Autotransformador

Vinícius Lagrota Rodrigues da Costa

Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora

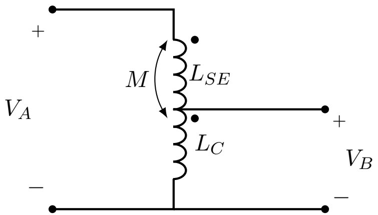
25 de janeiro de 2018

Sumário

Sumário

Autotransformador

- Possui um único enrolamento com um ou mais pontos de conexão, denominado ***tap***, separando a bobina comum da em série.
- O *tap* é ajustável $\Rightarrow$ fornece a relação de espiras desejadas para aumentar ou diminuir a tensão na saída.
- L_C: indutância comum.
- L_{SE}: indutância em série.



Autotransformador

Vantagens do autotransformador sobre o transformador

- Capaz de transferir uma quantidade maior de potência $\Rightarrow$ menor perda.
- Mais leve e possui um tamanho menor.

Desvantagem do autotransformador sobre o transformador

- Perda da isolação elétrica.

Aplicações

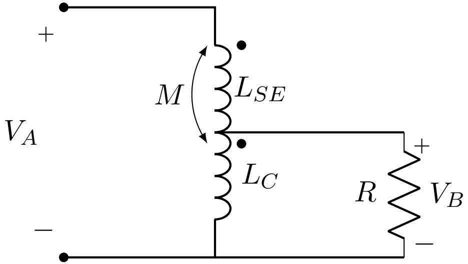
- Utilizado para aliviar a corrente de partida de motores.
- Usados em sistema de distribuição para interconectar duas redes com tensões distintas.
- Em zonas rurais, autotransformadores com mudança automática de *tap* são usados como reguladores de tensão para garantir a tensão correta no fim da linha.
- Em aplicação de áudio.

Autotransformador

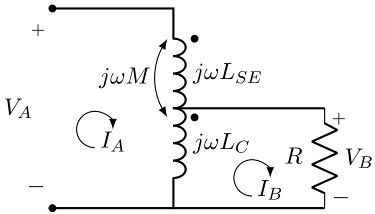
Figura: Autotransformador trifásico.

Objetivos

- Calcular as relações de tensão ($\frac{V_B}{V_A}$) e corrente ($\frac{I_B}{I_A}$) em estado permanente em função do número de espiras.
- Observação: as bobinas L_{SE} e L_C possuem N_{SE} e N_C espiras, respectivamente.



Sumário

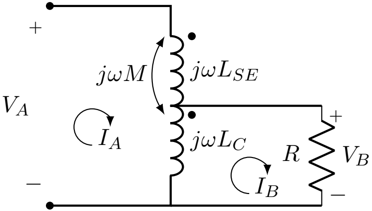


Em estado permanente senoidal

$$\begin{cases} j\omega L_{SE} I_A + j\omega M\,(I_A - I_B) + j\omega L_C\,(I_A - I_B) + j\omega M I_A = V_A \\ R I_B + j\omega L_C\,(I_B - I_A) - j\omega M I_A = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Rearranjando,

$$\begin{cases} j\omega I_A\,(L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B\,(M + L_C) = V_A \\ -j\omega I_A\,(M + L_C) + j\omega I_B L_C + I_B R = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

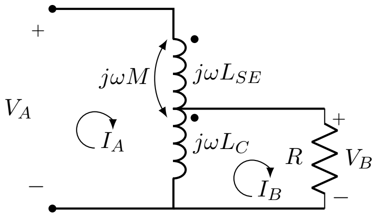


Em estado permanente senoidal

$$\begin{cases} j\omega I_A\left(L_{SE}+2M+L_C\right)-j\omega I_B\left(M+L_C\right)=V_A \\ -j\omega I_A\left(M+L_C\right)+j\omega I_B L_C+I_B R=0 \end{cases} \tag{2}$$

Rearranjando, Isolando I_A na segunda equação de (2):

$$\begin{cases} j\omega I_A\left(L_{SE}+2M+L_C\right)-j\omega I_B\left(M+L_C\right)=V_A \\ I_A=\frac{j\omega I_B L_C+I_B R}{j\omega(M+L_C)} \end{cases} \tag{3}$$

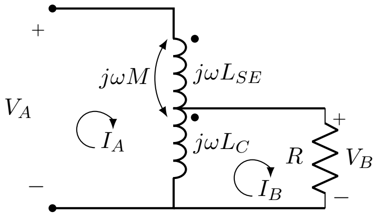


Em estado permanente senoidal

$$\begin{cases} j\omega I_A\left(L_{SE}+2M+L_C\right) - j\omega I_B\left(M+L_C\right) = V_A \\ I_A = \frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{j\omega(M+L_C)} \end{cases} \tag{3}$$

Substituindo a segunda equação de (3) na primeira:

$$\frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{(M+L_C)}\left(L_{SE}+2M+L_C\right) - j\omega I_B\left(M+L_C\right) = V_A \tag{4}$$

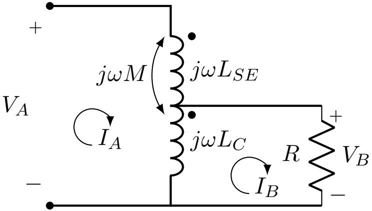


Em estado permanente senoidal

$$\frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{(M + L_C)}\left(L_{SE} + 2M + L_C\right) - j\omega I_B\left(M + L_C\right) = V_A \qquad (4)$$

Após algumas manipulações matemáticas em (4):

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega\left(L_{SE}L_C - M^2\right) + R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \qquad (5)$$

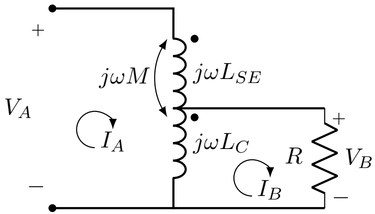


Em estado permanente senoidal

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega\left(L_{SE}L_C - M^2\right) + R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \tag{5}$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega\left(M^2 - M^2\right) + R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \tag{6}$$

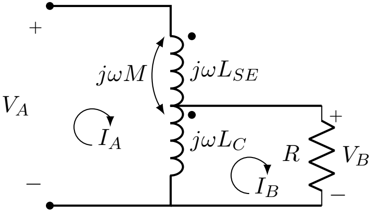


Em estado permanente senoidal

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega\left(L_{SE}L_C - M^2\right) + R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \quad (5)$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \quad (6)$$

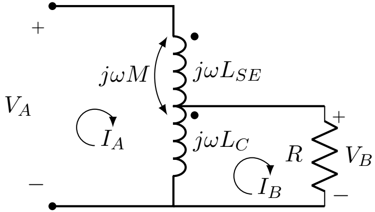


Em estado permanente senoidal

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega\left(L_{SE}L_C - M^2\right) + R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} V_A \tag{5}$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R\left(L_{SE} + 2M + L_C\right)} \tag{6}$$

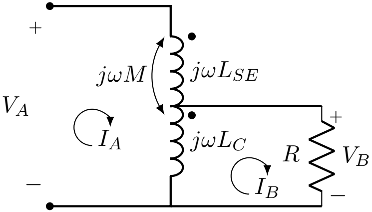


Em estado permanente senoidal

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R\,(L_{SE} + 2M + L_C)} \tag{6}$$

Note que pelo circuito $V_B = RI_B$. Então:

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{\color{red}{R}I_B}{V_A} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{\color{red}{R}\,(M + L_C)}{R\,(L_{SE} + 2M + L_C)} \tag{7}$$

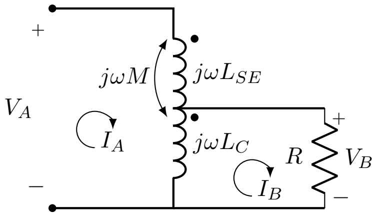


Em estado permanente senoidal

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R\,(L_{SE} + 2M + L_C)} \tag{6}$$

Note que pelo circuito $V_B = RI_B$. Então:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{(L_{SE} + 2M + L_C)} \tag{7}$$



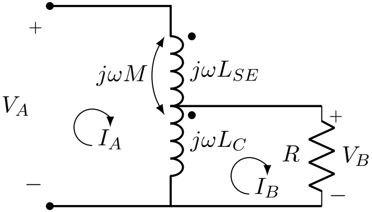
Em estado permanente senoidal

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{(L_{SE} + 2M + L_C)} \tag{8}$$

Após algumas manipulações matemáticas e lembrando que $\frac{Z_C}{Z_{SE}} = \left(\frac{N_C}{N_{SE}}\right)^2$, temos que:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \tag{9}$$

Sumário



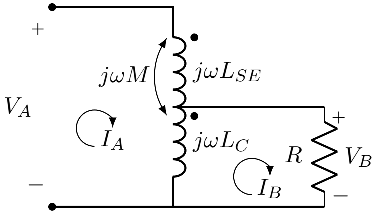
Em estado permanente senoidal

Relembrando (2):

$$\begin{cases} j\omega I_A\left(L_{SE}+2M+L_C\right)-j\omega I_B\left(M+L_C\right)=V_A \\ -j\omega I_A\left(M+L_C\right)+j\omega I_B L_C+I_B R=0 \end{cases} \tag{2}$$

Utilizando a segunda equação de (2), temos que:

$$\frac{I_B}{I_A}=\frac{j\omega\left(L_C+M\right)}{j\omega L_C+R} \tag{10}$$



Em estado permanente senoidal

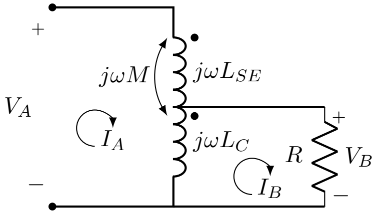
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{j\omega\left(L_C + M\right)}{j\omega L_C + R} \tag{10}$$

No entanto, geralmente $j\omega L_C \gg R$, logo:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{j\omega\left(L_C + M\right)}{j\omega L_C} = \frac{\left(L_C + M\right)}{L_C} \tag{11}$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente

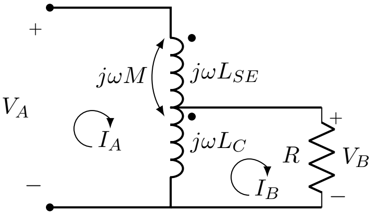


Em estado permanente senoidal

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \tag{11}$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{L_C + k\sqrt{L_{SE}L_C}}{L_C} = 1 + \frac{\sqrt{L_{SE}L_C}}{L_C} = 1 + \sqrt{\frac{L_{SE}}{L_C}} = 1 + \frac{N_{SE}}{N_C} \tag{12}$$



Em estado permanente senoidal

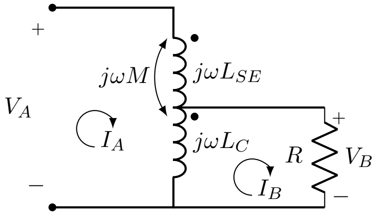
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \tag{11}$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = 1 + \frac{N_{SE}}{N_C} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \tag{12}$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente



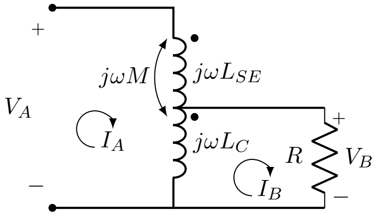
Em estado permanente senoidal

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \tag{11}$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \tag{12}$$

Sumário



Autotransformador abaixador

Resumidamente

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \tag{9}$$

e

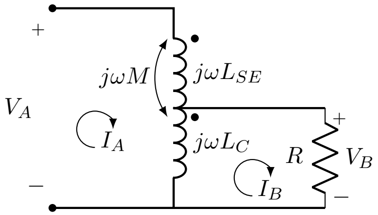
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \tag{12}$$

Note que esta configuração proporciona um autotransformador abaixador.

Sumário

Autotransformador

Configuração elevadora



Autotransformador elevador

Esta outra configuração apresenta um autotransformador elevador. A demonstração é análoga à anterior e proporciona as seguintes relações:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \tag{13}$$

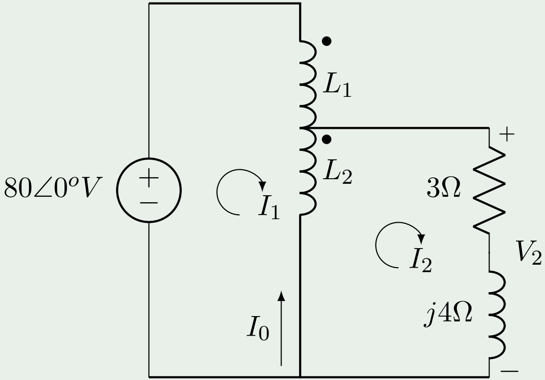
e

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \tag{14}$$

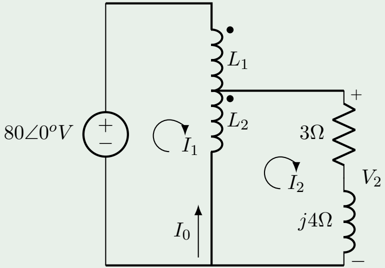
Sumário

Exercício

Calcule I_1, I_2 e I_0, sendo que as bobinas L_1 e L_2 possuem $N_1 = 100$ e $N_2 = 60$.

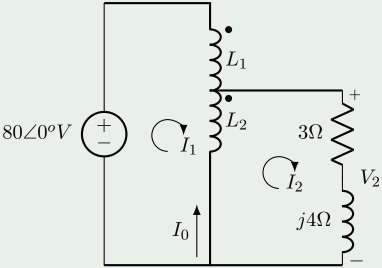


Exercício



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1 + N_2} V_1 = \frac{60}{60 + 100} \cdot 80\angle 0^o = 30\angle 0^o \ V$$

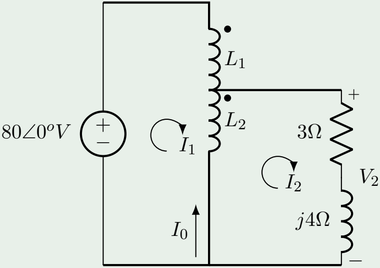
Exercício



$$V_2 = 30\angle 0^o \ V$$

$$I_2 = \frac{V_2}{3+j4} = \frac{30\angle 0^o}{5\angle 53,13^o} = 6\angle -53,13^o \ A$$

Exercício

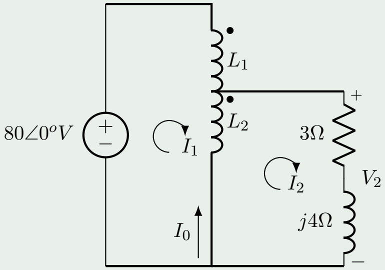


$$V_2 = 30\angle 0^o \ V$$

$$I_2 = 6\angle -53,13^o \ A$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \Rightarrow I_1 = \frac{N_2}{N_1 + N_2} I_2 = \frac{60}{100 + 60} \cdot 6\angle -53,13^o \ A$$

Exercício

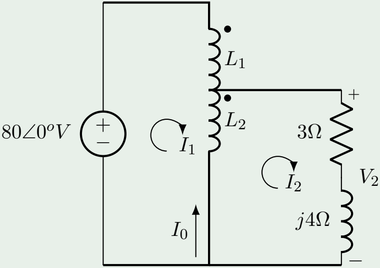


$$V_2 = 30\angle 0^o\ V$$

$$I_2 = 6\angle -53,13^o\ A$$

$$I_1 = 2,25\angle -53,13^o\ A$$

Exercício



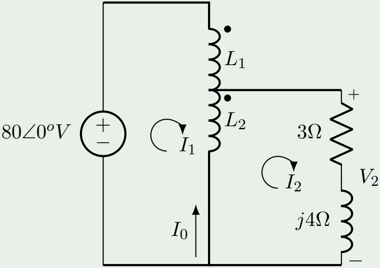
$$V_2 = 30\angle 0^o \ V$$

$$I_2 = 6\angle -53,13^o \ A$$

$$I_1 = 2,25\angle -53,13^o \ A$$

$$I_0 = I_2 - I_1 = 3,75\angle -53,13^o \ A$$

Exercício



$$V_2 = 30\angle 0^o\ V$$

$$I_2 = 6\angle - 53,13^o\ A$$

$$I_1 = 2,25\angle - 53,13^o\ A$$

$$I_0 = 3,75\angle - 53,13^o\ A$$

References

Vander Menengoy da Costa (2013).
Circuitos elétricos lineares: enfoque teórico e prático.
Editora Interciência.

Charles M. Close (1975).
Circuitos Lineares.
Livros Técnicos e Científicos Editora S.A..