

# Otimização Quântica Híbrida (QAOA) para Problema Simples Inspirado no Posicionamento de Turbinas Eólicas: Uma Prova de Conceito

Marcos Vinícius Cândido Henriques<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal Rural do Semi-Árido / Campus Angicos

Martins-RN, 2025

### Sumário

Motivação e objetivos

**Fundamentos** 

Metodologia

Resultados

Conclusões e próximos passos

Demonstração

Agradecimentos e referências

### Contexto e motivação

- ► Crescente participação da energia eólica no RN e no Brasil.
- Efeito de esteira (wake): redução da potência e aumento da turbulência a jusante.
- Decisão de posicionamento das turbinas impacta diretamente fator de capacidade e LCOE.

## Objetivos do trabalho

- Formular o problema de layout como otimização combinatória.
- Aplicar o QAOA para maximizar geração com penalidades por interferência.
- ► Avaliar cenários simples (2x3, 3x3, 4x4) e discutir escalabilidade.

## Código: Hamiltoniano de custo

```
def create_cost_hamiltonian():
  pauli_list = []
  const_offset = 0.0
 for i in range(optimizer.n_positions):
   pauli_list.append(("Z", [i], score[i]/2))
   const offset += -score[i]/2
  for (i, j), wake penalty in wake penalties.items():
   pauli_list.append(("ZZ", [i, j], wake_penalty/4))
   pauli_list.append(("Z", [i], -wake_penalty/4))
   pauli_list.append(("Z", [j], -wake_penalty/4))
   const_offset += wake_penalty/4
  if abs(const_offset) > 0:
   pauli_list.append(("I", [], const_offset))
  return SparsePauliOp.from_sparse_list
    (pauli_list, num_qubits=optimizer.n_positions)
```

### QAOA em linhas gerais

- ► Alternância entre operadores de **custo** e **mistura** com profundidade *p*.
- Parâmetros  $(\gamma, \beta)$  otimizados por rotina clássica (loop híbrido).
- Medidas fornecem bitstrings candidatos a layouts viáveis.

### Modelo de esteiras e grafo de conflitos

- ► Penalidade por pares de turbinas com **interferência** acima de limiar (matriz de interferência).
- Mapeamento para um grafo: vértices = posições; arestas = penalidades/esteiras.
- Função custo: termo de benefício por turbina ativa e penalidade por conflitos.

# Hamiltonianos e implementação (1/2)

Variáveis e custo clássico:

$$x_i \in \{0,1\} \ (i \in V)$$

Variável binária indicando turbina ativa na posição *i*.

$$B(x) = \sum_{i \in V} b_i x_i$$

Benefícios (ganhos) por turbinas ativas;  $b_i$  é o ganho da posição i.

$$P(x) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{W}} \lambda_{ij} x_i x_j$$

Penalidades por pares com esteira;  $\lambda_{ij}$  é a penalidade para  $(i,j) \in \mathcal{W}$ .

$$C(x) = -B(x) + P(x)$$

Custo total a minimizar.

Seja 
$$G=(V,\mathcal{W})$$
 o grafo de conflitos, com  $V=\{0,\dots,n{-}1\}$  e

$$\mathcal{W} = \{ (i,j) \mid i < j, \ w_{ij} > 0 \}, \qquad w_{ij} = \text{wake\_penalty}(i,j) \ge 0.$$

# Hamiltonianos e implementação (2/2)

Hamiltoniano de custo:

$$H_C = -\sum_{i \in V} b_i \frac{1-Z_i}{2} + \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} \lambda_{ij} \frac{(1-Z_i)(1-Z_j)}{4}$$

Forma equivalente (Ising):

$$H_C = \operatorname{const} + \sum_{i \in V} h_i Z_i + \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} J_{ij} Z_i Z_j, \quad J_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{4}$$

Mapeamento para operadores de Pauli:

$$x_i = \frac{1 - Z_i}{2}$$

Mixer e estado inicial:

$$H_M = \sum_{i \in V} X_i, \qquad |\psi_0\rangle = |+\rangle^{\otimes n}$$

# Termo de 1-qubit (recompensa)

Notação:  $s_i = score[i]$ .

Definição do termo por posição i:

$$H_i^{(1)} = -rac{s_i}{2}(I-Z_i)$$

- ightharpoonup I: matriz identidade;  $Z_i$ : operador de Pauli-Z no qubit i.
- $ightharpoonup s_i$ : benefício/score associado à posição i.
- ▶ Efeitos:  $E(|0\rangle) = 0$ ,  $E(|1\rangle) = -s_i \Rightarrow |1\rangle$  é recompensado.

## Termo de 2-qubits (esteira em $|11\rangle$ )

Definição do termo para o par (i,j):

$$H_{ij}^{(2)} = rac{w_{ij}}{4} \left( Z_i Z_j - Z_i - Z_j + I \right)$$

$$\equiv rac{w_{ij}}{4} \left( 1 - Z_i \right) (1 - Z_j)$$

- ▶ *I*: matriz identidade;  $Z_i, Z_j$ : operadores de Pauli-Z nos qubits  $i \in j$ .
- ▶  $Z_iZ_j$ : produto tensorial  $Z \otimes Z$  agindo no par (i,j).
- $ightharpoonup w_{ij}$ : penalidade de esteira para o par  $(i,j) \in \mathcal{W}$ .

Contribuições por estado do par (i,j): penaliza apenas  $|11\rangle$  com custo  $w_{ij}$ ; demais estados têm custo zero.

## Hamiltoniano total (Pauli-Z)

Soma dos termos de 1-qubit e 2-qubits construídos no código:

$$H = \sum_{i \in V} \frac{s_i}{2} (Z_i - I) + \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} \frac{w_{ij}}{4} (Z_i Z_j - Z_i - Z_j + I)$$

- ► I: identidade; Z<sub>i</sub> e Z<sub>i</sub>Z<sub>j</sub>: Pauli-Z e seu produto no(s) qubit(s) indicados.
- ▶  $s_i$ : benefício/score da turbina na posição i;  $w_{ij}$ : penalidade de esteira do par  $(i,j) \in \mathcal{W}$ .
- V: conjunto de posições (vértices); W: arestas com wake, conforme definido.

Observação (forma binária equivalente, com  $x_i = (1 - Z_i)/2$ ):

$$H \equiv -\sum_{i \in V} s_i x_i + \sum_{(i,j) \in \mathcal{W}} w_{ij} x_i x_j + \text{const}$$

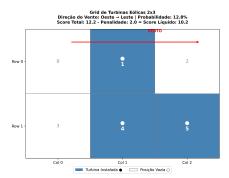
### Pipeline do experimento

- ► Carrega config\*.json com grid, direção do vento e pesos.
- Constrói operadores, inicializa QAOA e define otimizador clássico.
- Executa avaliação via EstimatorV2 e salva gráficos em images/.

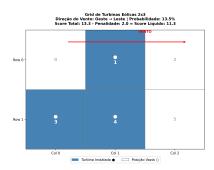
## Cenários e parâmetros

- ► Grades avaliadas: 2x3, 3x3, 4x4; sementes fixas para reprodutibilidade.
- Profundidade p, step size (rhobeg) e número de avaliações controlam o custo.
- Métricas: energia total aproximada, número de conflitos e custo final.

## Layouts (2x3) e exemplo



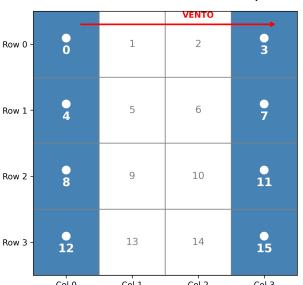
Visualização do layout (2x3) — execução A



Visualização do layout (2x3) — execução B

## Layout otimizado (4x4) e custos

Grid de Turbinas Eólicas 4x4 Direção do Vento: Oeste → Leste | Probabilidade: 10.0% Score Total: 40.0 - Penalidade: 0.0 = Score Líquido: 40.0



### Discussão

- ► Soluções plausíveis em grades pequenas; sensíveis à escolha de pesos e limiares.
- ► Trade-off entre qualidade e tempo de execução conforme *p* e avaliações.
- Escalabilidade: crescimento do espaço de busca exige heurísticas/estruturas adicionais.

#### Conclusões

- QAOA viabiliza formulação híbrida para o layout de turbinas com esteiras simplificadas.
- ▶ Pipeline reproduzível com config\*.json e salvamento automático de resultados.

#### Trabalhos futuros

- ► Refinar modelo de esteiras e calibração de penalidades.
- Estudo de ruído e execução em backends reais.
- ► Técnicas de warm-start, layerwise e ajustes de otimizadores.

#### Como executar

```
# Ambiente e dependencias
python3 —m venv qiskit_env && source qiskit_env/bin/acti
pip install —r requirements.txt

# Execucao com configuracao padrao
./run_qaoa.sh

# Outros cenarios
```

./run qaoa.sh config\_3x3.json

python qaoa\_turbinas.py -c config\_4x4.json
python qaoa\_turbinas.py ---list --configs

### Agradecimentos

- ► Apoio institucional (UFERSA).
- ► Comunidade Qiskit e contribuidores do projeto.

#### Referências

- ► Farhi, Goldstone, Gutmann. A Quantum Approximate Optimization Algorithm (2014).
- Documentação Qiskit e tutoriais de variational algorithms.
- ▶ Revisões sobre modelos de esteiras (ex.: Jensen/Park) e layout eólico.

## Contato e repositório

- ► Repositório: https://github.com/
- ► Contato: [e-mail/QR code]