

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

# Notas de aula

## Sistemas p-fuzzy

Prof. Dr. Vinícius Francisco Wasques  
viniciuswasques@gmail.com

17 de janeiro de 2022

# $\alpha$ -níveis de conjuntos fuzzy

A partir da ideia de fixar níveis de associação de um elemento  $x$  em um determinado conjunto fuzzy  $A$ , definimos o conceito de  $\alpha$ -níveis, em que  $\alpha$  é um valor no intervalo  $[0, 1]$  que representa o grau de associação do elemento  $x$ . Assim,

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\}, \text{ se } \alpha \in (0, 1].$$

$$[A]^0 = \overline{\{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}}.$$

em que a notação  $\overline{Y}$  representa o fecho de um subconjunto  $Y$ .

**Observação:** é importante ressaltar que o 0-nível está definido apenas no caso em que  $U$  é um espaço topológico.

**Pergunta:** Quais propriedades os  $\alpha$ -níveis de um conjunto fuzzy possuem?

1. Se  $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$ , então  $[A]^\beta \subseteq [A]^\alpha$ .

*Dem:* Vamos provar que esse resultado de fato é válido. Primeiro vamos supor  $\alpha > 0$ . Seja  $x \in [A]^\beta$ . Assim, temos que  $\varphi_A(x) \geq \beta$ . Por hipótese, temos que  $\beta \geq \alpha$ . Logo,  $\varphi_A(x) \geq \beta \geq \alpha$ . Portanto,  $\varphi_A(x) \geq \alpha$ , e assim,  $x \in [A]^\alpha$ .

Por fim, vamos supor que  $\alpha = 0$ . Seja  $x \in [A]^\beta$ . Assim,  $\varphi_A(x) \geq \beta$ . Como  $\beta \geq \alpha$ , por hipótese, então  $\varphi_A(x) \geq \beta \geq \alpha = 0$ . Lembre-se que, para  $\alpha = 0$ , temos que  $[A]^0 = \overline{\{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}}$ .

Se  $\varphi_A(x) > 0$ , então  $x \in \{x \in U : \varphi_A(x) > 0\} \subseteq \overline{\{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}} = [A]^0$ .

Se  $\varphi_A(x) = 0$ , então  $x \in [A]^\beta = [A]^0 = [A]^\alpha$ .

2. Sejam  $A$  e  $B$  dois subconjuntos fuzzy de  $U$ . Assim,  $A = B$  se, e somente se  $[A]^\alpha = [B]^\alpha$ , para todo  $\alpha \in [0, 1]$ .

**Exercício (para entregar):**

1. Prove a propriedade 2 acima.
2. • O núcleo de conjunto fuzzy  $A$  é definido pelos elementos que tem total associação com o conjunto fuzzy  $A$ , isto é,  $\text{Nuc}(A) = [A]^1$ .  
• Por outro lado, o suporte de um conjunto fuzzy é definido pelos elementos que tem alguma associação não nula com o conjunto fuzzy  $A$ , isto é,  $\text{supp}(A) = \{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}$ .  
• O diâmetro (ou chamado também de largura) de um conjunto fuzzy é definido pelo tamanho de seu 0-nível, e está associado com a maior incerteza que ele modela.

Sabendo disso, considere o seguinte conjunto fuzzy:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 4 - x, & \text{se } 3 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (1)$$

Determine o núcleo, suporte e o diâmetro do conjunto fuzzy  $A$ .

3. Desenhe um conjunto fuzzy que cumre as seguintes propriedades:

- (a) O núcleo é vazio;
- (b) O 0.5-nível é dado por dois intervalos disjuntos;
- (c) O 0-nível é dado pelo conjunto universo  $U = \mathbb{R}$ .