~ Регулярни граматики ~

Тв/ Всеки регулярен език е безконтекстен

! Обратното не е в сила!

Д-во: По дефиницията на рег. езици, ще пок., че за всеки можем да построим граматика:

База: $\{\emptyset\}$, $\{\varepsilon\}$, $\{a\}$ – безк.

$S \to S$ $\quad$ $S \to \varepsilon$ $\quad$ $S \to a$

От предишното упражнение имаме затвореност относно операциите

* довършете *

~ Регулярни граматики и еквивалентност с автоматите ~

Деф/ Една безк. гр. наричаме регулярна, ако единствените ѝ правила са от вида:

- $A \to aB$, $a \in \Sigma$, $A, B \in V$
- $A \to \varepsilon$

* буквите в изводите са само от едната страна *

Тв За всеки ДКА $A\langle \Sigma, Q, s, \delta, F \rangle$ има рег. гр. $G = \langle \Sigma, V, S, R \rangle$

$L(G) = L(A)$

Д-во: Нека $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$

$V = \{p_1, \dots, p_n\}$

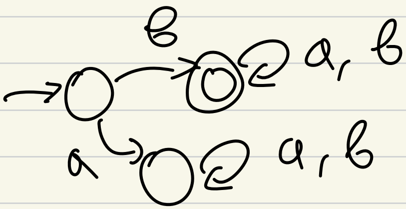
$S \equiv s = q_1$

Ако $\delta(q_i, x) = q_j$, то в гр. ще имаме правило $p_i \to x p_j$

ако $q_i \in F$, то $p_i \to \varepsilon$

Примери:

$L = \{\alpha \mid \alpha$ започва с $b\}$

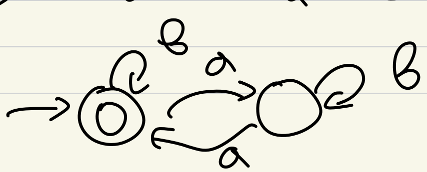


$\rightsquigarrow$

$S \to bB$

$B \to \varepsilon \mid aB \mid bB$

$L = \{\alpha \mid |\alpha|_a = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

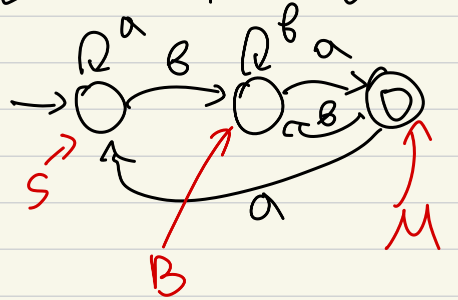


$\rightsquigarrow$

$S \to bS \mid aB \mid \varepsilon$

$B \to bB \mid aS$

$L = \{\alpha \mid \alpha$ зав. на $ba\}$

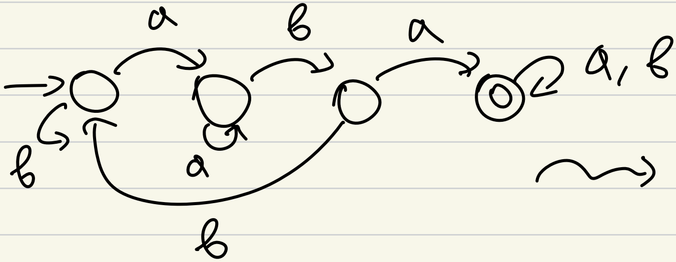


$S \to aS \mid bB$

$B \to bB \mid aM$

$M \to bB \mid aS \mid \varepsilon$

$L = \{\alpha \mid \alpha$ съд. $aba\}$



$S \to aB \mid bS$

$B \to bM \mid aB$

$M \to bS \mid aN$

$N \to \varepsilon \mid aN \mid bN$

Лява рег. граматика: тези от горния вид

$P_i \to x P_j$

$P_k \to \varepsilon$

Дясна рег. граматика:

$P_i \to P_j x$

$P_k \to \varepsilon$

може да разгледате повече за двата вида (и че са равносилни)

Нека L-рег., тогава

$Move(L) = \{a^n b^m \mid (\exists \alpha \in L)(|\alpha|_a = n \;\&\; |\alpha|_b = m)\}$
е безк.

Идея: Ще постр. граматика, използвайки дефо. на автомата $A: L(A) = L$

Нека $A = \langle \Sigma, Q, s, \delta, F \rangle$ е DKA и

$Q = \{q_1, \ldots, q_n\}$, $q_1 = s$

Строим гр. $G = \langle \Sigma, V, S, R \rangle$

$V = \{P_1, \ldots, P_n\}$, $\Sigma = \{a, b\}$

$S = s \; (s \in Q)$

R:
ако
* $\delta(q_i, a) = q_j$, $P_i \to a P_j$
* $\delta(q_i, b) = q_j$, $P_i \to P_j b$
* ако $q_i \in F$

$P_i \to \varepsilon$

слагаме a-тата отляво, b-тата отдясно

Доказваме, че $Move(L) = L(G) \ldots$

За упражнение:

Док., че е безк. и (ако L-рег.)

$$AltMove(L) = \{a^n b^m \mid (\exists \alpha \in L)(|\alpha|_a = m \;\&\; |\alpha|_b = n)\}$$

Нека L - рег., и L_1, L_2 - безк.
Да се док., че са безк.:

* $L' = \{\alpha_1 .. \alpha_n \beta_1 .. \beta_m \mid (\exists \alpha \in L)(|\alpha|_a = n \;\&\; |\alpha|_b = m \;\&\; \alpha_i \in L_1 \;\&\; \beta_i \in L_2\}$

* $L'' = \{\alpha_1 .. \alpha_{2n} \beta_1 .. \beta_{3m} \mid (\exists \alpha \in L)(|\alpha|_a = n \;\&\; |\alpha|_b = m \;\&\; \alpha_i \in L_1 \;\&\; \beta_i \in L_2\}$

* $L' = \{\beta_1 .. \beta_m \alpha_1 .. \alpha_n \mid (\exists \alpha \in L)(|\alpha|_a = n \;\&\; |\alpha|_b = m \;\&\; \alpha_i \in L_1 \;\&\; \beta_i \in L_2\}$

Относно множествата от езици, имаме следните включвания