Teoria dos Números Matemática

1 Lista de Exercícios para Entregar - Mês de Junho

Exercício 1.1. Um natural p > 1 é chamado primo se os únicos divisores positivos de p são 1 e p. Um natural n > 1 é chamado composto se admite outros divisores além de 1 e n.

Com base na definição dada acima, mostre que

- a) Se p é primo e p não divide a, então mdc(p, a) = 1
- b) Sejam p primo e $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{Z}$. Se $p|a_1 \ldots a_n$, então $p|a_i$, para algum $i, 1 \leq i \leq n$

Exercício 1.2 (Teorema de Euclides). Existe uma quantidade infinita e enumerável de números primos.

Exercício 1.3. Determine os restos das divisões de

- 1. $3^{1000} por 101$
- 2. $5^{3^{20}} por 13$

Exercício 1.4. Demonstre que a relação de congruência módulo n é uma relação de equivalência.

Exercício 1.5. Mostre que \mathbb{Z}_p é um corpo se, e somente se p é primo.