$3^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios - Cálculo 3 - Ciências da Computação

Exercício 1:

Verifique que as funções dadas são diferenciáveis:

- (a) $f(x,y) = e^{x-y^2}$
- (b) $f(x,y) = x^2y$
- (c) $f(x,y) = x\cos(x^2 + y^2)$
- (d) $f(x,y) = ln(1+x^2+y^2)$

Exercício 2:

Determine as equações do plano tangente e da reta normal ao gráfico da função dada, no ponto dado.

- (a) $f(x,y) = 2x^2y$ em (1,1,f(1,1))
- (b) $f(x,y) = x^2 + y^2$ em (0,1,f(0,1))
- (c) $f(x,y) = xe^{x^2 y^2}$ em (2, 2, f(2, 2))

Exercício 3:

2x + y + 3z = 6 é a equação do plano tangente ao gráfico de f(x,y) no ponto (1,1,1)

- (a) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(1,1)$.
- (b) Determine a equação da reta normal no ponto (1, 1, 1).

Exercício 4:

Considere a função $\frac{x^3}{x^2+y^2}$. Mostre que os planos tangentes ao gráfico de f
 passam pela origem.

Exercício 5:

Seja $g(t) = f(3t, 2t^2 - 1)$.

- (a) Expresse g'(t) em termos das derivadas parciais de f.
- (b) Calcule g'(0) admitindo $\frac{\partial f}{\partial x}(0,-1) = \frac{1}{3}$

Exercício 6:

Suponha que para todo t, $f(t^2, 2t) = t^3 - 3t$. Mostre que $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = -\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$

Exercício 7:

Seja $z=f(u+2v,u^2-v)$. Expresse $\frac{\partial z}{\partial u}$ e $\frac{\partial z}{\partial v}$ em termos das derivadas parciais de f.