**CURSOS: ENGENHARIA CIVÍL; ENHENHARIA DA COMPUTAÇÃO; ENHENHARIA ELÉTRICA; ENHENHARIA DE PRODUÇÃO.**

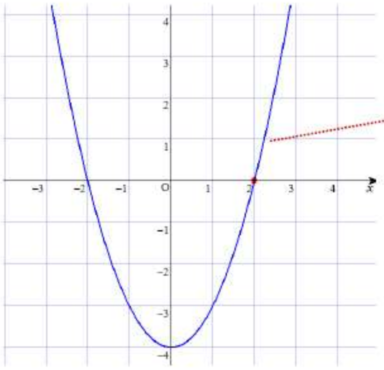
**DISCIPLINA: CÁLCULO I**

**TEMA 01: LIMITES DE FUNÇÕES: INTRODUÇÃO & LIMITES DE FUNÇÕES: LIMITES LATERAIS**

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Observe os gráficos de cada função e determine o limite nos pontos indicados quando existirem:

a) $f(x) = x^2 - 4$, no ponto x = 2



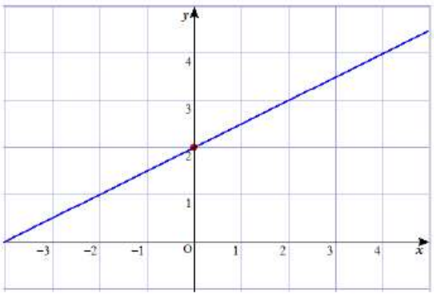
$$\lim_{x \to 2^-} x^2 - 4 = 0$$

$$\lim_{x \to 2^+} x^2 - 4 = 0$$

Logo, $\exists \lim_{x \to 2} x^2 - 4 = 0$

**Ao observarmos o comportamento da função nas proximidades x = 2, temos que f(x) tende a zero.**

b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$, no ponto x = 0

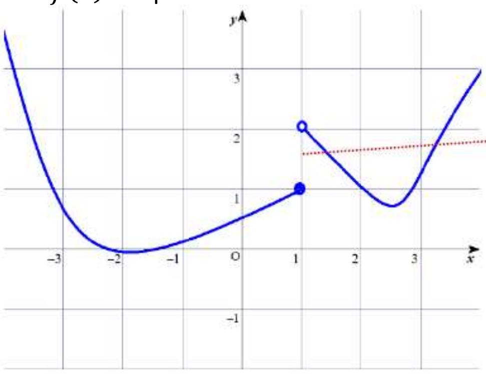


$$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{2}x + 2 = 2$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{2}x + 2 = 2$$

Logo, $\exists \lim_{x \to 0} \frac{1}{2}x + 2 = 2$

c) $f(x)$ no ponto x = 1



$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 2$$

Logo, $\nexists \lim_{x \to 1} f(x)$

**Ao observarmos o comportamento da função nas proximidades x = 1, temos que a esquerda de 1, a função tende a 1 e a direita de 1, a função tende a 2.**

2) Determine os limites abaixo:

a) $\lim_{x \to 0} (3 - 7x - 5x^2) = 3 - 7.0 - 5.0^2 = 3$

b) $\lim_{x \to -1} [(x+4)^3(x+2)^{-1}] = [(-1+4)^3(-1+2)^{-1}] = 27$

c) $\lim_{t \to 2} \frac{t+3}{t+2} = \frac{2+3}{2+2} = \frac{5}{4}$

Dúvidas em funções trigonométricas?
Acesse: https://www.todamateria.com.br/funcoes-trigonometricas/

d) $\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{2x^2 - x}{3x} = \frac{2(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$

e) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} [sen\,(3x) - cos(2x) + cotg(x)] = \left[sen\,\left(3.\frac{\pi}{2}\right) - cos\left(2.\frac{\pi}{2}\right) + cotg\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = 0$

f) $\lim_{x \to 10} \log_2 |7x^2 + 30x + 24| = \log_2 |7.10^2 + 30.10 + 24| = 10$

Dúvidas em funções logarítmicas e exponenciais?
Acesse: https://www.todamateria.com.br/funcao-exponencial/
https://www.todamateria.com.br/funcao-logaritmica/
trigonometricas/

3) Seja $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2\,,\ x \leq 1 \\ 4x - 3\,, x > 1 \end{cases}$, existe limite da função no ponto x = 1?

Quando x se aproxima de 1 pela esquerda a função possui um comportamento, quando a função se aproxima de 1 pela direta a função possui um comportamento diferente, a questão é, embora as leis de associação sejam diferentes, os valores dos limites laterais serão diferentes?

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2.1 - 1^2 = 1$ $\quad$ $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 4.1 - 3 = 1$

Como os limites laterais são iguais, $\exists \lim_{x \to 1} f(x) = 1$

4) Seja $f(x) = \begin{cases} 2x + \log x\ ,\ x \leq 10 \\ x^2 - 8x\,, x > 10 \end{cases}$, verifique a existência do limite da função no ponto x = 10:

$\lim_{x \to 10^-} f(x) = 2.10 + \log 10 = 21$ $\quad$ $\lim_{x \to 10^+} f(x) = 10^2 - 8.10 = 20$

Como os limites laterais são diferentes, $\nexists \lim_{x \to 10} f(x)$

5) Determine o limite da função $f(x) = \sqrt{[g(x)]^2 + 2h(x) + 9}$ no ponto x = k, sabendo que $\lim_{x \to k} g(x) = 5$ e $\lim_{x \to k} h(x) = 15$.

**Para resolver esta questão é necessário usar as propriedades de limite.**

$$\lim_{x \to k} f(x) = \lim_{x \to k} \sqrt{[g(x)]^2 + 2h(x) + 9} = \sqrt{\lim_{x \to k} ([g(x)]^2 + 2h(x) + 9)} =$$

$$= \sqrt{\lim_{x \to k} [g(x)]^2 + \lim_{x \to k} 2h(x) + \lim_{x \to k} 9} =$$

$$= \sqrt{\left[\lim_{x \to k} g(x)\right]^2 + 2.\lim_{x \to k} h(x) + \lim_{x \to k} 9} =$$

$$= \sqrt{[5]^2 + 2.15 + 9} =$$

$$= \sqrt{25 + 30 + 9} =$$

$$= \sqrt{64} = 8$$

6) Sabendo que existe o limite da função $f(x) = \begin{cases} 3^x . k \, , \; x \leq 2 \\ k^2 + 10kx \, , x > 2 \end{cases}$ no ponto $x = 2$, determine $k \in \mathbb{R}$:

**Analise se os limites laterais são iguais.**

$$\lim_{x \to 2^-} 3^x . k = 3^2 k = 9k$$

$$\lim_{x \to 2^+} k^2 + 10kx = k^2 + 10.k.2 = k^2 + 20k$$

**Como o limite existe, podemos afirmar que os limites laterais são iguais.**

$$\lim_{x \to 2^-} 3^x . k = \lim_{x \to 2^+} k^2 + 10kx$$

$$9k = k^2 + 20k$$

$$k^2 + 11k = 0$$

$$k' = 0 \;\; ou \;\; k'' = -11$$