

تمرین اول هوش محاسباتی

بنفشه قلی نژاد – 98522328

• سوال 1)

با کمک کتابخانه `numpy`، می‌توان دو آرایه را عنصر به عنصر با عملگرهای `<`، `>`، `=` مقایسه کرد و نتیجه به صورت یک `nd-array` و مقایسه آن‌ها به صورت `True-False` باز می‌گردد.

```
def element_wise_comparison(array1, array2):  
  
    greater_result = array1 > array2  
    greater_equal_result = array1 >= array2  
    less_result = array1 < array2  
    less_equal_result = array1 <= array2  
  
    return greater_result, greater_equal_result, less_result,  
    less_equal_result
```

نتیجه‌ی کد بالا و با مثال‌های نوت بوک :

```
array1 = np.array([[1, 2], [3, 4]])  
array2 = np.array([[1, 2], [2, 3]])  
greater, greater_equal, less, less_equal = element_wise_comparison(array1,  
array2)
```

Greater than:

[[False False]

[True True]]

Greater than or equal to:

[[True True]

[True True]]

Less than:

[[False False]

[False False]]

Less than or equal to:

[[True True]

[False False]]

From: <https://note.nkmk.me/en/python-numpy-ndarray-compare/#:~:text=In%20NumPy%2C%20you%20can%20compare,Functions%20such%20as%20np>

• سوال 2)

با توجه به این که کتابخانه `numpy` ، برای هر کدام از این متدها ، فانکشن مربوط به آن را پیاده سازی کرده است ،
`Np.multiply` دو ماتریس را عنصر به عنصر ضرب می کند و تابع `np.matmul` بین دو ماتریس ضرب ماتریسی را اعمال می کند بنابراین :

```
def array_multiply(array1, array2, method="element-wise"):  
  
    if method == "element-wise":  
        result = np.multiply(array1 , array2)  
    elif method == "matrix-multiply":  
        result = np.matmul(array1, array2)  
    else:  
        result = np.dot(array1 , array2)  
    return result
```

نتیجه ی کد و با مثال های نوت بوک :

```
array1 = np.array([[1, 2], [3, 4]])  
array2 = np.array([[2, 0], [1, 2]])
```

Element-wise multiplication:

[[2 0]

[3 8]]

Matrix multiplication:

[[4 4]

[8 10]]

:From: <https://www.educative.io/blog/numpy-matrix-multiplication>

• سوال 3)

همان طور که مشخص است ، این سوال دو حالت `row-wise` و `column-wise` دارد. اول از همه باید چک کنیم که اندازه بردار ها طبق خواسته سوال باشد. بنابراین چک می کنیم که بردار اول $n * n$ (برابر بودن سطر و ستون) و همچنین بردار دوم $n * 1$ باشد. در هر دو حالت به عملیات `broadcasting` نیاز داریم تا بتوانیم عناصر ماتریس دوم را به به ماتریس اول به صورت افقی یا عمودی اضافه کنیم.

`Broadcasting` ماتریس دوم را به اندازه ای که می خواهیم بسط می دهد

در حالت `row-wise` ، ماتریس دوم را به اندازه ی ماتریس اول بسط می دهیم تا از نظر اندازه یکی شوند و سپس با یک دیگر جمع می کنیم.

در حالت `column-wise` و به کمک `np.vstack` ماتریس $n * 1$ را به $1 * n$ تبدیل می کنیم و مانند مرحله بالا به اندازه ماتریس اول `broadcast` می کنیم و سپس با هم جمع می کنیم.

```
def broadcast_add(p, q, method="row-wise"):
    if p.shape[1] != p.shape[0] or p.shape[0] != q.shape[0] or
len(q.shape) > 1:
        raise ValueError(
            "shapes are incompatible for the chosen method")
    if method == "row-wise":
        result = p + np.broadcast_to(q, p.shape)
    elif method == "column-wise":
        result = p + np.broadcast_to(np.vstack(q), p.shape)

    return result
```

نتیجه :

```
# Example usage with different-shaped arrays
p = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
q = np.array([10, 20, 30])
```

Row-wise addition:

[[11 22 33]

[14 25 36]

[17 28 39]]

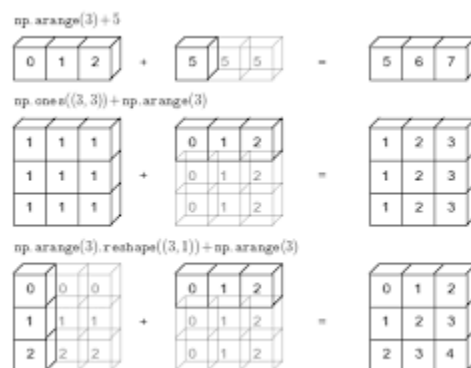
(3, 3) (3,)

Column-wise addition:

[[11 12 13]

[24 25 26]

[37 38 39]]



From: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.broadcast_to.html#numpy.broadcast_to

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.vstack.html>

• سوال 4)

عملیات نرمالایزیشن با کمک این فرمول انجام می پذیرد :

Normalization Formula

$$X \text{ normalized} = \frac{(X - X \text{ minimum})}{(X \text{ maximum} - X \text{ minimum})}$$



کد زده شده :

```
# Initialize the random matrix
x = np.random.randint(1, 11, (4, 4))
min_val = np.min(x)
max_val = np.max(x)
x = (x - min_val) / (max_val - min_val)
```

Original Array:

[[6 2 10 5]

[4 3 3 10]

[10 5 4 6]

[7 2 4 2]]

After normalization:

[[0.5 0. 1. 0.375]

[0.25 0.125 0.125 1.]

[1. 0.375 0.25 0.5]

[0.625 0. 0.25 0.]]

From: <https://www.wallstreetmojo.com/normalization-formula/>

• سوال 5

قسمت اول) برای محاسبه بازه ی روزانه، با کمک `pd.Diff()` اختلاف روز قبلی را با مقدار کنونی محاسبه می کند. و `shift(1)` با شیفت دادن داده ها همه را به همان نسبت به مقدار قبلی آن تقسیم می کند. در نتیجه کد بازه برابر مقدار زیر است:

```
returns = data["Closing Price"].diff() / data["Closing Price"].shift(1)
```

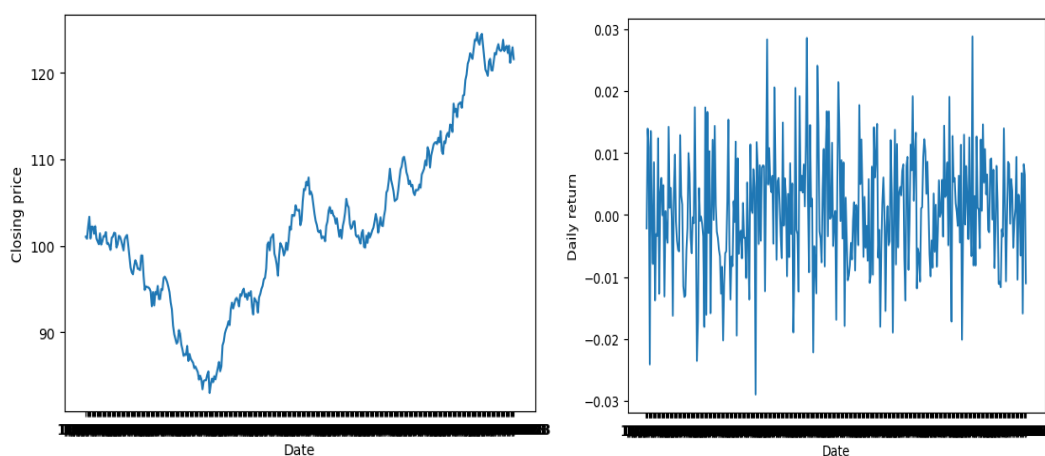
قسمت دوم و سوم) برای محاسبه ی میانگین و انحراف معیار می توانیم از `np.mean` برای میانگین و `np.std` برای انحراف معیار پارامتر قبلی استفاده کنیم.

```
mean_return = np.mean(returns)
std_return = np.std(returns)
```

The mean daily return is 0.0005548260008486608

The standard deviation of the daily returns is 0.009442945103460247

قسمت چهارم و پنجم) برای نمایش دادن قیمت روزانه و میزان بازده از کتابخانه `matplotlib` استفاده می کنیم. نتیجه به صورت زیر است:



قسمت ششم و هفتم)

برای پیدا کردن بیشترین و کم ترین بازده از توابع `max` , `min` استفاده می کنیم.

```
max_price = data["Closing Price"].max()
min_price = data["Closing Price"].min()
```

همچنین برای تاریخ و بیشترین و کم ترین قیمت های تاریخی سهام از `idxmax` استفاده می کنیم.

```
max_price = data["Closing Price"].max()
min_price = data["Closing Price"].min()
max_price_date = data["Closing Price"].idxmax()
min_price_date = data["Closing Price"].idxmin()
print("The maximum daily return was", max_return, "on", max_return_date)
print("The minimum daily return was", min_return, "on", min_return_date)
print("The maximum price was", max_price, "on", max_price_date)
print("The minimum price was", min_price, "on", min_price_date)
```

نتیجه :

The maximum daily return was 0.02878633838810639 on 312

The minimum daily return was -0.028963574613605738 on 105

The maximum price was 124.6180108 on 332

The minimum price was 82.96821012 on 105

From : <https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.diff.html>

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.shift.html>

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.mean.html>

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.std.html>

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.idxmax.html>

• سوال 6)

همان طور که در صورت سوال توضیح داده شده است، فرمول feedforward به صورت زیر است.

$$f = \sum_{i=1}^n x_i w_i$$

برای روش استفاده از حلقه، ابتدا خروجی را تعیین می کنیم که اندازه آن $N \times 1$ است. (به اندازه 1 , num_samples) سپس همانند توضیح داده شده ، یک for تو در تو می زنیم و مجموع تمام حالت های ضرب ضرب در درایه های ماتریکس X را برای هر المان output میریزم.

```
def for_loop_feed_forward(X, w):
    num_samples, num_features = X.shape
    outputs = np.zeros((num_samples, 1))

    for i in range(num_samples):
        for j in range(num_features):
            outputs[i, 0] += X[i, j] * w[j, 0]
    return outputs
```

برای روش **vectorization**، برای محاسبه این ماتریس می توانیم خیلی ساده از $\text{np.dot}(x, w)$ استفاده کنیم و دقیقاً همین عملیات بالا را برای ما پیاده سازی میکند.

$$\begin{bmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{bmatrix}$$

```
def vectorized_feed_forward(X, w):
    outputs = np.dot(X, w)
    return outputs
```

مقایسه خروجی و زمان صرف شده :

Time spent on calculating the outputs using for loops:

0.364208459854126

Time spent on calculating the outputs using vectorization:

0.004645586013793945

همان طور که مشخص است، زمان صرف شده برای حالت **vectorization** به صورت قابل توجهی کم تر است و می توان اهمیت این روش را در این مثال متوجه شد.

- سوال 7 برای این سوال می توانیم از تابع `np.where` استفاده کنیم. المان اول این تابع را شرطی که میخواهیم قرار میدهیم .
(`array > threshold`) و دو مقادیر بعدی مقادیری که به ازای شرطمان میخواهیم باشد یعنی 1 و 0 .

```
def replace_elements_above_threshold(array, threshold):
    modified_arr = np.where(array > threshold, 1, 0)
    return modified_arr
```

مثال و نتیجه:

```
input_array = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
threshold_value = 5
```

```
[[0 0 0]
```

```
[0 0 1]
```

```
[1 1 1]]
```

From: <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.where.html>

• سوال 8

همان طور که سوال خواسته و بخشی از کد زده شده است. یک کلاس داریم و در کانستراکتور آن ماتریسمان را که از جنس لیست است تعریف میکنیم .

```
class Matrix:
    def __init__(self, my_matrix):
        self.matrix = my_matrix
```

•قسمت اول: برای این قسمت به طور خیلی ساده و باکمک یک فور تو در تو در صورتی که اندازه ماتریس ها برابر باشد ، مقایسه می کنیم و اگر تمام المان ها یکی بودند، `True` را بر می گردانیم.

```
def is_equal(self, second_matrix):
    m = len(self.matrix)
    n = len(self.matrix[0])
    if len(self.matrix) != len(second_matrix.matrix) or
len(self.matrix[0]) != len(second_matrix.matrix[0]):
        return False
    else:
        for i in range(m):
            for j in range(n):
                if self.matrix[i][j] != second_matrix.matrix[i][j]:
                    return False
```

مثال :

```
matrix1 = Matrix([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
matrix2 = Matrix([[0, 0, 0], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
print(matrix1.is_equal(matrix2) , "matrix 1 equality")
```

False matrix 1 equality

***قسمت دوم:** برای این قسمت نیز از یک فور تو در تو استفاده می کنیم و عناصر را یکی یکی مقایسه کرده و در صورت برآورده شدن شرط True یا False در ماتریس خروجی قرار میدهیم.

```
def is_higher_elementwise(self, second_matrix):
    output = copy.deepcopy(self.matrix)
    m, n = len(self.matrix), len(self.matrix[0])
    for i in range(m):
        for j in range(n):
            if(self.matrix[i][j] > second_matrix.matrix[i][j]):
                output[i][j] = True
            else:
                output[i][j] = False
    return Matrix(output)
```

مثال و نتیجه:

```
matrix3 = Matrix([[0, 0, 0], [10, 20, 30], [-1, 8, 10]])
[[True, True, True], [False, False, False], [True, False, False]]
```

***قسمت سوم:** برای چک کردن این که یک ماتریس زیر مجموعه ماتریس دیگری است یا خیر ، از روش Naïve استفاده می کنیم. به طوری که تمام زیر ماتریس های به اندازه زیر ماتریس گفته شده از ماتریس بزرگ تر را در نظر گرفته و در صورتی که یکی از آن زیر ماتریس ها با زیر ماتریس در نظر گرفته ما برابر باشد ، مقدار True ریتزن می شود. در این کد activate برای زمانی است که یک زیر مجموعه ای پیدا کنیم که شبیه زیر مجموعه خواسته شده باشد. در صورتی که False باشد، حلقه تو درتوی دوم که به اندازه ماتریس کوچک تر و خواسته شده است ، شکسته می شود و به حلقه بزرگ تر برای پیدا کردن زیر ماتریس های دیگر می رود.

```
def is_subset(self, second_matrix):
    m = len(self.matrix)
    n = len(self.matrix[0])
    activate = False
    if m > len(second_matrix.matrix) or n > len(second_matrix.matrix[0]):
        return False
    for k in range(len(second_matrix.matrix)):
        for v in range(len(second_matrix.matrix[0])):
            for i in range(m):
                for j in range(n):
                    if(i + k < len(second_matrix.matrix) and j+v <
len(second_matrix.matrix[0])):
                        if self.matrix[i][j] == second_matrix.matrix[i+k][j+v]:
                            activate = True
                        else:
                            activate = False
                    if activate == False :
                        break;
                if activate == True:
                    return True
    return False
```

نتیجه و مقایسه با ماتریس 1)

```
matrix4 = Matrix([[5, 6], [8, 9]]) #True
matrix5 = Matrix([[1, 2], [4, 5]]) #True
matrix6 = Matrix([[1, 2], [3, 4]]) #False
```

نتیجه)

True matrix4

True matrix5

False matrix6

قسمت 8): الگوریتم ضرب ماتریس را برای این قسمت پیاده می کنیم. ابتدا باید چک کنیم که تعداد ستون های ماتریس اول با تعداد سطر های ماتریس دوم برابر باشد(شرط ضرب ماتریس)

اندازه ماتریس خروجی به اندازه سطر های ماتریس اول و ستون های ماتریس دوم است

سپس با کمک یک فور و یک فور سوم (برای عملیات ضرب درایه ها و جمعشان با یک دیگر) عملیات ضرب را پیاده می کنیم و در نهایت مشاهده می کنیم که نتیجه np.dot با تابع پیاده سازی شده یکسان است.

```
def dot_product(self, second_matrix):
    if len(self.matrix[0]) != len(second_matrix.matrix):
        raise ValueError("The two matrices must have the same number of
columns.")
    result = [[0 for i in range(len(second_matrix.matrix[0]))] for j
in range(len(self.matrix))]
    for i in range(len(self.matrix)):
        for j in range(len(second_matrix.matrix[0])):
            for k in range(len(self.matrix[0])):
                result[i][j] += self.matrix[i][k] *
second_matrix.matrix[k][j]
    return Matrix(result)
```

مثال و نتیجه :

```
matrix7 = Matrix([[3, 1], [2, 4], [-1, 5]])
matrix8 = Matrix([[3, 1], [2, 4]])
print( "matrix result", matrix7.dot_product(matrix8).matrix)
print( "numpy result" , np.dot(matrix7.matrix, matrix8.matrix))
matrix result :[[11, 7], [14, 18], [7, 19]]
```

numpy result: [[11 7]

[14 18]

[7 19]]

همان طور که مشخص است نتیجه یکسان است.