

LISTA DE EXERCÍCIOS - TEORIA DOS NÚMEROS - MATEMÁTICA

1 Equações Diofantinas

Exercício 1.1. *Mostre que todas as triplas pitagóricas podem ser obtidas a partir de uma tripla pitagórica primitiva, multiplicando seus termos por uma constante.*

Exercício 1.2. *Os pontos racionais (x, y) da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$ são todos os pontos da forma:*

$$(x, y) = (1, 0)$$

e

$$(x, y) = \left(\frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}, \frac{2t}{t^2 + 1} \right)$$

com $t \in \mathbb{Q}$.

Exercício 1.3. *Determine todas as soluções inteiras da equação $x^2 + y^2 = 5z^2$*

Exercício 1.4. *Encontre todos os pontos racionais da elipse*

$$\frac{x^2}{\frac{5}{2}} + \frac{y^2}{\frac{5}{3}} = 1$$

Exercício 1.5. *Justifique as argumentações deixadas nos slides da aula de Equações Diofantinas.*

Exercício 1.6. *Faça uma busca histórica sobre o último teorema de Fermat que afirma:*

Se n é um número inteiro maior que 2, então não existem números inteiros positivos x , y e z , que satisfaçam a igualdade:

$$x^n + y^n = z^n$$

Sugestões de leitura:

<https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/TCC-AUREA-pronto-ok.pdf>

http://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/.../Mazza_M1_FM_2014.pdf Acesso