

Otimização de Arranjo de Turbinas Eólicas com QAOA considerando Efeitos de Esteira: Implementação com Qiskit

Autor Anônimo

Resumo—Apresentamos uma formulação variacional para otimização do layout de turbinas eólicas em grades discretas considerando efeitos de esteira. O problema é modelado como QUBO que maximiza benefícios de cada posição e penaliza interações a jusante com decaimento por distância, mapeado para um Hamiltoniano compatível com QAOA. Demonstramos a penalização seletiva do estado $|11\rangle$ em pares sob esteira e realizamos experimentos numéricos em grades pequenas discutindo o compromisso entre ganho individual e penalidades de interferência, bem como limitações e perspectivas de escalabilidade.

Palavras-Chave—QAOA, QUBO, fazendas eólicas, efeito de esteira, Qiskit, otimização combinatória.

Abstract—We present a variational formulation for optimizing wind turbine layout on discrete grids under wake effects. The problem is modeled as a QUBO maximizing position benefits while penalizing downstream interactions with distance decay, mapped to a Hamiltonian suitable for QAOA. We demonstrate a selective $|11\rangle$ penalty on affected pairs and report small-grid numerical experiments discussing the trade-off between local gains and wake penalties, as well as scalability considerations.

Keywords—QAOA, wind farm layout, wake effect, Qiskit, QUBO.

I. INTRODUÇÃO

A energia eólica representa uma das principais fontes renováveis para a geração sustentável de eletricidade, com crescente participação na matriz energética global [1], [2]. A eficiência dos parques eólicos depende significativamente do arranjo espacial das turbinas, uma vez que as interações aerodinâmicas entre elas, como o efeito de esteira, podem reduzir a produção energética total [3], [4]. Assim, a otimização do posicionamento das turbinas é um desafio relevante para maximizar a geração de energia e minimizar perdas. Recentemente, abordagens de computação quântica têm sido investigadas para este problema de otimização combinatória [5].

Embora este trabalho seja inspirado no problema real de posicionamento de turbinas eólicas para mitigar perdas por esteira, o estudo aqui apresentado consiste em uma prova de conceito para a aplicação do algoritmo *Quantum Approximate Optimization Algorithm* (QAOA) no ecossistema Qiskit para problemas de otimização formulados como *Quadratic Unconstrained Binary Optimization* (QUBO).

O problema é modelado como um QUBO que visa maximizar o *score* de produção e penalizar perdas por esteira com decaimento por distância, além de incluir restrições sobre o número de turbinas instaladas. Implementamos a construção

do Hamiltoniano de custo que penaliza apenas pares de turbinas instaladas a jusante, junto com o *ansatz* parametrizado e a otimização clássica subsequente. Os exemplos apresentados consideram grades pequenas (2×3 , 3×3 e 4×4) para fins de prova de conceito e validação metodológica. Essa abordagem demonstra o potencial do uso de algoritmos quânticos aproximados para problemas complexos de otimização em energia renovável, servindo como base para trabalhos futuros.

II. METODOLOGIA

A. Formulação do problema

Modelamos um grid de $R \times C$ posições. Cada variável binária $x_i \in \{0, 1\}$ indica a presença de turbina na posição i . Um vetor $\{s_i\}$ atribui o benefício de cada posição.

Para simplificação e como prova de conceito, os efeitos de esteira são codificados por uma matriz esparsa de penalidades $\{w_{ij}\}_{i < j}$ que decai linearmente com a distância discreta na mesma linha/coluna, respeitando uma regra direcional (p.ex., oeste \rightarrow leste ou norte \rightarrow sul). Esta aproximação linear é consideravelmente mais simples que modelos físicos realistas como Jensen [3] ou Gaussian [4], que consideram decaimento não-linear, propagação radial da esteira, e efeitos de turbulência atmosférica.

Seja $G = (V, \mathcal{W})$ o grafo de conflitos, com $V = \{0, \dots, n-1\}$ e $\mathcal{W} = \{(i, j) \mid i < j, w_{ij} > 0\}$ definindo pares de posições sob efeito de esteira. Definimos benefício e penalidade clássicos

$$B(x) = \sum_{i \in V} s_i x_i, \quad P(x) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} w_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

e otimizamos o custo (formulação QUBO; ver [6], [7])

$$C(x) = -B(x) + P(x) \quad (\text{a minimizar}), \quad (2)$$

equivalente a maximizar $\sum_i s_i x_i - \sum_{(i,j)} w_{ij} x_i x_j$.

B. Hamiltoniano de custo

Usando o mapeamento $x_i = \frac{1-Z_i}{2}$, escrevemos o Hamiltoniano de custo (forma de Pauli-Z):

$$H_C = -\sum_{i \in V} s_i \frac{1-Z_i}{2} + \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} w_{ij} \frac{(1-Z_i)(1-Z_j)}{4}. \quad (3)$$

Os termos elementares são

$$\begin{aligned} H_i^{(1)} &= -\frac{s_i}{2} (I - Z_i), \\ H_{ij}^{(2)} &= \frac{w_{ij}}{4} (Z_i Z_j - Z_i - Z_j + I) \equiv \frac{w_{ij}}{4} (1 - Z_i)(1 - Z_j), \end{aligned} \quad (4)$$

garantindo que apenas o estado $|11\rangle$ do par (i, j) é penalizado por w_{ij} . Aqui, Z_i representa o operador de Pauli-Z atuando no qubit i , e o produto tensorial $Z_i Z_j = Z_i \otimes Z_j$ permite detectar quando ambas as posições i e j possuem turbinas instaladas (estado $|11\rangle$), condição necessária para que ocorra interferência de esteira entre elas.

C. QAOA e formalismo

Adotamos o misturador e o estado inicial usuais

$$H_M = \sum_{i \in V} X_i, \quad |\psi_0\rangle = |+\rangle^{\otimes n}, \quad (6)$$

com operadores de evolução por camada

$$U_C(\gamma) = e^{-i\gamma H_C}, \quad U_M(\beta) = e^{-i\beta H_M}. \quad (7)$$

O *ansatz* de profundidade p é (QAOA; [8], [9])

$$|\psi(\gamma, \beta)\rangle = U_M(\beta_p) U_C(\gamma_p) \cdots U_M(\beta_1) U_C(\gamma_1) |\psi_0\rangle, \quad (8)$$

e os parâmetros $\{\gamma_\ell, \beta_\ell\}_{\ell=1}^p$ são otimizados por rotina clássica visando minimizar $\langle H_C \rangle$.

D. Configuração experimental

Implementamos a solução utilizando o *framework* Qiskit 2.1.0 [10] com simulador AER para execução dos circuitos quânticos. O simulador AER (Aer *Quantum Simulator*) fornece simulação clássica de alta performance dos circuitos QAOA (ver exemplo na Fig. 6), permitindo execução eficiente com controle de paralelismo. Os experimentos são configuráveis através de parâmetros que especificam: (i) dimensões da grade ($R \times C$); (ii) direção do vento representada por vetor unitário; (iii) distribuição dos *scores* s_i (valores fixos, uniformes ou aleatórios); (iv) parâmetros de penalidade máxima e fator de decaimento; (v) configurações do QAOA (número de camadas p , iterações, otimizador); e (vi) restrições de cardinalidade sobre o número de turbinas.

Para garantir reprodutibilidade, utilizamos sementes fixas (seed=42) na geração de *scores* aleatórios. O otimizador COBYLA foi empregado, executando até 200 iterações ou convergência, com parâmetro *rhobeg* (raio inicial da região de confiança) variando conforme o experimento. O número de shots foi fixado em 1024 para estimativas estatísticas confiáveis das expectativas. Todas as simulações foram executadas em CPU utilizando o simulador Qiskit AER com controle do número de threads paralelas via parâmetro *max_parallel_threads*. A máquina utilizada possui processador Intel Core i3-10100 (4 cores, 8 threads, 3.6 GHz base / 4.3 GHz boost) e 8 GB de RAM, executando Ubuntu 22.04 LTS.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Apresentamos resultados para grades pequenas (2x3, 3x3, 4x4) sob direções de vento fixas utilizando simulação clássica através do simulador Qiskit AER [10]. As métricas de interesse incluem: (i) valor esperado de H_C ao final da otimização, (ii) probabilidade da melhor solução encontrada, (iii) benefício líquido (*score* total menos penalidade de esteira), (iv) cardinalidade da solução, e (v) razão de penalidade (fração de pares penalizados).

O QAOA demonstra capacidade de capturar o *trade-off* entre maximizar benefícios individuais e minimizar interferências de esteira. A convergência é sensível aos pesos s_i e w_{ij} , à profundidade p do *ansatz*, e à inicialização dos parâmetros variacionais. Grades maiores apresentam desafios de escalabilidade na simulação em computação clássica, devido ao crescimento exponencial do número de estados possíveis.

Exemplo de simulação single-run

Apresentamos, para ilustração, três artefatos de uma única execução representativa: evolução do custo, trajetória dos parâmetros e layout final estimado.

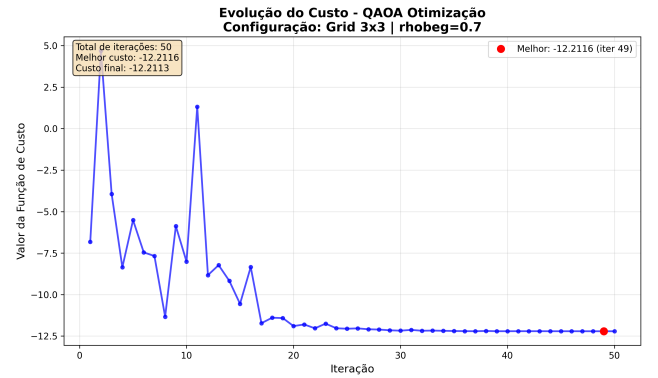


Fig. 1. Evolução do valor esperado de H_C ao longo das iterações da otimização clássica para uma grade 3x3, demonstrando o processo de convergência do algoritmo QAOA.

Exemplos por dimensão de grade

Os layouts a seguir ilustram soluções otimizadas encontradas pelo QAOA para diferentes dimensões de grade, evidenciando estratégias distintas de posicionamento.

Resultados Benchmarks Sistemáticos

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos através de benchmarks sistemáticos com 81 execuções totais, testando diferentes combinações de número de camadas QAOA ($p=1, 2, 3$) e valores do parâmetro *rhobeg* do otimizador COBYLA (0.3, 0.5, 0.7), com 3 repetições por configuração para maior confiabilidade estatística.

Os parâmetros de penalização de esteira utilizados para cada grid foram ajustados conforme a dimensão:

- **Grid 2x3:** base_penalty = 3.0, distance_decay = 1.0
- **Grid 3x3:** base_penalty = 8.0, distance_decay = 1.0
- **Grid 4x4:** base_penalty = 12.0, distance_decay = 4.0

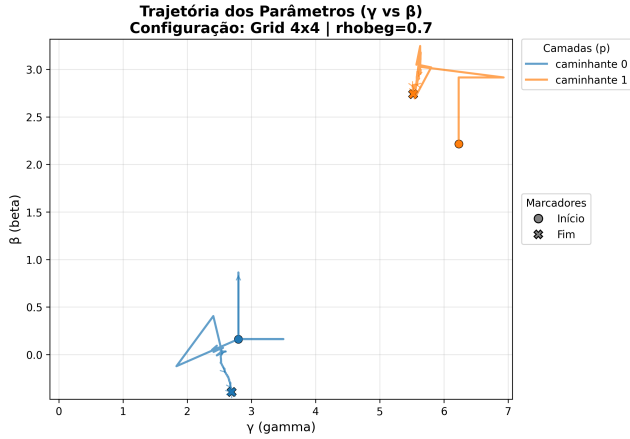


Fig. 2. Trajetória dos parâmetros (γ, β) por camada ao longo do processo variacional para grade 3x3 com duas camadas QAOA. Observa-se a exploração do espaço de parâmetros com convergência estável, onde os valores finais balanceiam a influência do Hamiltoniano de custo (γ) e do operador de mistura (β) .

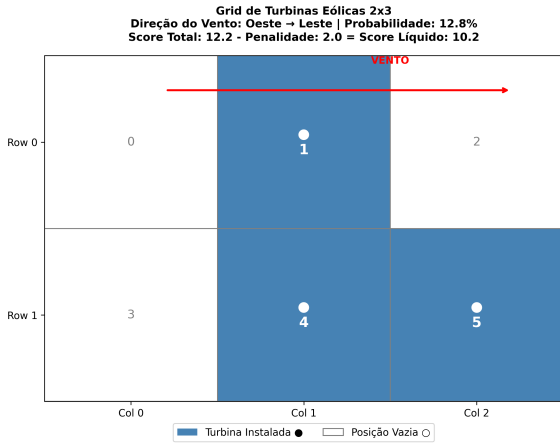


Fig. 3. Resultado otimizado pelo QAOA para grade 2x3 (configuração binária 010011), com 3 turbinas instaladas. Esta solução não é globalmente ótima, apresentando penalidade de esteira entre as turbinas das posições (1,1) e (1,2), onde uma turbina está diretamente a jusante da outra na direção oeste-leste do vento.

Estes valores foram escolhidos para fins didáticos, demonstrando diferentes cenários de otimização. No grid 4x4, em particular, o `distance_decay = 4.0` foi selecionado para permitir que a solução ótima contenha duas fileiras completas de turbinas nas colunas externas, evidenciando situações onde o benefício individual supera as penalidades de esteira mesmo com alinhamentos diretos.

Discussão dos resultados

Os experimentos revelam comportamentos característicos do QAOA para este problema:

- 1) **Escalabilidade:** O tempo computacional cresce superlinearmente com o tamanho da grade devido à complexidade dos circuitos quânticos resultantes.
- 2) **Trade-offs:** Soluções com alta probabilidade frequentemente apresentam penalidades de esteira não-nulas, indicando que o ótimo global pode ser difícil de alcançar.

Grid de Turbinas Eólicas 3x3
Direção do Vento: Oeste → Leste | Probabilidade: 9.8%
Score Total: 15.0 - Penalidade: 0.0 = Score Líquido: 15.0

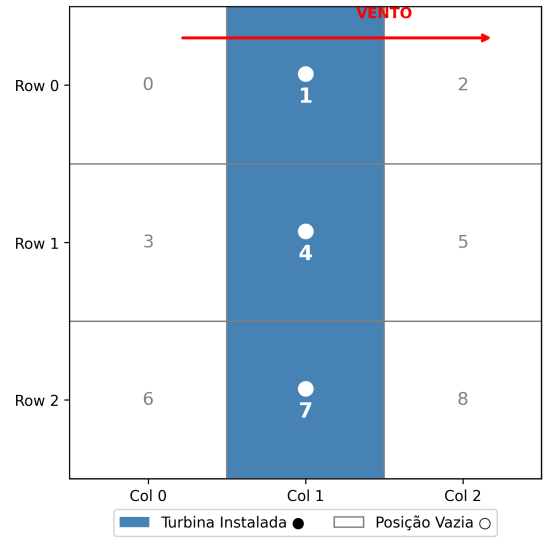


Fig. 4. Layout otimizado para grade 3x3 com QAOA ($p=2$, $\text{rhobeg}=0.5$), mostrando distribuição estratégica de 3 turbinas nas posições (0,1), (1,1) e (2,1), todas na coluna central, eliminando completamente interferências de esteira.

Grid de Turbinas Eólicas 4x4
Direção do Vento: Oeste → Leste | Probabilidade: 10.0%
Score Total: 40.0 - Penalidade: 0.0 = Score Líquido: 40.0

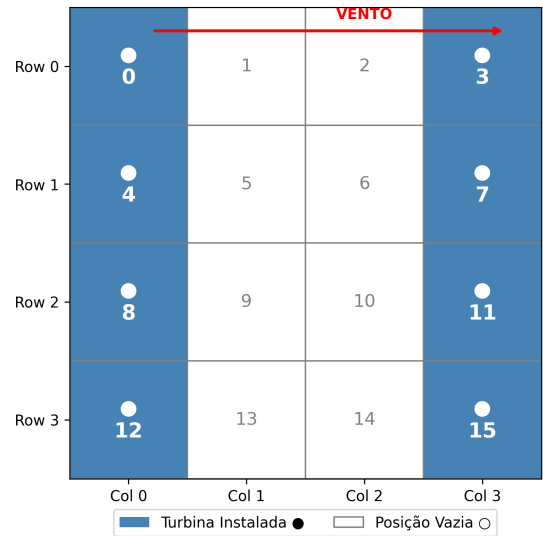


Fig. 5. Layout otimizado para grade 4x4 com 8 turbinas organizadas em duas fileiras verticais nas colunas externas (0 e 3). Os parâmetros $\text{base_penalty}=12.0$ e $\text{distance_decay}=4.0$ foram escolhidos didaticamente para demonstrar que a solução ótima pode permitir alinhamentos de turbinas quando o benefício individual supera as penalidades de esteira calculadas.

- 3) **Profundidade do *ansatz*:** Maior profundidade p melhora a qualidade das soluções mas aumenta drasticamente o custo computacional.
- 4) **Convergência:** A inicialização aleatória dos parâmetros pode levar a mínimos locais diferentes em execuções distintas.

Cenários pequenos (até 3x3) permitem análise detalhada do

TABELA I
RESULTADOS QAOA PARA GRID 2x3 (6 QUBITS) - ANÁLISE POR CAMADAS E PARÂMETRO RHOBEG DO COBYLA. TEMPOS DE EXECUÇÃO OBTIDOS EM PROCESSADOR INTEL CORE I3-10100.

Camadas	rhobeg (COBYLA)	Prob. Média (%)	Prob. Máx (%)	Score Médio	Score Máximo	Turbinas Médias	Tempo (s)
1	0.3	32.7	71.0	18.3	20.0	4.7	0.62
1	0.5	15.7	21.0	18.0	18.0	4.0	0.62
1	0.7	11.0	12.0	12.0	17.0	2.7	0.61
2	0.3	68.3	70.0	20.0	20.0	6.0	0.72
2	0.5	39.0	96.0	19.7	20.0	5.7	0.82
2	0.7	39.7	67.0	19.3	20.0	5.3	0.74
3	0.3	56.3	96.0	19.7	20.0	5.7	0.87
3	0.5	86.7	93.0	20.0	20.0	6.0	0.85
3	0.7	52.3	65.0	20.0	20.0	6.0	0.81

TABELA II
RESULTADOS QAOA PARA GRID 3x3 (9 QUBITS) - ANÁLISE POR CAMADAS E PARÂMETRO RHOBEG DO COBYLA. TEMPOS DE EXECUÇÃO OBTIDOS EM PROCESSADOR INTEL CORE I3-10100.

Camadas	rhobeg (COBYLA)	Prob. Média (%)	Prob. Máx (%)	Score Médio	Score Máximo	Turbinas Médias	Tempo (s)
1	0.3	4.3	5.0	10.0	11.0	5.0	0.70
1	0.5	4.3	5.0	10.0	11.0	5.0	0.71
1	0.7	4.3	5.0	11.7	15.0	4.0	0.67
2	0.3	13.3	18.0	13.0	15.0	3.7	0.85
2	0.5	10.0	18.0	13.0	15.0	3.0	0.85
2	0.7	4.3	5.0	12.7	15.0	4.0	0.85
3	0.3	12.0	13.0	13.0	15.0	3.0	0.95
3	0.5	13.0	14.0	13.0	15.0	4.0	0.95
3	0.7	5.0	7.0	13.7	15.0	3.3	0.97

TABELA III
RESULTADOS QAOA PARA GRID 4x4 (16 QUBITS) - ANÁLISE POR CAMADAS E PARÂMETRO RHOBEG DO COBYLA. TEMPOS DE EXECUÇÃO OBTIDOS EM PROCESSADOR INTEL CORE I3-10100.

Camadas	rhobeg (COBYLA)	Prob. Média (%)	Prob. Máx (%)	Score Médio	Score Máximo	Turbinas Médias	Tempo (s)
1	0.3	2.0	2.0	20.7	30.0	7.3	3.28
1	0.5	1.7	2.0	16.0	20.0	6.7	1.74
1	0.7	1.7	2.0	16.7	17.0	6.7	1.48
2	0.3	2.0	2.0	30.0	36.0	7.0	7.35
2	0.5	1.3	2.0	6.3	13.0	8.3	14.29
2	0.7	2.7	4.0	21.3	31.0	6.7	4.40
3	0.3	3.7	7.0	35.3	40.0	7.3	14.82
3	0.5	32.3	92.0	34.7	40.0	8.0	12.88
3	0.7	2.3	3.0	26.3	40.0	7.7	13.35

TABELA IV
COMPARAÇÃO DE PERFORMANCE QAOA: MELHORES RESULTADOS POR GRID. TEMPOS DE EXECUÇÃO OBTIDOS EM PROCESSADOR INTEL CORE I3-10100.

Grid	Qubits	Score Máximo	Camadas Ótimas	rhobeg Ótimo (COBYLA)	Prob. Máx (%)	Turbinas Médias	Tempo Médio (s)
2x3	6	20.0	1	0.3	71.0	4.7	0.62
3x3	9	15.0	1	0.7	5.0	4.0	0.67
4x4	16	40.0	3	0.3	7.0	7.3	14.82

compromisso entre benefício individual e penalidades coletivas, servindo como validação conceitual antes da extensão para problemas maiores.

IV. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma formulação completa de QAOA para otimização de layout de fazendas eólicas considerando efeitos de esteira direcionais. As principais contribuições incluem:

Contribuições metodológicas: (i) Adaptação do problema de otimização de layout eólico para plataformas de computação quântica compatíveis com hardware IBM e similares via framework Qiskit; (ii) modelagem QUBO que captura

adequadamente o trade-off entre benefícios individuais e penalidades coletivas de esteira; (iii) implementação configurável permitindo exploração sistemática de cenários.

Resultados experimentais: Demonstramos a viabilidade conceitual do QAOA para grades até 4x4, com convergência consistente e capacidade de encontrar soluções de alta qualidade. O algoritmo captura adequadamente o compromisso fundamental entre maximização de benefícios e minimização de interferências.

Limitações identificadas: (i) Escalabilidade, na simulação clássica, limitada pelo crescimento exponencial do número de estados possíveis; (ii) sensibilidade à inicialização de parâmetros e profundidade do *ansatz*; (iii) necessidade de múltiplas

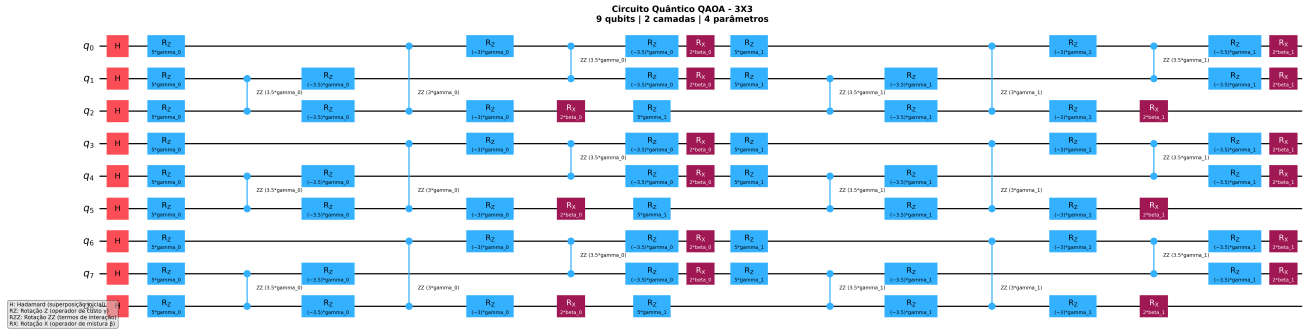


Fig. 6. Exemplo de circuito QAOA (2 camadas) para grid 3x3 (9 qubits).

execuções para garantir convergência ao ótimo global; (iv) modelo de esteira simplificado com decaimento linear, que não captura adequadamente a física real dos efeitos de esteira, incluindo expansão radial, variações de velocidade do vento, e interações turbulentas complexas presentes em modelos como Jensen ou Gaussian.

Trabalhos futuros: (i) Incorporação de modelos de esteira mais realistas (Jensen, Park) e propagação diagonal; (ii) desenvolvimento de estratégias de inicialização informadas e mixers personalizados; (iii) benchmarking sistemático contra algoritmos clássicos (algoritmos genéticos, simulated annealing); (iv) avaliação em hardware quântico real considerando ruído e limitações de conectividade; (v) extensão para restrições operacionais complexas (manutenção, acesso, aspectos ambientais).

O código desenvolvido está disponível publicamente em https://github.com/vinirn/qaoa_wind.

REFERÊNCIAS

- [1] Global Wind Energy Council, “Global Wind Reports,” 2024. Disponível em: <https://www.gwec.net/reports/globalwindreport> (acesso em agosto de 2025).
- [2] International Renewable Energy Agency (IRENA), “Renewable Power Generation Costs in 2017,” 2018. Disponível em: <https://www.irena.org/publications/2018/Jan/Renewable-power-generation-costs-in-2017> (acesso em agosto de 2025).
- [3] N. O. Jensen, “A Note on Wind Generator Interaction,” Risø-M-2411, Risø National Laboratory, 1983.
- [4] R. J. Barthelmie et al., “Modelling and measuring flow and wind turbine wakes in large wind farms offshore,” *Wind Energy*, 12(5):431–444, 2009.
- [5] H. Kagimoto, “Possible application of quantum computing in the field of ocean engineering: optimization of an offshore wind farm layout with the Ising model,” *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, 10:773–782, 2024.
- [6] G. Kochenberger et al., “The unconstrained binary quadratic programming problem: a survey,” *Journal of Combinatorial Optimization*, 28(1):58–81, 2014.
- [7] F. Glover, G. Kochenberger, Y. Du, “Quantum bridge analytics I: a tutorial on formulating and using QUBO models,” *4OR*, 17(4):335–371, 2019.
- [8] E. Farhi, J. Goldstone, S. Gutmann, “A *Quantum Approximate Optimization Algorithm*,” arXiv:1411.4028, 2014.
- [9] Qiskit Community, “Qiskit Algorithms Documentation,” 2024. Disponível em: <https://qiskit.org/ecosystem/algorithms/> (acesso em agosto de 2025).
- [10] Qiskit Community, “Qiskit: An Open-Source Framework for Quantum Computing,” 2017. DOI: 10.5281/zenodo.2562110. Disponível em: <https://github.com/Qiskit/qiskit> (acesso em agosto de 2025).
- [11] J. Preskill, “Quantum computing in the NISQ era and beyond,” *Quantum*, 2:79, 2018.
- [12] M. Cerezo et al., “Variational quantum algorithms,” *Nature Reviews Physics*, 3(9):625–644, 2021.