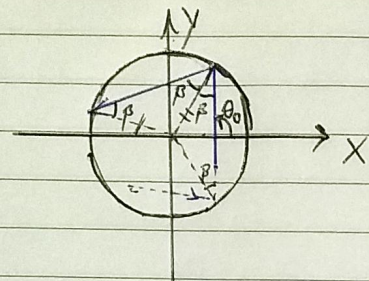
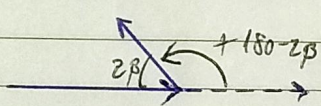


Bilhar: Rotas cíclicas / fechadas:



Se a rota é fechada, o feixe voltará a ter, após N reflexões, um $\theta_N \equiv \theta_0$.

Em cada cal., há $\delta\theta = 180 - 2\beta$:



$$\left. \begin{array}{l} \theta_N = \theta_0 + N(\pi - 2\beta) \\ \theta_N \equiv \theta_0 \Rightarrow \theta_N - \theta_0 = 2\pi M, M \in \mathbb{Z}. \\ (\text{mod } 2\pi) \end{array} \right\}$$

Logo, $N(\pi - 2\beta) = 2\pi M$, $\pi - 2\beta = \frac{2\pi M}{N}$, $\pi \left(1 - \frac{2M}{N}\right) = 2\beta$,

$$\beta = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2M}{N}\right)$$

Caso se deseje que a figura seja 7-cíclica a cada $\perp - 2\pi$, $\beta = 5\pi/14$, com $X_0 = 0,90097$.

Este método é inconcebivelmente superior ao de mapear β do pentágono interno à estrela, já que se aplica a todas as figuras.