

Autotransformador

Vinícius Lagrota Rodrigues da Costa



Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora

25 de janeiro de 2018

- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

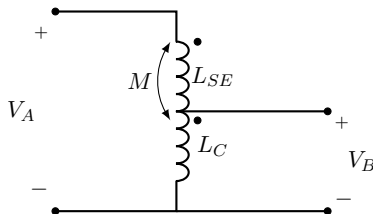
- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Autotransformador

- Possui um único enrolamento com um ou mais pontos de conexão, denominado **tap**, separando a bobina comum da em série.
- O **tap** é ajustável \Rightarrow fornece a relação de espiras desejadas para aumentar ou diminuir a tensão na saída.
- L_C : indutância comum.
- L_{SE} : indutância em série.



Autotransformador

Vantagens do autotransformador sobre o transformador

- Capaz de transferir uma quantidade maior de potência \Rightarrow menor perda.
- Mais leve e possui um tamanho menor.

Desvantagem do autotransformador sobre o transformador

- Perda da isolação elétrica.

Aplicações

- Utilizado para aliviar a corrente de partida de motores.
- Usados em sistema de distribuição para interconectar duas redes com tensões distintas.
- Em zonas rurais, autotransformadores com mudança automática de *tap* são usados como reguladores de tensão para garantir a tensão correta no fim da linha.
- Em aplicação de áudio.

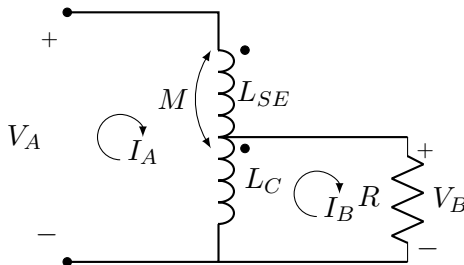
Autotransformador



Figura: Autotransformador trifásico.

Objetivos

- Calcular as relações de tensão ($\frac{V_B}{V_A}$) e corrente ($\frac{I_B}{I_A}$) em estado permanente em função do número de espiras.
- Observação: as bobinas L_{SE} e L_C possuem N_{SE} e N_C espiras, respectivamente.



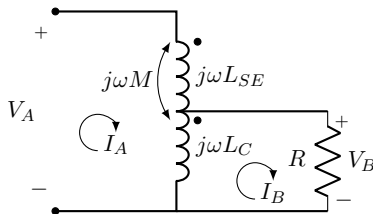
- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

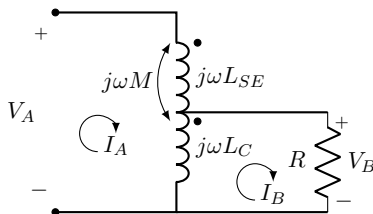
$$\begin{cases} j\omega L_{SE}I_A + j\omega M(I_A - I_B) + j\omega L_C(I_A - I_B) + j\omega MI_A = V_A \\ RI_B + j\omega L_C(I_B - I_A) - j\omega MI_A = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Rearranjando,

$$\begin{cases} j\omega I_A(L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B(M + L_C) = V_A \\ -j\omega I_A(M + L_C) + j\omega I_B L_C + I_B R = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

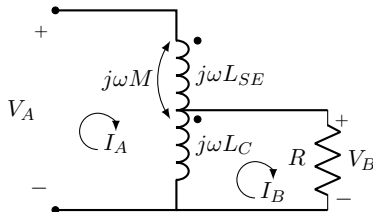
$$\begin{cases} j\omega I_A (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \\ -j\omega I_A (M + L_C) + j\omega I_B L_C + I_B R = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Rearranjando, Isolando I_A na segunda equação de (2):

$$\begin{cases} j\omega I_A (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \\ I_A = \frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{j\omega (M + L_C)} \end{cases} \quad (3)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

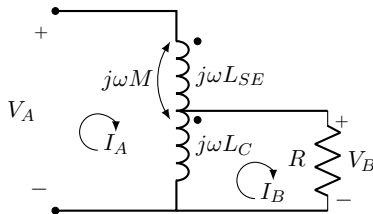
$$\begin{cases} j\omega I_A (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \\ I_A = \frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{j\omega (M + L_C)} \end{cases} \quad (3)$$

Substituindo a segunda equação de (3) na primeira:

$$\frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{(M + L_C)} (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \quad (4)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

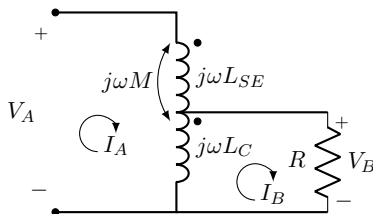
$$\frac{j\omega I_B L_C + I_B R}{(M + L_C)} (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \quad (4)$$

Após algumas manipulações matemáticas em (4):

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega (L_{SE} L_C - M^2) + R (L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (5)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

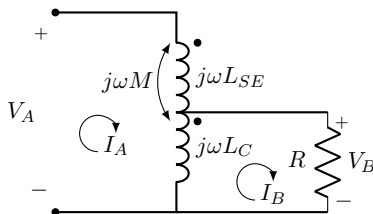
$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega (L_{SE}L_C - M^2) + R(L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (5)$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega (\textcolor{red}{M}^2 - \textcolor{red}{M}^2) + R(L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (6)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

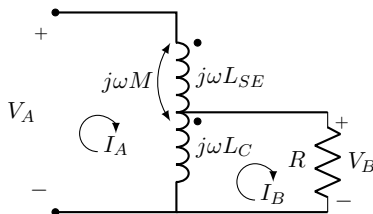
$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega (L_{SE}L_C - M^2) + R(L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (5)$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$I_B = \frac{(M + L_C)}{R(L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (6)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

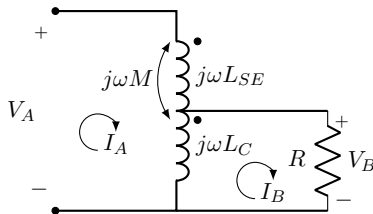
$$I_B = \frac{(M + L_C)}{j\omega (L_{SE}L_C - M^2) + R(L_{SE} + 2M + L_C)} V_A \quad (5)$$

Considerando o coeficiente de acoplamento unitário, temos que $k = 1$ em $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ ou $M^2 = L_{SE}L_C$:

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (6)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

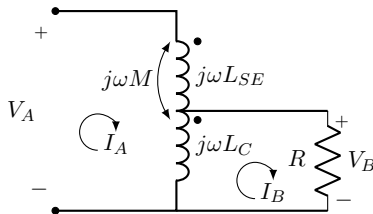
$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (6)$$

Note que pelo circuito $V_B = RI_B$. Então:

$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{\textcolor{red}{R}I_B}{V_A} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{\textcolor{red}{R}(M + L_C)}{R(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (7)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

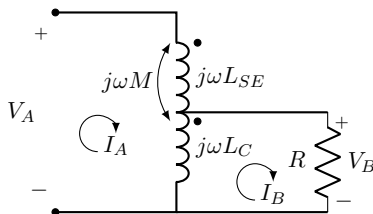
$$\frac{I_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{R(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (6)$$

Note que pelo circuito $V_B = RI_B$. Então:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (7)$$

Autotransformador

Análise da relação de tensão



Em estado permanente senoidal

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{(M + L_C)}{(L_{SE} + 2M + L_C)} \quad (7)$$

Após algumas manipulações matemáticas e lembrando que

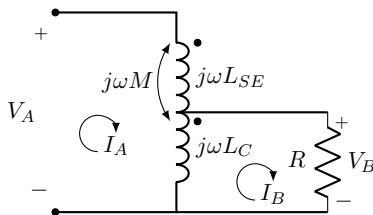
$\frac{Z_C}{Z_{SE}} = \left(\frac{N_C}{N_{SE}}\right)^2$, temos que:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \quad (8)$$

- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente
- 2 Exemplo
- 3 Exercícios

Autotransformador

Análise da relação de corrente



Em estado permanente senoidal

Relembrando (2):

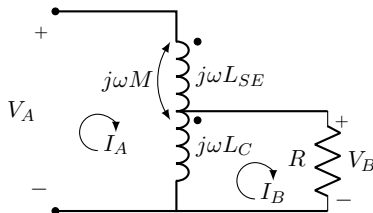
$$\begin{cases} j\omega I_A (L_{SE} + 2M + L_C) - j\omega I_B (M + L_C) = V_A \\ -j\omega I_A (M + L_C) + j\omega I_B L_C + I_B R = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Utilizando a segunda equação de (2), temos que:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{j\omega (L_C + M)}{j\omega L_C + R} \quad (9)$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente



Em estado permanente senoidal

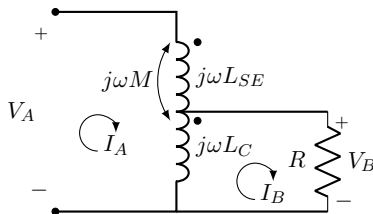
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{j\omega (L_C + M)}{j\omega L_C + R} \quad (9)$$

No entanto, geralmente $j\omega L_C \gg R$, logo:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{j\omega (L_C + M)}{j\omega L_C} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \quad (10)$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente



Em estado permanente senoidal

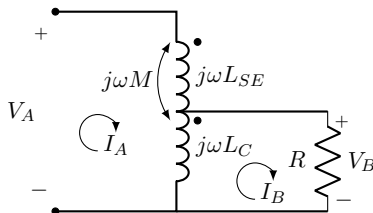
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \quad (10)$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{L_C + k\sqrt{L_{SE}L_C}}{L_C} = 1 + \frac{\sqrt{L_{SE}L_C}}{L_C} = 1 + \sqrt{\frac{L_{SE}}{L_C}} = 1 + \frac{N_{SE}}{N_C} \quad (11)$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente



Em estado permanente senoidal

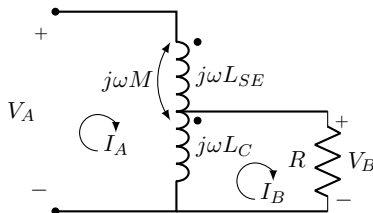
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \quad (10)$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = 1 + \frac{N_{SE}}{N_C} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \quad (11)$$

Autotransformador

Análise da relação de corrente



Em estado permanente senoidal

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{(L_C + M)}{L_C} \quad (10)$$

Lembrando que $M = k\sqrt{L_{SE}L_C}$ e $k = 1$ para um acoplamento unitário:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \quad (11)$$

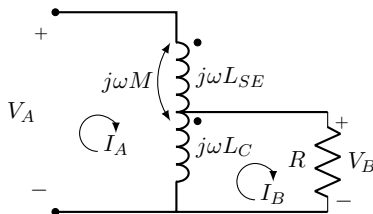
- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - **Configuração abaixadora**
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Autotransformador

Configuração abaixadora



Autotransformador abaixador

Resumidamente

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \quad (8)$$

e

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \quad (11)$$

Note que esta configuração proporciona um autotransformador abaixador.

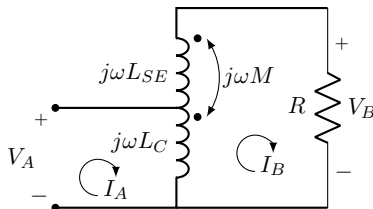
- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Autotransformador

Configuração elevadora



Autotransformador elevador

Esta outra configuração apresenta um autotransformador elevador. A demonstração é análoga à anterior e proporciona as seguintes relações:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \quad (12)$$

e

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \quad (13)$$

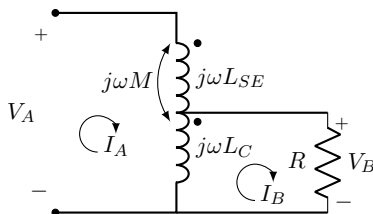
- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Autotransformador

Potência aparente



Potência aparente

A potência aparente de entrada é dada por:

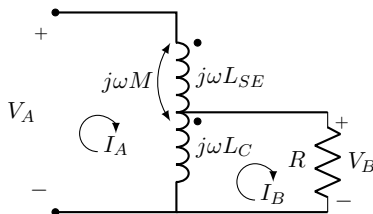
$$S_A = V_A \cdot I_A \quad (14)$$

e na saída:

$$S_B = V_B \cdot I_B \quad (15)$$

Autotransformador

Potência aparente



Potência aparente

Utilizando as equações deduzidas anteriormente:

$$\begin{aligned} S_B &= V_B \cdot I_B \\ &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} V_A \cdot \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} I_A \\ &= V_A \cdot I_A \\ &= S_A \end{aligned} \tag{16}$$

- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

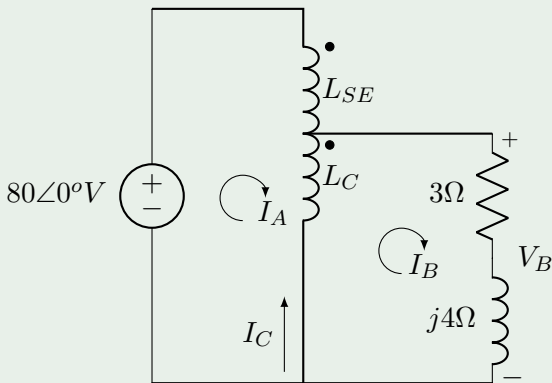
- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

Exemplo

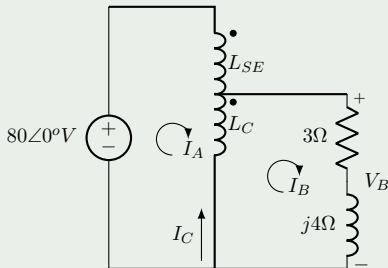
Exemplo

Calcule I_A , I_B e I_C , sendo que as bobinas L_{SE} e L_C possuem $N_{SE} = 100$ e $N_C = 60$.



Exemplo

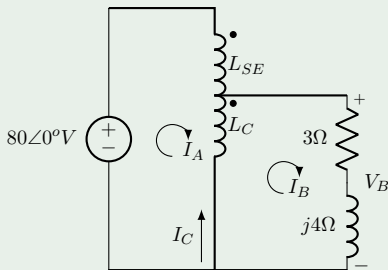
Exemplo



$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \Rightarrow V_B = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} V_A = \frac{60}{100 + 60} \cdot 80\angle 0^\circ = 30\angle 0^\circ \text{ V}$$

Exemplo

Exemplo

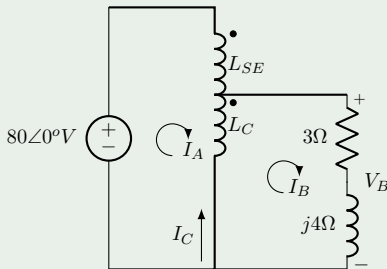


$$V_B = 30\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_B = \frac{V_B}{3 + j4} = \frac{30\angle 0^\circ}{5\angle 53,13^\circ} = 6\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

Exemplo

Exemplo



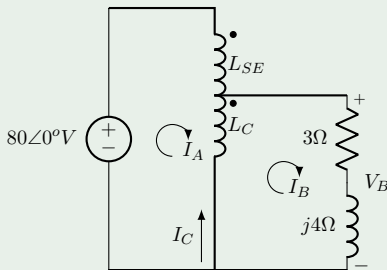
$$V_B = 30\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_B = 6\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \Rightarrow I_A = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} I_B = \frac{60}{100 + 60} \cdot 6\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

Exemplo

Exemplo



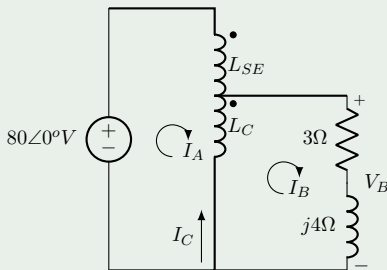
$$V_B = 30\angle 0^\circ V$$

$$I_B = 6\angle -53,13^\circ A$$

$$I_A = 2,25\angle -53,13^\circ A$$

Exemplo

Exemplo



$$V_B = 30\angle 0^\circ \text{ V}$$

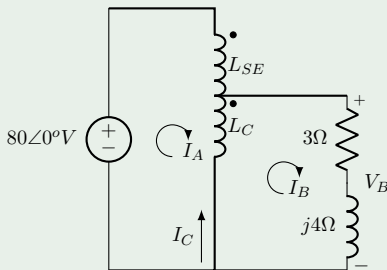
$$I_B = 6\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$I_A = 2,25\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$I_C = I_B - I_A = 3,75\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

Exemplo

Exemplo



$$V_B = 30\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_B = 6\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$I_A = 2,25\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$I_C = 3,75\angle -53,13^\circ \text{ A}$$

- 1 Autotransformador
 - Análise da relação de tensão
 - Análise da relação de corrente
 - Configuração abaixadora
 - Configuração elevadora
 - Potência aparente

- 2 Exemplo

- 3 Exercícios

- Fundamentos de Máquinas Elétricas - Stephen Chapman - 5^a edição.
 - Problemas página 144 - 2.16, 2.17 e 2.18.