1.SISTEMAS DICOTÔMICOS

1.1 – Introdução

- O mundo em que vivemos apresenta situações com dois estados apenas, que mutuamente se excluem, por exemplo:

1 ----- 0

Sim ----- não

Dia ----- noite

Preto ----- branco

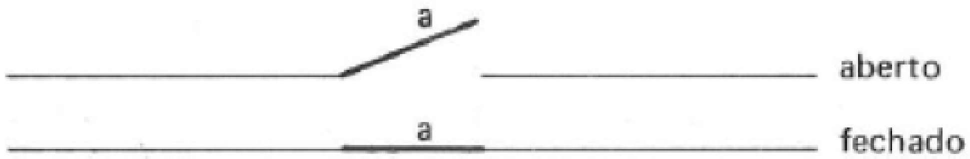
Ligado ----- desligado

Prof. Marcelo Araújo

1.2 – Interruptores

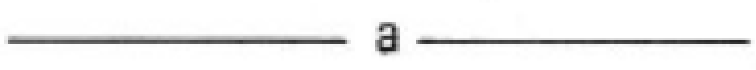
- Chamamos **interruptor** ao dispositivo ligado a um ponto de um circuito elétrico, que pode assumir um dos dois estados: **fechado (1)** ou **aberto (0)**. Quando fechado, o interruptor permite que a corrente passe através do ponto, enquanto aberto nenhuma corrente pode passar pelo ponto.

- Representação:



1.2 – Interruptores

- Por conveniência, representaremos os interruptores da seguinte maneira:



- Neste caso, somente conheceremos o estado do interruptor se tivermos a indicação de que a = 1 ou a= 0.
- Um interruptor aberto quando **a** está fechado e fechado quando **a** está aberto chama-se complemento (inverso ou negação) de **a**, e denota-se por **a’**.

1.2 – Interruptores

- Sejam **a** e **b** dois interruptores ligados em paralelo, só passará corrente se pelo menos um dos interruptores estiver fechado (1).
- Denotaremos a ligação de dois interruptores **a** e **b** em paralelo por **a+b**. Então:

- Sejam **a** e **b** dois interruptores ligados em série, só passará corrente se ambos os interruptores estiverem fechados, isto é, se **a = b = 1**.
- Denotaremos a ligação de dois interruptores **a** e **b** em série por **a.b** ou simplesmente **ab**. Então:

1.2 – Interruptores

- Assim, considerando os estados possíveis de serem assumidos pelos interruptores nas ligações em paralelo e em série, podemos notar que:
- 0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=1, a+b=b+a, a+a'=1, a+0=a, a+1=1.
- 0.0=0, 0.1=0, 1.0=0, 1.1=1, a.b=b.a, a.a'=0, a.0=0, a.1=a.

- **OBS.**: Todas estas equações podem ser verificadas desenhando-se o circuito apropriado.

1.2 – Interruptores

- As ligações de:

são, respectivamente, a.(b+c) e (a.b)+(a.c).

Os circuitos estão ambos abertos se a=0 ou b=c=0, e estão ambos fechados se a=1 e (b=1 ou c=1); logo, suas ligações são iguais.

- Então:

$$a.(b+c) = (a.b) + (a.c).$$

1.2 – Interruptores

- As ligações de:

são a+(b.c) e (a+b).(a+c), respectivamente.

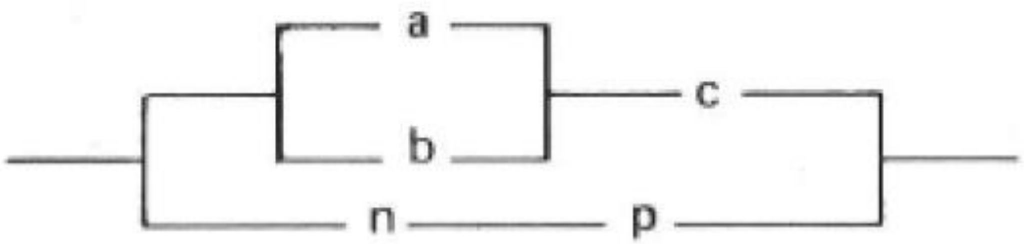
Os circuitos estão ambos abertos se a=0 e (b=0 ou c=0), e ambos fechados se a=1 ou b=c=1; logo, suas ligações são iguais.

- Então:

$$a + (b.c) = (a + b) . (a + c).$$

1.2 – Interruptores

- **Exemplo 1**: Determine a ligação do seguinte circuito:

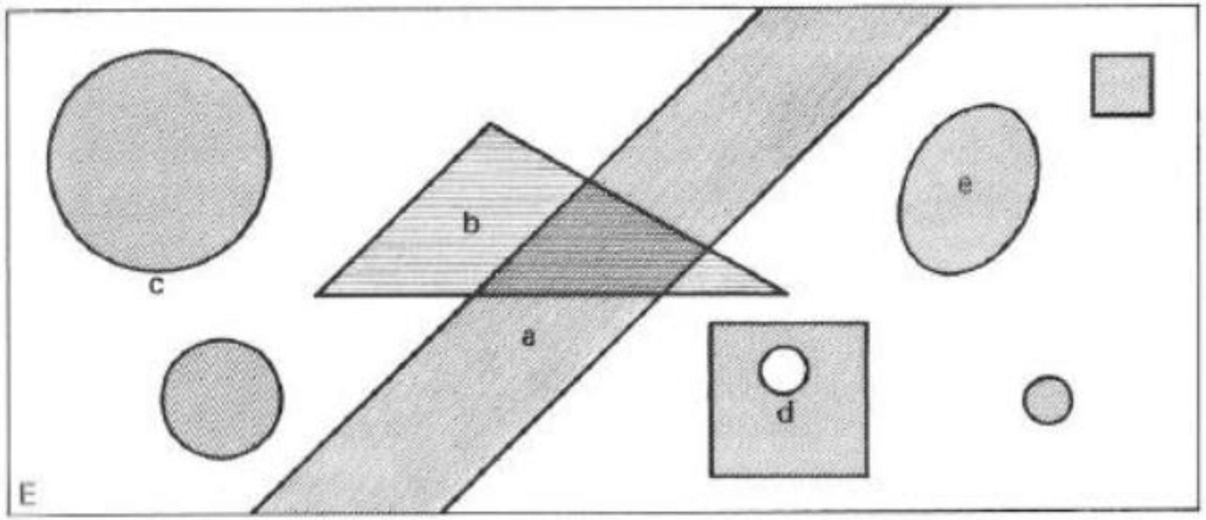


1.2 – Interruptores

- **Exemplo 2**: Desenhar os circuitos cujas ligações são:
- A) p.(p'+q.p)
- B) (x+y').(x'+y)

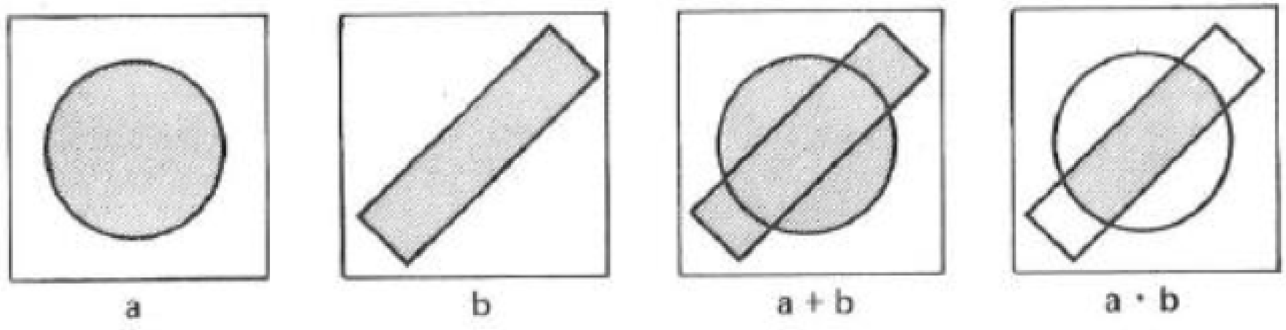
1.3 – Conjuntos

- Sejam **a**, **b**, **c**, ... conjuntos de pontos tomados num espaço **E** dado.
- Na figura abaixo, o retângulo é o nosso espaço E e as figuras internas são os conjuntos



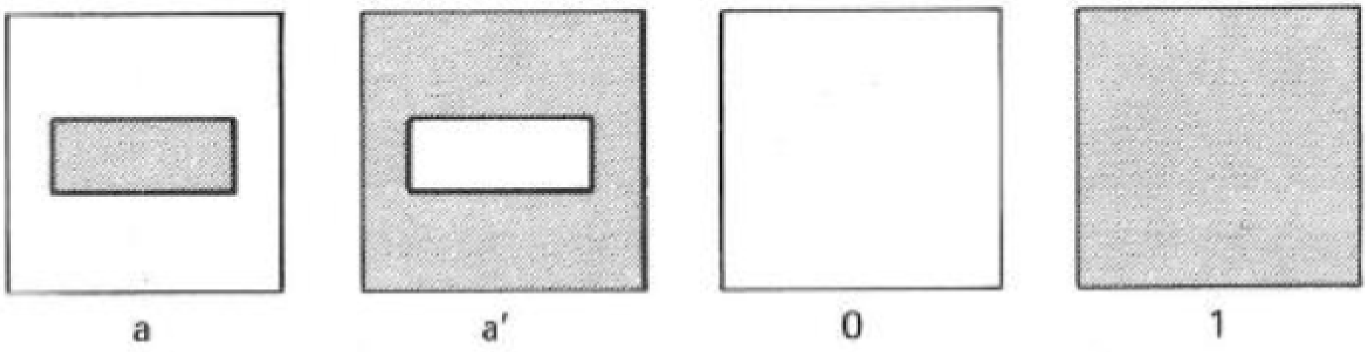
1.3 – Conjuntos

- Denotaremos por **a+b** o conjunto de todos os pontos que pertencem só ao conjunto **a** ou só ao conjunto **b** ou a ambos. Dizemos que **a+b** é a **união** de **a** com **b**.
- O conjunto de pontos comuns a ambos, isto é, que pertencem a **a** e **b**, será denotado por **a.b**. Dizemos que **a.b** é a intersecção de **a** e **b**, que pode ser denotada também por **ab**.



1.3 – Conjuntos

- Seja **a’** o conjunto de todos os pontos do espaço considerado, que não pertencem a **a**. Dizemos que **a’** é o complementar de **a**.
- Chamaremos **conjunto vazio** e o denotaremos por **0** o conjunto que não contém pontos; denotaremos por **1** o conjunto de todos os pontos, que é o **conjunto universo**.



1.3 – Conjuntos

- Para dois conjuntos quaisquer **a** e **b** do universo 1 valem as igualdades:
- 0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=1, a+b=b+a, a+a'=1, a+0=a, a+1=1.
- 0.0=0, 0.1=0, 1.0=0, 1.1=1, a.b=b.a, a.a'=0, a.0=0, a.1=a.

- **OBS.**: Outros resultados podem ser obtidos para três conjuntos quaisquer a, b e c.

1.3 – Conjuntos

- **Exemplo 1**: Mostrar mediante diagramas apropriados que:

$$a + (b \,.\, c) = (a + b) \,.\, (a + c).$$

1.4 – Proposições

- **Proposição** é uma sentença declarativa, afirmativa e que deve exprimir um pensamento de sentido completo, podendo ser escrita na *forma simbólica* ou na *linguagem usual*.
- Exemplos:

A) $tg\frac{\pi}{4} = 1$

B) $\sqrt{3} < \pi$

C) O México fica na América do Norte

1.4 – Proposições

- Dizemos que o *valor lógico* de uma proposição é verdade (1) se a proposição é verdadeira; é a falsidade (0) se a proposição é falsa.

- Exemplos:

  A) O Japão fica na África. (0)

  B) O Brasil ganhou a Copa do Mundo de Futebol de 1994. (1)

1.4 – Proposições

- **Proposição Simples** é a que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma.

p: Carlos é careca

q: É dos carecas que elas gostam mais

r: O número 16 é quadrado perfeito

s: $\log_2 1 = 0$

1.4 – Proposições

- **Proposição composta** é formada por duas ou mais proposições relacionadas pelos conectivos "e", "ou" e "se ... então" (ou "implica").

- Sejam $p = 1 + 2 = 3$, $q = 2 \neq 1$ duas proposições. Podemos formar as proposições compostas:

$$P = p.q: 1 + 2 = 3 \text{ e } 2 \neq 1$$

$$Q = p + q: 1 + 2 = 3 \text{ ou } 2 \neq 1$$

$$R = p \rightarrow q: 1 + 2 = 3 \text{ implica } 2 \neq 1$$

1.4.1 – Princípios fundamentais da lógica matemática

- A) **Princípio da Não-contradição**:

Uma proposição não pode ser simultaneamente "verdadeira e falsa".

- B) **Princípio do Terceiro Excluído**:

Toda proposição ou é só verdadeira ou só falsa, nunca ocorrendo um terceiro caso.

1.4.2 – Tabela-verdade

- Nas composições, o valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado.

- A) P(p,q)

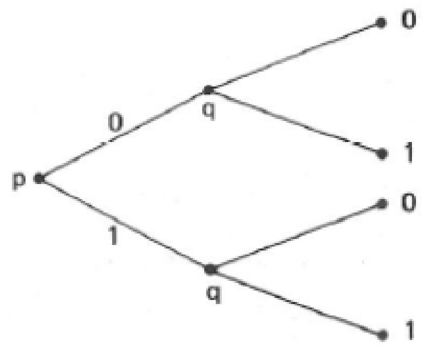


Diagrama da árvore

	p	q
1	0	0
2	0	1
3	1	0
4	1	1

Tabela-verdade

1.4.2 – Tabela-verdade

- OBS.: O número de linhas de uma Tabela-verdade é dado por 2^n, onde n é o número de proposições componentes.