Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Topología General
Taller II

Mateo Andrés Manosalva Amaris
Sergio Alejandro Bello Torres ....

1. Muestra que los números racionales $\mathbb{Q}$ no son localmente compactos.
2. Sea $\{X_\alpha\}$ una familia indexada de espacios no vacíos.
   a) Demuestra que si $\prod X_\alpha$ es localmente compacto, entonces cada X_α es localmente compacto y X_α es compacto para todos los valores de α, salvo un número finito.
   b) Prueba el recíproco, asumiendo el teorema de Tychonoff.
3. Sea X un espacio localmente compacto. Si $f : X \to Y$ es continua, ¿se sigue que $f(X)$ es localmente compacto? ¿Qué ocurre si f es continua y abierta? Justifica tu respuesta.
4. Demuestra que $[0,1]^\omega$ no es localmente compacto en la topología uniforme.
5. Si $f : X_1 \to X_2$ es un homeomorfismo entre espacios Hausdorff localmente compactos, demuestra que f se extiende a un homeomorfismo de sus compactificaciones por un punto.
6. Demuestra que la compactificación por un punto de $\mathbb{R}$ es homeomorfa al círculo S^1.
7. Demuestra que la compactificación por un punto de S_Ω es homeomorfa a $\bar{S}_\Omega$.
8. Demuestra que la compactificación por un punto de $\mathbb{Z}_+$ es homeomorfa al subespacio $\{0\} \cup \{1/n \mid n \in \mathbb{Z}_+\}$ de $\mathbb{R}$.
9. Demuestra que si G es un grupo topológico localmente compacto y H es un subgrupo, entonces G/H es localmente compacto.
10. Demuestra que si X es un espacio de Hausdorff localmente compacto en el punto x, entonces para cada vecindad U de x, existe una vecindad V de x tal que $\bar{V}$ es compacto y $\bar{V} \subset U$.