- **Q3 :** Considerar los vectores $V, W \in \mathbb{R}^N$ de componentes:

$$\{v_i = \frac{1}{i^2}, \quad i = 1 \dots N\},$$

$$\{w_i = \frac{(-1)^{i+1}}{2i-1}, \quad i = 1 \dots N\}.$$

Considerar la matriz $A \in \mathcal{M}_{N\times N}(\mathbb{R})$ donde su término genérico vale $a_{ij} = (i/N)^j$. Escribir un programa para calcular las operaciones siguientes con $N = 100$:

1. Suma de todas las componentes del vector V y del vector W.
2. Suma de todas las componentes de la matriz A.
3. Suma de las componentes del vector W mayores que cero.
4. Producto escalar de los vectores V y W.
5. Producto escalar del vector V y la columna N de la matriz A.
6. Suma de las componentes de vector que resulta de multiplicar la matriz A por el vector V.
7. Traza de la matriz A.

- **Q4 :**

Dada la matriz $A \in \mathcal{M}_{M\times M}(\mathbb{R})$ de término genérico

$$\{a_{ij} = (i/M)^j, \quad i = 0, \dots M-1, \quad j = 0, \dots M-1\}.$$

calcular las siguientes operaciones:

1. Calcular
$$\sum_{M=1}^{10} traza(A)$$
2. Calcular
$$\sum_{M=1}^{5} traza(A^2)$$
3. Calcular con $M = 4$
$$traza\left(\sum_{k=1}^{5} A^k\right)$$

- **Q5 :**

  Sean los vectores $X, F \in \mathbb{R}^{N+1}$. Las componentes de X almacenan los valores discretos del dominio de definición y F las imágenes correspondientes de la función $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua a trozos siguiente:

$$F(x) = \begin{cases} 1, & a \leq x \leq -\dfrac{\pi}{2}, \\ \\ \cos(\pi x), & -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}, \\ \\ 0, & \dfrac{\pi}{2} \leq x \leq b. \end{cases}$$

  Considerar una partición equiespaciada de la forma:

$$\{x_i = a + i\Delta x, \quad i = 0 \ldots N\}, \qquad \Delta x = \frac{b-a}{N}, \qquad a < -\frac{\pi}{2}, \qquad b > \frac{\pi}{2}.$$

  Se pide calcular la suma;

$$S_N = \sum_{i=0}^{N} F_i \Delta x$$

  1. con $N = 10$
  2. con $N = 20$
  3. con $N = 100$

- **Q6 :** Aproximar mediante un desarrollo en serie de potencias de la forma

$$f(x) = \sum_{k=0}^{M} a_k \; x^k, \qquad a_k = \frac{f^{(k)}(0)}{k!},$$

  las funciones $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, siguientes:

  1. $f(x) = e^x$ y calcular el valor $f(1)$ con $M = 5$.
  2. $f(x) = \sin(x)$ y calcular el valor $f(\pi/2)$ con $M = 8$.
  3. $f(x) = \cosh(x)$ y calcular el valor $f(1)$ con $M = 10$.
  4. $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ y calcular el valor $f(0{,}9)$ con $M = 20$.
  5. $f(x) = e^x$ y calcular el valor más preciso de $f(1)$ con doble precisión.
  6. $f(x) = \sin(x)$ y calcular el valor más preciso $f(\pi/2)$ con doble precisión.
  7. $f(x) = \cosh(x)$ y calcular el valor más preciso de $f(1)$ con doble precisión.
  8. $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ y calcular el valor más preciso de $f(0{,}9)$ con doble precisión.