

$$A = \{(1,0.5), (2,0.6), (3,0.5), (4, 0.7), (5,0.9)\}$$

$$B = \{(1,0.9), (2,0.7), (3,0.5), (4,0.7), (5,0.1)\}$$

$$C = \{(1,0.8), (2,0.1), (3,0.4), (4,0.2), (5,0.3)\}$$

Rules) Not: $1-\mu(x)$, And: $\mu_a(x) * \mu_b(x)$, or: $\min(1, \mu_a(x) + \mu_b(x))$

$$\text{NOT}((A \text{ AND } B) \text{ OR } C) = (\text{NOT}(A) \text{ OR } \text{NOT}(B)) \text{ AND } \text{NOT}(C)$$

$$\rightarrow \text{Not}((\mu_a(x) * \mu_b(x)) \text{ or } C) = \text{Not}(\min(1, (\mu_a(x) * \mu_b(x)) + \mu_c(x))) = 1 - (\min(1, (\mu_a(x) * \mu_b(x)) + \mu_c(x)))$$

$$\text{Product of red} = \{(1, 1 - \min(1, 0.5 * 0.9 + 0.8)), (2, 1 - \min(1, 0.6 * 0.7 + 0.1)), (3, 1 - \min(1, 0.5 * 0.5 + 0.4)), (4, 1 - \min(1, 0.7 * 0.7 + 0.2)), (5, 1 - \min(1, 0.9 * 0.1 + 0.3))\} = \{(1, 0), (2, 0.48), (3, 0.35), (4, 0.31), (5, 0.61)\}$$

$$\rightarrow (\text{Not}(a) \text{ or } \text{Not}(b)) \text{ and } \text{not}(c) = (1 - \mu_a(x) \text{ or } 1 - \mu_b(x)) \text{ and } (1 - \mu_c(x)) = \min(1, 2 - (\mu_a(x) + \mu_b(x))) * (1 - \mu_c(x))$$

$$\text{Product of blue} = \{(1, \min(1, 2 - (0.9 + 0.5)) * (0.2)), (2, \min(1, 0.7) * (0.9)), (3, \min(1, 1) * (0.6)), (4, \min(1, 0.6) * (0.8)), (5, \min(1, 0.1 + 0.9) * (0.7))\} = \{(1, 0.12), (2, 0.63), (3, 0.6), (4, 0.48), (5, 0.7)\}$$

$$\text{NOT}((A \text{ OR } B) \text{ AND } C) = (\text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B)) \text{ OR } \text{NOT}(C)$$

$$\rightarrow \text{Not}(\min(1, \mu_a(x) + \mu_b(x)) * \mu_c(x)) = 1 - (\min(1, \mu_a(x) + \mu_b(x)) * \mu_c(x))$$

$$\text{Red part} : \{(1, 1 - (\min(1, 1.4) * 0.8)), (2, 1 - (\min(1, 1.3) * 0.1)), (3, 1 - (\min(1, 1) * 0.4)), (4, 1 - (\min(1, 1.4) * 0.2)), (5, 1 - (\min(1, 0.9 + 0.1) * 0.3))\} = \{(1, 0.2), (2, 0.9), (3, 0.6), (4, 0.9), (5, 0.7)\}$$

$$\rightarrow \min(1, ((1 - \mu_a(x)) * (1 - \mu_b(x)) + (1 - \mu_c(x)))) = \{(1, 0.25), (2, 1), (3, 0.85), (4, 0.89), (5, 0.79)\}$$

همانطور که مشخص است، قاعده ی دموورگان با این قواعد فازی برقرار نیست. اما الگوی مشخص در هر دو طرف حفظ میشود.

- Boundary: $S(1, 1) = 1$, $S(a, 0) = S(0, a) = a$
- Monotonicity: $S(a, b) < S(c, d)$ if $a < c$ and $b < d$
- Commutativity: $S(a, b) = S(b, a)$
- Associativity: $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

سوال 2) (جدول اول را برای حجم و دوم را برای فشار در نظر گرفتیم)

اگر حجم خیلی کم باشد، آنگاه فشار خیلی زیاد است.

$R(\text{volume}, \text{pressure}) = \text{if volume is } A \text{ then pressure is } B.$

$R(v, p) = A(v) \rightarrow B(p); \quad A(v): v \text{ is } A; \quad B(p): p \text{ is } B.$

همچنین توابع عضویت برای ترم کم متغیر زبانی حجم و ترم زیاد متغیر زبانی فشار به ترتیب به صورت زیر می‌باشند:

p	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
$\mu_A(p)$	۰.۲	۰.۴	۰.۷	۰.۹

v	۳۰	۵۰	۸۰	۹۰
$\mu_B(v)$	۰.۱	۰.۳	۰.۸	۱

Very low volume: $\mu_{\text{very true}}(v) = (\mu_{\text{true}}(v))^2$

v	20	30	40	50
$(\mu_A(v))^2$	0.04	0.16	0.49	0.81

Very High pressure:

p	30	50	80	90
$(\mu_B(p))^2$	0.01	0.09	0.81	1

Implement implication function:

-Min operation rule of fuzzy implication (Mamdani)

$$R_C = A \times B = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) / (x, y) \quad \text{where } \wedge \text{ is the min operator} \quad \Rightarrow V * p$$

V / p	30	50	80	90
20	0.01	0.04	0.04	0.04
30	0.01	0.09	0.16	0.16
40	0.01	0.09	0.49	0.49
50	0.01	0.09	0.81	0.81

NOT Fairly less volume : $\mu_{\text{fairly true}}(v) = (\mu_{\text{true}}(v))^{1/2} \quad \mu_{\text{false}}(v) = 1 - \mu_{\text{true}}(v)$

v	20	30	40	50
$(\mu_A(v))^{1/2}$	$(1-0.1)^{0.5}=0.948$	$(1-0.4)^{0.5}=0.774$	$(1-0.7)^{0.5}=0.547$	$(1-0.9)^{0.5}=0.316$

$$\tilde{R}(y) = \tilde{A} \circ \tilde{B}$$

Applying the max-min composition, we obtain:

$$\tilde{R}(y) = \max_x \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x, y) \}$$

R(x,y):

V / p	30	50	80	90
20	0.01	0.04	0.04	0.04
30	0.01	0.09	0.16	0.16
40	0.01	0.09	0.49	0.49
50	0.01	0.09	0.81	0.81

A(x) :

v	20	30	40	50
$(\mu A(v))^{1/2}$	0.948	0.774	0.547	0.316

Composition : B(y) => very high pressure

p	30	50	80	90
$(\mu B(P))^2$	Max(0.01,0.01,0.01,0.01) = 0.01	Max(0.04,0.09,0.09,0.09) = 0.09	Max(0.04,0.16,0.49,0.547) = 0.547=(0.3)^0.5	Max(0.04,0.16,0.316,0.316) = 0.316 = (0.1)^0.5

High pressure : it should be powered by 0.5 to be high instead of very high

P	30	50	80	90
$(\mu B(P))^1$	(0.01)^0.5 = 0.1	(0.09)^0.5=0.3	(0.3)^0.25 = 0.74	(0.1)^0.25 = 0.56

سوال (3)

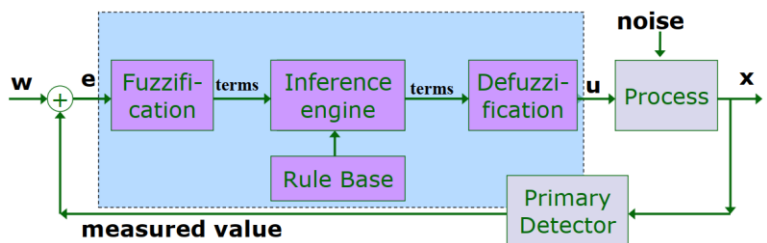
الف) مراحل سیستم کنترل

1-fuzzification: تبدیل عدد و شواهد به یک لاجیک خاص و تبدیل آن به حالت فازی

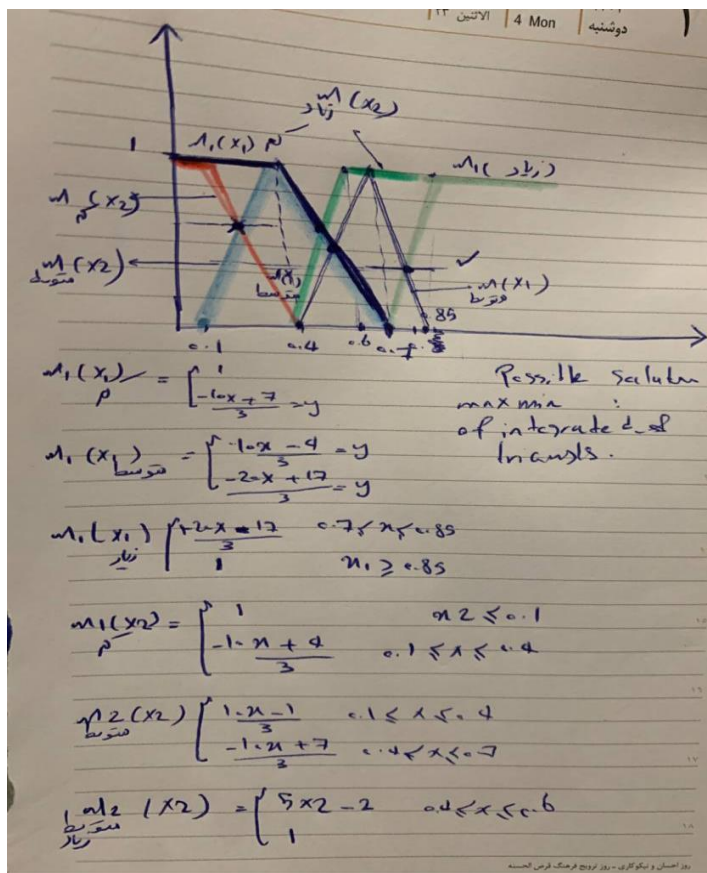
2- Rule Base: قواعد خاصی که توسط expert تعیین شده باشد.

3- Interface engine: با استفاده از شواهد و منطق یک مجموعه ی فازی به دست آورد.

4- defuzzification: تبدیل حالت فازی به عدد



ب)



پ)

If $x_1 = 0.65 \Rightarrow \mu_{midX1}(0.65) = 0.83$ متوسط

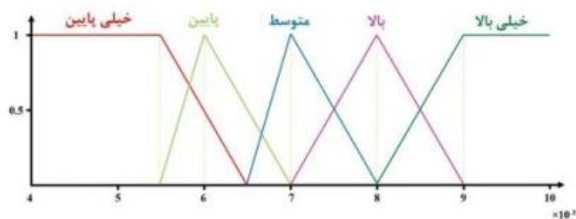
If $x_2 = 0.5 \Rightarrow \mu_{midX2}(0.5) = 2/3 = 0.66$ متوسط

این سوپ میزی سبز و قرمز بر چسب دارد

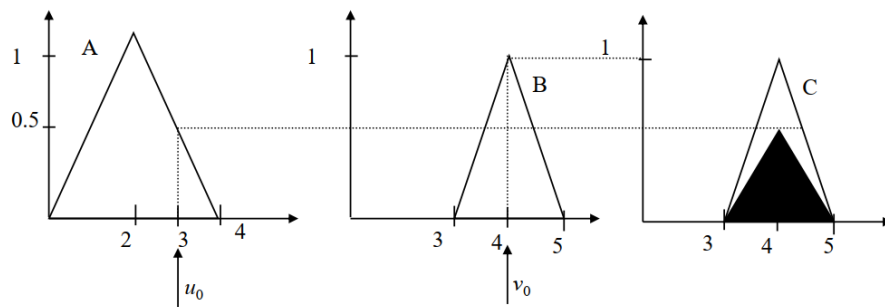
همچنین قوانین فازی این سیستم در جدول زیر داده شده است:

		فاصله از ماشین جلوبی (X)		
		کم	متوسط	زیاد
میزان آلودگی جاده (X2)	کم	خیلی پایین	پایین	پایین
	متوسط	پایین	متوسط	پایین
	زیاد	پایین	پایین	خیلی بالا

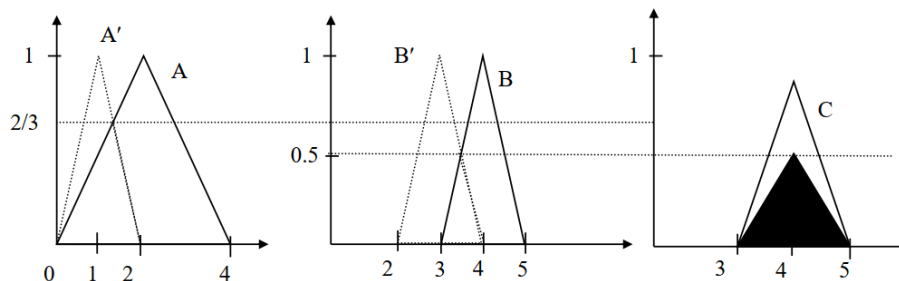
طبق نمودار تابع عضویت فشار گازی، مقادیر حدودی بین 0.065 و 0.07 قرار دارد. $\Rightarrow \text{Min}(0.41, 0.47) = 0.66 \text{ or } 2/3$



طبق جدول ارائه شده، فشار وارده در حالت متوسط است. در نتیجه طبق نمودار فازی کشیده شده و متوسط بودن هر دو فاز فشار گاز در حالت متوسط و حدود 0.07 قرار دارد.



Larsen method with input $u_0=3, v_0=4$

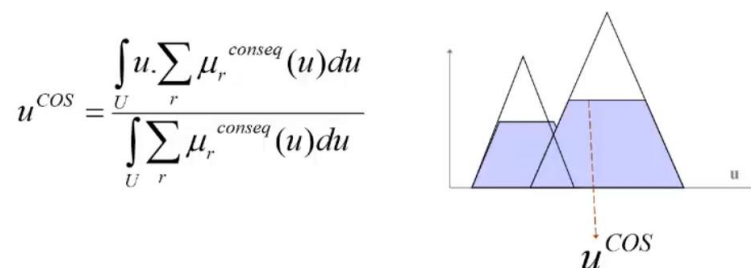


سوال 4)

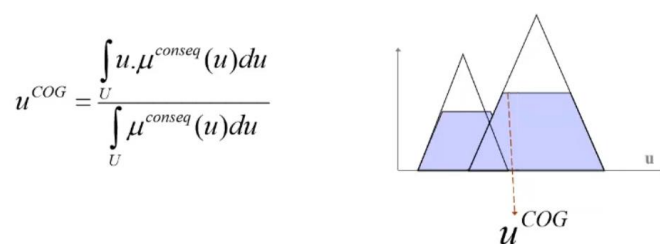
معیار های انتخاب: 1- معقول بودن 2- سادگی محاسبات 3- پیوستگی

Defuzzification ، خروجی فازی یک سیستم به یک مقدار عددی تبدیل می شود.

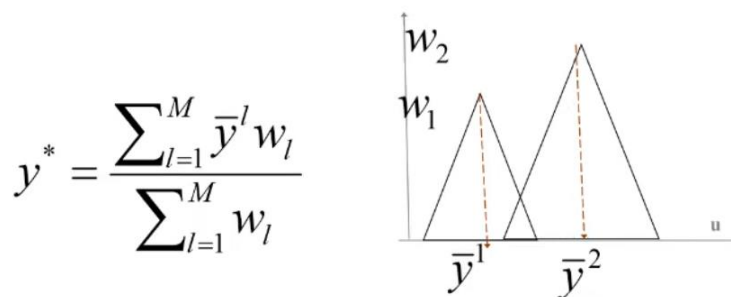
Center of Sums Method (COS) : در مکان هایی که ذوزنقه افتاده اند دو بار حساب می کند. مزیت آن نسبت به روش COG محاسبه ی قسمت هایی است که اشتراک دارند. این روش پیوستگی دارد و معقول است اما محاسباتش سنگین است.



Center of gravity (COG) / انتخاب مرکز ثقل. مساحت وزن دار تقسیم بر کل ، از لحاظ محاسبات سنگین است اما پیوستگی دارد و معقول است.



Centered Average /Weighted Average Method : برای خروجی های مثلثی بسیار پرکاربرد است و یک متوسط وزنی از مثلث ها میگیرد. از لحاظ محاسباتی معقول است(انتگرال ندارد) و پیوستگی دارد و معقول است.



Maxima Methods

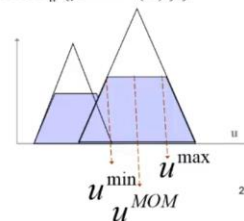
در بین ذوزنقه ها مقدار بزرگ تر را انتخابی میکند و نقاط \max, \min یک مقدار وسط پیدا می کند. معقول است و محاسباتش کم است اما پیوستگی ندارد.

considers only the part of the consequence fuzzy set with maximal degree of membership

$$u^{\min} = \inf_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{\max} = \sup_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{MOM} = \frac{u^{\min} + u^{\max}}{2}$$



	COG	COS	CA	MOM
plausability	yes	yes	yes	yes
Simplicity of calculation	no	yes	yes	yes
continuity	yes	yes	yes	no

منابع همه سوال ها : اسلاید های درسی