

# 测量金属的杨氏模量实验报告

师翔宇 2500011575

2025 年 11 月 16 日

实验室给出  $g = 9.801 \text{ m s}^{-2}$

## 1 CCD法

### 1.1 质量

表 1: 质量测量 (单位: g)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m/\text{g}$	200.06	199.68	199.74	200.15	200.39	200.01	200.08	200.05	200.14

$$m_0 = 0.05 \text{ g}, \quad e = 0.005 \text{ g}$$

$$\sigma_{\text{电子天平}} = 0.002\,886\,75 \text{ g}, \quad \sigma_{\text{avrg}} = 0.214\,126 \text{ g}$$

$$m \pm \sigma_m = 199.98(21) \text{ g}$$

### 1.2 直径

表 2: 直径测量 (单位: mm)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D/\text{mm}$	0.329	0.322	0.325	0.324	0.325	0.326	0.326	0.329	0.330	0.328

$$D_0 = 0.005 \text{ mm}, \quad e = 0.004 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\text{千分尺}} = 0.002\,309\,4 \text{ mm}, \quad \sigma_{\text{avrg}} = 0.002\,547\,33 \text{ mm}$$

$$D \pm \sigma_D = 0.321(3) \text{ mm}$$

### 1.3 金属丝长度

$$L = 78.00 \text{ cm}, \quad e = 0.15 \text{ cm}$$

$$L \pm \sigma_L = 78.00(9) \text{ cm}$$

### 1.4 伸长量

表 3: CCD 测量的伸长量 (单位: mm)

i	$m/\text{g}$	$r_i/\text{mm}$	$r'_i/\text{mm}$	$\bar{r}_i/\text{mm}$
0	0.00	2.03	2.00	2.015
1	200.01	2.21	2.29	2.250
2	399.64	2.42	2.40	2.410
3	599.33	2.58	2.55	2.565
4	799.43	2.63	2.65	2.640
5	999.77	2.82	2.82	2.820
6	1199.73	2.98	2.96	2.970
7	1399.76	3.08	3.10	3.090
8	1599.76	3.20	3.20	3.200
9	1799.85	3.31	3.31	3.310

将最小分度值 0.05 mm 视为允差, 得到

$$\sigma_{\text{CCD}} = 0.0288675 \text{ mm}.$$

### 1.5 逐差法数据处理

注意到  $i = 0$  的数据线性不佳, 可能是因为金属丝有弯折因而在最初加砝码时被拉直, 伸长量偏大, 故舍去, 从  $i = 1$  的数据开始处理。

表 4: 逐差法数据片段 (单位: mm)

i	1	2	3	4
$\delta \bar{r}_i$	0.570	0.560	0.525	0.560
$\delta L_i$	0.1425	0.14	0.13125	0.14

考虑其B类不确定度, 两项相减, 不确定度乘 $\sqrt{2}$ , 之后4个差值取平均, 不确定度除以 $\sqrt{4}$

$$\sigma_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_{\text{CCD}} = 0.0204124 \text{ mm}.$$

$$\sigma_{\text{avg}} = 0.00493447 \text{ mm}, \quad \sigma_{\delta L} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{CCD}}}{5}\right)^2 + \sigma_{\text{avg}}^2} = 0.00640435 \text{ mm}.$$

$$\delta L \pm \sigma_{\delta L} = 0.138(6) \text{ mm.}$$

根据公式:

$$E = \frac{4mgL}{\pi d^2 \delta L} = 1.3689 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

不确定度:

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\delta L}}{\delta L}\right)^2} = 0.0685208 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

$$E \pm \sigma_E = (1.37 \pm 0.07) \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

## 1.6 最小二乘法处理数据

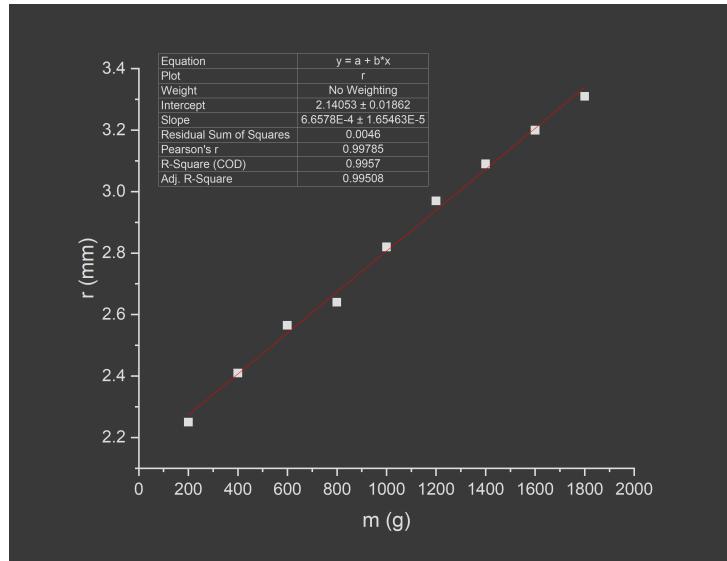


图 1: CCD法图像

图像解析式:

$$r = \frac{mgL}{\pi Ed^2} + L_0,$$

$$\text{斜率 } k = \frac{gL}{\pi Ed^2} = 6.6578 \times 10^{-4} \text{ mm/g} = 6.6578 \times 10^{-4} \text{ m/kg.}$$

由此得到

$$E = \frac{4gL}{\pi kd^2} = 1.41884 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

$$\sigma_{k,A} = 1.65463 \times 10^{-5} \text{ m/kg}, \quad \sigma_{k,B} = \frac{e/\sqrt{3}}{\sqrt{\sum_1^9 (m_i - \bar{m})^2}} = 1.86325 \times 10^{-5} \text{ m/kg},$$

$$\sigma_k = 2.49189 \times 10^{-5} \text{ m/kg.}$$

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2} = 0.0593811 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

$$E \pm \sigma_E = (1.42 \pm 0.06) \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

## 2 光杠杆法

### 2.1 质量

表 5: 质量测量 (单位: g)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$m/g$	199.55	199.83	199.73	199.82	200.07	199.88	199.96	199.80	199.98	199.90	200.07

$$m_0 = 0.00 \text{ g}, \quad m = 199.872 \text{ g}.$$

### 2.2 直径

表 6: 直径测量 (单位: mm)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D/\text{mm}$	0.329	0.322	0.325	0.324	0.325	0.326	0.326	0.329	0.330	0.328

$$d_0 = 0.005 \text{ mm}, \quad d = 0.3221 \text{ mm}.$$

### 2.3 仪器参数

$$L = 71.10 \text{ cm}, \quad D = 8.80 \text{ cm}, \quad R = 134.0 \text{ cm}.$$

### 2.4 伸长量

表 7: 光杠杆法伸长量 (单位: cm)

i	$m/g$	$r_i/\text{cm}$	$r'_i/\text{cm}$	$\bar{r}_i/\text{cm}$
0	0.00	2.94	2.97	2.955
1	199.55	2.60	2.61	2.605
2	399.38	2.26	2.26	2.260
3	599.11	1.91	1.93	1.920
4	798.93	1.60	1.59	1.595
5	999.00	1.26	1.26	1.260
6	1198.88	0.96	0.96	0.960
7	1398.84	0.61	0.62	0.615
8	1598.64	0.30	0.29	0.295
9	1798.62	0.01	0.00	0.005
10	1998.52	-0.30	-0.30	-0.300
11	2198.59	-0.61	-0.61	-0.610

## 2.5 逐差法处理

表 8: 逐差法数据片段 (单位: cm)

i	1	2	3	4	5	6
$l$	-1.995	-1.990	-1.965	-1.915	-1.895	-1.870

$$l = 0.323\ 056\ \text{cm}$$

依据公式:

$$E = \frac{8mgLR}{\pi d^2 Dl} = 1.61 \times 10^{11}\ \text{Pa.}$$

## 2.6 最小二乘法处理

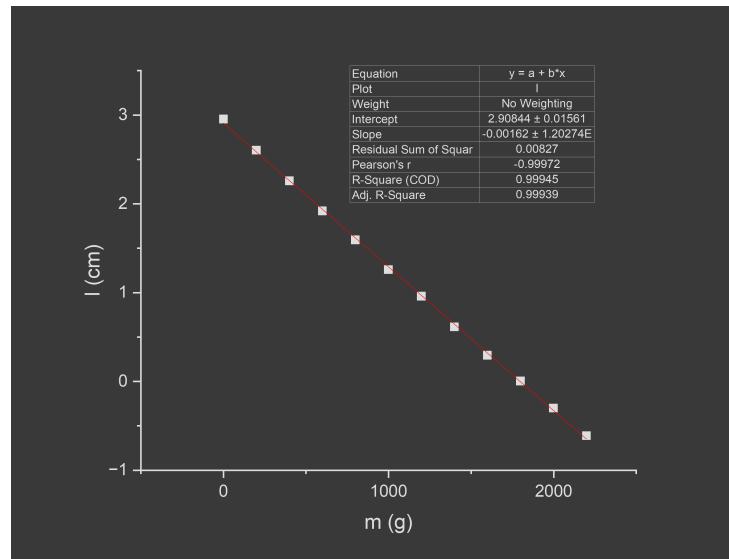


图 2: 光杠杆法图像

图像解析式:

$$l = l_0 + \frac{8gLR}{\pi d^2 DE}m,$$

因此

$$E = \frac{8gLR}{\pi d^2 Dk} = 1.61 \times 10^{11}\ \text{Pa.}$$

## 3 金属梁法

注: 由于时间原因, 直接使用实验一已知质量的前6个砝码。

### 3.1 有效长度

$$l = 25.00\ \text{cm.}$$

表 9: 宽度 (单位: mm)

i	1	2	3
a/mm	10.02	10.08	10.12

### 3.2 宽度与厚度

$$a = 10.0733 \text{ mm.}$$

表 10: 厚度 (单位: mm)

i	1	2	3	4	5
h/mm	1.652	1.661	1.620	1.688	1.619

$$h = 1.648 \text{ mm.}$$

### 3.3 挠度

表 11: 挠度 (单位: mm)

i	m/g	$\lambda/\text{mm}$
0	0.00	43.885
1	200.01	42.927
2	399.64	41.912
3	599.33	40.967
4	799.43	39.978
5	999.77	38.882
6	1199.73	37.950

### 3.4 逐差法数据处理

表 12: 逐差法数据片段 (单位: mm)

i	1	2	3
$\delta\lambda/\text{mm}$	3.907	4.045	3.962

$$\lambda = 0.992833 \text{ mm.}$$

由公式:

$$E = \frac{mgl^3}{4\lambda ah^3} = 1.71 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$

### 3.5 最小二乘法处理

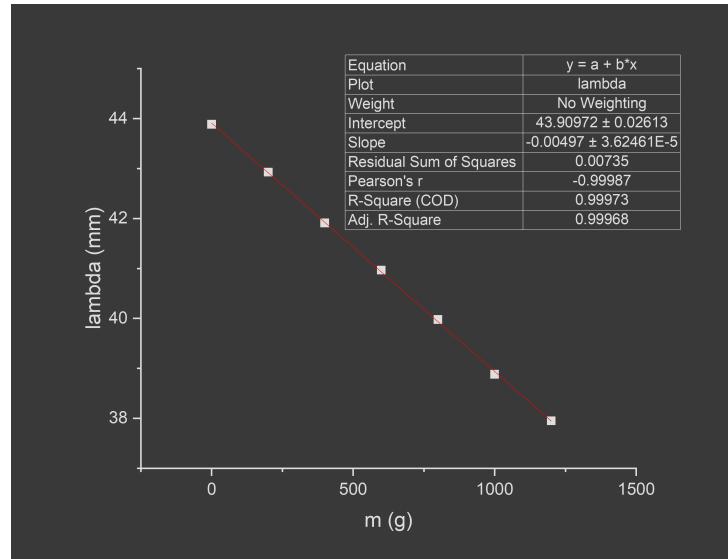


图 3: 金属梁法图像

图像解析式:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{gl^3}{4aEh^3}m,$$

从拟合系数  $k$  得到

$$E = \frac{gl^3}{4akh^3} = 1.71 \times 10^{11} \text{ Pa.}$$