Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Notas de aula
Sistemas p-fuzzy

Prof. Dr. Vinícius Francisco Wasques
viniciuswasques@gmail.com

19 de janeiro de 2022

Cálculo de α-níveis e os números fuzzy

Na aula anterior vimos o conceito de α-níveis de um conjunto fuzzy. Hoje veremos como calcular esse tipo de conjunto (clássico). A partir de agora, consideraremos o conjunto universo U como sendo o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$.

Considere o seguinte conjunto fuzzy A

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} x-1, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}. \tag{1}$$

Para $\alpha \in (0,1]$, temos:

$$[A]^\alpha = \{x \in \mathbb{R} : \varphi_A(x) \geq \alpha\}.$$

Para $1 \leq x \leq 2$, temos que

$$\varphi_A(x) \geq \alpha \iff x-1 \geq \alpha \iff x \geq \alpha+1$$

Assim, temos que $\alpha+1 \leq x \leq 2$. Isso signifca que $[A]^\alpha = [\alpha+1, 2]$ em $[1,2]$.

Para $2 \leq x \leq 3$, temos que

$$\varphi_A(x) \geq \alpha \iff 3-x \geq \alpha \iff x \leq 3-\alpha.$$

Assim, temos que $2 \leq x \leq 3-\alpha$. Isso signifca que $[A]^\alpha = [2, 3-\alpha]$ em $[2,3]$.

Para $\alpha = 0$, temos:

$$supp(A) = \{x \in \mathbb{R} : \varphi_A(x) > 0\} = (1,3)$$

Portanto, $[A]^0 = \overline{supp(A)} = \overline{(1,3)} = [1,3]$.

Sendo assim, para $\alpha \in (0,1]$, temos que $[A]^\alpha = [\alpha+1, 2] \cup [2, 3-\alpha] = [\alpha+1, 3-\alpha]$.

Logo, os α-níveis de A são dados por

$$[A]^\alpha = \begin{cases} [\alpha+1, 3-\alpha], & \alpha \in (0,1] \\ [1,3], & \alpha = 0 \end{cases}.$$

Note que substituindo $\alpha = 0$ na expressão $[\alpha+1, 3-\alpha]$, obtemos exatamente $[1,3]$. Portanto, para este exemplo, podemos escrever simplesmente

$$[A]^\alpha = [\alpha+1, 3-\alpha].$$

Vamos definir agora o conceito de números fuzzy.

Definição: Um conjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy, se as seguintes condições forem satisfeitas:

1. A é um subconjunto fuzzy de $U = \mathbb{R}$;

2. O núcleo de A é diferente de vazio;
3. Os α-níveis de A são intervalos limitados e fechados, para todo $\alpha \in [0,1]$;
4. O suporte de A é limitado.

Note que todo número real é também um número fuzzy (faça um gráfico para se convencer desse fato).

Exercício: (para entregar)

1. Considere $a \leq u \leq b$ número reais. Seja A um conjunto fuzzy, cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{u-a}, & x \in [a,u] \\ \frac{x-b}{u-b}, & x \in [u,b] \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

   Faça um gráfico do conjunto fuzzy A e mostre que A é um número fuzzy.

   Observação: O número fuzzy definido acima é chamado de número fuzzy triangular.

2. Seja A um conjunto fuzzy, cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-11}{3}, & x \in [11,14] \\ 1, & x \in [14,17] \\ \frac{20-x}{3}, & x \in [17,20] \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

   Faça um gráfico do conjunto fuzzy A e mostre que A é um número fuzzy.

   Observação: O número fuzzy definido acima é chamado de número fuzzy trapezoidal.

3. Seja A um conjunto fuzzy, cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} x-1, & x \in [1,2] \\ \frac{4-x}{2}, & x \in [2,3] \\ \frac{x-2}{2}, & x \in [3,4] \\ 5-x, & x \in [4,5] \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

   Faça um gráfico do conjunto fuzzy A. O conjunto fuzzy A é um número fuzzy? Justifique.