

Logaritmos: Resumen

1. Definición de Logaritmo

Un logaritmo responde a la pregunta: ¿A qué exponente debo elevar una base para obtener un número dado?

Matemáticamente, el logaritmo de un número y en base b es el exponente x al que se debe elevar la base b para obtener y . Se expresa como:

$$\log_b(y) = x$$

Donde:

- b es la base del logaritmo.
- y es el número del que se está tomando el logaritmo.
- x es el resultado o exponente.

2. Bases Comunes de Logaritmos

- **Logaritmo en base 10:** Se denota como $\log_{10}(x)$ o simplemente $\log(x)$ (cuando la base no se especifica). Es muy usado en cálculos científicos y para simplificar números grandes o pequeños.

Ejemplo: $\log_{10}(100) = 2$ porque $10^2 = 100$.

- **Logaritmo en base e** (número de Euler, aproximadamente 2.71828): Se denota como $\ln(x)$. Es común en cálculo y en muchas aplicaciones matemáticas y científicas.

Ejemplo: $\ln(e^3) = 3$ porque $e^3 = e^3$.

- **Logaritmo en base 2:** Se denota como $\log_2(x)$. Se usa a menudo en informática y teoría de la información.

Ejemplo: $\log_2(8) = 3$ porque $2^3 = 8$.

3. Propiedades de los Logaritmos

Los logaritmos tienen varias propiedades útiles para simplificar cálculos y resolver ecuaciones:

1. **Producto:** $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$

Ejemplo: $\log_{10}(50) = \log_{10}(5 \cdot 10) = \log_{10}(5) + \log_{10}(10)$

2. **Cociente:** $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$

Ejemplo: $\log_{10}\left(\frac{100}{10}\right) = \log_{10}(100) - \log_{10}(10)$

3. **Potencia:** $\log_b(x^k) = k \cdot \log_b(x)$

Ejemplo: $\log_{10}(100^2) = 2 \cdot \log_{10}(100)$

4. **Cambio de Base:** $\log_b(x) = \frac{\log_k(x)}{\log_k(b)}$

Donde k es una base nueva, comúnmente 10 o e .

Ejemplo: $\log_2(16) = \frac{\log_{10}(16)}{\log_{10}(2)}$

5. **Logaritmo de 1:** $\log_b(1) = 0$ porque cualquier número elevado a la potencia 0 es 1.

6. **Logaritmo de la Base:** $\log_b(b) = 1$ porque la base elevada a la potencia 1 es la base misma.

4. Resolución de Ecuaciones Logarítmicas

Para resolver ecuaciones logarítmicas, puedes usar las propiedades de los logaritmos y a menudo convertir la ecuación logarítmica a una ecuación exponencial:

- **Ejemplo:** Resolver $\log_2(x) = 5$.

Paso 1: Conviértelo a forma exponencial: $2^5 = x$.

Paso 2: Resuelve la ecuación exponencial: $x = 32$.

- **Ejemplo:** Resolver $\log_{10}(x) + \log_{10}(5) = 2$.

Paso 1: Usa la propiedad del producto: $\log_{10}(x \cdot 5) = 2$.

Paso 2: Conviértelo a forma exponencial: $x \cdot 5 = 10^2$.

Paso 3: Resuelve: $x \cdot 5 = 100$, por lo que $x = 20$.