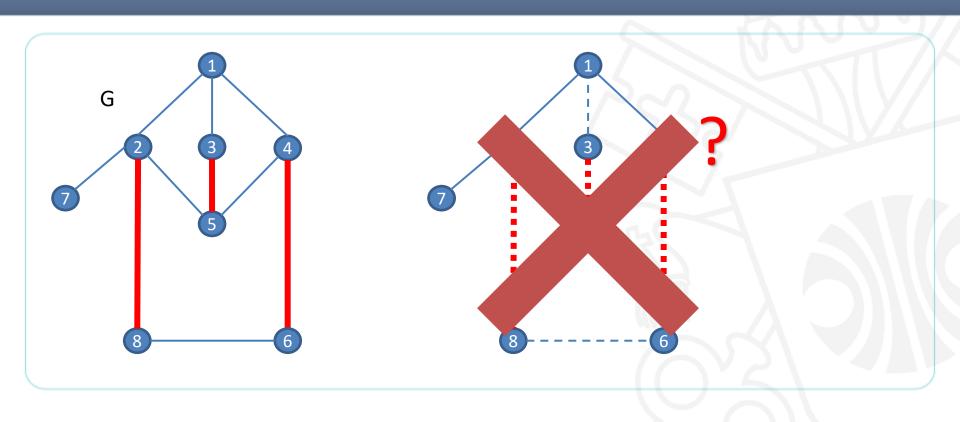


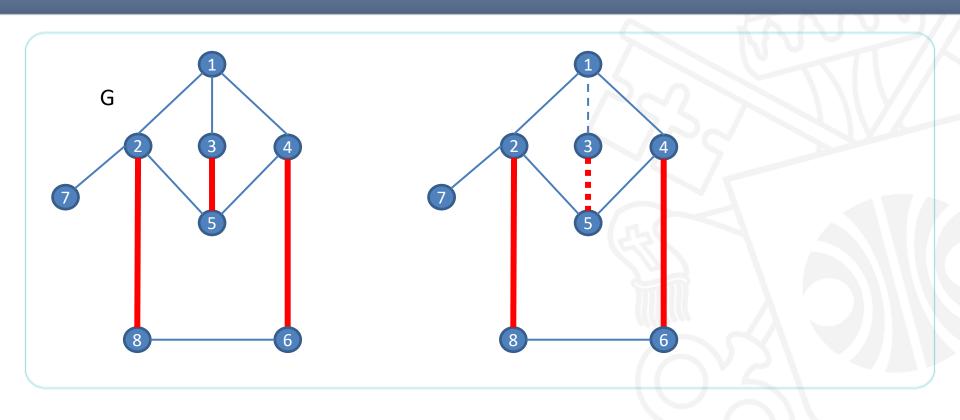


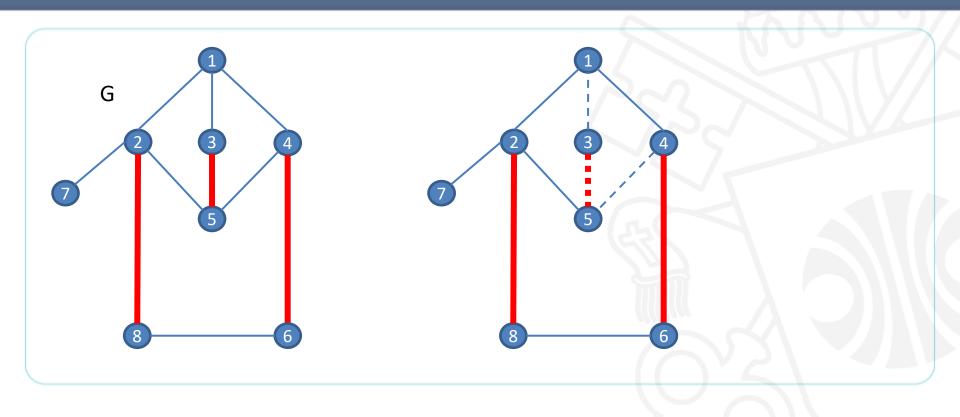


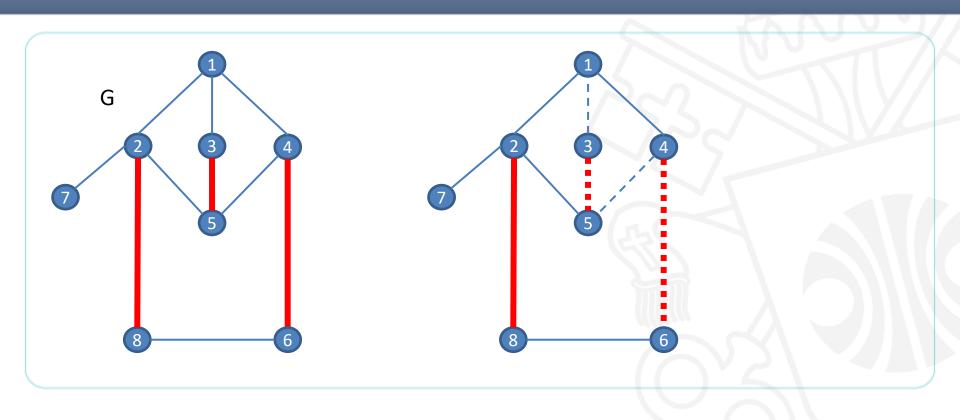


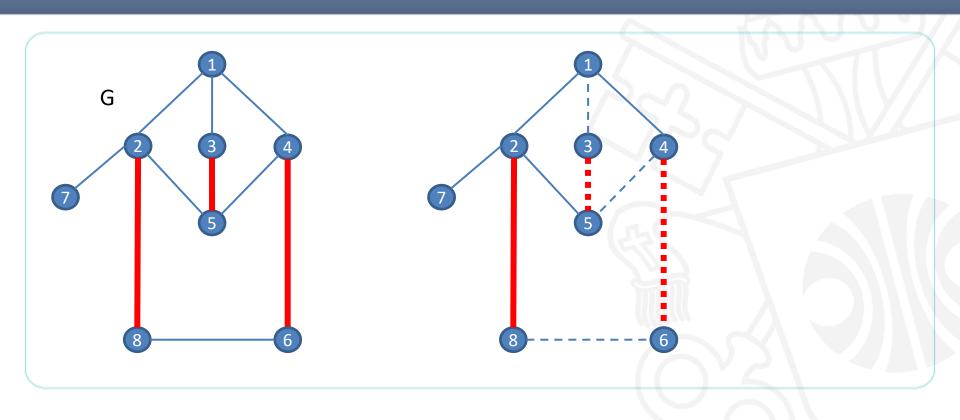


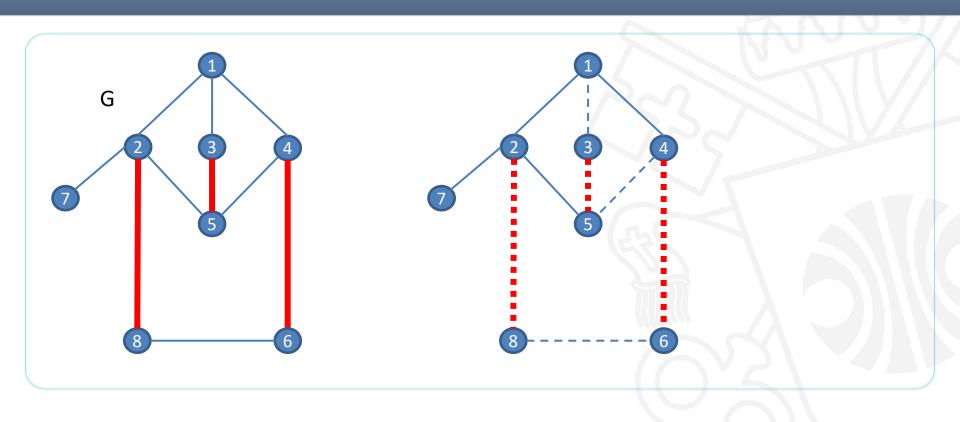


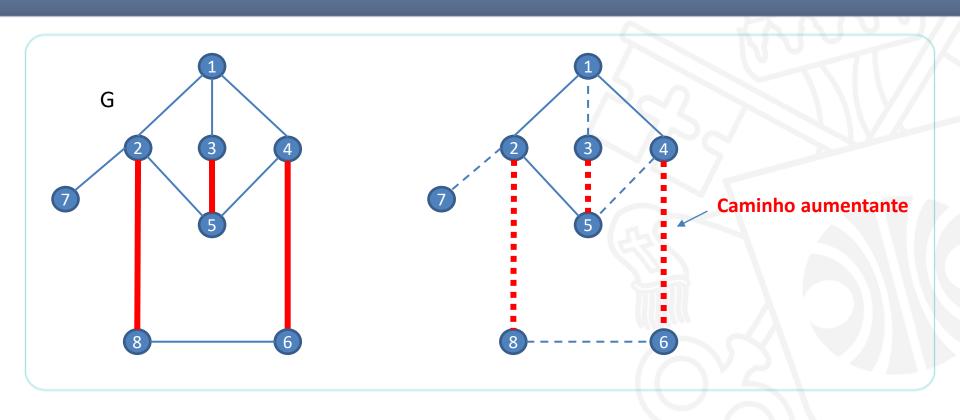


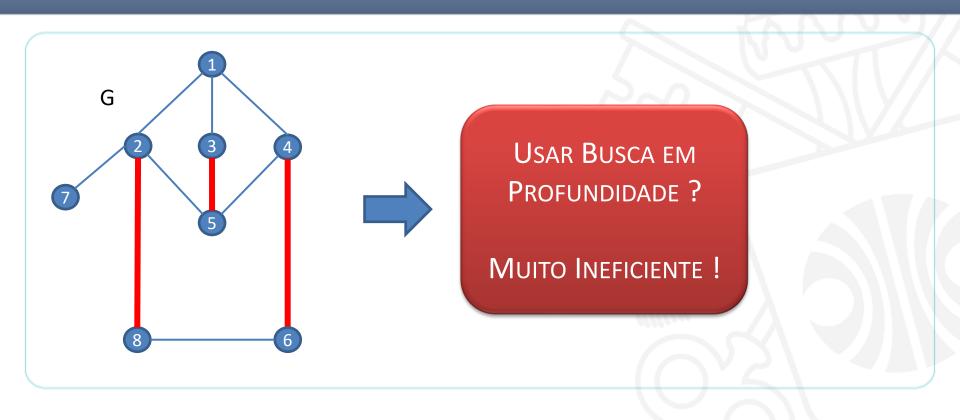


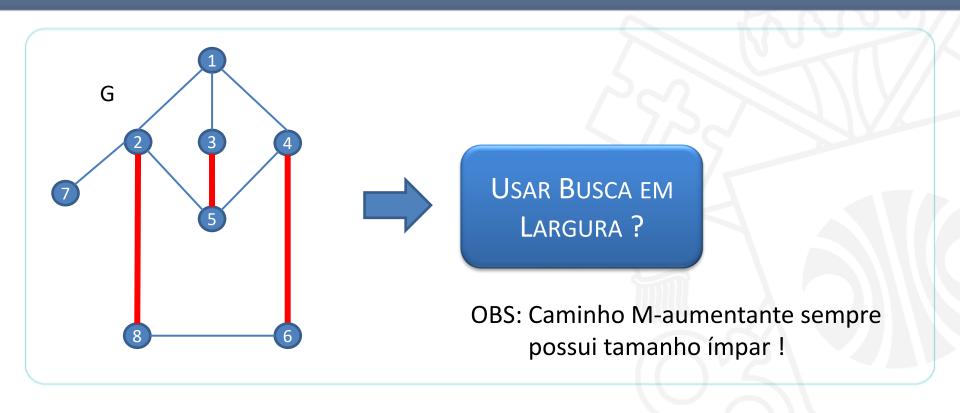


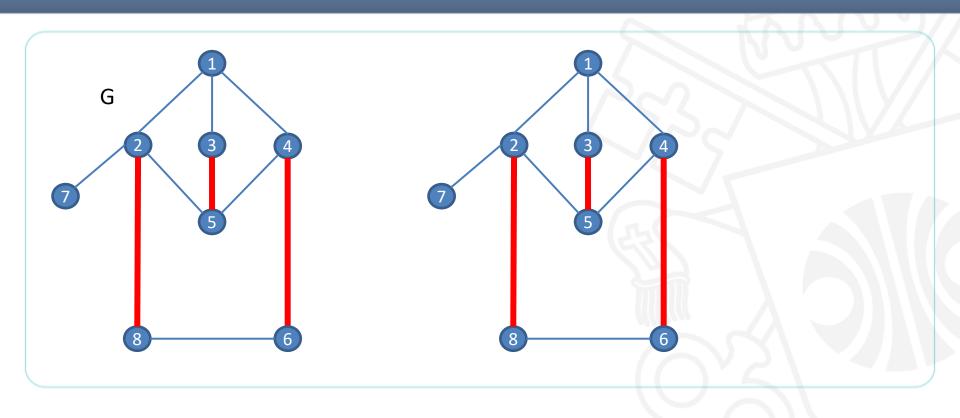


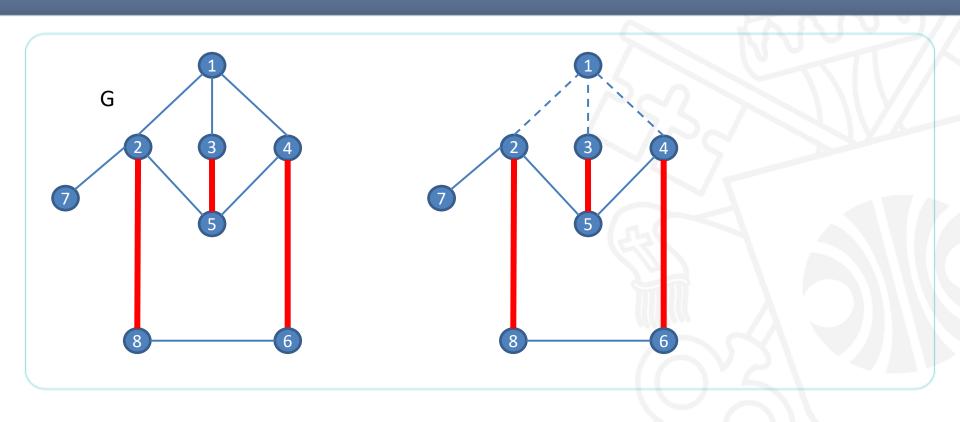


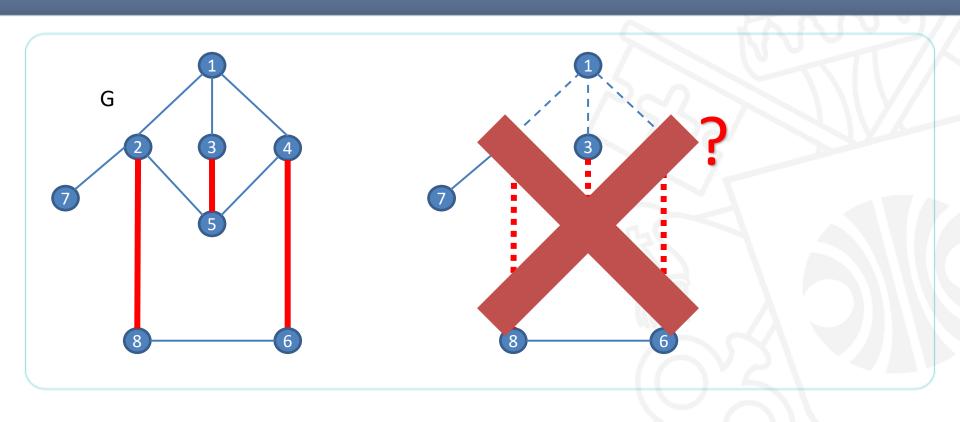






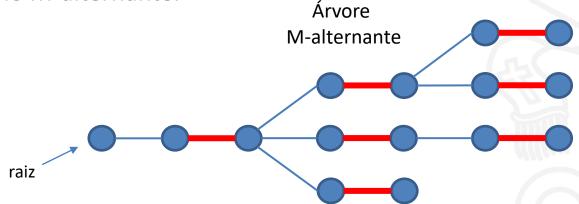






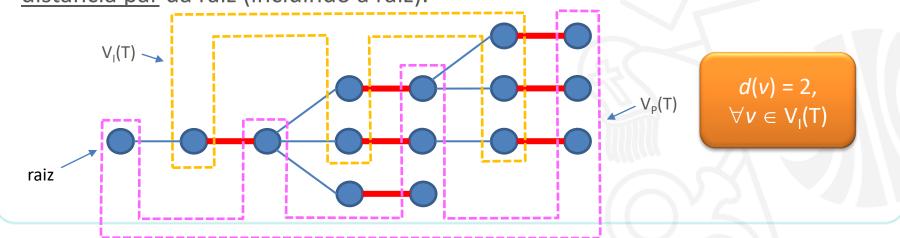
Árvore M-alternante

Seja um grafo não direcionado G = (V, E), M um emparelhamento de G e X o conjunto dos vértices livres. Uma **árvore M-alternante** T é uma árvore de G com raiz em um vértice $r \in X$ tal que todo caminho entre r e uma folha de T seja um caminho M-alternante.



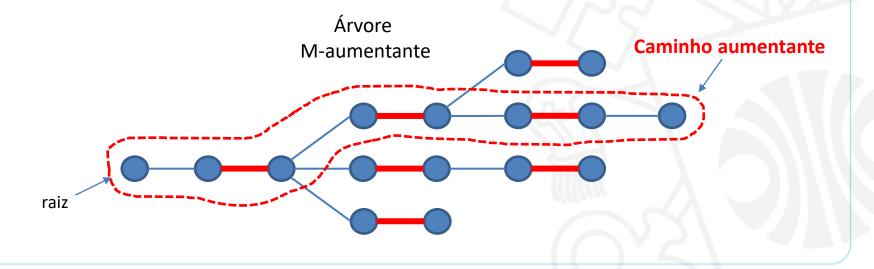
Árvore M-alternante

Em uma árvore M-alternante T com raiz $r \in X$, pode-se subdividir os vértices V(T) da árvore em <u>dois conjuntos</u>: $V_I(T)$ que contém os vértices que estão a uma <u>distância ímpar</u> da raiz e $V_P(T)$ que contém os vértices que estão a uma <u>distância par</u> da raiz (incluindo a raiz).



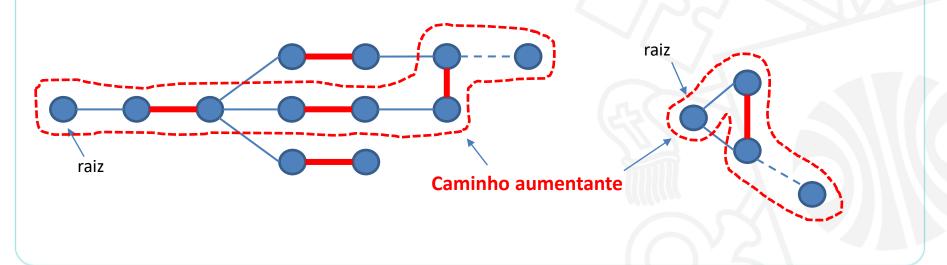
Árvore M-aumentante

Uma árvore M-alternante T é dita **árvore M-aumentante**, se T contém vértice *v* exposto que seja distinto de sua raiz (logo existe um caminho M-aumentante).



Árvore M-aumentante – Desafio

Uma árvore M-alternante T pode conter um ciclo de tamanho ímpar formado pela existência de aresta entre vértices "pares", isto é, que pertencem a $V_P(T)$.

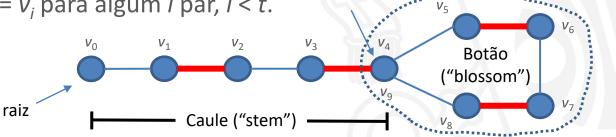


Blossom

Seja um grafo não direcionado G = (V, E), M um emparelhamento de G e X o conjunto dos vértices livres. Um passeio M-alternante v_0, v_1, \ldots, v_t é chamado de M-flor se satisfaz:



- $v_0, v_1, \ldots, v_{t-1}$ são distintos,
- $t \in \text{impar, e } v_t = v_i \text{ para algum } i \text{ par, } i < t.$

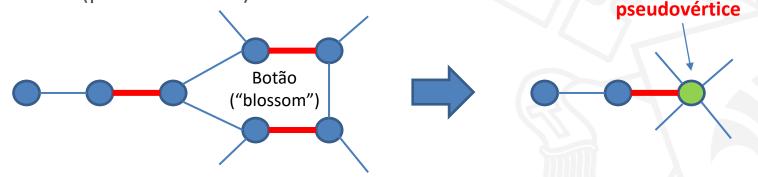


base

M-Flor

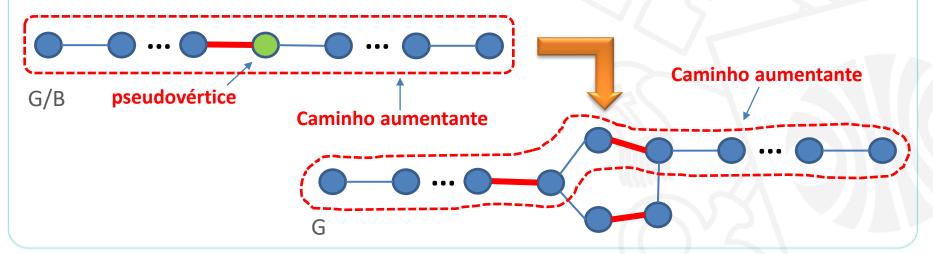
Contração de Blossom

Se B é um M-botão, definimos o grafo G/B (chamado G contraído de B), com emparelhamento M/B, como o grafo que resulta da substituição do botão B por um vértice (pseudovértice).

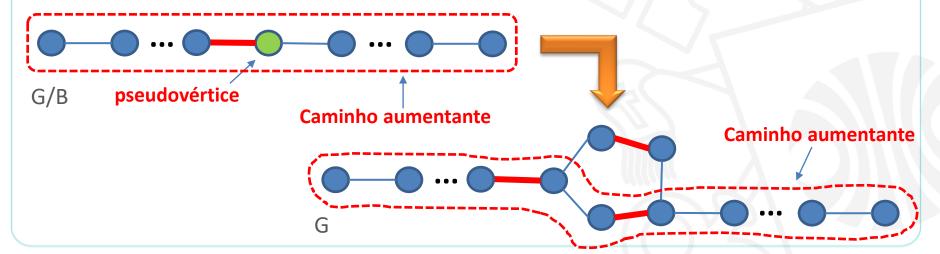


Dado um emparelhamento M em G e um botão B. Então M é máximo em G se e somente se M/B é um emparelhamento máximo em G/B. (Teorema Edmonds)

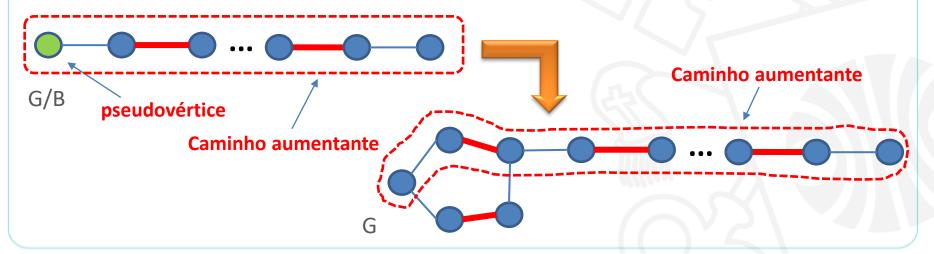
A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso o pseudovértice faça parte do caminho).



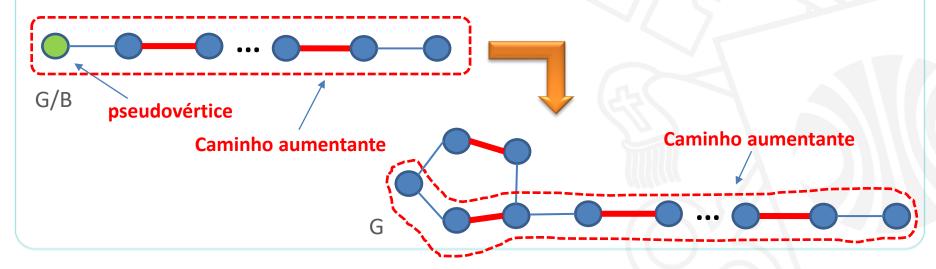
A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



A expansão (lifting) de um caminho aumentante em G/B para um caminho aumentante em G pode ser feita substituindo-se o pseudovértice por uma parte adequada do botão (caso seja necessário).



Método de Edmonds

Método de Edmonds

A ideia básica é buscar caminhos M-alternantes entre vértices distintos do conjunto de vértices livres (isto é, caminho M-aumentantes).

Se não existe caminho M-aumentante, então o emparelhamento é máximo.

Se for obtido um caminho M-aumentante P sem flor, reaplica-se o algoritmo a G com emparelhamento M \leftarrow M \oplus E_P .

Se for encontrado um caminho com um botão B, aplica-se o algoritmo a G/B com emparelhamento M/B.

Uma vez que G pode conter vértices resultantes de contrações, deve-se desfazê-las preservando-se a maximalidade do emparelhamento.

Método de Edmonds – Algoritmo

Emparelhamento_Máximo(G)

- 1. $M \leftarrow \emptyset$;
- 2. $P \leftarrow Encontra Caminho Aumentante(G, M);$
- 3. enquanto ($P \neq \emptyset$) efetuar
 - a. $M \leftarrow M \oplus E_p$
 - b. $P \leftarrow Encontra_Caminho_Aumentante(G, M);$

Método de Edmonds – Algoritmo

retornar \emptyset ;

```
Encontra Caminho Aumentante(G, M)
     F \leftarrow Inicializa Floresta Alternante(G, M);
    para todo vértice desmarcado v \in F tal que dist(v, F.raiz[v]) for par faça
         enquanto \exists aresta e = \{v, w\} desmarcada efetuar
              se w ∉ F então
                    Adicionar a Floresta(M, F, v, w);
               senão se dist(w, F.raiz[w]) for par então
                    retornar Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w);
          iii.
               Marcar aresta e;
          Marcar vértice v;
```

Método de Edmonds – Algoritmo

```
Inicializa_Floresta_Aumentante(G, M)
```

- 1. $F \leftarrow \emptyset$;
- 2. para todo vértice $v \in V(G)$ faça Desmarcar vértice v;
- 3. para todo vértice livre $v \in V(G)$ faça
 - a. F.Adiciona_Arvore_Trivial(v);
 - b. F.raiz[v] $\leftarrow v$;
- 4. para toda aresta $e \in E(G)$ faça Desmarcar aresta $\{v, w\}$;
- 5. para toda aresta $e \in M$ faça Marcar aresta $\{v, w\}$;
- 6. <u>retornar</u> F;

```
    Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
    Encontrar a aresta {w, x} ∈ M;
    F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(w);
    F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
    F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(x);
    F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
```

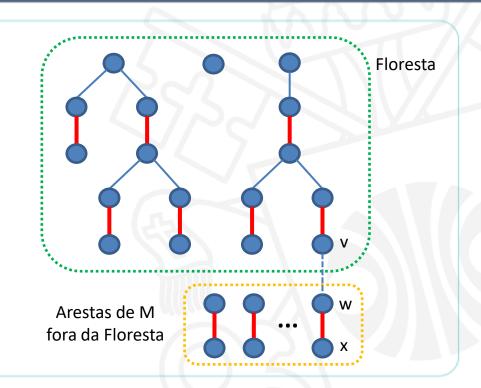
 $F.raiz[w] \leftarrow F.raiz[v];$

 $F.raiz[x] \leftarrow F.raiz[v];$

6.

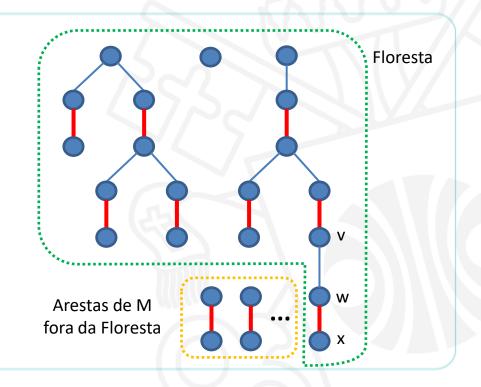
```
Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
```

- 1. Encontrar a aresta $\{w, x\} \in M$;
- F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(w);
- 3. F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
- 4. F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(x);
- F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
- 6. F.raiz[w] \leftarrow F.raiz[v];
- 7. F.raiz[x] \leftarrow F.raiz[v];



```
Adicionar_a_Floresta(M, F, v, w)
```

- 1. Encontrar a aresta $\{w, x\} \in M$;
- F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(w);
- 3. F.Arvore(v).AddEgde(v, w);
- 4. F.Arvore(v).Adiciona_Vertice(x);
- F.Arvore(v).AddEgde(w, x);
- 6. F.raiz[w] \leftarrow F.raiz[v];
- 7. F.raiz[x] \leftarrow F.raiz[v];



```
Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w)
     se F.raiz[v] \neq F.raiz[w] então
          P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])
     senão
        B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
          G' \leftarrow Contrair Blossom Grafo(G, B, z);
          M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
          P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
          se z \in P então
                P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
     retornar P;
```

Obter_Novo_Caminho(G, M, F, v, w)

- 1. $\underline{\text{se}} \text{ F.raiz}[v] \neq \text{F.raiz}[w] \underline{\text{então}}$
 - a. $P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])$

Caminho aumentante

```
Obter Novo Caminho(G, M, F, v, w)
     se F.raiz[v] \neq F.raiz[w] então
          P \leftarrow ObterCaminho(F, F.raiz[v], v) + ObterCaminho(F, w, F.raiz[w])
     senão
        B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
          G' \leftarrow Contrair Blossom Grafo(G, B, z);
          M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
          P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
          se z \in P então
                P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
     retornar P;
```

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir\_Blossom(P, G, B, z);
                  {v, w} é ignorada quando
                 dist(w, F.raiz[w]) for impar
```

```
a. B ← ObterCaminho(F, v, w) + v;
b. G' ← Contrair_Blossom_Grafo(G, B, z);
c. M' ← Contrair_Blossom_Emparelhamento(M, B, z);
d. P ← Encontra_Caminho_Aumentante(G', M');
e. se z ∈ P então
P ← Expandir_Blossom(P, G, B, z);
```

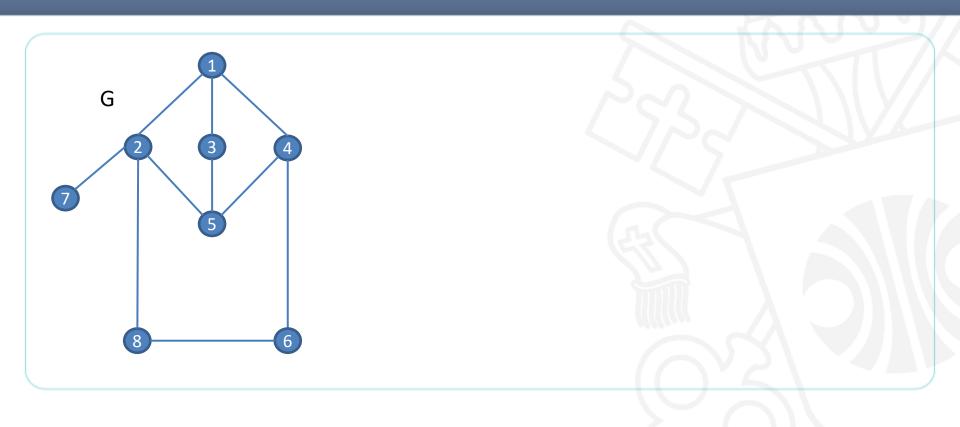
Floresta

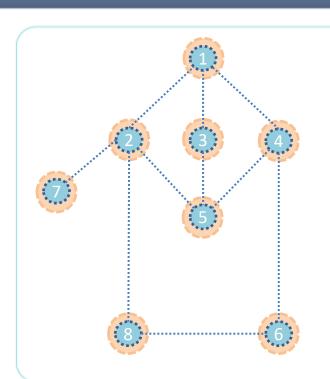
Blossom

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                             Caminho aumentante
```

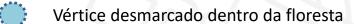
```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                             Caminho aumentante
```

```
B \leftarrow ObterCaminho(F, v, w) + v;
G' \leftarrow Contrair\_Blossom\_Grafo(G, B, z);
                                                                                         Floresta
M' \leftarrow Contrair Blossom Emparelhamento(M, B, z);
P \leftarrow Encontra\_Caminho\_Aumentante(G', M');
<u>se</u> z ∈ P <u>então</u>
      P \leftarrow Expandir Blossom(P, G, B, z);
                                                                                          Blossom
                             Caminho aumentante
```

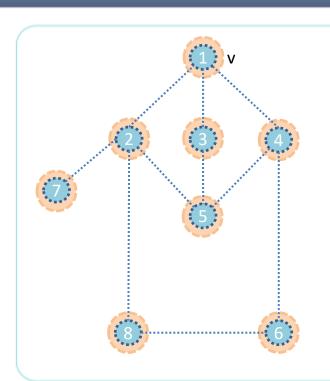




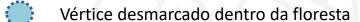




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







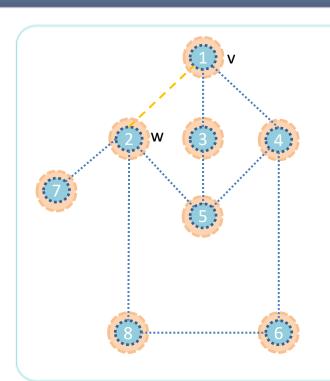


---- Aresta em análise

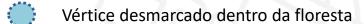
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







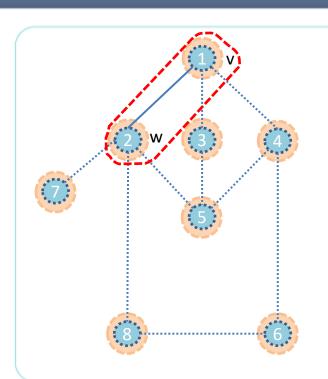
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

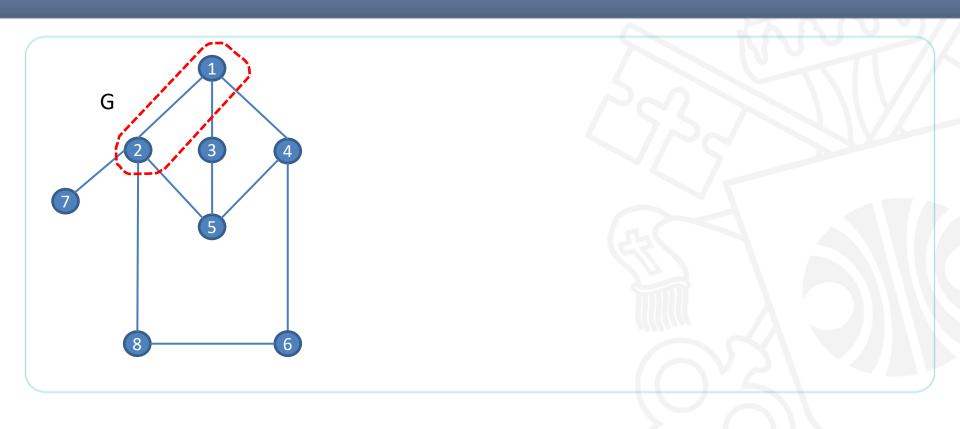
Aresta marcada dentro do emparelhamento

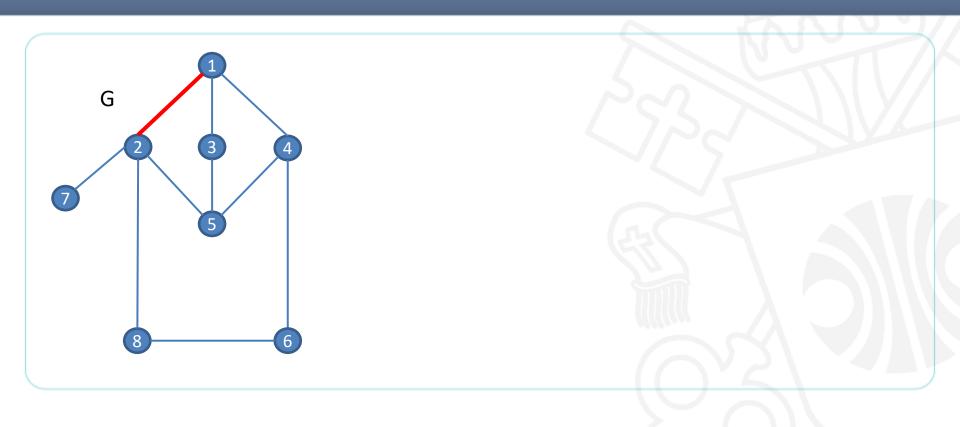


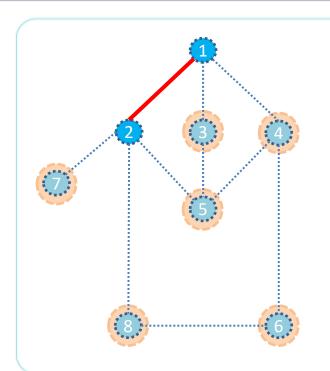




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta











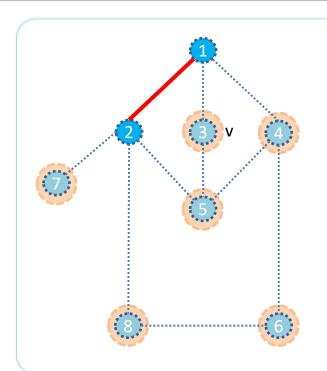


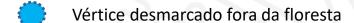
---- Aresta em análise

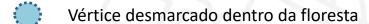
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

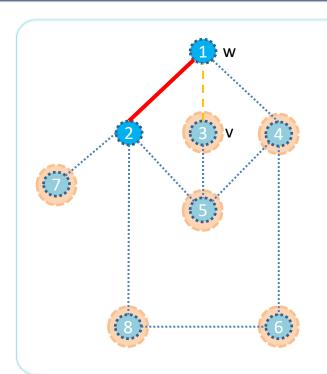
Aresta marcada dentro do emparelhamento



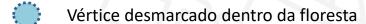




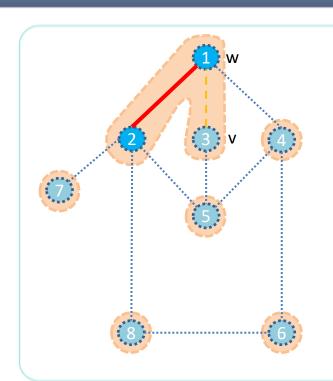
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







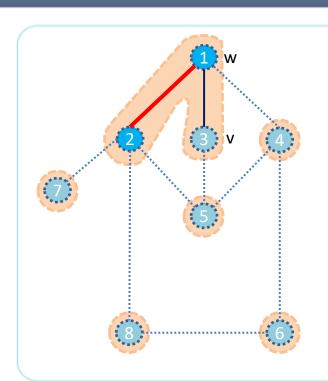
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







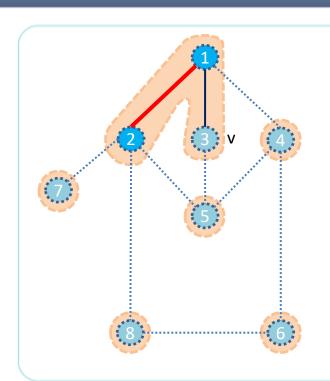
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



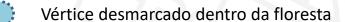




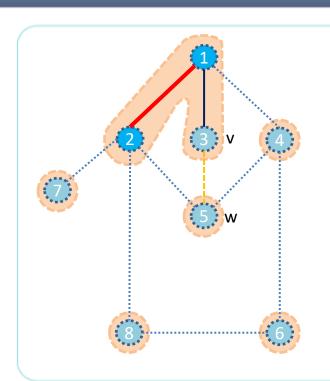
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



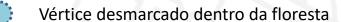




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







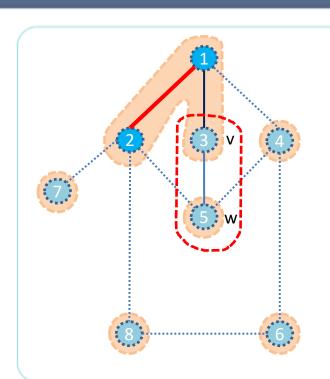


--- Aresta em análise

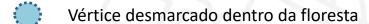
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

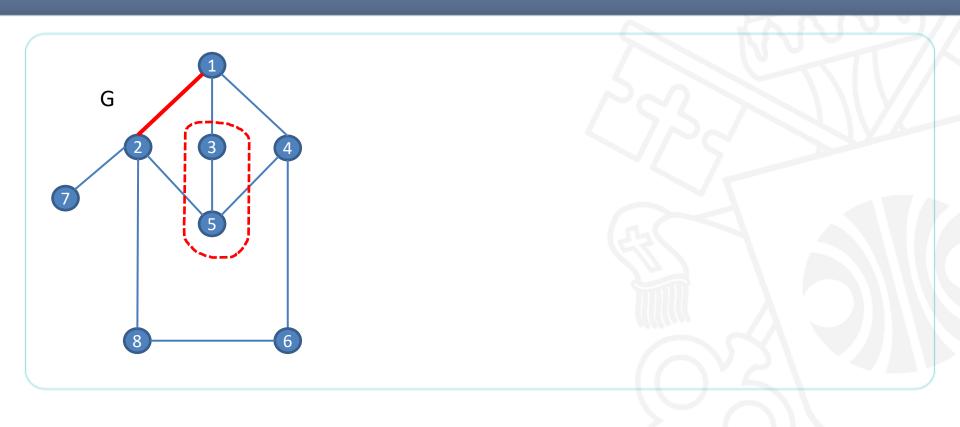
Aresta marcada dentro do emparelhamento

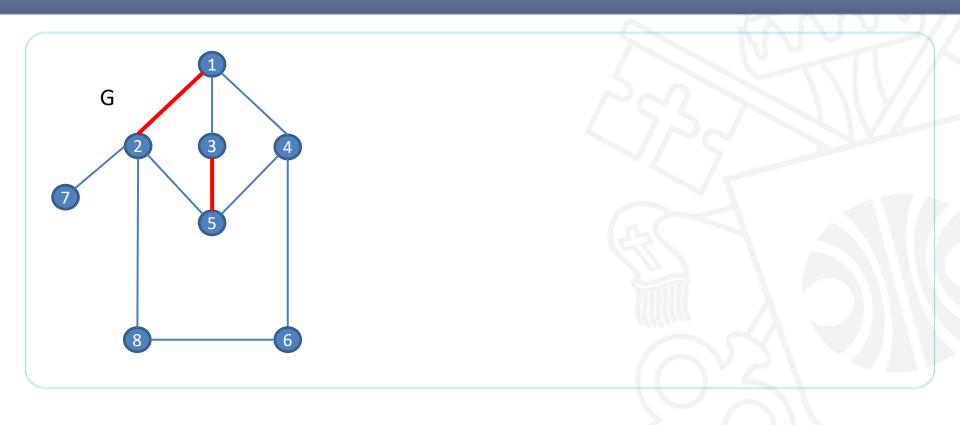


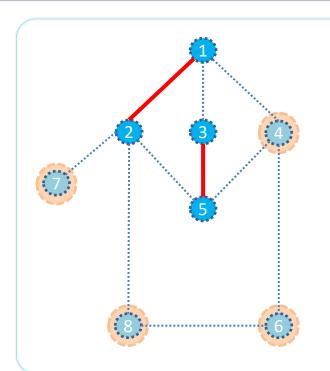




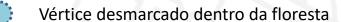
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta











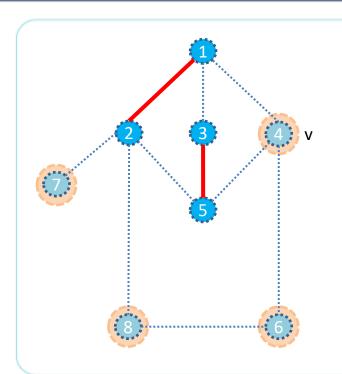


---- Aresta em análise

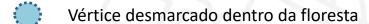
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

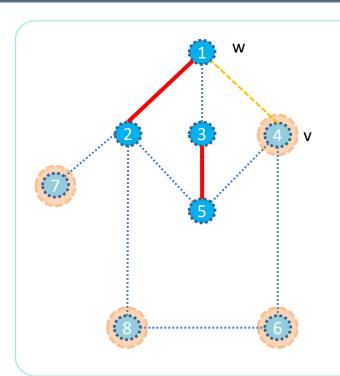
Aresta marcada dentro do emparelhamento



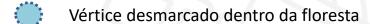




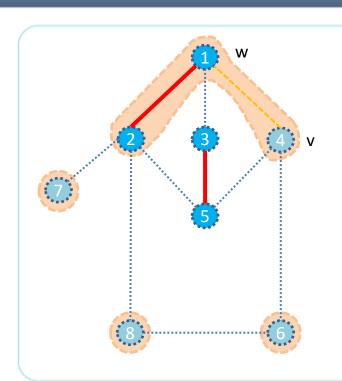
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



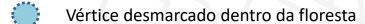




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







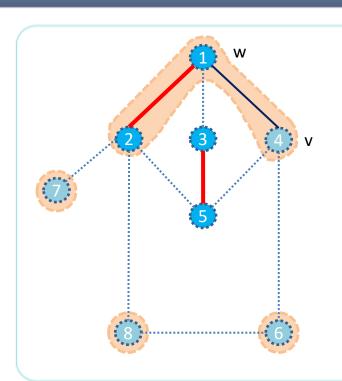


---- Aresta em análise

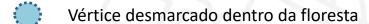
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

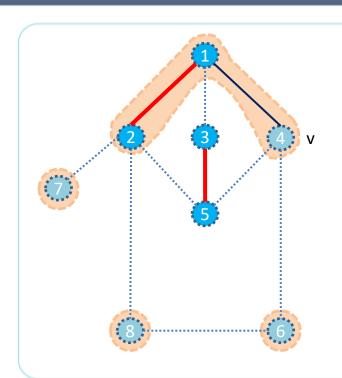
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







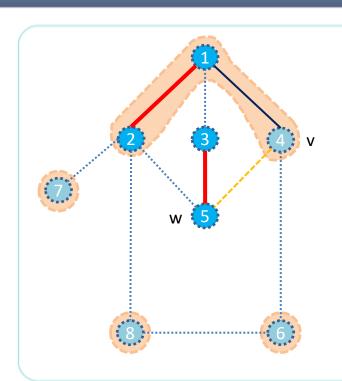


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

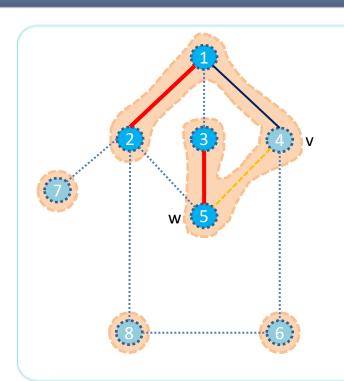
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







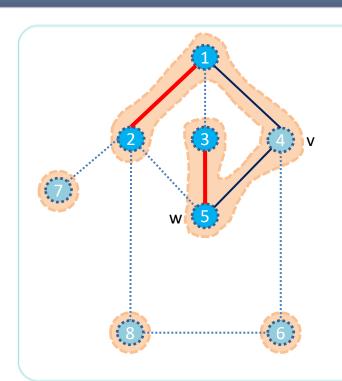


---- Aresta em análise

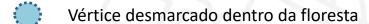
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

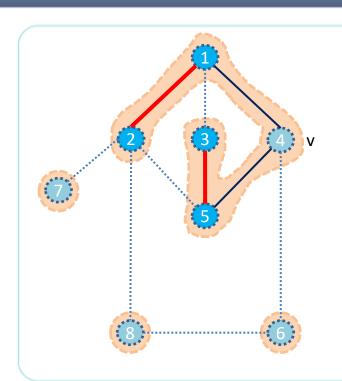
Aresta marcada dentro do emparelhamento



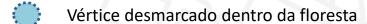




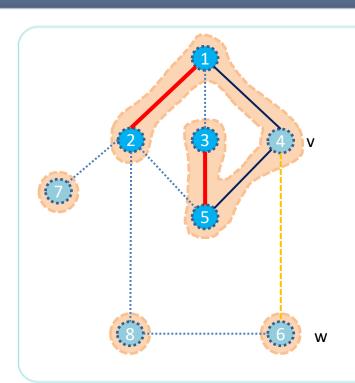
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







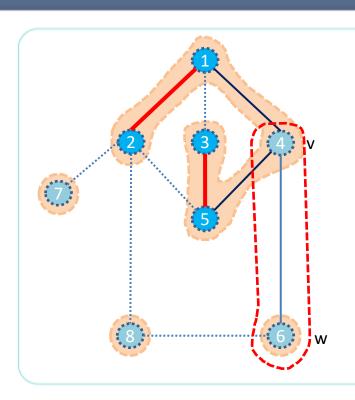
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



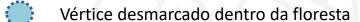




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







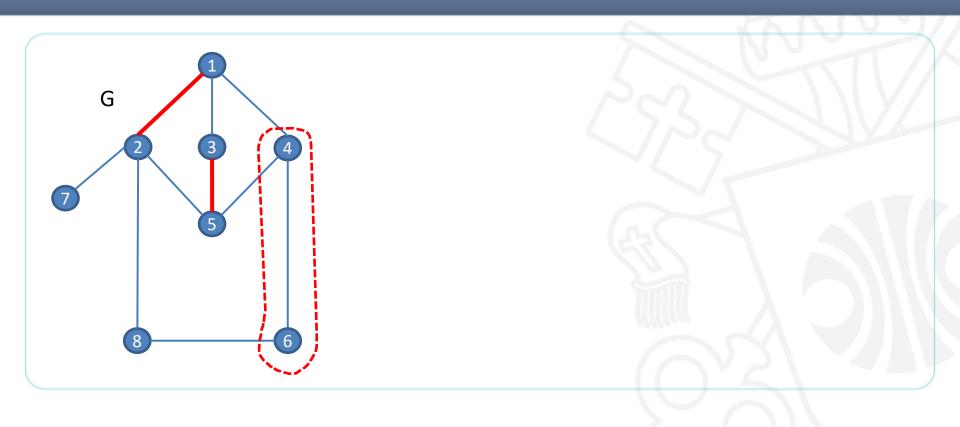
Vértice marcado

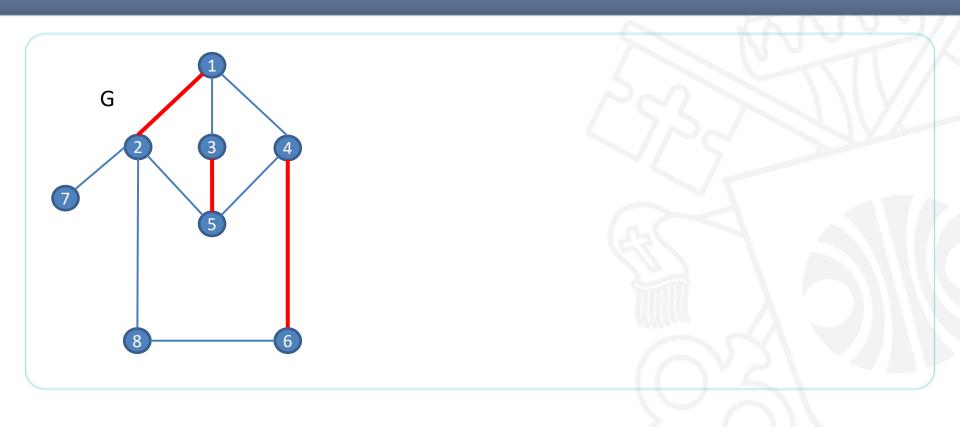
---- Aresta em análise

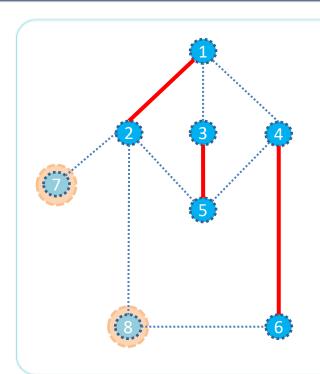
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento



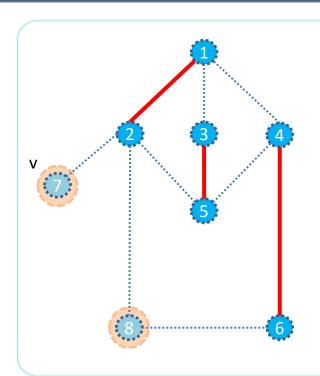




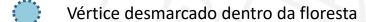




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







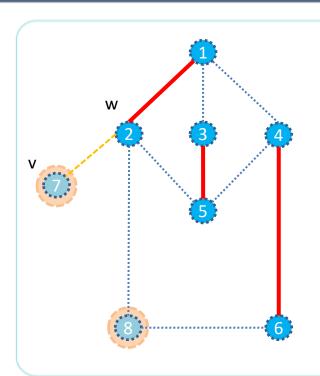


---- Aresta em análise

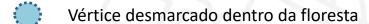
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

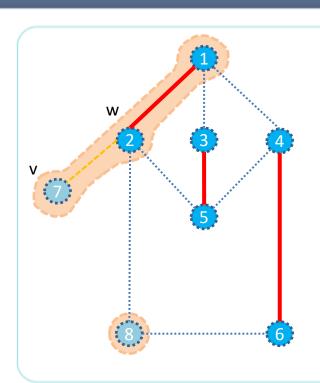
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







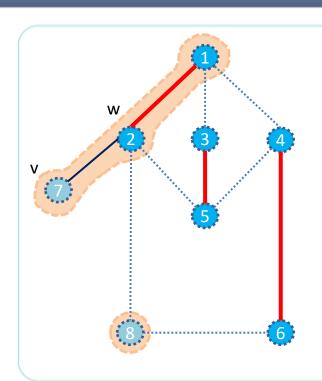


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







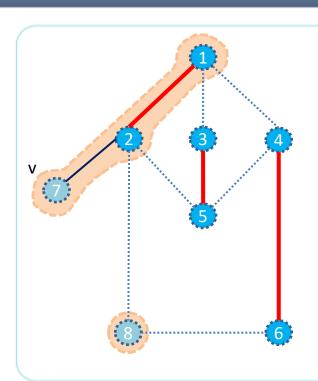
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







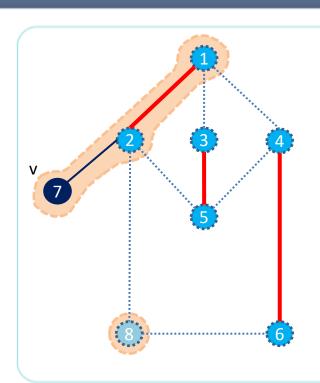
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

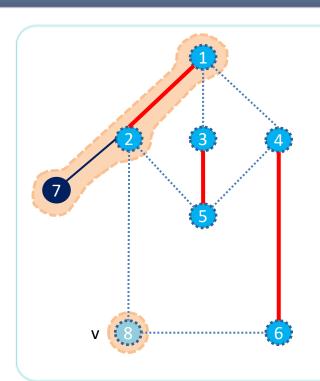
Aresta marcada dentro do emparelhamento







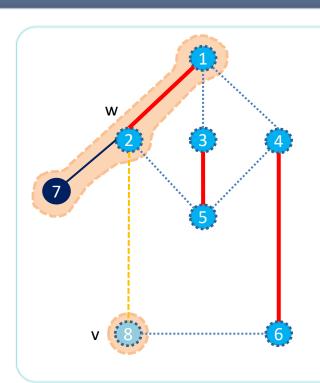
- Vértice marcado
- --- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







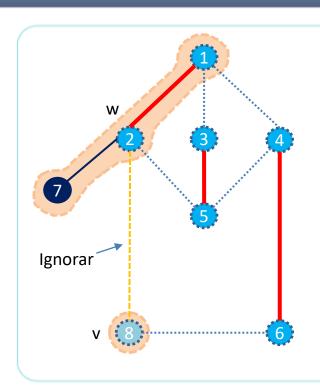
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



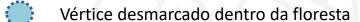


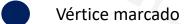


- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







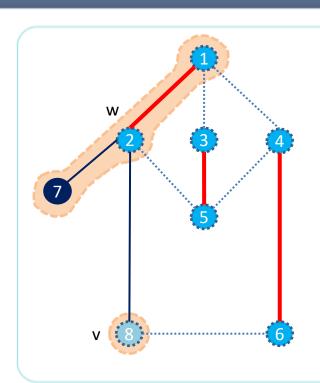


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







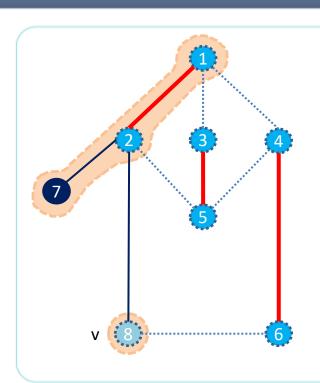
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







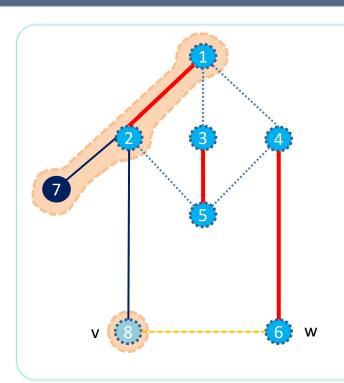


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

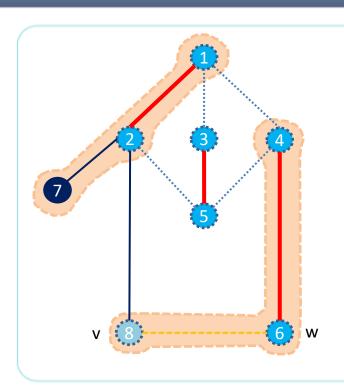
Aresta marcada dentro do emparelhamento







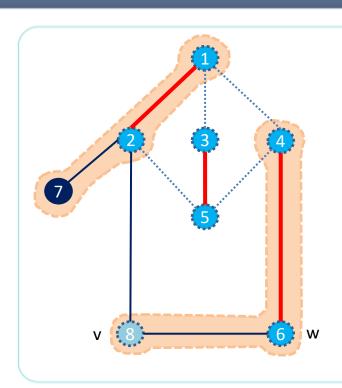
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







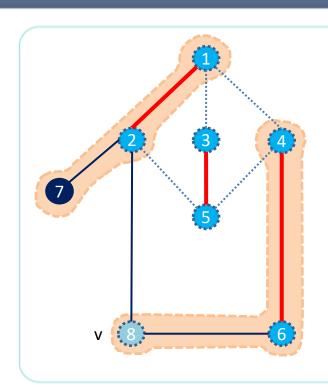


--- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







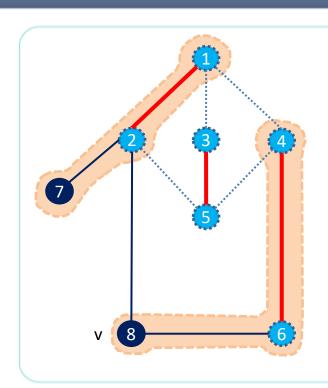


---- Aresta em análise

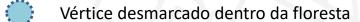
······ Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







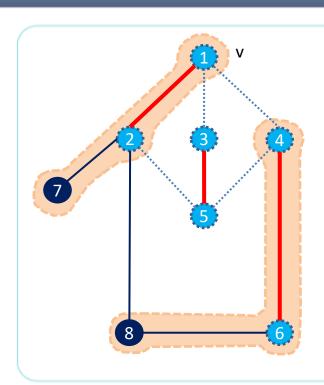
Vértice marcado

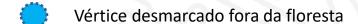
---- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

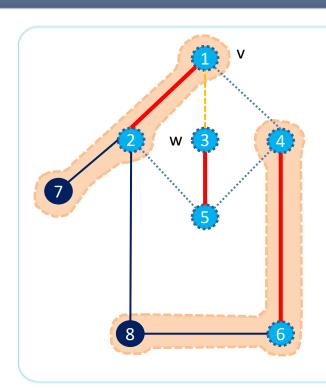
Aresta marcada dentro do emparelhamento



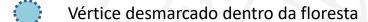




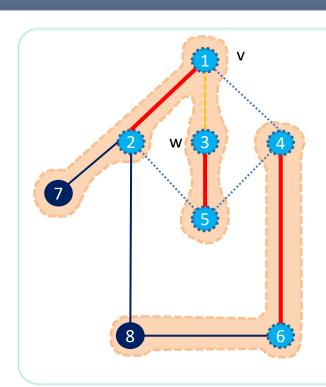
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



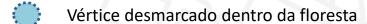




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







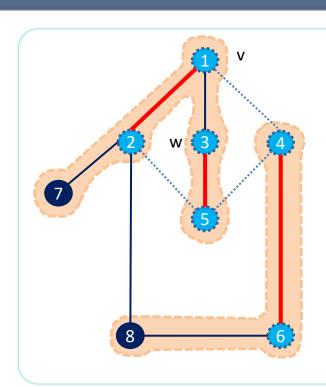
Vértice marcado

---- Aresta em análise

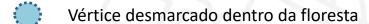
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







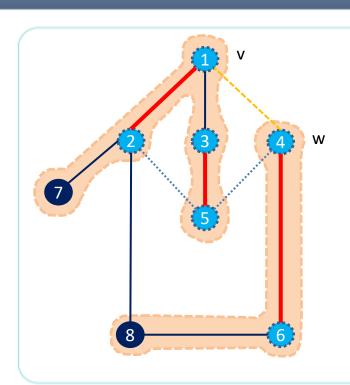
Vértice marcado

---- Aresta em análise

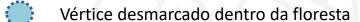
······ Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







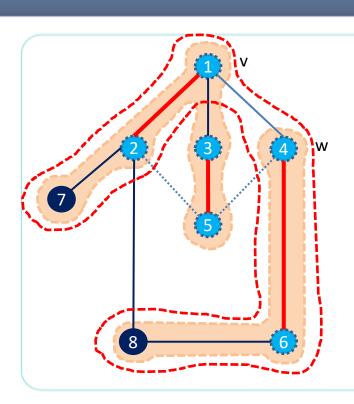
Vértice marcado

--- Aresta em análise

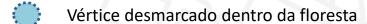
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

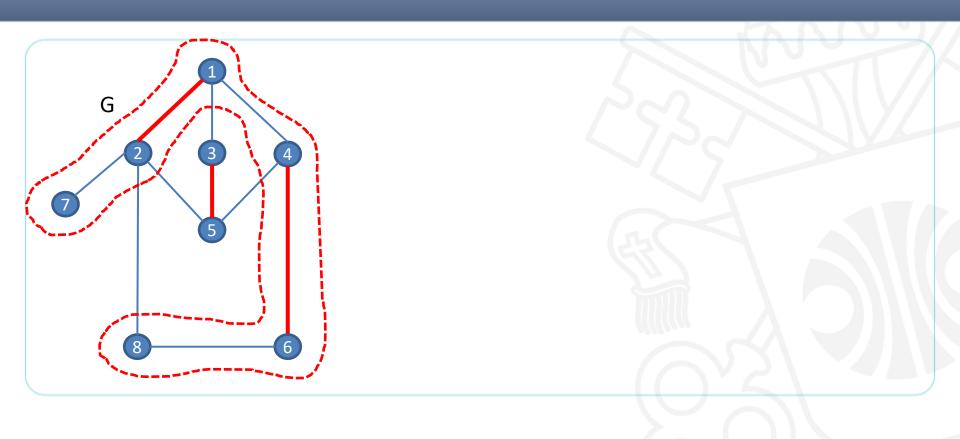
Aresta marcada dentro do emparelhamento

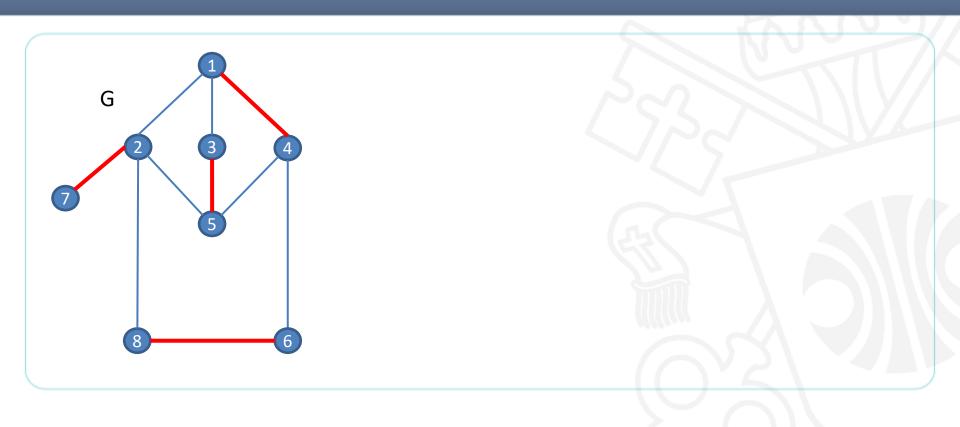


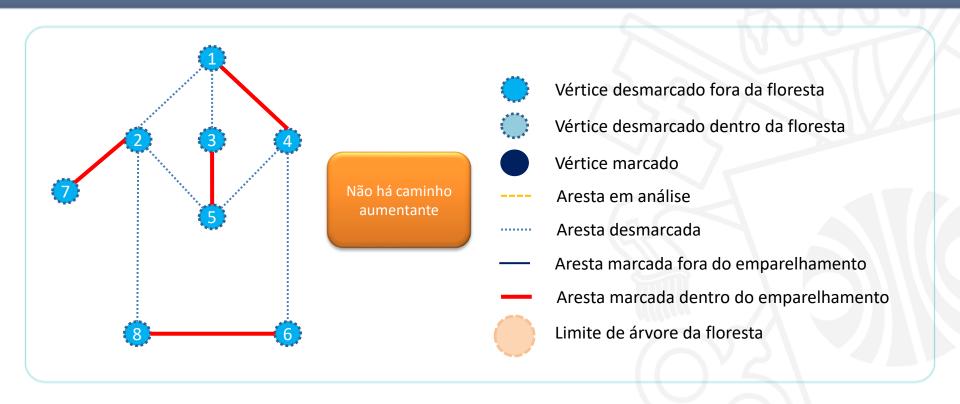


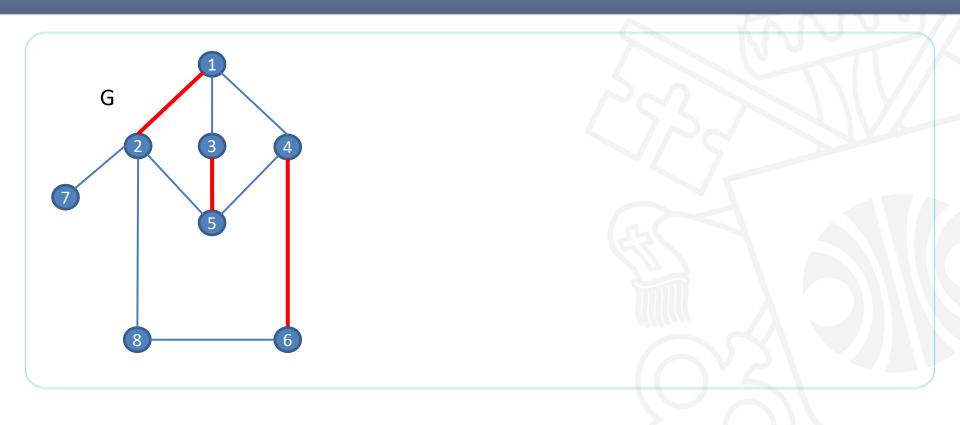


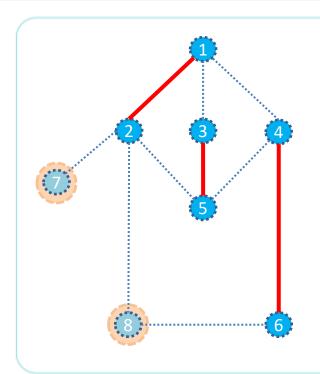
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta















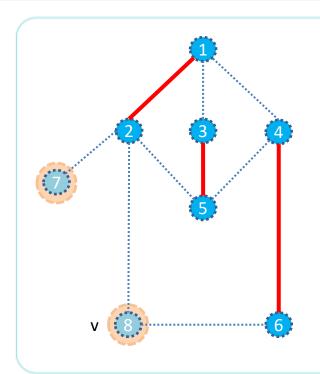


---- Aresta em análise

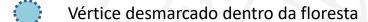
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







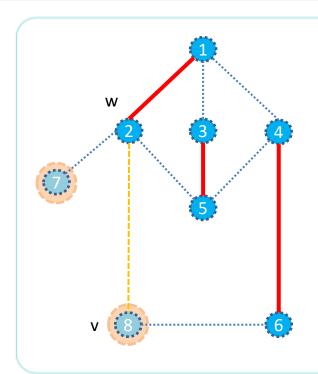


--- Aresta em análise

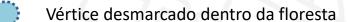
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







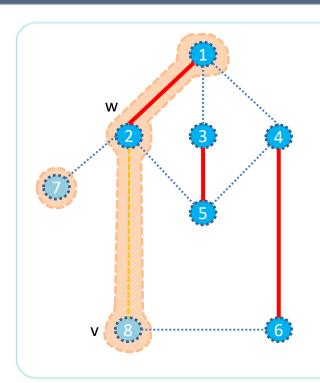
Vértice marcado

---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







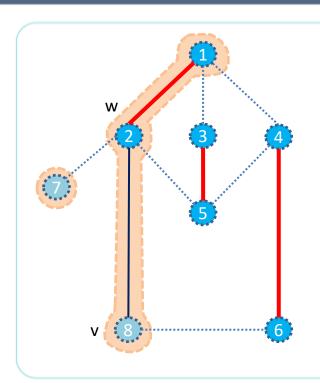


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







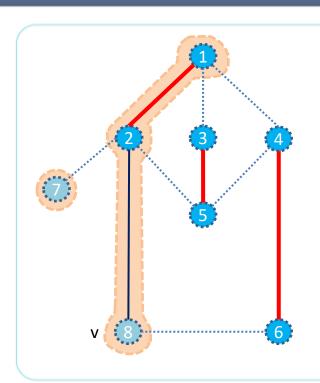


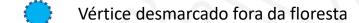
---- Aresta em análise

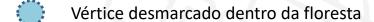
····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

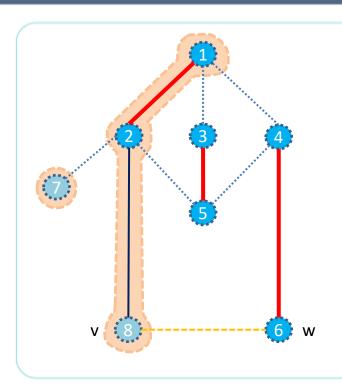
Aresta marcada dentro do emparelhamento







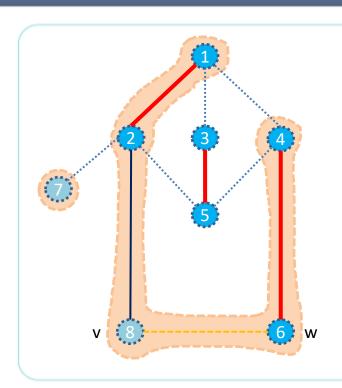
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta



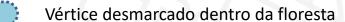




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







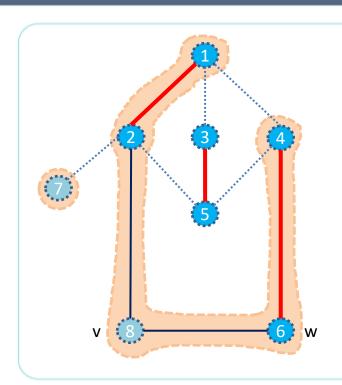


---- Aresta em análise

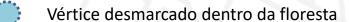
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







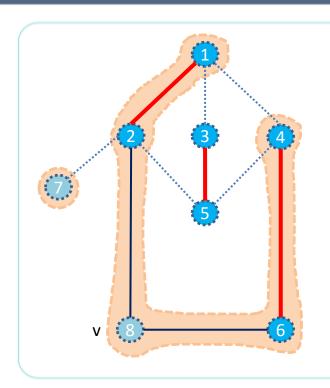


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







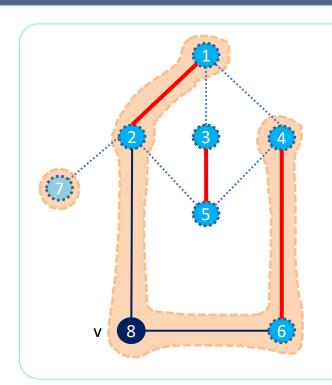


---- Aresta em análise

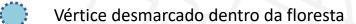
····· Aresta desmarcada

Aresta marcada fora do emparelhamento

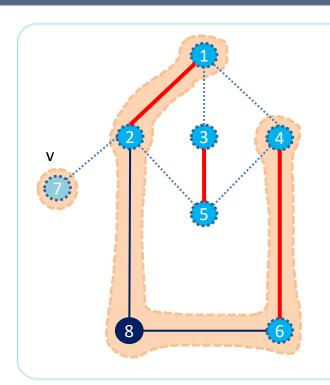
Aresta marcada dentro do emparelhamento



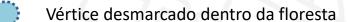




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ······ Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







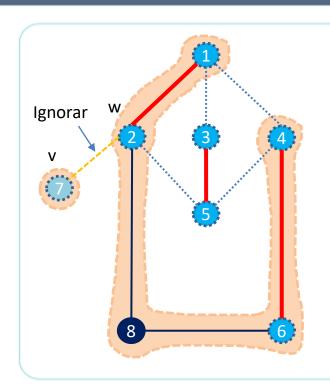


---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







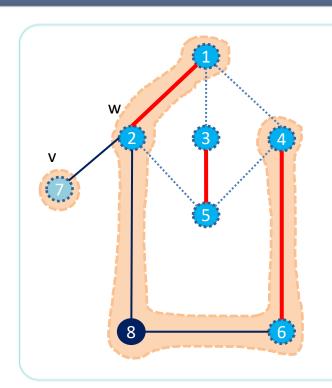


---- Aresta em análise

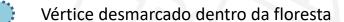
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

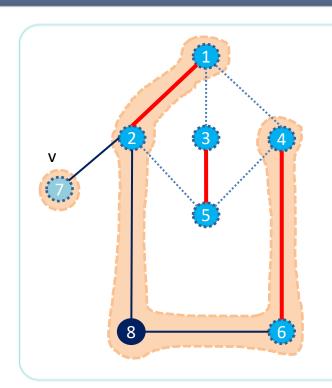
Aresta marcada dentro do emparelhamento



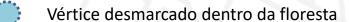




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







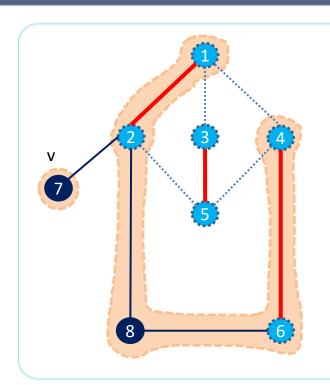


---- Aresta em análise

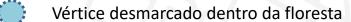
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

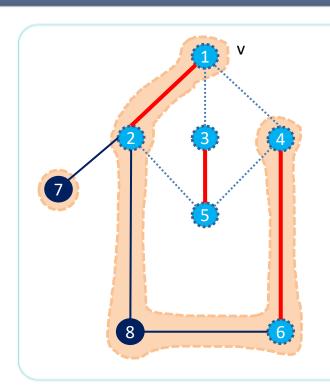
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







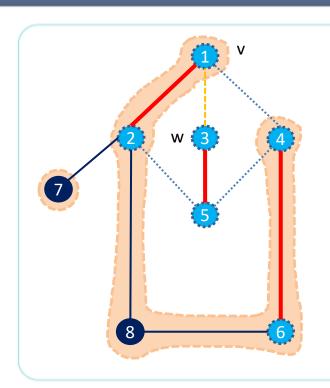


---- Aresta em análise

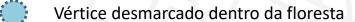
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

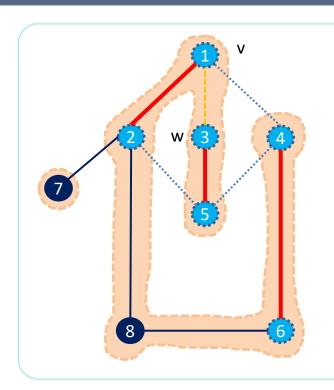
Aresta marcada dentro do emparelhamento



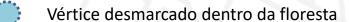




- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







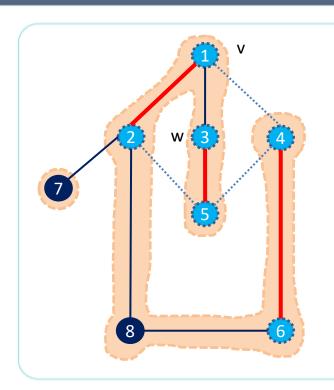


---- Aresta em análise

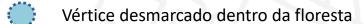
····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento







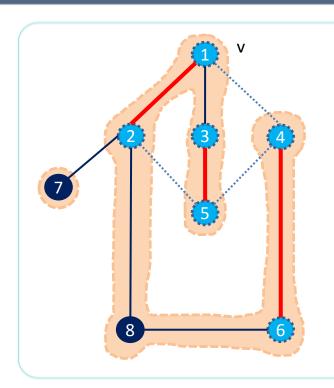
Vértice marcado

--- Aresta em análise

······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

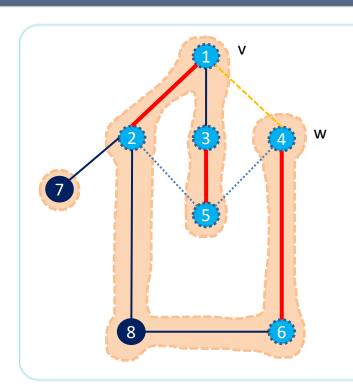
Aresta marcada dentro do emparelhamento







- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta







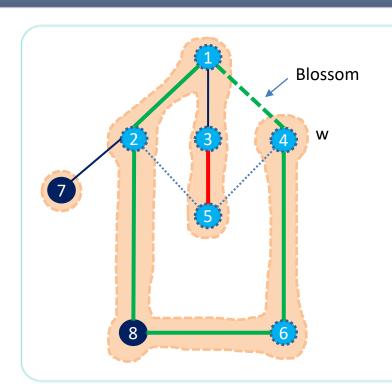
Vértice marcado

---- Aresta em análise

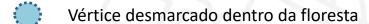
······ Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

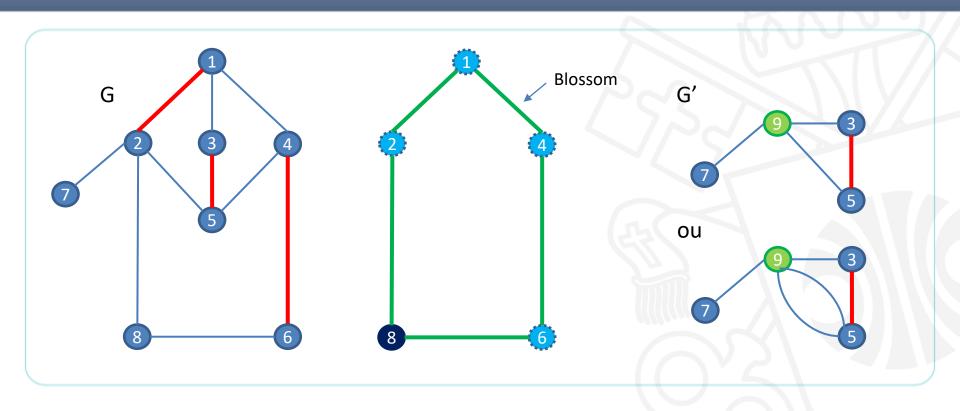
Aresta marcada dentro do emparelhamento

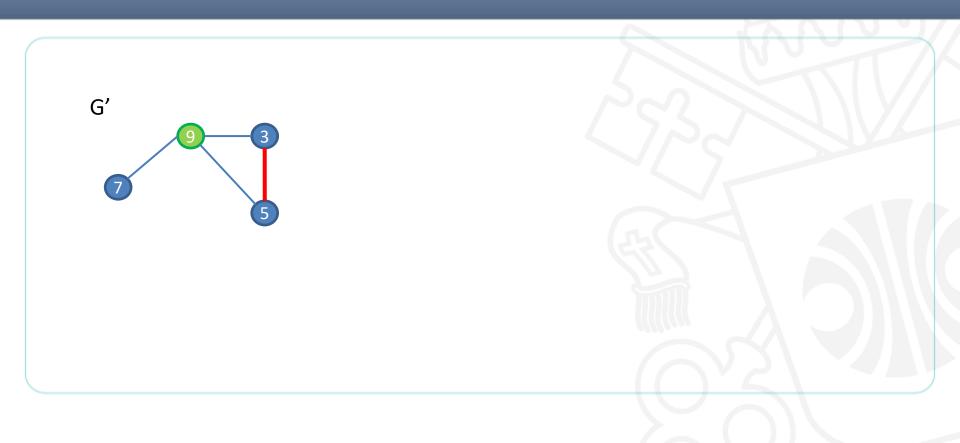


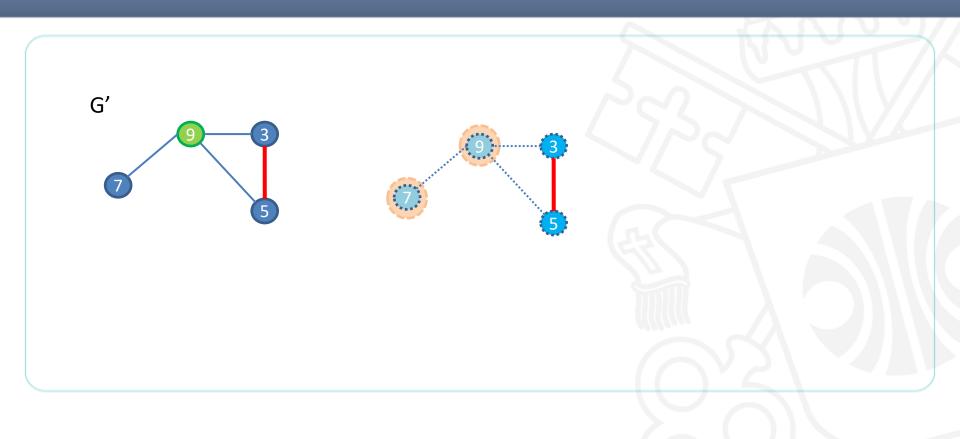


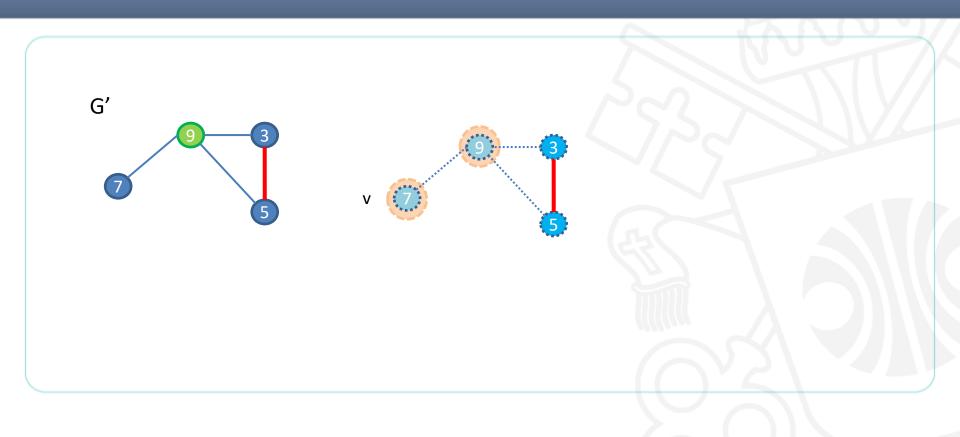


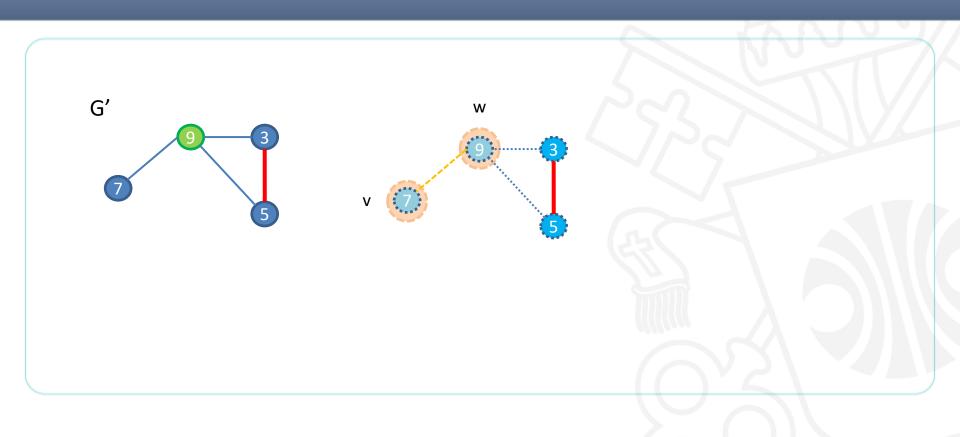
- Vértice marcado
- ---- Aresta em análise
- ····· Aresta desmarcada
- Aresta marcada fora do emparelhamento
- Aresta marcada dentro do emparelhamento
- Limite de árvore da floresta

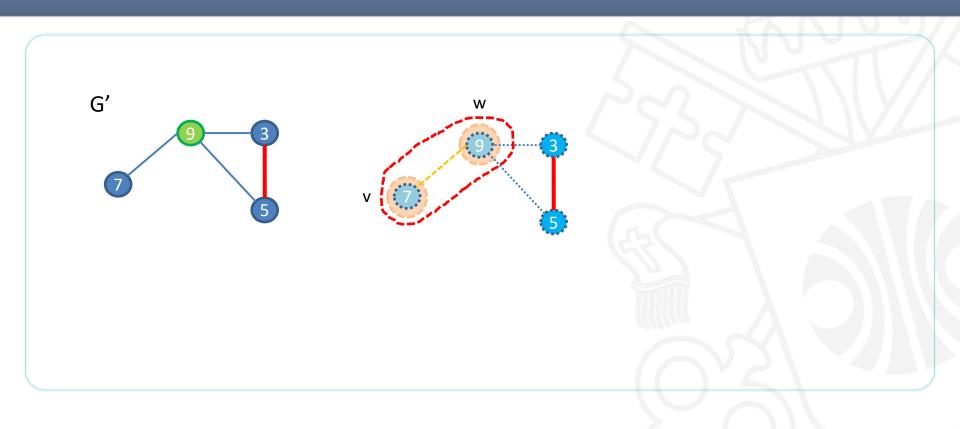


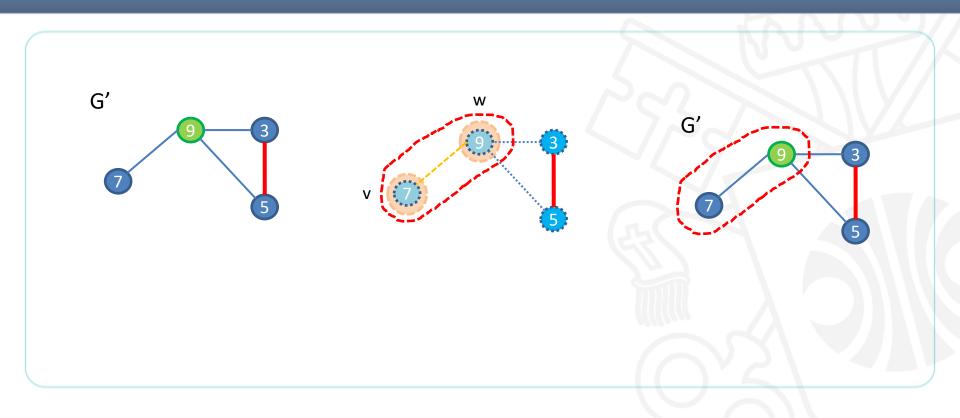


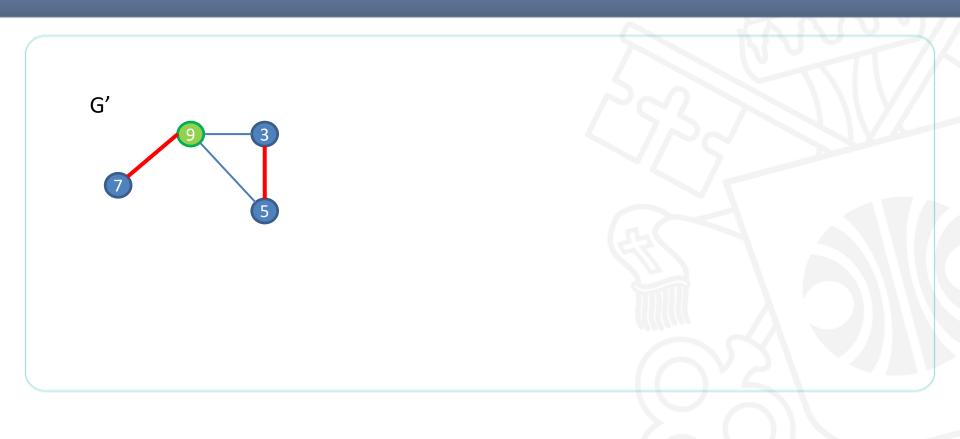


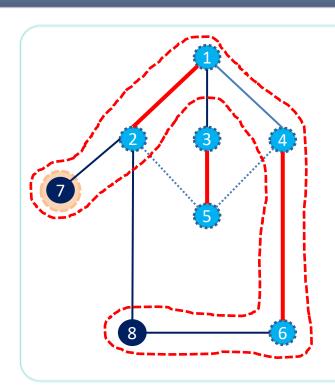


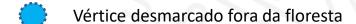


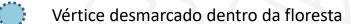














---- Aresta em análise

····· Aresta desmarcada

— Aresta marcada fora do emparelhamento

Aresta marcada dentro do emparelhamento

