

រៀនច្រើន

លំហាត់

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + ax - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \frac{1}{8}$$

លម្អិត

រៀបរៀង និង បង្រៀនដោយ ពៅ ពេជ្រពុទ្ធិពង្ស

លីមីត

១.១ លំហាត់នៅក្នុងសៀវភៅថ្នាក់ទី ១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន

១ (ស្វាយបញ្ជាក់ថា លីមីតខាងក្រោមនេះពិតដោយប្រើនិយមន័យ÷

ក $\lim_{x \rightarrow 3} (5x - 2) = 13$

ខ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{(x - 2)(x - 3)} = 0$

គ $\lim_{x \rightarrow x_0} (ax + b) = ax_0 + b$

ដំណោះស្រាយ 

- 7 $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = kM$
- 8 $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = M \pm L$

ដំណោះស្រាយ _____ 

$$\begin{aligned} \textcircled{27} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \right) \\ \textcircled{29} \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(x-1)(2x+3)(2-x)}{(x^2+1)} \right) \\ \textcircled{33} \quad & \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^2 - x}{|x|} \right) \\ \textcircled{35} \quad & \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 8x - 1} - \sqrt{x^2 - 3} \right) \end{aligned}$$

နိဂုံး _____

[illegible]

៤ កំណត់តម្លៃនៃចំនួនអថេរ a ដើម្បីអោយលីមីតខាងក្រោមជាលីមីតនៃចំនួនថេរ ហើយកំណត់លីមីតនេះផង \div

ក $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{3+x} - a}{x-1} \right)$	គ $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+a} - 1}{x-2} \right)$
ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+3x+a}}{x} \right)$	ឃ $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\sqrt{x^2+ax-1}}{x^2-1} \right)$

ដំណោះស្រាយ $\underline{\hspace{15cm}}$

៥ គណនាលីមីតខាងក្រោម \div

- ៥៩ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin 3x}{\sin^2 5x} \right)$
- ៦០ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 - \cos x)^2}{\tan^3 x - \sin^3 x} \right)$
- ៦១ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x} \right)$
- ៦២ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2} \right)$
- ៦៣ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(x \sin \left(\frac{1}{x} \right) \right)$
- ៦៤ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \left(\frac{1}{x} \right) \right)$

ដំណោះស្រាយ 

[illegible]

៦ គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

5 $\lim_{n \rightarrow \pm \infty} (x^2 + xe^x)$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)e^x$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((x+2)e^{-x} \right)$$

255 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x - x}{2e^x + 1} \right)$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln \left(\frac{x}{x+1} \right) \right)$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \ln(x^2 + 1) \right)$$

$$\textcircled{59} \lim_{x \rightarrow -4} \left(x \ln(4 - 3x - x^2) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x (\ln(x+1) - \ln x))$$

ដំណោះស្រាយ _____ 

[illegible]

၈

$$\textcircled{15} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x - \sin x}{x^3} \right)$$

255 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x \cos 2x}{x^2} \right)$

ចំណោះស្រាយ _____ 

៨ គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left(\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}{4 \sin^2 x - 1} \right)$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x} \right)$

គ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(a-b)}{\sin ax - \sin bx}, (a \neq 0, a \neq b, b \neq 0) \right)$

ឃ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x \sin x} - \cos x} \right)$

ង $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1} - 1 \right)$

ច $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - 2} \right)$

ដំណោះស្រាយ 

📌 កំណត់អនុកម្មនីដឺក្រទី ២ $y = f(x)$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌលីមីតខាងក្រោម÷

១ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 1$

២ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$

ដំណោះស្រាយ _____ 

១១ គេមានពហុកោណចារឹក្នុងរង្វង់ដែលមាន n ជ្រុង និង កាំស្មើនឹង a ។ តាង S_n ជាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណនេះ។ គណនា S_n ចំពោះកំណត់រកតម្លៃ $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$ ។

ដំណោះស្រាយ _____

១ តើស្វ៊ីត (U_n) ដែលមានតួទូទៅដូចខាងក្រោមជាស្វ៊ីតអន្តរ ឬ ស្វ៊ីតរីក ?

$$\textcircled{255} (U_n) = \frac{2n}{n+3} + \frac{3n^3}{n^2+5}$$

$$\mathfrak{S}(U_n) = \frac{n \sin n}{n+1}$$

$$\mathbb{E}(U_n) = 2 - \frac{3}{n} + \frac{4}{\sqrt{n}}$$

ដំណោះស្រាយ _____

[illegible]

២ គណនាលីមីតស្វ៊ីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{b^2 + 3n - 1}{8n^2 - n + 1} \right)$

ខ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + \sin n}{5n^2 + \cos \pi n} \right)$

គ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n^3 + n^2 - n}{n^2 + n - 1} \right)$

ឃ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 - \cos^2 \pi n \right)$

ង $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n^3 + (-1)^n}{n + (-1)^n} \right)$

ច $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-5n^3 + (-1)^n n^3 \right)$

ដំណោះស្រាយ 

[illegible]

$$\textcircled{A} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n\sqrt{n^2 + 1} - 1 \right)$$

$$\textcircled{2} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n} \left(\sqrt{n-3} - \sqrt{n} \right) \right) \textcircled{2.5} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n!}{(n+1)! - n!} - \frac{2}{n} + 3 \right)$$

ចំណោះស្រាយ _____ 

- 35 $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 3$
- 36 $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n - 5$
- 37 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{4}{3}$

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

៦ ពិនិត្យស៊េរីខាងក្រោមនេះ តើជាស៊េរីរួម ឬ រីក?

១ $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(\frac{3}{2} \right)^n$

២ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n}}{2n^3 - 1}$

៣ $\sum_{n=1}^{\infty} 1000 (1.055)^n$

៤ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}}$

៥ $2 + \frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{27}{32} + \frac{81}{128} + \dots$

៦ $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1} \right)$

ដំណោះស្រាយ 

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

សី





255



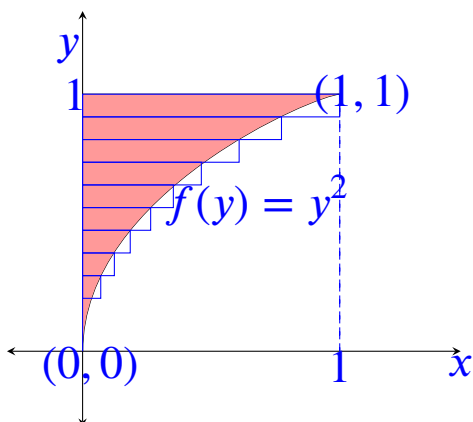


The left graph shows the area under the curve $y = -x^2 + 5$ approximated by five rectangles using the left Riemann sum. The rectangles are shaded in light red. The right graph shows the same area approximated by five rectangles using the right Riemann sum. The rectangles are shaded in light blue.

ដំណោះស្រាយ _____

[illegible]

❗ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃតំបន់ដែលខណ្ឌដោយក្របនៃ $f(y) = y^2$ និង អ័ក្សអរដោនេលើចន្លោះ $[0, 1]$ ដូចខាងក្រោម



ដំណោះស្រាយ _____

[illegible]

ដឹង $q = 2^{\frac{1}{2}}$ ។

ដំណោះស្រាយ _____

[illegible]

ដំណោះស្រាយ _____

[illegible]
$$S_n = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{(2n+1) \cdot (2n+3)} = \sum_{p=1}^n \frac{2}{(2p+1) \cdot (2p+3)}$$

❶ កំណត់ (S_n) ជាអនុគមន៍នៃ n ដោយប្រើ $\frac{2}{(2p+1) \cdot (2p+3)}$ ជា
ទម្រង់ $\frac{a}{(2p+1)} + \frac{b}{(2p+3)}$ ។

❷ កំណត់ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ។

ដំណោះស្រាយ  **រៀបរៀង និង បង្រៀនដោយ ពេរ្យ ពេជ្រពុទ្ធិឯក**

[illegible]

១៨ នៅលើប្លង់កូអរដោនេមានចំណុច P មួយរំកិលពីគល់ $O(0, 0)$ ទៅចំណុច P_1 នៅលើអ័ក្ស (Ox) ឯកតារួចរំកិលឡើងលើស្របនិងអ័ក្ស (Oy) $\frac{1}{2}$ ឯកតានៃ OP_1 បន្ទាប់មករំកិល មកក្រោមតាមទិសដៅវិជ្ជមានស្របនិងអ័ក្ស (Ox) $\left(\frac{1}{2}\right)$ ឯកតានៃ P_1P_2 ហើយរំកិល បន្តបន្ទាប់ច្រើនដងដូចរូបខាងក្រោម។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច P នៅទីតាំងចុងក្រោយ ។

ដំណោះស្រាយ 

[illegible]

១.៣ លំហាត់នៅក្នុងសៀវភៅថ្នាក់ទី ១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន

១ (ស្វាយបញ្ញាក៏ថា តើអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់ត្រង់តម្លៃ x ដែលអោយឬទេ ?

ក $G(x) = 5x^2 - 6x + 1; x = 2$

ខ $G(x) = \frac{x+2}{x+1}; x = 1$

គ $G(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{x-4}; x = 4$

ឃ $G(x) = \frac{|x+2|}{x+2}; x = -2$

ង $G(x) = \begin{cases} x+1 & \text{បើ } x \leq 2 \\ 2 & \text{បើ } x > 2 \end{cases}; x = 2$

ច $G(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{x+1} & \text{បើ } x < -1 \\ x^2-3 & \text{បើ } x \geq -1 \end{cases}; x = -1$

ដំណោះស្រាយ 

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

၁

$$\textcircled{25} f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{if } x \leq -1 \\ 2 & \text{if } -1 < x < 1 \\ -x + 3 & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

ដំណោះស្រាយ

[illegible]

📌 $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$ លើចន្លោះ: $(0, 1)$ និង $[-4, 1]$ ។

២ $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ លើចន្លោះ: $(0, 1)$ និង $[0, 1]$ ។

$$\bullet (f) = \begin{cases} x(x-1) & \text{បើ } x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{បើ } x \geq 3 \end{cases} \text{ លើចន្លោះ: } (0, 3) \text{ និង } [0, 3] \text{ ។}$$

ដំណោះស្រាយ _____

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

$$\text{🌀 } f(x) = \begin{cases} Ax - 3 & \text{if } x < 2 \\ 3 - x + 2x^2 & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \begin{cases} 1 - 3x & \text{if } x \leq 4 \\ Ax^2 + 2x - 3 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$$

ដំណោះស្រាយ

[illegible]

[illegible][illegible]

៣ កំណត់លីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x}} - 1 \right)$

ខ $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a+b}}{x^2 - a^2} \right) (a > 0, b > 0)$

ដំណោះស្រាយ 

៤ គេមានអនុគមន៍ $y = f(x)$ កំណត់នៅចន្លោះ $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$ ដែល

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x} & \text{បើ } x \neq 0 \\ \sqrt{2} & \text{បើ } x = 0 \end{cases}$$

ឬទេ?

ដំណោះស្រាយ _____

៥ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីអោយអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់លើ \mathbb{R}

ក $f(x) = \begin{cases} -2x + a & \text{បើ } x \leq 0 \\ \log_3 x & \text{បើ } x > 0 \end{cases}$

ខ $f(x) = \begin{cases} a & \text{បើ } x \leq 0 \\ x \sin \frac{1}{2} & \text{បើ } x > 0 \end{cases}$

៦ ស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការខាងក្រោមមានឬសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះដែល

20 $\log_{10} x - x = 0, (1, 0)$

ដំណោះស្រាយ _____ 

៧ គេអោយសមីការដឺក្រេទី២ $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) មានមេគុណ a, b, c បំពេញ លក្ខខណ្ឌ $2a + 3b + 6c = 0$ ។ បង្ហាញថា សមីការនេះ មានឬសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះ $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ ។

ដំណោះស្រាយ 

៨ គេអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ បើ $x \neq 0, f(x) = \frac{|x| + 2x^2}{2}$
បើ $x = 0, f(0) = 1$

- ក តើអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ឬទេ ?
- ខ សង់កក្រាបតាងអនុគមន៍ ។

ដំណោះស្រាយ 
