

Trabajo Práctico - Diseño de Filtros

[86.04/66.06] Análisis de Circuitos

Turno Noche

Tutor:Pablo Rossi

Segundo cuatrimestre del 2020

Alumna:	Perez Andrade, Violeta
Número de padrón:	101456
Email:	viperez@fi.uba.ar

Índice

1. Introducción	2
2. Simulaciones	3
2.1. Diagramas de Bode de módulo y fase	3
2.2. Respuesta al escalón ideal	3
2.3. Respuesta al impulso unitario	4
2.4. Respuesta a señal senoidal	4
2.5. Respuesta a la cuadrada	5
3. Identificación del circuito teórico	7
4. Diseño del circuito real	8
4.1. Valor objetivo de error	8
4.2. Primer etapa	8
4.3. Segunda etapa	8
4.4. Circuito real	9
5. Simulaciones sobre el circuito real	10
5.1. Diagramas de Bode de módulo y fase	10
5.2. Respuesta al escalón	10
6. Simulaciones del filtro con Spice	11
6.1. Diagramas de Bode de módulo y fase	11
6.2. Respuesta al escalón	12
6.3. Respuesta a señal senoidal	12
6.4. Respuesta a la cuadrada	14
7. Cálculos analíticos	16
7.1. Respuesta al escalón	16
7.2. Respuesta al impulso	17
7.3. Respuesta a la señal senoidal	18
8. Conclusión	19

1. Introducción

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis sobre la función de transferencia indicada a continuación, y poder diseñar un filtro que aproxime su comportamiento.

$$H(s) = \frac{1,356 \cdot 10^7 \cdot s^2}{s^4 + s^3 \cdot 5207 + s^2 \cdot 1,389 \cdot 10^8 + s \cdot 3,264 \cdot 10^{11} + 3,928 \cdot 10^{15}} \quad (1)$$

Para saber de que tipo de filtro se trata se observó que:

$$\begin{aligned} \lim_{j\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| &= 0 \\ \lim_{j\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Por lo que el filtro es un pasa banda.

Buscando las raíces de los polinomios del numerador y denominador obtenemos los ceros y polos de la transferencia respectivamente:

■ **Ceros:**

Un cero doble en $s = 0$

■ **Polos:**

$$p_{1,2} = (-1514.96 \pm 9220.86j)$$

$$p_{3,4} = (-1088.54 \pm 6618.11j)$$

A partir de los polos y ceros se la transferencia puede ser factorizada de la siguiente forma:

$$H(s) \approx \frac{3682,39 \cdot s}{s^2 + 2177 \cdot s + 4,49 \cdot 10^7} * \frac{3682,39 \cdot s}{s^2 + 3032 \cdot s + 8.73 \cdot 10^7} \quad (3)$$

Con esta factorización, el filtro se puede separar en dos pasa bandas de segundo orden en cascada.

A partir de este punto, se definen dos funciones de transferencia: $H_1(s)$ y $H_2(s)$ que representarán las dos etapas; y reescribimos $H(s)$ como $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s)$

$$\begin{aligned} H_1(s) &= -\frac{3682,39 \cdot s}{s^2 + 2177 \cdot s + 4,49 \cdot 10^7} \\ H_2(s) &= -\frac{3682,39 \cdot s}{s^2 + 3032 \cdot s + 8.73 \cdot 10^7} \end{aligned} \quad (4)$$

Se puede observar que los denominadores de ambas transferencias responden a la formula:

$$s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2 \quad (5)$$

Así, se pueden obtener los siguientes resultados:

Parámetros para la primer etapa

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= 4,49 \cdot 10^7 \implies \omega_0 \approx 6707.0361 \frac{\text{rad}}{s} \\ \frac{\omega_0}{Q} &= 2177 \implies Q \approx 3.08 \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 \implies f_0 \approx 1067.46 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (6)$$

Parámetros para la segunda etapa

$$\begin{aligned}
 w_0^2 &= 8.73 \cdot 10^7 \Rightarrow w_0 \approx 9344.479 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 \frac{w_0}{Q} &= 3032 \Rightarrow Q \approx 3.08 \\
 w_0 &= 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 \approx 1487.22 \text{ Hz}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

2. Simulaciones

2.1. Diagramas de Bode de módulo y fase

En los siguientes diagramas se pueden observar dos puntitos negros en el gráfico de magnitud y el de fase, el fin de los mismos es marcar dónde se encuentran ambos ω_0 .

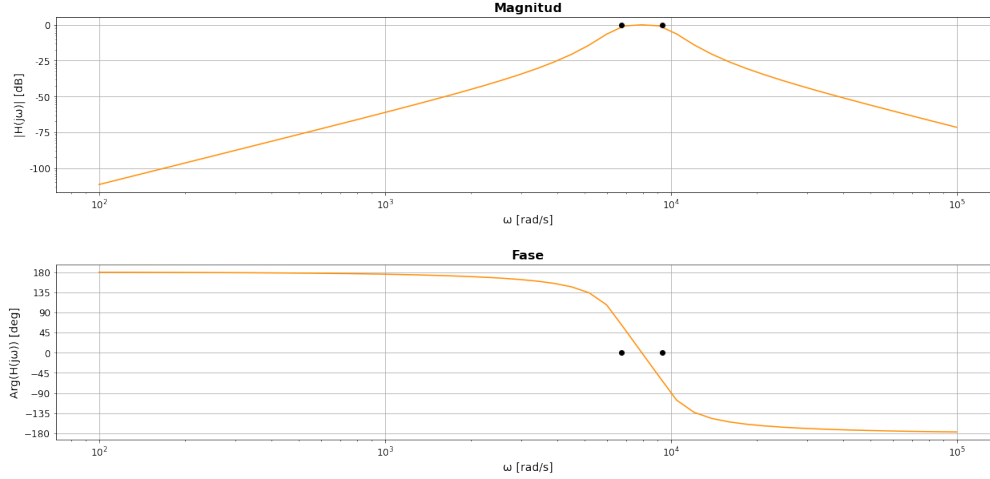


Figura 1: Diagrama de Bode de la transferencia ideal

En el diagrama de magnitud se puede observar que al comienzo la pendiente es de 40dB/dec lo cual era lo esperado por tener un cero de orden 2. También, se puede notar que una vez que nos encontramos adentro de la "banda" del filtro, la pendiente pasa a ser 0. Esto se da entre ω_{01} y ω_{02} ya que cuando un polinomio posee raíces complejas conjugadas, lo que se hace es tratar a la raíz del término independiente del polinomio como la singularidad, que en este caso es cada valor de ω_0 . Y la razón por la cual se vuelve cero la pendiente en ese punto, es porque si realizamos la suma de las pendientes tenemos que: debido al cero de orden dos subimos a 40dB/dec mientras que debido al polo de orden 2 la pendiente es -40dB/dec lo cual da como resultado una pendiente de 0dB/dec . Las frecuencias menores y mayores a esta banda son atenuadas demostrando que la ganancia del filtro es 0.

2.2. Respuesta al escalón ideal

El siguiente gráfico representa la respuesta al escalón del sistema, se puede observar que se atenúan tanto las altas frecuencias como las bajas frecuencias, que es lo esperado para un filtro pasa banda.

En amarillo se graficó el escalón unitario. Tanto en este gráfico, como en el gráfico del impulso unitario, se puede observar una 'X' marcada en negro la cual representa el valor de $5\tau = 5 \cdot 0.0009 = 0.0045$.

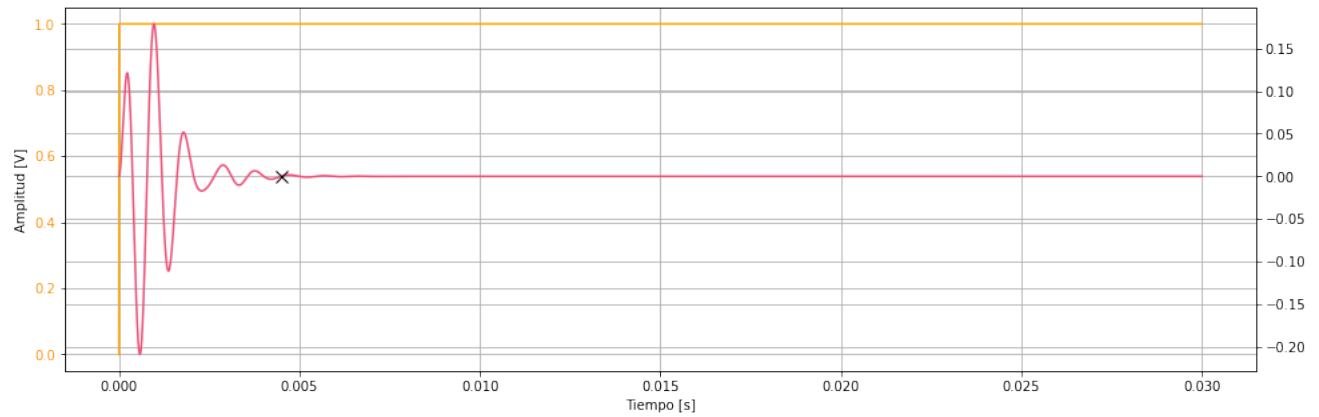


Figura 2: Respuesta al escalón ideal

2.3. Respuesta al impulso unitario

A continuación, se puede observar la respuesta al impulso unitario, que es la derivada de la respuesta al escalón.

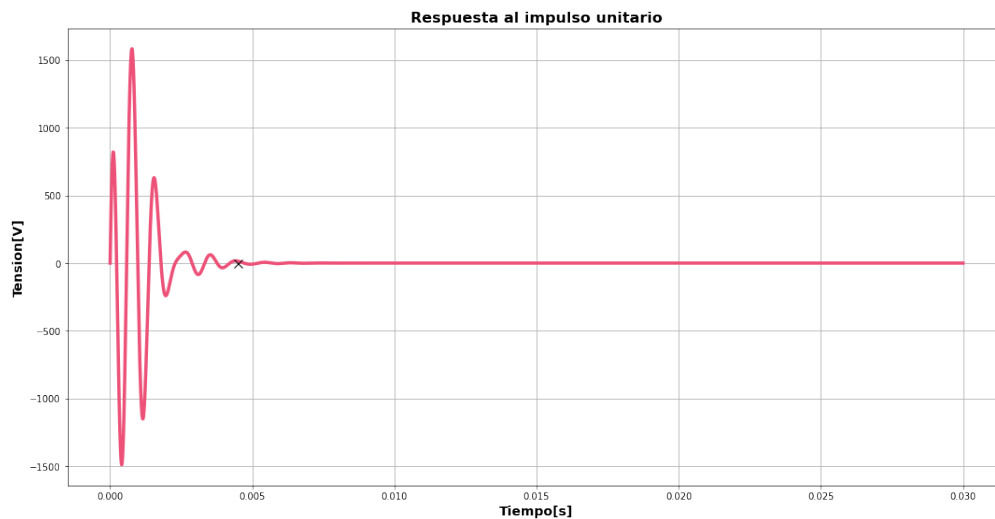


Figura 3: Respuesta al impulso unitario

2.4. Respuesta a señal senoidal

Para el gráfico de la respuesta a la señal senoidal, siendo $f_0 = 1277.34\text{Hz}$, la frecuencia central, los gráficos fueron realizados en $f_{01} = 1067.46\text{Hz}$, f_0 y $f_{02} = 1487.22\text{Hz}$. La línea negra punteada representa a la señal senoidal mientras que las amarillas son la respuesta.

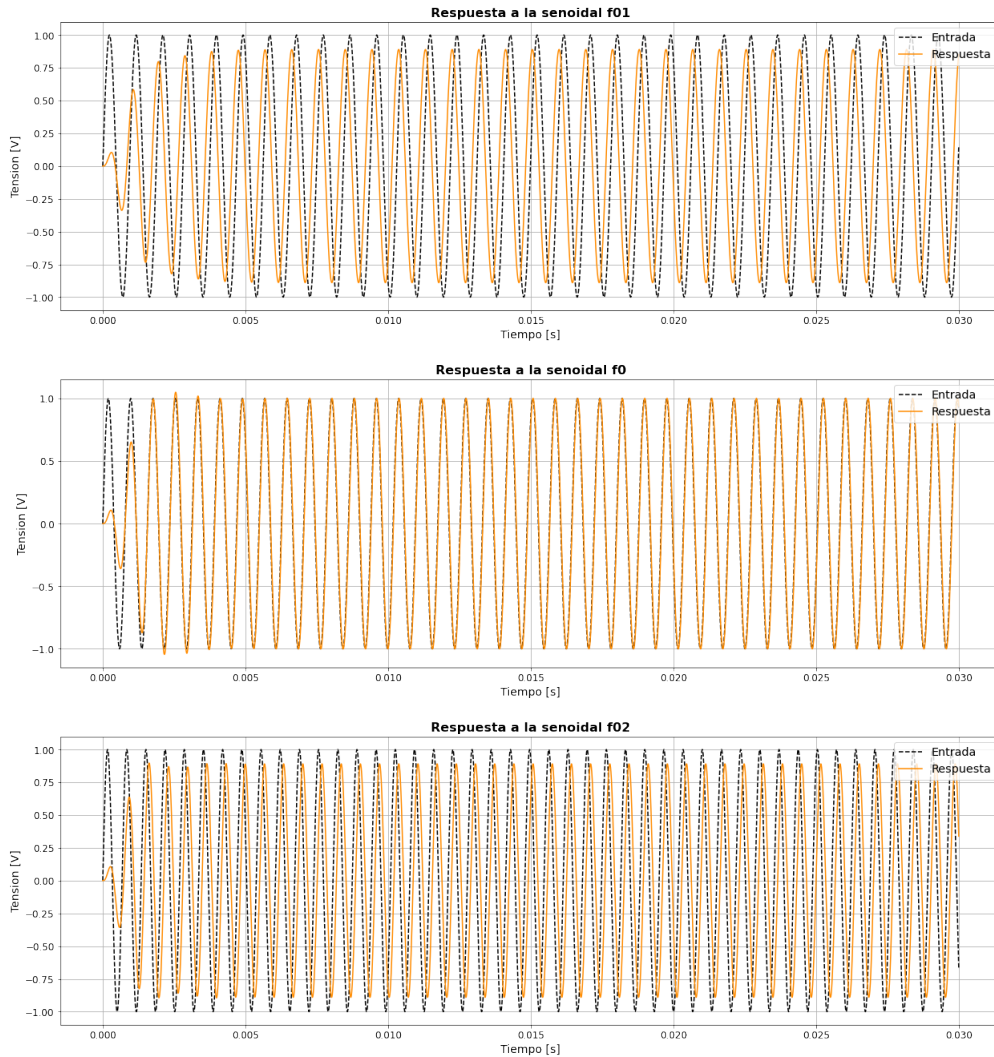


Figura 4: Respuesta a la senoidal

Se puede observar en los gráficos de respuesta a la señal senoidal, que se comprueba el análisis realizado en la primer sección indicando que se trata de un filtro pasa banda. Para ambas frecuencias f_{01} , y f_{02} , se puede observar que se atenúa la señal en $3dB$, en el gráfico se puede ver que la señal senoidal de entrada tiene una amplitud de $1V$, mientras que la respuesta tiene una de $0,707$, y un desfase aproximado de 45° , como era esperado para este tipo de filtro.

Por otra parte, para la respuesta de f_0 , se puede ver que la señal de entrada y la respuesta coincide. Esto era esperado dado que la frecuencia f_0 esta dentro de la "banda" de frecuencias que el filtro deja pasar.

2.5. Respuesta a la cuadrada

Para la respuesta a la cuadrada, siendo $f_0 = 1277.33895Hz$, los gráficos fueron realizados en $\frac{f_0}{10}$, f_0 y $10 \cdot f_0$. Esto es, la frecuencia central, una década antes y una década después.

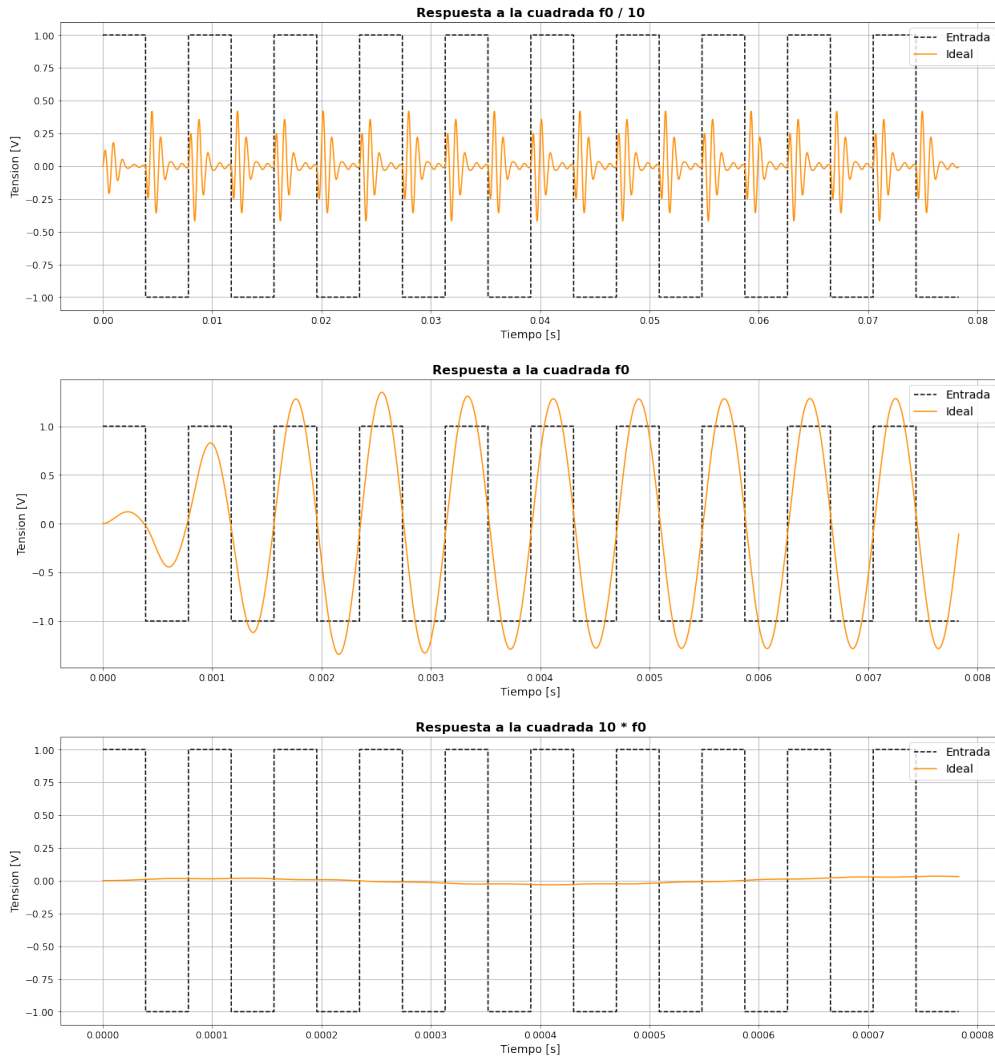


Figura 5: Respuesta a la cuadrada

Se puede observar que para una década antes, se tiene una similitud con la respuesta al escalón, dado que la señal cuadrada puede compararse con un conjunto de escalones unitarios. En este caso, la frecuencia fundamental está abajo de la frecuencia de paso ($\frac{f_0}{10} < f_0$), por lo que solo pasan las componentes de alta frecuencia que se dan en las subidas y bajadas.

Para la frecuencia central, se puede ver que la convierte a una señal senoidal centrada en el 0. Esto se debe a que el filtro solo deja pasar la componente f_0 , todo lo demás lo filtra. Esta onda cuadrada es una senoidal de frecuencia f_0 , más un montón de componentes armónicos, como era esperado para una frecuencia dentro de la "banda" del filtro, se está filtrando todo menos la fundamental, quedando así, una señal senoidal centrada en 0.

Para una década después, todo el contenido espectral empieza arriba de la frecuencia de paso ($10 \cdot f_0 > f_0$), por lo que se atenúa todo, en la imagen se puede ver la componente fundamental completamente atenuada.

3. Identificación del circuito teórico

La transferencia planteada, al ser de cuarto orden, responde a dos etapas pasa banda de segundo orden conectadas en cascada. para cada etapa se decidió utilizar el circuito *Multiple Feedback Band-Pass*, el cual se muestra a continuación:

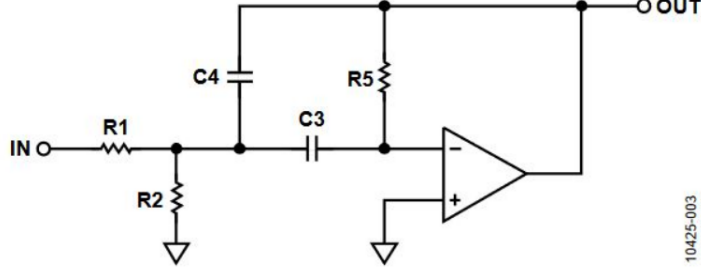


Figura 6: Multiple Feedback Band-Pass

Se plantearon los dos nodos P y Q del circuito obteniendo:

Para el primer nodo:

$$\frac{V_{IN}}{R_1} + V_{OUT} * SC_4 = V_p \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + SC_3 + SC_4 \right) \quad (8)$$

Para el segundo:

$$\frac{V_{OUT}}{R_5} = -V_p \cdot SC_3 \quad (9)$$

De esta segunda ecuación, se puede ver que:

$$V_p = -\frac{V_{OUT}}{R_5 * SC_3} \quad (10)$$

Reemplazando V_p , por lo obtenido de la ecuación del segundo nodo en la ecuación del primer nodo y trabajando un poco la expresión se llega a que:

$$V_{OUT} = -V_{IN} \cdot \frac{-s \frac{1}{R_1 C_4}}{s^2 + s \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4 R_5} + \frac{1}{R_5 C_3 C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad (11)$$

Y, como $H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ la transferencia de dicho circuito, en función de sus componentes es la siguiente:

$$H(s) = -\frac{-s \frac{1}{R_1 C_4}}{s^2 + s \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4 R_5} + \frac{1}{R_5 C_3 C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad (12)$$

A partir de la transferencia se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{R_1 \cdot C_4 \cdot \omega_0} \\ \frac{\omega_0}{Q} &= \frac{C_3 + C_4}{C_3 \cdot C_4 \cdot R_5} \\ \omega_0^2 &= \frac{1}{R_5 \cdot C_3 \cdot C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

4. Diseño del circuito real

Para el diseño del circuito real, se decidió utilizar $C_4 = C_3$. Con esta consideración, se procedió a despejar el valor de las resistencias en función de los capacitores a utilizar, ω_0 y Q , obteniendo así:

$$\begin{aligned} k &= 2\pi F_0 C_3 \\ R_1 &= \frac{1}{Hk} \\ R_2 &= \frac{1}{(2Q-H)k} \\ R_5 &= \frac{2Q}{k} \end{aligned} \tag{14}$$

4.1. Valor objetivo de error

Al normalizar los componentes se tuvo en consideración aceptar un error máximo del 10 % de los parámetros del filtro normalizado respecto del filtro teórico.

4.2. Primer etapa

Para esta etapa se utilizó un capacitor de $100nF$. A partir de esto y los despejes mostrados, utilizando los valores de Q y ω_0 , de H_1 , se procedió a despejar los valores de las resistencias, obteniendo así:

$$\begin{aligned} R_1 &= 2,72k\Omega \\ R_2 &= 265,65\Omega \\ R_5 &= 9,19k\Omega \end{aligned} \tag{15}$$

Luego, los valores de las resistencias fueron normalizados a la serie E12, quedando entonces $R_1 = 2,7k\Omega$, $R_2 = 270\Omega$ y $R_5 = 9,1k\Omega$.

Recalculando la transferencia de esta etapa en base a los valores de los componentes, se obtuvo la siguiente expresión:

$$H_1(s) = -\frac{3704s}{s^2 + 2198s + 4.48 \times 10^7} \tag{16}$$

Con:

$$\begin{aligned} w_0^2 &= 4.48 \cdot 10^7 \implies w_0 = 6691 \text{rad/s} \\ \frac{w_0}{Q} &= 2198 \implies Q = 3.04 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} f_0 &= 1064,91 \text{ Hz} \\ \epsilon_r(Q) &= 1.18 \%, \epsilon_r(w_0) = \epsilon_r(f_0) = 0.24 \% \end{aligned}$$

Quedando los polos de $H_1(s)$ en $-1099 \pm 6600.17j$

4.3. Segunda etapa

Para esta etapa se procedió de la misma manera usando un capacitor del mismo valor. De esta forma se obtuvo:

$$\begin{aligned} R_1 &= 2,72k\Omega \\ R_2 &= 185\Omega \\ R_5 &= 6,6k\Omega \end{aligned} \tag{18}$$

Los valores de las resistencias fueron también normalizados a la serie E12, quedando entonces $R_1 = 2,7k\Omega$, $R_2 = 180\Omega$ y $R_5 = 6,8k\Omega$.

Recalculando la transferencia de esta etapa en base a los valores de los componentes, se obtuvo la siguiente expresión:

$$H_1(s) = -\frac{3704s}{s^2 + 2941 \cdot s + 8.72 \times 10^7} \quad (19)$$

Con:

$$w_0^2 = 8.715 \cdot 10^7 \Rightarrow w_0 = 9335.2 \text{ rad/s}$$

$$\frac{w_0}{Q} = 2941 \Rightarrow Q = 3.17 \quad (20)$$

$$f_0 = 1485.74 \text{ Hz}$$

$$\epsilon_r(Q) = 2.91 \%, \epsilon_r(w_0) = \epsilon_r(f_0) = 0.099 \%$$

Quedando los polos de $H_1(s)$ en $-1470,5 \pm 9218,87j$

4.4. Circuito real

Multiplicando las transferencias obtenidas en las dos etapas mostradas, se obtiene la transferencia del circuito:

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \quad (21)$$

$$H(s) = \frac{1.372 \times 10^7 s^2}{s^4 + 5139s^3 + 1.35 \times 10^8 s^2 + 3.23 \times 10^{11} s + 3.9 \times 10^{15}} \quad (22)$$

Recalculamos los polos de la transferencia real para considerar el error cometido al redondear los coeficientes del numerador y denominador:

- $-1470.59 \pm 9218.64j$
- $1098.9 \pm 6600.19j$

Por otra parte, el parámetro H_0 del filtro normalizado es $1.37 \cdot 10^7$; con un error respecto del filtro teórico de

$$\epsilon_r(H_0) = 1.16 \% \quad (23)$$

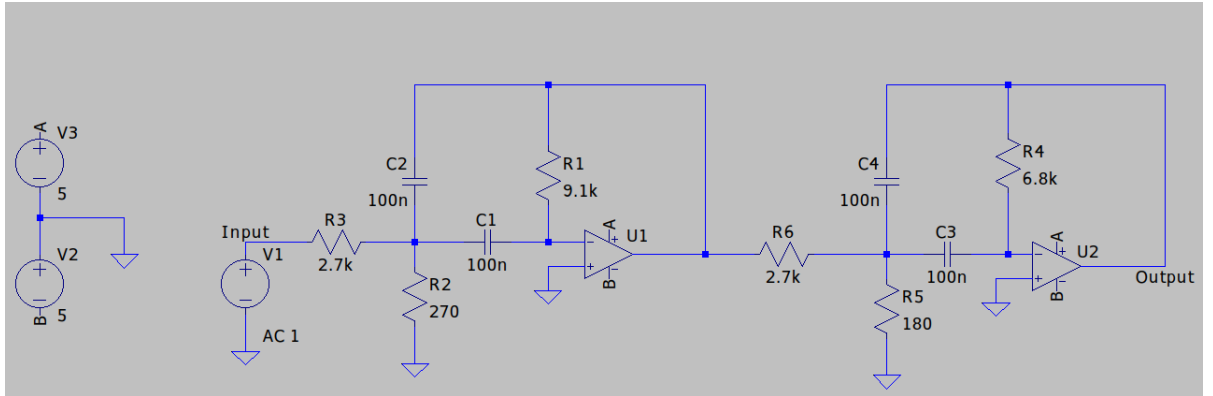


Figura 7: Circuito real

5. Simulaciones sobre el circuito real

5.1. Diagramas de Bode de módulo y fase

A continuación se puede ver el diagrama de Bode de la transferencia teórica en azul, y en amarillo el diagrama de Bode de la transferencia hallada en la ecuación 18, como se puede notar no hay mucha diferencia entre ambos diagramas.

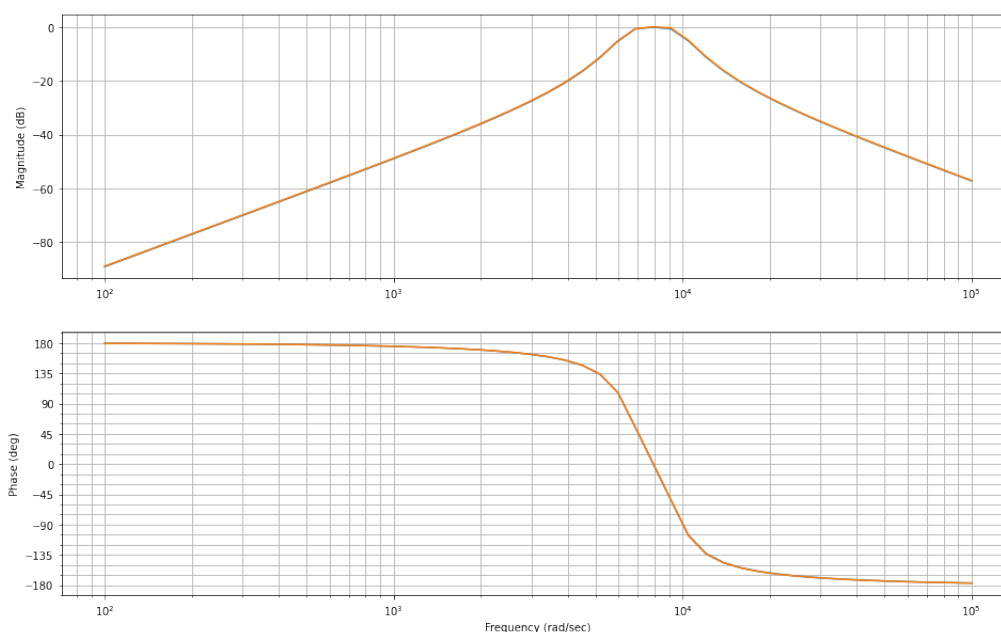


Figura 8: Diagramas de Bode de la transferencia teórica y la real

5.2. Respuesta al escalón

El escalón es un tipo de señal que cambia instantáneamente de 0V a 1V para luego quedar fija en 1V.

Podemos ver en el gráfico que para las frecuencias centrales del filtro, el comportamiento es casi idéntico al de la transferencia teórica ya que sólo se observa una única curva. Sin embargo, hay un ligero corrimiento en las frecuencias superior e inferior del filtro real que provocan que la respuesta al escalón difiera muy levemente de la respuesta teórica. Es esperable que esto suceda sobre los laterales, ya que cuanto menor es el ancho de banda, ante una mínima diferencia al normalizar los componentes lleva a un error relativo notable. Como la diferencia es muy pequeña, en este caso no hay mucha diferencia entre ambos gráficos.

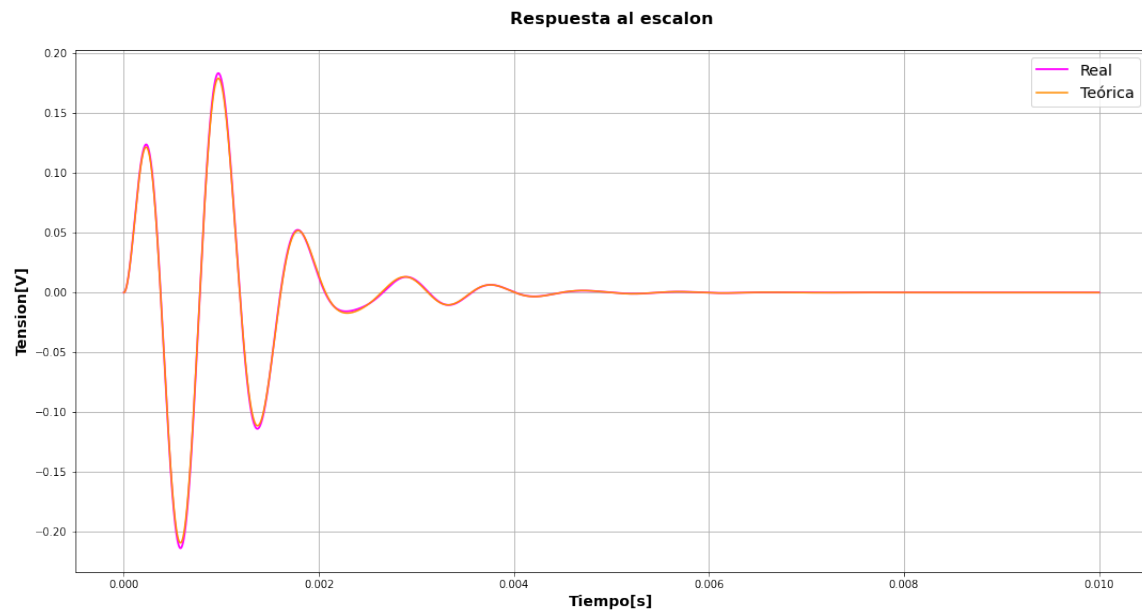


Figura 9: Respuesta al escalón de la transferencia teórica y la real

6. Simulaciones del filtro con Spice

En esta sección se mostrarán las distintas simulaciones realizadas con Spice. Para esto, el circuito con los componentes normalizados se cargo en el programa utilizando el modelo del integrado TL081.

6.1. Diagramas de Bode de módulo y fase

A continuación se puede ver el diagrama de Bode realizado simulando con Spice. Como se puede observar, el mismo es muy similar al ya mostrado de la transferencia teórica tanto como la transferencia del circuito con los componentes normalizados. La ganancia en este caso es algo mayor a cero, esto es debido al error que hubo al aproximar la transferencia con los componentes, como ya fue calculado en la sección 4.

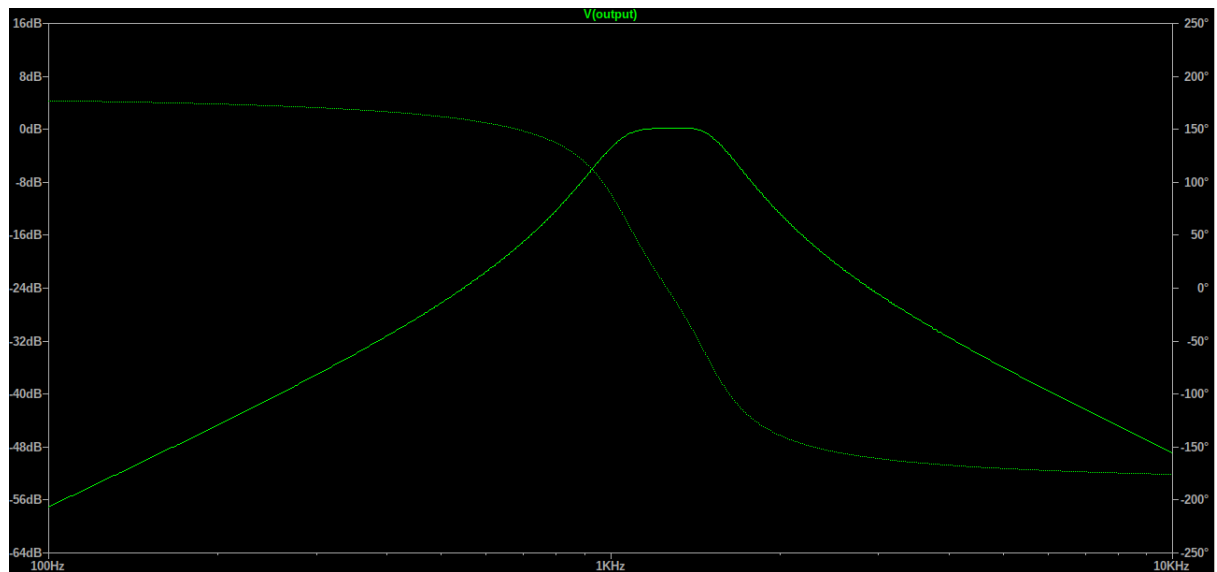


Figura 10: Diagrama de Bode realizado con Spice

6.2. Respuesta al escalón

A continuación se puede observar, tanto el escalón como la respuesta del circuito al mismo. El comportamiento es igual al graficado en la primera sección.

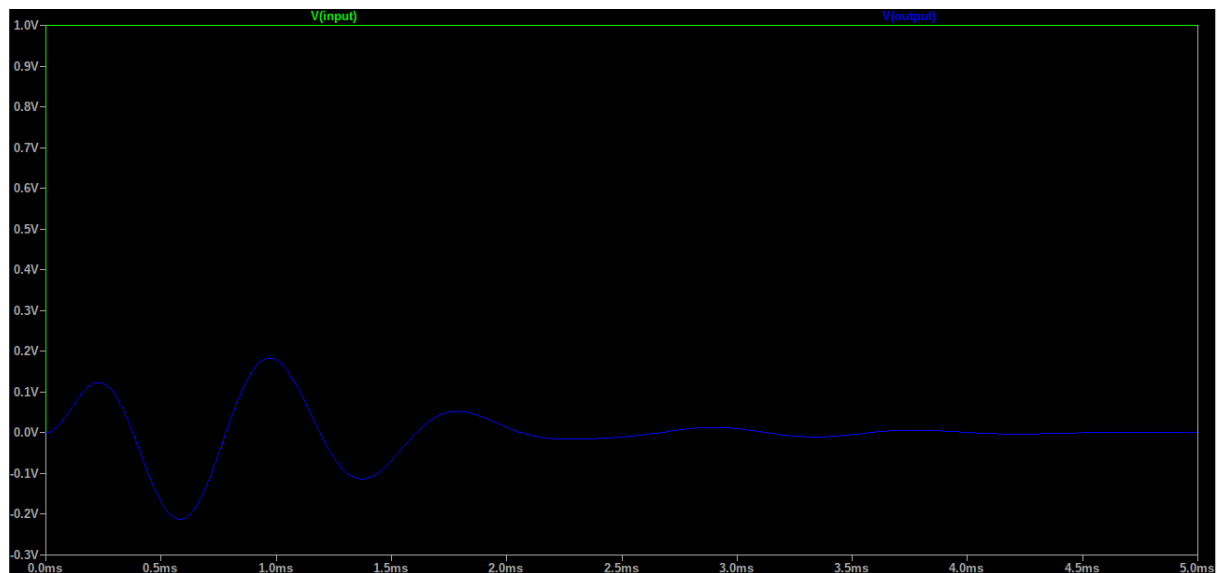


Figura 11: Respuesta al escalón realizado con Spice

6.3. Respuesta a señal senoidal

Con $f = f_{01} = 1067.46$

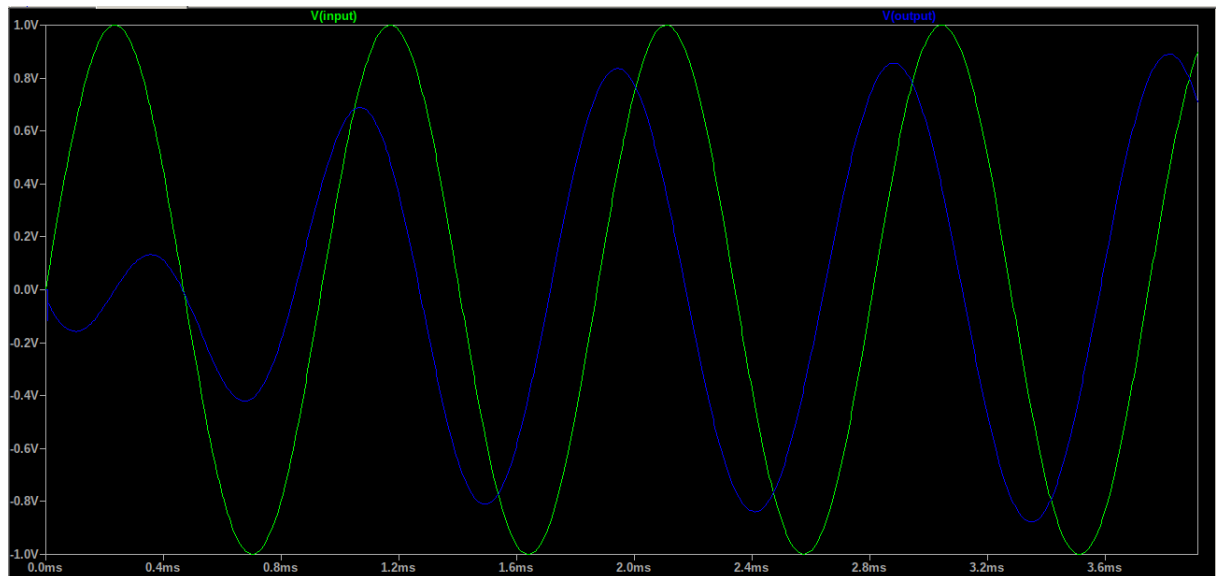


Figura 12: Respuesta a la señal senoidal de $f = f_{01}$ realizado con Spice

Con $f = f_0 = 1277.34$

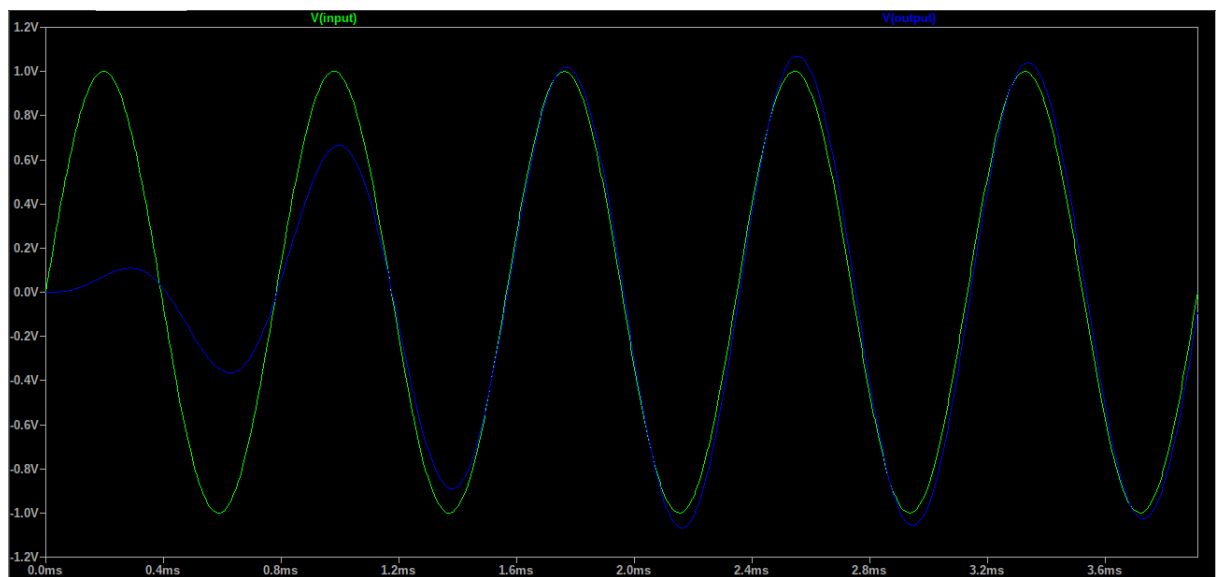


Figura 13: Respuesta a la señal senoidal de $f = f_0$ realizado con Spice

Con $f = f_{02} = 1487.22$

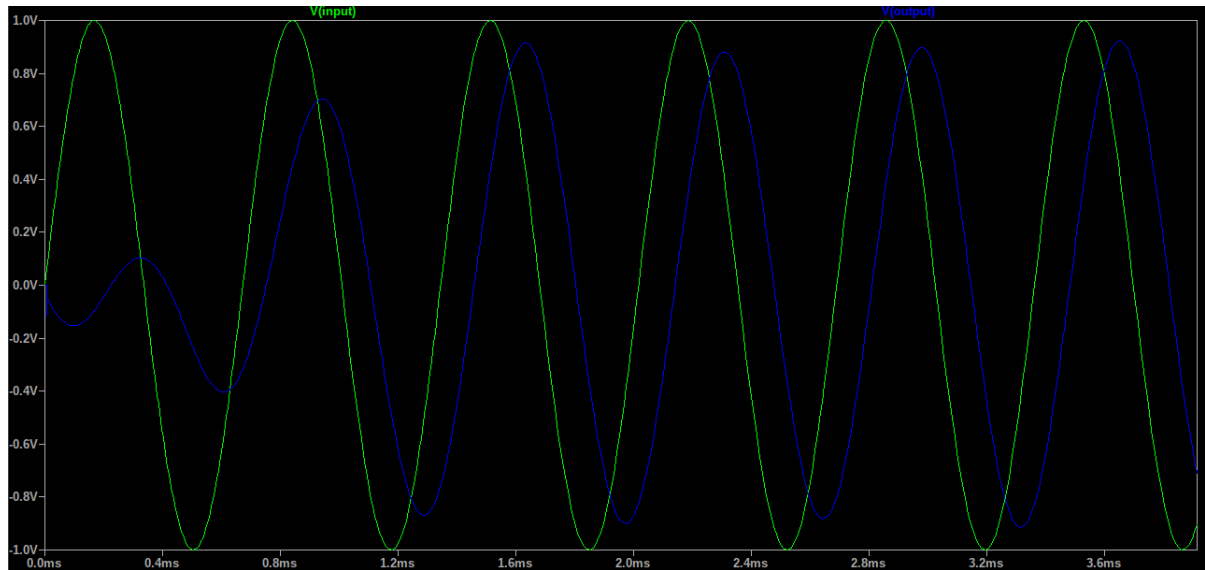


Figura 14: Respuesta a la señal cuadrada de $f = f_{02}$ realizado con Spice

En esta sección los gráficos también son muy similares a los obtenidos previamente en la primera sección.

6.4. Respuesta a la cuadrada

Con $f = f_0/10 = 127.73$

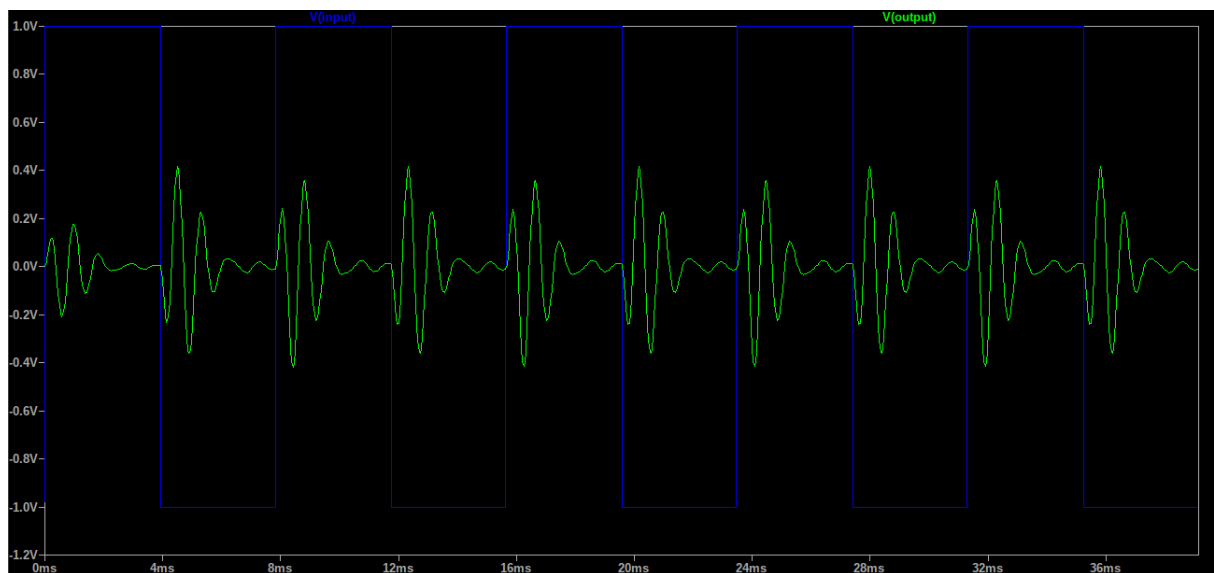


Figura 15: Respuesta a la señal cuadrada de $f = f_0/10$ realizado con Spice

Con $f = f_0 = 1277.34$

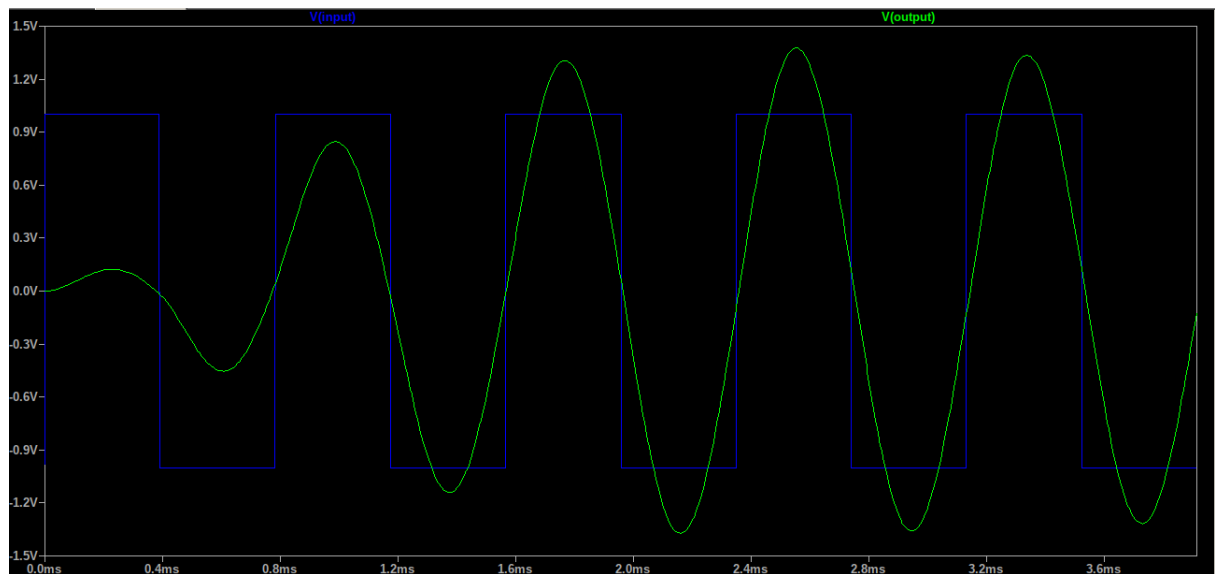


Figura 16: Respuesta a la señal cuadrada de $f = f_0$ realizado con Spice

Con $f = 10f_0 = 12773.39$

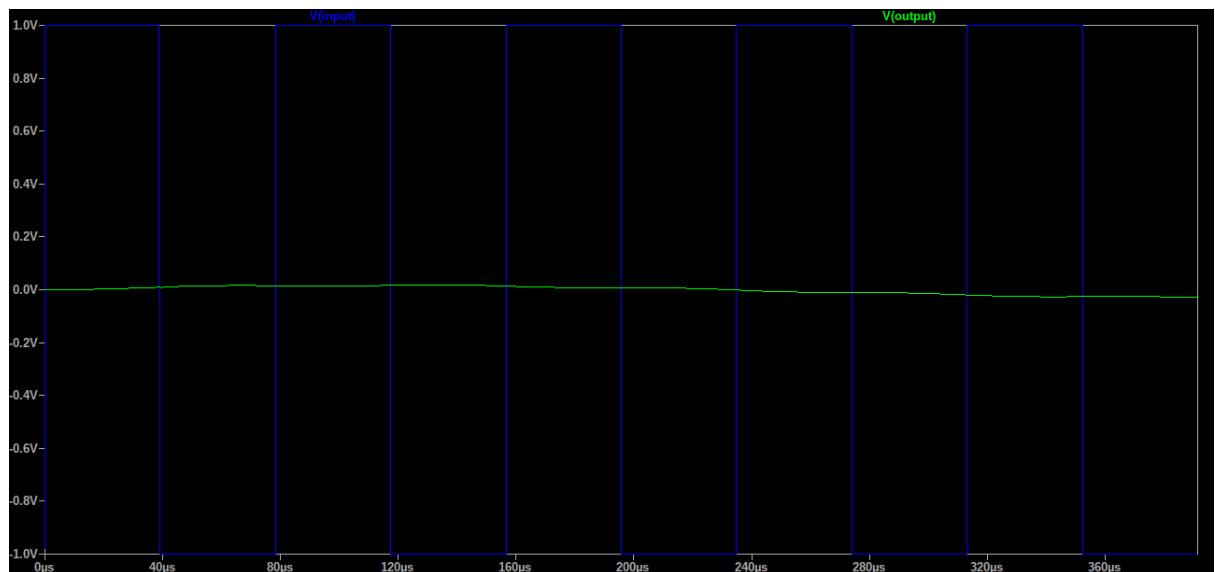


Figura 17: Respuesta a la señal cuadrada de $f = 10f_0$ realizado con Spice

Como se puede observar en los gráficos, el comportamiento de la respuesta es casi igual al mostrado utilizando python con la transferencia teórica.

Se obtuvo también, para una década antes una similitud con la respuesta al escalón por lo ya explicado anteriormente.

Para la frecuencia central, acá también, se puede ver que la convierte a una señal senoidal centrada en el 0, con una leve diferencia al principio de la obtenida con la transferencia teórica.

Finalmente vemos que para la señal de alta frecuencia tenemos una atenuación, la cual puede

observarse acá en mayor detalle dado que se utilizó la misma escala del eje y para la señal generada y la respuesta.

7. Cálculos analíticos

En esta sección se va a calcular, tal como dice el título, analíticamente las distintas respuestas con una única frecuencia, para luego el resultado de este cálculo compararlo con las obtenidas mediante las simulaciones.

Para el cálculo de las transformadas inversas de Laplace se resolvió la integral impropia correspondiente a la anti transformada utilizando residuos:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} e^{st} F(s) ds = \sum_{p \in \text{polos de } F} \text{Res}_{s=p} [e^{st} F(s)] \quad (24)$$

Al ser la función de transferencia un cociente de polinomios y al las respuestas pedidas sólo agregar o eliminar polos o ceros, el residuo en un polo p se puede calcular en todos los casos de la siguiente forma:

$$\text{Res}_{s=p} [e^{st} F(s)] = \lim_{s \rightarrow p} [(s-p) F(s) e^{st}] \quad (25)$$

7.1. Respuesta al escalón

La respuesta al escalón de una transferencia se calcula como:

$$v(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ H(s) \cdot \frac{1}{s} \right\} \quad (26)$$

Como se puede ver, la respuesta al escalón agrega un polo en $s = 0$ el cual anulará el cero doble de la transferencia convirtiéndolo en uno simple. Calculando los residuos en cada polo utilizando (21) se obtiene:

- En $s = -1470.59 + 9218.64j$: $(-0.17 + j0.001) e^{t(-1470.59 + j9218.64)}$
- En $s = -1470.59 - 9218.64j$: $-(-0.17 + j0.001) e^{-t(1470.59 + j9218.64)}$
- En $s = 1098.901 + 6600.186j$: $(0.17 + j0.008) e^{t(1098.90 + 6600.19j)}$
- En $s = 1098.9 - 6600.19j$: $(0.17 - j0.008) e^{-t(-1098.9 + 6600.19j)}$

Sumando todos los residuos y operando sobre la expresión resultante se llega a la siguiente expresión:

$$v(t) = -e^{1470.59t} (0,02 \sin(9218,64 \cdot t) + 0,34 \cos 9218,64 \cdot t)) + e^{1098,9t} (0,016 \sin(6600,19 \cdot t) + 0,34 \cos(6600,19 \cdot t)) \quad (27)$$

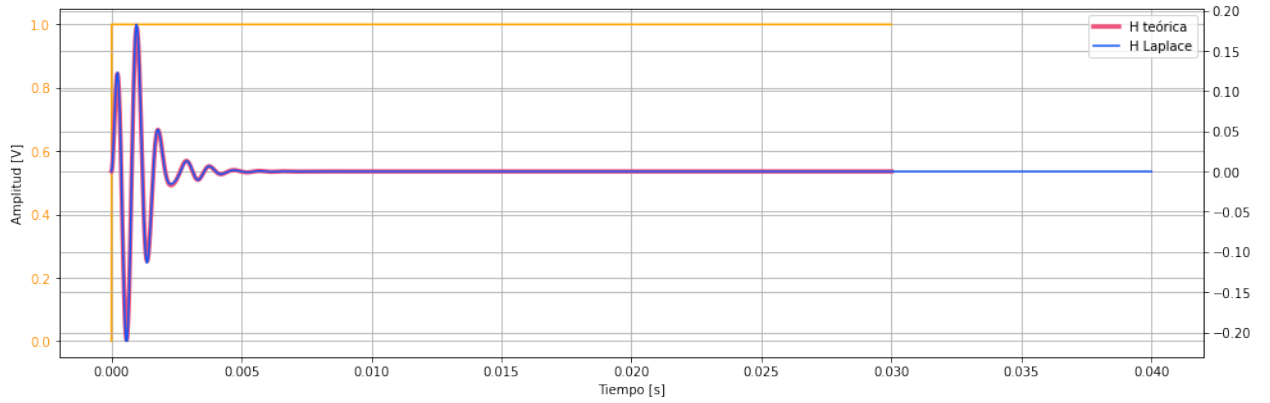


Figura 18: Respuesta al escalón ideal, calculada analíticamente y la respuesta al escalón de la transferencia teórica

7.2. Respuesta al impulso

Para encontrar la respuesta al impulso en forma analítica se calcula la anti transformada de Laplace de:

$$v(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s) \cdot 1\} \quad (28)$$

Nuevamente, se calculan los residuos en cada polo utilizando (21) obteniendo así:

- En $s = -1470.588 + 9218.64j$: $(234.46 + j1531.81) e^{t(-1470.59+j9218.64)}$
- En $s = -1470.59 - 9218.64j$: $-(234.46 + j1531.81) e^{-t(1470.59+j9218.64)}$
- En $s = 1098.90 + 1086.95j$: $(234.46 + j1086.95) e^{t(-1098.9+6600.19j)}$
- En $s = 1098.9 - 1086.95j$: $(234.46 - j1086.95) e^{t(-1098.9-6600.19j)}$

Sumando todos los residuos y operando sobre la expresión resultante se llega a la siguiente expresión:

$$v(t) = e^{1098.9t}(2172 \sin(6600.19 \cdot t) + 468,92 \cos(6600.19 \cdot t)) + e^{1470,59 \cdot t}(3062 \sin(9218,64 \cdot t) + 468,92 \cos(9218,64 \cdot t)) \quad (29)$$

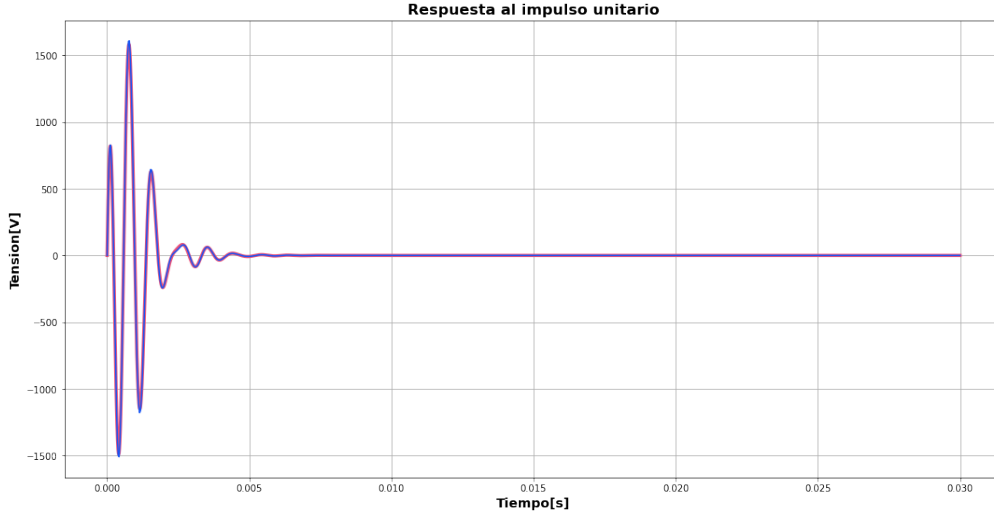


Figura 19: Respuesta al impulso unitario, calculada analíticamente

7.3. Respuesta a la señal senoidal

Para la respuesta a la senoidal se decidió utilizar la frecuencia central del filtro que es $1277.34Hz$. La respuesta se calcula como:

$$v(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ H(s) \cdot \frac{w}{s^2 + w^2} \right\} \quad (30)$$

Con $\omega = 2\pi f_0 = 8025.76 \frac{rad}{s}$

Observamos que la respuesta a la señal senoidal agrega dos polos complejos conjugados en $s = \pm j\omega$. Nuevamente calculamos los residuos en todos los polos de la transferencia y en los dos polos nuevos utilizando (21):

- En $s = -1470.59 + j9218.64$: $(0.28 + j0.26) e^{t(-1470.59 + j9218.64)}$
- En $s = -1470.588 - j9218.64$: $-(-0.28 + j0.26) e^{-t(1470.59 + j9218.64)}$
- En $s = 1098.9 + j1086.95$: $(-0.24 + j0.24) e^{t(-1098.9 + j6600.19)}$
- En $s = 1098.9 + 1086.95j$: $-(0.24 + j0.24) e^{-t(1098.9 + j6600.19)}$
- En $s = j8025.76$: $(-0.037 + j0.51) e^{t(-j8025.76)}$
- En $s = -j8025.76$: $-(0.04 + j0.51) e^{t(j8025.76)}$

Sumando todos los residuos y operando sobre la expresión resultante se llega a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} v(t) = & e^{1098.9t} (0,248 \sin(6600.19 \cdot t) + 0,48 \cos(6600.19 \cdot t)) \\ & - e^{1470,59 \cdot t} (0,52 \sin(9218,64 \cdot t) + 0,56 \cos(9218,64 \cdot t)) \\ & + 1,02 \sin(8025.76t) + 0,08 \cos(8025.76t) \end{aligned} \quad (31)$$

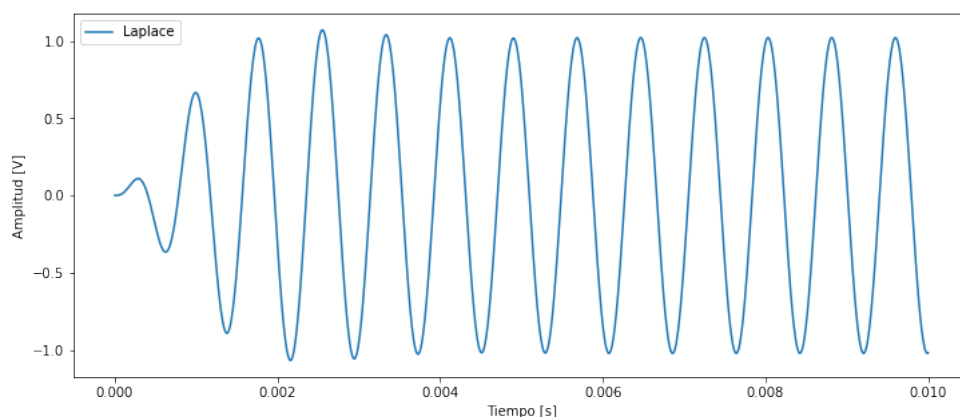


Figura 20: Respuesta a la señal senoidal con $f = f_0$, calculada analíticamente

Como se puede observar, la respuesta es la misma que se obtuvo anteriormente, una señal senoidal centrada en cero.

8. Conclusión

De la realización del trabajo práctico se puede observar que el filtro diseñado responde de forma muy similar a la transferencia requerida. Se encontraron algunas dificultades a la hora de seleccionar los valores normalizados de los componentes debido a que cada etapa pasa banda tenía un Q muy alto; pero relajando ligeramente el valor objetivo de error se pudo obtener un filtro que responde de forma aceptable a la especificación dada.

Cabe destacar que el modelo de amplificador operacional ideal utilizado, prácticamente no introduce error sobre el circuito final. Esto se debe a que los resultados de las simulaciones utilizando un modelo de amplificador operacional real, casi no difieren respecto de los obtenidos de las simulaciones sobre la transferencia normalizada.