Интегралите от вида $\int\limits_{a}^{+\infty} f(x)\,dx$, $\int\limits_{-\infty}^{b} f(x)\,dx$

наричаме несобствени интеграли от I род

Интегр. е сходящ, ако същ. $I = \lim\limits_{A \to +\infty} \int\limits_{a}^{A} f(x)\,dx$

(крайно) и разходящ, ако не съществува

Зад. $\int\limits_{0}^{+\infty} e^{-x}\,dx = ?$

$\lim\limits_{A \to +\infty} \int\limits_{0}^{A} e^{-x}\,dx = \lim\limits_{A \to +\infty} (-e^{-x}) \Big|_{0}^{A} = \lim\limits_{A \to 0} (-e^{-A} + e^{0})$

$= \lim\limits_{A \to \infty} \left(1 - \frac{1}{e^{A}} \right) = 1$
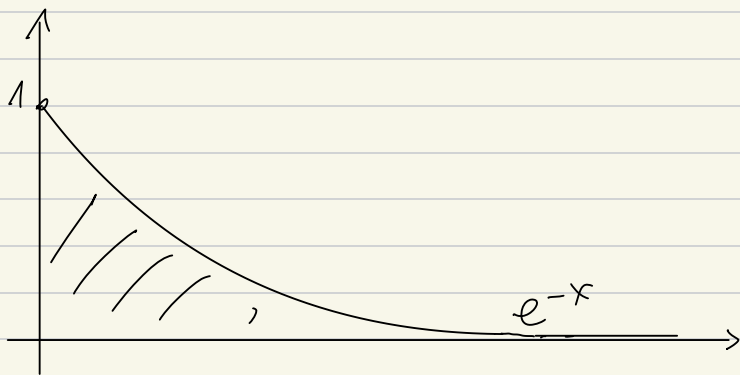
Значи лицето е крайно и несобств.
интеграл от I род е сходящ

Зад. $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{1}{x}\,dx = \lim\limits_{A \to +\infty} \int\limits_{1}^{A} \frac{1}{x}\,dx = \lim\limits_{A \to +\infty} \ln|x| \Big|_{1}^{A} =$

$= \lim\limits_{A \to +\infty} \ln A - \ln 1 = +\infty$
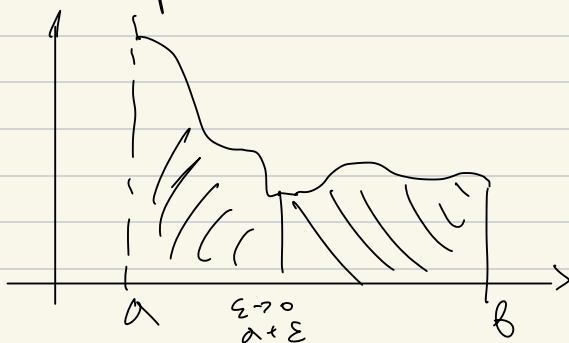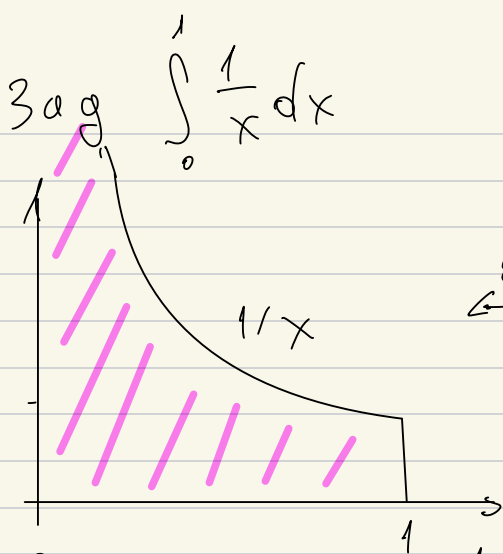
разходещ $\Rightarrow$ лицето е безкрайно
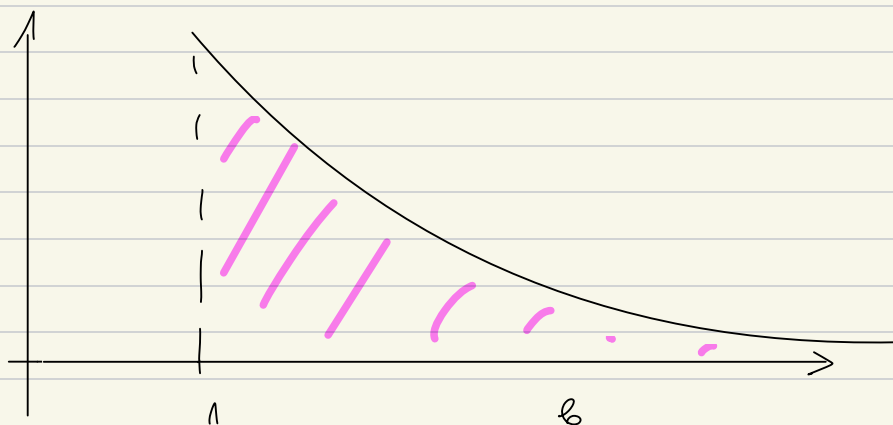
Интегралите от вида $\int\limits_{a}^{b} f(x)\,dx$, при които $f(x)$ е неограничена в $[a, b]$,

се наричат несобствени интеграли от II род
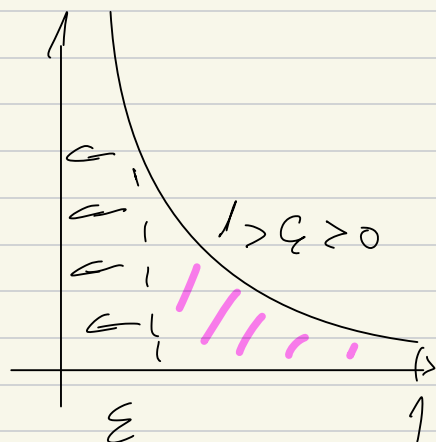
$\int\limits_{a}^{b} f(x)\,dx = \lim\limits_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varepsilon > 0}} \int\limits_{a+\varepsilon}^{b} f(x)\,dx = \lim\limits_{\substack{c \to a \\ c > a}} \int\limits_{c}^{b} f(x)\,dx$

f е прекъсната в a

$$\text{Зад} \quad \int_0^1 \frac{1}{x}\,dx$$

1/x

$$\varepsilon \to 0$$
$$\varepsilon > 0$$

$$1 > \varsigma > 0$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x}\,dx = \lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \int_\varepsilon^1 \frac{1}{x}\,dx = \lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \left(\ln|x| \Big|_\varepsilon^1 \right) =$$

$$= \lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \ln(1) - \ln\varepsilon = -\lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \underbrace{\ln \varepsilon}_{-\infty} = +\infty$$

Лицето е безкр $\Rightarrow$ разходящ

$$\text{Зад.} \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \lim_{\substack{\varsigma > 0 \\ \varepsilon > 0}} \int_\varepsilon^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \int_\varepsilon^1 x^{-\frac{1}{2}}\,dx =$$

$$= 2 \lim_{\substack{\varsigma > 0 \\ \varepsilon > 0}} \sqrt{x} \Big|_\varepsilon^1 = 2 \lim_{\substack{\varepsilon \to 0 \\ \varsigma > 0}} \sqrt{1} - \sqrt{\varepsilon} = 2$$

$\Rightarrow$ лицето е крайно $\Rightarrow$ несобств инт
от II род е сходящ.