

Fundamentos da Matemática

Aula 2: Juros



2.1 Porcentagem



- A tabela seguinte mostra a evolução dos salários, em reais, dos irmãos Marta e Caio nos anos de 2008 e 2009.

	Salário em 2008	Salário em 2009	Aumento salarial
Marta	600	750	150
Caio	500	640	140

2.1 Porcentagem



- Marta = $150/600 = 25/100$
- Caio = $140/500 = 28/100$
- Assim, concluímos que Caio obteve maior aumento salarial relativo, tendo como referência o salário de 2008

2.1 Porcentagem



- As razões de denominador 100 são chamadas razões centesimais ou taxas percentuais ou porcentagens.
- As porcentagens podem ser expressas de duas maneiras: na forma de fração com denominador 100 ou na forma decimal (dividindo-se o numerador pelo denominador)

2.1 Porcentagem



- $30\% = 30/100 = 0,30 = 0,3$
- $4\% = 4/100 = 0,04$
- $0,5\% = 0,5/100 = 0,005$
- $135\% = 135/100 = 1,35$
- $27,9\% = 27,9/100 = 0,279$
- $18\% = 18/100 = 0,18$

2.1 Porcentagem



- Exemplo 1:
- Em um lote de 50 lâmpadas, 13 apresentaram defeito. Qual a razão percentual entre o número de lâmpadas defeituosas e o total de lâmpadas?
- Exemplo 2:
- De um exame para habilitação de motorista participaram 380 candidatos. Sabe-se que a taxa de reprovação foi de 15%. Qual foi o número de reprovados?

2.1 Porcentagem



- Exemplo 3:
- Dos 240 alunos do 1º ano do Ensino Médio de determinado colégio, 90 são moças. Qual é a porcentagem de moças no 1º ano desse colégio?

Exercícios



- Exercício 1:
- O PIB (Produto Interno Bruto) de um país aumentou 3% em um ano, passando a ser de 412 bilhões de dólares. Qual era o PIB antes do crescimento?
- Exercício 2:
- Após uma redução de 8% em seu valor, um artigo passou a custar R\$ 110,40. Qual era seu preço original?

Exercícios



- Exercício 3:
- Um produto sofreu dois reajustes mensais e consecutivos de 5% e 10%, respectivamente.
- a) Qual será seu preço após os aumentos, se antes custava R\$ 40,00?
- b) Qual será o aumento percentual acumulado?

Juros simples



- Nesse regime, os juros são constantes por período.
- Isso significa que, ao calcularmos os juros em cada um dos períodos em que vigorar a transação, aplicaremos a taxa sempre sobre o capital obtendo desse modo o mesmo juro por período.
- Assim, um capital C aplicado em regime de juros simples, à taxa i , durante n períodos, gera, por período, um juro igual a $C.i$.
- Como os juros são constantes por período, ao final de n períodos, temos o total:

$$J = C.i.n$$

Juros simples



- O montante dessa aplicação será, portanto:
- $M = C + J = C + C.i.n = C.(1+i.n)$, donde,
$$M = C.(1 + i.n).$$
- Exemplo 4:
- João emprestou R\$ 500,00 para Maria, em regime de juros simples. A taxa de juros combinada foi de 4% ao mês e Maria comprometeu-se a pagar a dívida em 3 meses. Ao final desse período, que valor Maria deverá devolver a João?

Exercícios



- Exercício 4:
 - Um capital de R\$ 1.200,00 é aplicado em regime de juros simples, por 3 anos, à taxa de 1% ao mês. Calcule os juros dessa operação.
- Exercício 5
 - Um capital de R\$ 2.100,00, aplicado em regime de juros simples durante quatro meses, gerou um montante de R\$ 2.604,00. Calcule a taxa mensal de juros dessa aplicação.

Exercícios



- Exercício 6:
- Um aparelho de TV custa à vista R\$ 880,00. A loja também oferece a seguinte opção: R\$ 450,00 no ato e uma parcela de R\$ 450,00 a ser paga um mês após a compra. Qual é a taxa de juros mensal cobrada nesse financiamento?

Juros compostos



- Depois de um ano de trabalho duro e muita economia, Miguel juntou R\$ 500,00 e abriu uma caderneta de poupança para seu filho, como presente pelo 10º aniversário do menino.
- Vamos supor que o rendimento dessa caderneta de poupança seja de 0,8% ao mês e que não será feita nenhuma retirada de dinheiro nem depósito nos próximos anos.

Juros compostos



- Quando o filho de Miguel completar 18 anos, que valor ele terá disponível em sua caderneta?
- O mecanismo pelo qual o saldo dessa poupança irá crescer, mês a mês, é conhecido como regime de CAPITALIZAÇÃO ACUMULADA ou regime de JUROS COMPOSTOS.

Juros compostos



- Qual é o princípio básico desse sistema de capitalização?
- Vamos imaginar que um capital seja aplicado a juros compostos, a uma taxa de juros fixa por período, durante um certo número de períodos. Temos que:
 - Ao final do primeiro período, a taxa de juros incide sobre o capital e os juros obtidos são incorporados ao capital, produzindo o primeiro montante.
 - Ao final do segundo período, a taxa de juros incide sobre o primeiro montante e os juros obtidos são incorporados a ele, gerando o segundo montante.

Juros compostos



- Ao final do terceiro período, a taxa de juros incide sobre o segundo montante e os juros obtidos são novamente incorporados a ele, gerando o terceiro montante, e assim por diante...
- Transcrevendo esses passos para a linguagem matemática, imaginemos um capital C , aplicado a juros compostos, a uma taxa de juros fixa i , durante n períodos. Temos:

Juros compostos



- Ao final do primeiro período, o primeiro montante será igual a:
- Ao final do segundo período, o segundo montante será igual a:

$$M1 = C + C.i, \text{ donde,} \\ M1 = C.(1+i)$$

$$M2 = M1 + i.M1 = M1.(1+i), \\ \text{donde,} \\ M2 = C.(1+i)^2$$

Juros compostos



- Ao final do terceiro período, o terceiro montante será igual a:

$$M_3 = M_2 + i \cdot M_2 = M_2 \cdot (1+i),$$

donde,

$$M_3 = C \cdot (1+i)^3$$

.....

- Ao final do n-ésimo período, o n-ésimo montante será igual a:

$$M_n = C \cdot (1+i)^n$$

- Obs.: O regime de juros compostos é o mais utilizado nas transações comerciais e financeiras atualmente.

Juros compostos



- Exemplo 5:
- Rose aplicou R\$ 300,00 em um investimento que rende 2% ao mês no regime de juros compostos. Que valor ela terá ao final de três meses?
- Exemplo 6:
- Voltando ao problema da caderneta de poupança do filho de Miguel, vamos determinar o valor que o menino terá ao completar 18 anos.