

Equilíbrio e Elasticidade

Ondas e Termodinâmica

Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Campus Angicos

15 de fevereiro de 2022

Fonte deste material: Halliday, Resnick, Walker; Fundamentos de Física; Volume 2 - Mecânica; 8^a Edição, LTC

Outline

Equilíbrio

Revisão - Torque e Momento Angular

As Condições de Equilíbrio

O Centro de Gravidade

Elasticidade

- Tração e Compressão

- Cisalhamento

- Tensão Hidrostática

Equilíbrio

Considere os seguintes objetos:

1. um livro em repouso sobre uma mesa,
2. um disco de metal que desliza com velocidade constante em uma superfície sem atrito,
3. as pás de um ventilador de teto girando e
4. a roda de uma bicicleta que se move em uma estrada retilínea com velocidade constante.,

Equilíbrio

Para cada um desses objetos:

1. O momento linear \vec{P} de centro de massa é constante.
2. O momento angular \vec{L} em relação ao centro de massa, ou em relação a qualquer outro ponto, também é constante.

Dizemos que esses objetos estão em **equilíbrio**.

Os dois requisitos para o equilíbrio são, portanto,

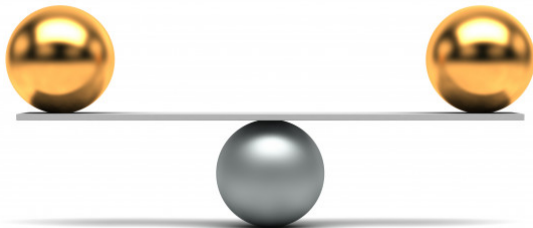
$$\vec{P} = \text{constante}$$

$$\vec{L} = \text{constante}$$

Equilíbrio

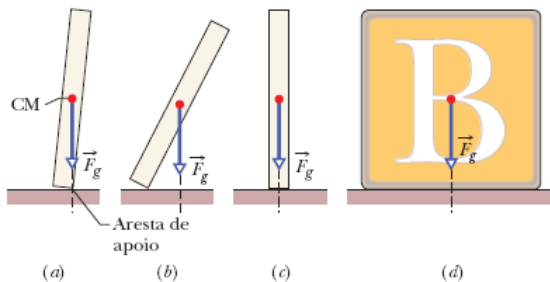


Equilíbrio



Equilíbrio

O dominó só vai tombar se o centro de massa estiver à direita da aresta de apoio.

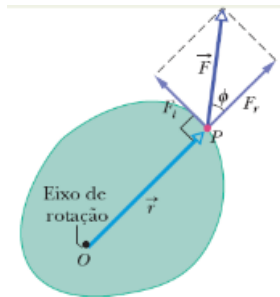


Torque

- ▶ O **torque** é uma tendência de rotação ou torção em torno de um eixo que um corpo sofre quando é submetido a uma força \vec{F} .
- ▶ Se a força \vec{F} é aplicada em um ponto dado por um vetor posição \vec{r} em relação ao eixo, o módulo do torque é

$$\tau = r F_t = r \perp F = r F \sin\phi$$

em que F_t é a componente de \vec{F} perpendicular a \vec{r} e ϕ é o ângulo entre \vec{r} e \vec{F} .

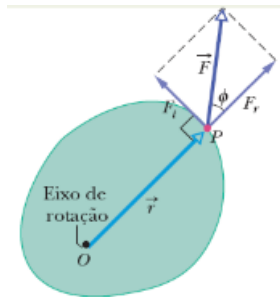


Torque

- ▶ O **torque** é uma tendência de rotação ou torção em torno de um eixo que um corpo sofre quando é submetido a uma força \vec{F} .
- ▶ Se a força \vec{F} é aplicada em um ponto dado por um vetor posição \vec{r} em relação ao eixo, o módulo do torque é

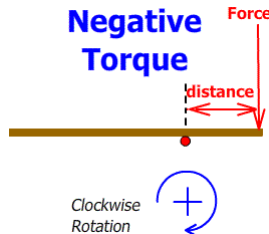
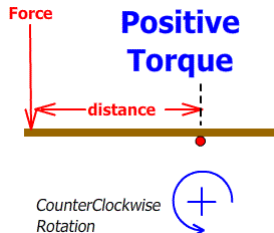
$$\tau = r F_t = r \perp F = r F \sin\phi$$

em que F_t é a componente de \vec{F} perpendicular a \vec{r} e ϕ é o ângulo entre \vec{r} e \vec{F} .



Torque

- ▶ Como vamos considerar rotações em torno de um único eixo, não usamos a notação vetorial do torque.
- ▶ Atribuímos ao torque um valor positivo ou negativo dependendo do sentido da rotação que imprimiria a um corpo em repouso.
- ▶ Se o torque faz o corpo girar no sentido **anti-horário**, o torque é **positivo**.
- ▶ Se o torque faz o corpo girar no sentido **horário**, o torque é **negativo**.



Momento Angular

Momento Angular

- O momento angular \vec{l} de uma partícula de momento linear \vec{p} , massa m e velocidade linear \vec{v} é uma grandeza vetorial definida em relação a um ponto fixo por meio da equação

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

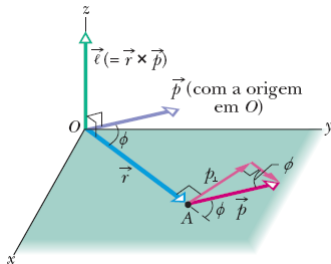
de módulo:

$$l = r m v \sin\phi$$

em que ϕ é o menor ângulo entre \vec{r} e \vec{p} .

- O momento angular de um sistema de partículas é a soma vetorial dos momentos angulares das partículas do sistema:

$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \cdots + \vec{l}_n = \sum_{i=1}^n \vec{l}_i$$



As Condições de Equilíbrio

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Se o corpo está em equilíbrio para translações, ou seja, se é uma constante:

$$\vec{F}_R = 0$$

$$\vec{\tau}_R = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se o corpo está em equilíbrio para rotações:

$$\vec{\tau}_R = 0$$

As Condições de Equilíbrio

Assim, os requisitos para que um corpo esteja em **equilíbrio** são os seguintes:

1. A soma vetorial das forças externas que agem sobre o corpo deve ser nula.

$$\vec{F}_R = 0$$

2. A soma vetorial dos torques externos que agem sobre o corpo, medidos em relação a qualquer ponto, deve ser nula.

$$\vec{\tau}_R = 0$$

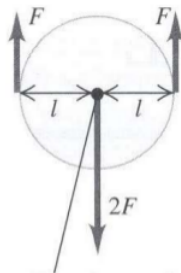
Um terceiro requisito para o **equilíbrio estático**:

3. O momento linear \vec{P} do corpo deve ser nulo.

As Condições de Equilíbrio

(a) Este corpo está em equilíbrio estático.

Condições para o equilíbrio:



Eixo de rotação (perpendicular à figura)

Primeira condição atendida:

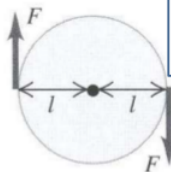
Força resultante = 0, portanto o corpo em repouso não possui nenhuma tendência a começar a se mover como um todo.

Segunda condição atendida:

O torque resultante em torno do eixo = 0, portanto o corpo em repouso não tende a girar.

As Condições de Equilíbrio

(b) Este corpo não possui nenhuma tendência a acelerar como um todo, mas tende a começar a girar.



Primeira condição atendida:

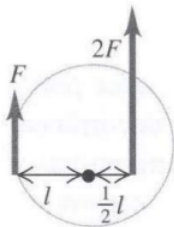
Força resultante = 0, portanto o corpo em repouso não possui nenhuma tendência a começar a se mover como um todo.

Segunda condição NÃO atendida:

Há um torque resultante no sentido horário em torno do eixo, portanto o corpo em repouso começará a girar no sentido horário.

As Condições de Equilíbrio

(c) Este corpo possui uma tendência a acelerar como um todo, mas não a começar a girar.



Primeira condição NÃO atendida:

Há uma força resultante de baixo para cima, portanto o corpo em repouso começará a se mover de baixo para cima.

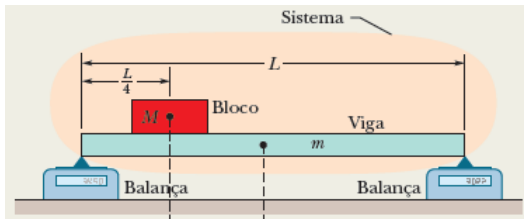
Segunda condição atendida:

O torque resultante em torno do eixo $= 0$, portanto o corpo em repouso não tende a girar.

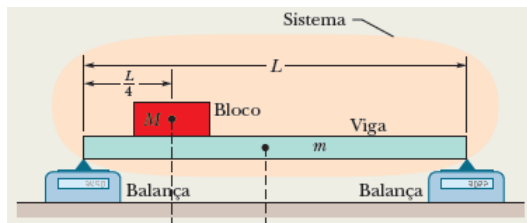
As Condições de Equilíbrio

Exemplo

Na figura, uma viga homogênea, de comprimento L e massa $m = 1,8 \text{ kg}$, está apoiada em duas balanças. Um bloco homogêneo, de massa $M = 2,7 \text{ kg}$, está apoiado na viga, com o centro a uma distância $L/4$ da extremidade esquerda da viga. Quais são as leituras das balanças?



As Condições de Equilíbrio



$$\vec{F}_R = 0$$

$$F_E + F_D - Mg - mg = 0$$

$$F_D = 15,44 \text{ N}$$

$$\vec{\tau}_R = 0$$

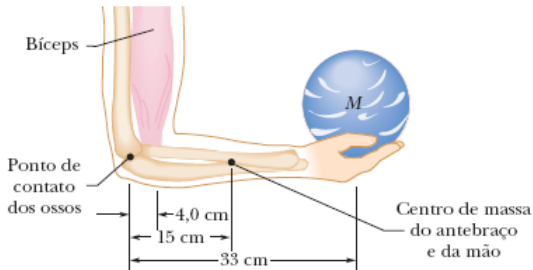
$$F_E = 28,66 \text{ N}$$

$$({}_0)F_E - \left(\frac{L}{4}\right)(Mg) - \left(\frac{L}{2}\right)(mg) + (L)(F_D) = 0$$

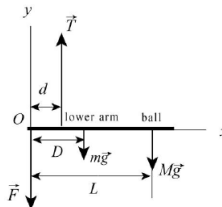
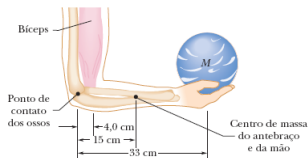
As Condições de Equilíbrio

Exemplo

Um jogador segura uma bola de boliche ($M = 7,2 \text{ kg}$) na palma da mão. O braço está na vertical e o antebraço ($m = 1,8 \text{ kg}$) na horizontal. Qual é o módulo (a) da força que o bíceps exerce sobre o antebraço e (b) da força que os ossos exercem entre si na articulação do cotovelo?



As Condições de Equilíbrio



Força Resultante: $(\vec{F}_R = 0)$

$$T - F - mg - Mg = 0$$

Torque: $(\vec{\tau}_R = 0)$

$$T = 648 \text{ N}$$

$$(0)(F) + (d)(T) - (D)(mg) - (L)(Mg) = 0$$

$$F = 560 \text{ N}$$

$$dT - Dmg - LMg = 0$$

O Centro de Gravidade

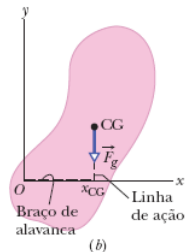
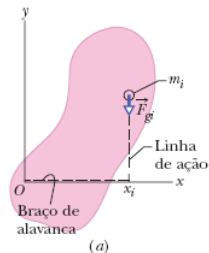


Petronas Towers, Malásia, g é 0,014% maior na base que no topo (452 m). CG está 2 cm abaixo do CM

O Centro de Gravidade

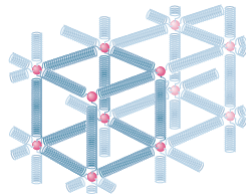
- ▶ A força gravitacional que age sobre um corpo é a soma vetorial das forças gravitacionais que agem sobre todos os elementos (átomos) do corpo.
- ▶ Em vez de considerar todos esses elementos, podemos dizer o seguinte:

A força gravitacional \vec{F}_g age efetivamente sobre um único ponto de um corpo, o chamado **centro de gravidade** (CG) do corpo.



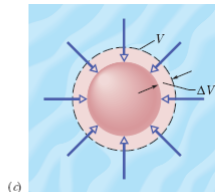
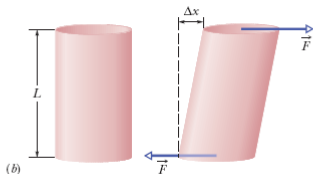
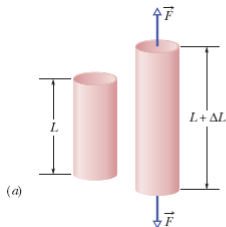
Elasticidade

- ▶ Quando muitos átomos se juntam para formar um sólido metálico os átomos ocupam posições de equilíbrio em uma **rede cristalina tridimensional**;
- ▶ Os átomos são mantidos unidos por forças interatômicas;
- ▶ Em metais, a rede é quase perfeitamente rígida;
- ▶ Outros objetos comuns são facilmente deformados;
- ▶ Nesses objetos os átomos estão ligados em cadeias moleculares longas e flexíveis.



Formas de deformação de um corpo:

1. Tração ou compressão;
2. Cisalhamento;
3. Tensão Hidrostática.



Tração e Compressão

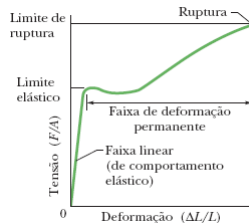
Tração e Compressão

- ▶ A **tensão** a que o objeto está submetido é definida como F/A , em que F é o módulo da força aplicada perpendicularmente a uma área A do objeto;
- ▶ A **deformação** é a grandeza adimensional $\Delta L/L$;
- ▶ O **módulo de elasticidade** é chamado de **módulo de Young** e representado pelo símbolo E .

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$



Corpo de prova



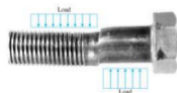
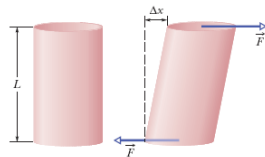
Curva tensão-deformação de um corpo de prova de aço

Cisalhamento

Cisalhamento

- ▶ A **tensão** também é uma força por unidade de área, mas o vetor força está no plano da área e não da direção perpendicular a esse plano;
- ▶ A **deformação** é a razão adimensional $\Delta x/L$;
- ▶ O **módulo de elasticidade** é chamado de **módulo de cisalhamento** e representado pelo símbolo G .

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

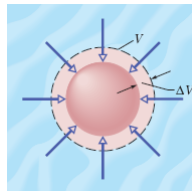


Tensão Hidrostática

Tensão Hidrostática

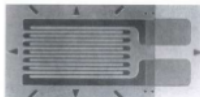
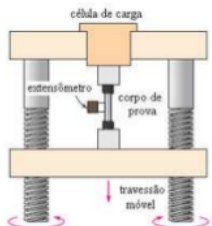
- ▶ A **tensão** é a pressão p que o fluido exerce sobre o objeto;
- ▶ A **deformação** é $\Delta V/V$, em que V é o volume original do corpo de prova e ΔV é o valor absoluto da variação de volume;
- ▶ O **módulo de elasticidade** é chamado de **módulo de elasticidade volumétrico** e representado pelo símbolo B .

$$\rho = B \frac{\Delta V}{V}$$



Tensão (*stress*) e Deformação (*strain*)

- Máquina de Ensaio



Extensômetro de 9,8 mm x 4,6 mm



Tração e Compressão

Tabela 12-1

Algumas Propriedades Elásticas de Materiais Escolhidos

Material	Massa específica ρ (kg/m ³)	Módulo de Young E (10 ⁹ N/m ²)	Limite de ruptura S_r (10 ⁶ N/m ²)	Limite de elasticidade S_e (10 ⁶ N/m ²)
Aço ^a	7860	200	400	250
Alumínio	2710	70	110	95
Vidro	2190	65	50 ^b	—
Concreto ^c	2320	30	40 ^b	—
Madeira ^d	525	13	50 ^b	—
Osso	1900	9 ^b	170 ^b	—
Poliestireno	1050	3	48	—

^aAço estrutural (ASTM-A36).

^bPara compressão.

^cDe alta resistência.

^dPinho.

Tração e Compressão

Exemplo

Uma das extremidades de uma barra de aço, de raio $R = 9,5 \text{ mm}$ e comprimento $L = 81 \text{ cm}$ está presa a um torno, e uma força $F = 62 \text{ kN}$ (uniforme, perpendicular à seção reta) é aplicada à outra extremidade. Quais são a tensão, o alongamento ΔL e a deformação da barra?

Tração e Compressão

Exemplo

Uma das extremidades de uma barra de aço, de raio $R = 9,5 \text{ mm}$ e comprimento $L = 81 \text{ cm}$ está presa a um torno, e uma força $F = 62 \text{ kN}$ (uniforme, perpendicular à seção reta) é aplicada à outra extremidade. Quais são a tensão, o alongamento ΔL e a deformação da barra?

$$\text{tensão} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{6,2 \times 10^4 \text{ N}}{\pi (9,5 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 2,2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

Tração e Compressão

Exemplo

Uma das extremidades de uma barra de aço, de raio $R = 9,5 \text{ mm}$ e comprimento $L = 81 \text{ cm}$ está presa a um torno, e uma força $F = 62 \text{ kN}$ (uniforme, perpendicular à seção reta) é aplicada à outra extremidade. Quais são a tensão, o alongamento ΔL e a deformação da barra?

$$\begin{aligned}\Delta L &= \frac{(F/A) L}{E} = \frac{(2,2 \times 10^8 \text{ N/m}^2) (0,81 \text{ m})}{2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2} \\ &= 8,9 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,89 \text{ mm}\end{aligned}$$

Tração e Compressão

Exemplo

Uma das extremidades de uma barra de aço, de raio $R = 9,5 \text{ mm}$ e comprimento $L = 81 \text{ cm}$ está presa a um torno, e uma força $F = 62 \text{ kN}$ (uniforme, perpendicular à seção reta) é aplicada à outra extremidade. Quais são a tensão, o alongamento ΔL e a deformação da barra?

$$\text{deformação} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{8,9 \times 10^{-4} \text{ m}}{0,81 \text{ m}} = 1,1 \times 10^{-3} = 0,11\%$$