

# Bachelorarbeit

vorgelegt von

Vipin Singh

Bachelorstudiengang Mathematik

Fakultät Vermessung, Informatik und Mathematik

Sommersemester 2022

## **Entwicklung eines deflektometrischen Prüfaufbaus für spiegelnde Prüfobjekte**

ErstprüferIn:  
ZweitprüferIn:

Prof. Dr.-Ing. Uwe Müßigmann, Hochschule für Technik Stuttgart  
Dipl.-Ing. Sebastian Lichtenberg, NeuroCheck GmbH

## **Zusammenfassung**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>2</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>3</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>4</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>5</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>6</b>
1.1 Einführung in die Deflektometrie . . . . .	7
1.1.1 Rekonstruktion von spiegelnden Oberflächen . . . . .	7
1.1.2 Qualitative Sichtprüfung . . . . .	9
<b>2 Sichtprüfung durch Lichtreflexionen</b>	<b>11</b>
2.1 Prüfaufbau . . . . .	11
2.2 Verfahren . . . . .	12
2.3 Einsatz von mehreren Streifenmustern . . . . .	14
2.4 Optimierungen . . . . .	16
<b>3 Deflektometrische Registrierung</b>	<b>21</b>
3.1 Bestimmung der deflektometrischen Registrierung . . . . .	21
3.1.1 Deflektometrische Registrierung ohne Phasenentfaltung . . . . .	22
3.1.2 Deflektometrische Registrierung mit Phasenentfaltung . . . . .	24
<b>4 Fourier-Streifen-Analyse</b>	<b>27</b>
<b>Quellenverzeichnis</b>	<b>28</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau einer Deflektometrie-Prüfstation . . . . .	8
1.2	Kratzer an Hell-Dunkel-Übergang eines Streifenmusters . . . . .	10
2.1	Prüfaufbau . . . . .	11
2.2	Lichtbrechung an einem Kratzer . . . . .	12
2.3	Kratzer . . . . .	13
2.4	Eingravierung im Glas . . . . .	13
2.5	Zu verknüpfende Bilder . . . . .	14
2.6	Verknüpfte Bilder über Minimierung und Maximierung . . . . .	15
2.7	Verknüpfte Bilder über Differenz . . . . .	16
2.8	Unterschied zwischen Muster und Kameraaufnahme . . . . .	17
2.9	Prozess der Hervorhebung von Oberflächendefekten . . . . .	18
2.10	Amplitudenspektrum des Gesamtbildes . . . . .	19
2.11	Bild mit angewandtem frequenzselektives Filter . . . . .	19

# Abkürzungsverzeichnis

$L_{height}$  Höhe des Monitorbildes in Pixel. 22, 24

$L_{width}$  Breite des Monitorbildes in Pixel. 22–26

$l_r$  Deflektometrische Registrierung. 21, 23

$l_{r,x}$  Deflektometrische Registrierung der Spaltenpositionen. 21–23, 25, 26

$l_{r,y}$  Deflektometrische Registrierung der Zeilenpositionen. 21–23, 25, 26

# Kapitel 1

## Einführung

Durch die optischen Besonderheiten von spiegelnd glänzenden Oberflächen treten solche in der Industrie an vielen Stellen auf. Speziell in der Automobilindustrie werden täglich große Karosserieflächen glänzend lackiert. Alleine in Deutschland wurden in den Jahren von 1990 bis 2021 im Durchschnitt ungefähr 5 Millionen Personenkraftwagen pro Jahr produziert. [1] Ein großer Teil der Fahrzeuge erhalten nach der Lackierung eine spiegelnde Oberfläche. Solche Oberflächen müssen durch besondere Verfahren auf Defekte überprüft werden. Dabei sorgen spekulare Reflexionen dafür, dass die Oberflächen nicht direkt, sondern über ihre Spiegelbilder der Umgebung betrachtet werden.

Die riesige Menge an Oberflächen macht es für die Qualitätssicherung unumgänglich die Prüfung durch automatisierte Prozesse zu integrieren. Dabei stoßen die üblichen Verfahren der industriellen Bildverarbeitung auf ihre Grenzen, sodass neue Methoden eingeführt werden müssen. Diese speziellen Anwendungen erfordern den Einsatz von deflektometrischen Prüfaufbauten. In der Industrie sind solche Verfahren schon seit Längerem zur Analyse der Topographie von spiegelnden Freiformflächen etabliert. Deflektometrische Verfahren funktionieren nach einem ähnlichen Prinzip, wie auch die Inspektion von spiegelnden Oberflächen durch Menschen. Das wissenschaftliche Gebiet der Deflektometrie ist auch heute noch Thema für viele Forschungsarbeiten und wird stetig weiterentwickelt.

Im Rahmen der Arbeit werden spekulär reflektierende Objektoberflächen unter Projektion von bekannten Mustern durch eine Kamera aufgenommen, anschließend analysiert und auf Defekte überprüft. Welche Informationen können aus der Beobachtung von Spiegelbildern gewonnen werden? Wie sehen allgemein anwendbare Methoden aus, um spiegelnde Oberflächen erfolgreich zu bewerten? Das Ziel der Arbeit ist es, diese Fragen zu erforschen und aufzuklären. Des Weiteren sollen ein Aufbau, die Ansteuerung von Beleuchtung und Kamera und die notwendige Auswertung des Bildmaterials entwickelt werden, durch welche eine Erkennung von Oberflächendefekten ermöglicht wird. Die Umsetzung soll dabei in Form einer Softwareerweiterung für NeuroCheck erfolgen, eines sogenannten *Plug-ins*.

Während der Arbeit soll außerdem ein bestimmter Sonderfall genauer betrachtet werden - transparente Prüfobjekte. Die Problematik ist dabei, dass man ohne Weiteres kein sichtbares Muster auf die Oberfläche projizieren kann. Dafür gibt es verschiedene Lösungsansätze

wie z. B. die Auftragung einer undurchsichtigen Beschichtung. Eine andere Möglichkeit ist eine Veränderung in der Beleuchtungskomponente. Anstatt ein Muster auf das Objekt zu projizieren, kann man eine Durchlichtbeleuchtung nutzen. Das heißt, dass man auf einem Bildschirm unter dem transparenten Prüfobjekt verschiedene Muster anzeigt.

Durch die aufgenommenen Muster können Aussagen über die Oberflächenbeschaffenheit getroffen werden. Abhängig von den verwendeten Mustern und der Auswertung sollen damit bestimmte Fehlstellen kenntlich gemacht werden. Als Fehlstellen gelten Verformungen und Oberflächendefekte wie z. B. Dellen, Kratzer oder matte Stellen.

## 1.1 Einführung in die Deflektometrie

### **Definition 1.1: Deflektometrie**

Die *Deflektometrie* bezeichnet allgemein alle Methoden zur berührungslosen optischen Erfassung von Gestaltinformationen spiegelnder Oberflächen durch automatische Auswertung von Spiegelbildern bekannter Szenen. [2]

Diese Definition öffnet ein großes Gebiet für verschiedene Verfahren und Anwendungen. Die Verfahren der Deflektometrie sind auch heute noch Themen für viele Forschungsarbeiten. Im Folgenden soll dabei auf den Stand der Technik der Deflektometrie eingegangen werden.

### 1.1.1 Rekonstruktion von spiegelnden Oberflächen

Bei der Recherche zur allgemeinen Deflektometrie fällt auf, dass das Hauptforschungsgebiet der gegenwärtigen Deflektometrie die Generierung von dreidimensionalen Modellen von spiegelnden Objektoberflächen ist. Der Aufbau eines solchen Anwendungsfalls sieht eine Beleuchtungseinheit (z. B. einen Bildschirm), ein Sensor (z. B. eine Kamera) und ein zu untersuchendes Objekt vor.

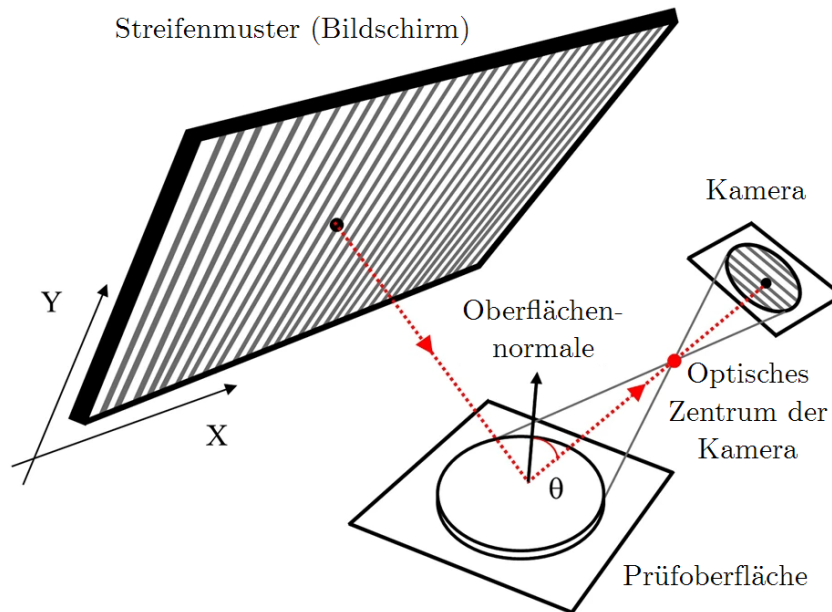


Abbildung 1.1: Aufbau einer Deflektometrie-Prüfstation. *in Anlehnung an [3]*

Wie in Abbildung 1.1 angedeutet, wird ein Muster auf ein Prüfobjekt projiziert und anschließend von einer Kamera aufgenommen. Für dieses Verfahren werden zur Projektion üblicherweise Streifenmuster gewählt, deren Grauwertverläufe in ihren Ausbreitungsrichtungen einer Sinus-Funktion entsprechen. Das grundlegende Prinzip basiert darauf, dass jeder Punkt des Objekts dem richtigen Punkt auf dem Bildschirm zugeordnet wird. Dabei ordnet man jedem Pixel des projizierten Musters, das man über die Kamera aufnimmt, sein zugehöriges Pixel des erzeugten Musters auf dem Bildschirm zu. Der Vorteil bei sinusförmigen Streifenmustern ist, dass man für die Punkte des Objekts jeweils den Phasenwinkel im sinusförmigen Muster berechnen kann. Dies erleichtert die Zuordnung von Kamera- und Bildschirmpunkten. Durch diese Zuordnung von Kamera- und Bildschirmpunkten lassen sich Neigungsinformationen der Oberfläche berechnen. Dies kann durch Strahlenverfolgungen erreicht werden. In Abbildung 1.1 lässt sich das über die in Rot eingezeichneten Vektoren erkennen.

Am Punkt des Auftreffens des Lichtstrahls auf das Objekt wird es auf eine bekannte Stelle in die Kamera reflektiert. Nimmt man zusätzlich die Informationen über den Systemaufbau hinzu bzw. führt eine Systemkalibrierung durch, kann aus der Zuordnung von Kamera- und Bildschirmpunkten der Reflexionswinkel  $\theta$  aus Abbildung 1.1 berechnet werden. Da bei einer Reflexion die Lichtstrahlen genau an der Oberflächennormalen gespiegelt werden, lässt sich dann in einem weiteren Schritt die Oberflächennormale in diesem Punkt bestimmen. Führt man dies für jeden Punkt im Kamerabild durch, erhält man daraus die Neigungsinformationen des zu prüfenden Objektes in der Form eines Normalenfelds.

Schließlich ist es möglich, aus diesem Normalenfeld räumliche Information der Oberfläche zu berechnen. Dafür kann man zunächst aus den Normalenvektoren die zugehörigen Tangentialebenen berechnen, die über je zwei Richtungsvektoren definiert sind. Diese Rich-



tungsvektoren bilden die Tangentialfelder des Prüfobjekts. Man kann über eine Integration der Tangentialfelder in ausgewählte Richtungen Kurven bestimmen, die in der Oberfläche des Objekts liegen. Durch diese Integration erhält man einen Höhenzusammenhang der Oberflächenpunkte. Wenn zusätzlich ein Oberflächenpunkt gegeben ist, kann man die berechneten dreidimensionalen Positionen der Oberflächenpunkte im Raum angeben.[4]

### 1.1.2 Qualitative Sichtprüfung

Der Bereich der qualitativen Sichtprüfung hat grundlegend die Aufgabe, spiegelnde Oberflächen nach bestimmten Kriterien in gut und fehlerhaft zu unterteilen. Die Aufbauten für solche Verfahren sehen in der Regel ähnlich aus wie auch in Abbildung 1.1. Zur Analyse dieser spiegelnden Oberflächen ist es nicht unbedingt nötig, ein dreidimensionales Oberflächenmodell zu erzeugen. Ein wesentlicher Unterschied ist deshalb, dass die Informationen über den Systemaufbau nicht zwingend notwendig für Berechnungen sind. Um eine möglichst allgemeine Lösung zu entwickeln, ist dies ein essenzieller Vorteil. Die Vorgehensweise bei diesen Verfahren basiert in den meisten Fällen darauf, die Abweichungen der Oberflächenstruktur zu einem Referenzobjekt zu bewerten. Abhängig von den einzelnen Oberflächenmerkmalen können verschiedene Muster und Strategien zur Auswertung eingesetzt werden.

In seiner Dissertation „Deflektometrie zur automatischen Sichtprüfung und Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen“ [4] listet Stefan Bruno Werling vom Karlsruher Institut für Technologie einige Auswertungsmöglichkeiten auf. Daraus sind die Folgenden eine Auswahl seiner Strategien:

- Untersucht man auf der Oberfläche eines Objekts ein sinusförmiges Streifenmuster, dann können im Frequenzraum Abweichungen des Musters von einem „Idealmuster“ bzw. Referenzmuster festgestellt werden. Dadurch entdeckt man Unterschiede in der Oberflächenkrümmung. Die Transformation des Bildes in den Frequenzraum wird durch die Fourier-Transformation erreicht.
- Nutzt man zur Auswertung ein Schachbrettmuster, so können durch die Wahl eines geeigneten Schwellwerts bestimmte Flächen segmentiert und geometrisch analysiert werden. Nach der Analyse sollen Anomalien der geometrischen Merkmale Aussagen über die Krümmung treffen.
- Besonders kleine Fehler und Defekte der Oberflächenstruktur lassen sich an Hell-Dunkelübergängen gut hervorheben. Hierfür kann man einfache Streifenmuster analysieren, wie es in Abbildung 1.2 gezeigt ist.

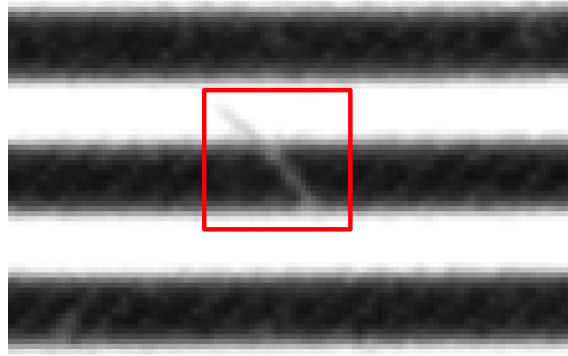


Abbildung 1.2: Kratzer an Hell-Dunkel-Übergang eines Streifenmusters

Durch die Variabilität der Deflektometrie und der offenen Definition der qualitativen Sichtprüfung lassen sich z. B. durch Veränderung des Musters zahlreiche verschiedenste Verfahren aufstellen, um eine Objektoberfläche zu analysieren. Aus dem Grund kann keine allgemeine Funktionsweise von deflektometrischen Verfahren für die qualitative Sichtprüfung beschrieben werden.

# Kapitel 2

## Sichtprüfung durch Lichtreflexionen

### 2.1 Prüfaufbau

Die folgende Abbildung soll eine Skizze des verwendeten Prüfaufbaus zeigen. Die Skizze ist zur Vereinfachung ohne Halterungen erstellt worden.

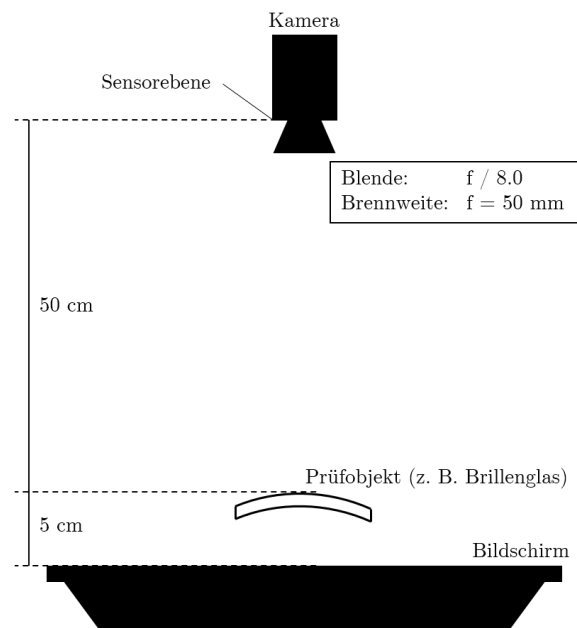


Abbildung 2.1: Prüfaufbau (Abbildung nicht maßstabsgetreu)

Die Parameter des Prüfaufbaus wie z. B. Kameraeinstellungen und Entfernungen lassen sich aus Abbildung 2.1 entnehmen. Es gilt zu beachten, dass die Entfernung zur Kamera nicht am Objektiv, sondern an der Sensorebene gemessen wird. Der Grund liegt darin, dass Objektive keine festgelegte Größe haben, weshalb die Entfernung andernfalls für verschiedene Objektive unterschiedlich sein würde. Die Sensorebene einer Kamera ist die Position des Kamerasensors, an der das einfallende Licht aufgenommen wird. Dieser Aufbau wird zur Erzeugung von Bildmaterial für diesen Projektbericht verwendet. Zur Auswertung und

Verknüpfung des Bildmaterials wird die NeuroCheck-Software eingesetzt. Die Prüfobjekte sind transparente Brillengläser mit Eingravierungen und einzelnen Fehlstellen.

## 2.2 Verfahren

Der erste Prototyp soll es ermöglichen, Kratzer und ähnliche Defekte auf transparenten Objekten mittels der Deflektometrie sichtbar zu machen. Der Ansatz zur Erkennung basiert auf der Idee aus Abbildung 1.2. Dabei nutzt man die abweichende Lichtreflexion an Kratzern und Defekten im Vergleich zur idealen spiegelnden Oberfläche des Objekts.

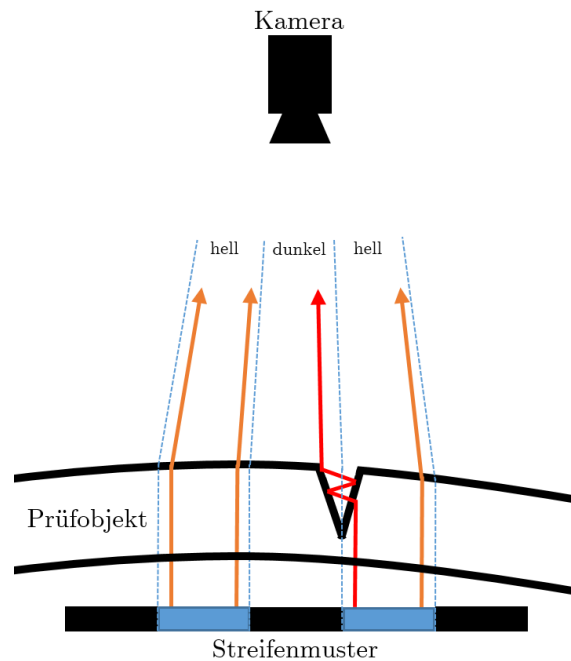


Abbildung 2.2: Lichtbrechung an einem Kratzer (Abbildung nicht maßstabsgetreu)

In Abbildung 2.2 wird schematisch die Überlegung hinter dem Ansatz dargestellt. Man nimmt ein Streifenmuster und projiziert dieses auf ein spiegelndes Prüfobjekt. Für ein transparentes Prüfobjekt kann man das Streifenmuster als Durchlichtbeleuchtung von unten projizieren. An den Hell-Dunkelübergängen fällt Licht vom hellen Streifen in den Kratzer. Durch den Kratzer werden manche Lichtstrahlen so reflektiert, dass diese an der Stelle des dunklen Streifens in die Kamera gelangen. Dadurch erkennt man im Kamerabild eine lokale Fehlstelle, da der Kratzer heller ist als der umliegende dunkle Streifen. Analog dazu erkennt man im hellen Streifen lokal eine etwas dunklere Stelle. Durch Anpassung der Kameraeinstellungen kann man beeinflussen, wie stark man den Kratzer sieht. Z. B. kann dies durch die Erhöhung der Belichtungszeit oder weitere Öffnung der Blende geschehen. Dadurch wird ein Oberflächendefekt im dunklen Streifen zwar besser und stärker sichtbar, allerdings verliert man die Informationen über den Defekt im hellen Streifen. Dies liegt daran, dass auch die dunklere Stelle im hellen Streifen so hell werden kann, dass sie nicht mehr von dem hellen Streifen selbst zu unterscheiden ist. Dieses Problem erkennt man in der Abbildung 2.3.

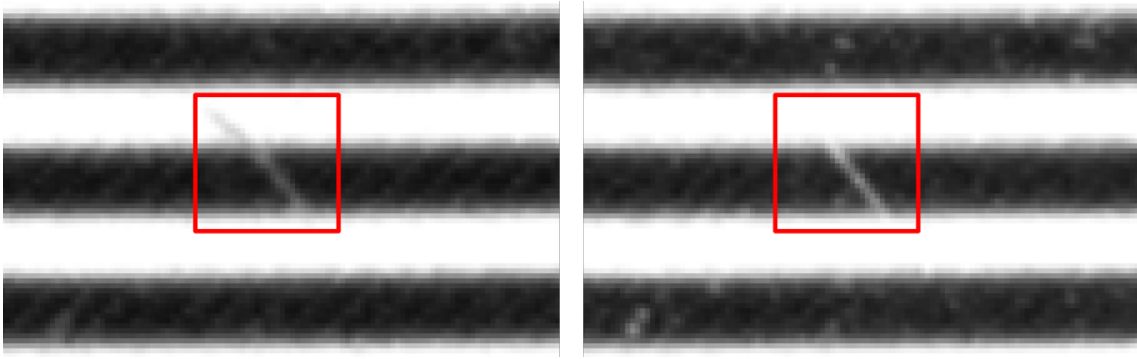


Abbildung 2.3: Kratzer an Hell-Dunkel-Übergang. Links mit weniger weit geöffneten Blende im Vergleich zu rechts.

Trotz der fehlenden Information hat das rechte Bild den Vorteil, dass durch die größere Differenz zwischen dem Oberflächendefekt und dem Hintergrund eine bessere Erkennung möglich ist. Das Problem mit unsichtbaren Teilen der Defekte ist aber nicht nur abhängig von der Kameraeinstellung, sondern auch von dem Oberflächendefekt selbst.



Abbildung 2.4: Schlecht erkennbare Eingravierung im Glas, nach Verschiebung des Streifenmusters.

In Abbildung 2.4 stellt man fest, dass besonders kleine Defekte der Oberflächenstruktur, wie hier z. B. die Eingravierung, nur zum Teil und auch nur in der Nähe der Übergänge zu erkennen sind.

Daraus lassen sich bestimmte Folgerungen ziehen. Zunächst decken Streifenmuster nur unmittelbar an den Übergängen zuverlässig Defekte auf. Das bedeutet, um Defekte an bestimmten Stellen zu erfassen, muss das verwendete Streifenmuster an den Stellen Übergänge haben. So kann man schließen, dass Muster mit schmalen Streifen besser geeignet sind, um auch kleinere Oberflächendefekte sichtbar zu machen. Allerdings führt dies auch dazu, dass stets nur kleine Teile der Defekte zu erkennen sind. Als Lösung dieses Problems kann man mehrere Streifenmuster verwenden, deren Streifen stets in ihrer Ausbreitungsrichtung verschoben sind. Verknüpft man die sichtbaren Teile der Defekte, kann man ein vollständiges Gesamtbild erhalten. In diesem Gesamtbild sollten alle Oberflächendefekte ab einer bestimmten Mindestdtiefe sichtbar werden. Die Mindestdtiefe hängt dabei von den

Kameraeinstellungen, der Beleuchtungsstärke und den verwendeten Streifenmustern ab.

## 2.3 Einsatz von mehreren Streifenmustern

Verschiebt man ein kontinuierliches Streifenmuster entlang seiner Ausbreitungsrichtung, dann kann man eine *Periodizität* feststellen. Daraus lässt sich dann für solche Streifenmuster der Begriff der *Phase* ableiten. Die Phase eines Streifenmusters lässt sich dabei definieren als die aktuelle Position der Streifen im Ablauf dieses periodischen Vorgangs. Die verschiedenen Streifenmuster sind somit voneinander *phasenverschoben*. Die Phase wird durch einen Phasenwinkel angegeben, welcher von 0 bis  $2\pi$  läuft. Eine Verschiebung um  $\pi$  bedeutet dementsprechend eine Phasenverschiebung um die halbe Periode. Anschaulich stellt man fest, dass für gleich breite helle und dunkle Streifen diese ihre Positionen tauschen. Dies kann man sich zunutze machen, denn das bedeutet, dass die Schnittmenge der dunklen Streifen in den beiden Streifenmustern am kleinsten ist. Da bestimmte Fehlstellen entweder in den dunklen oder in den weißen Streifen deutlich zu erkennen sind, ergänzen sich die beiden Streifenmuster in ihrer Information. Verknüpft man die Kamerabilder von solchen Mustern, dann kann man damit die meiste Information aus zwei Bildern extrahieren. Durch zusätzliche Bildaufnahmen mit verschobenen Streifenmustern kann man detailliertere Oberflächeninformationen von dem Prüfobjekt gewinnen.

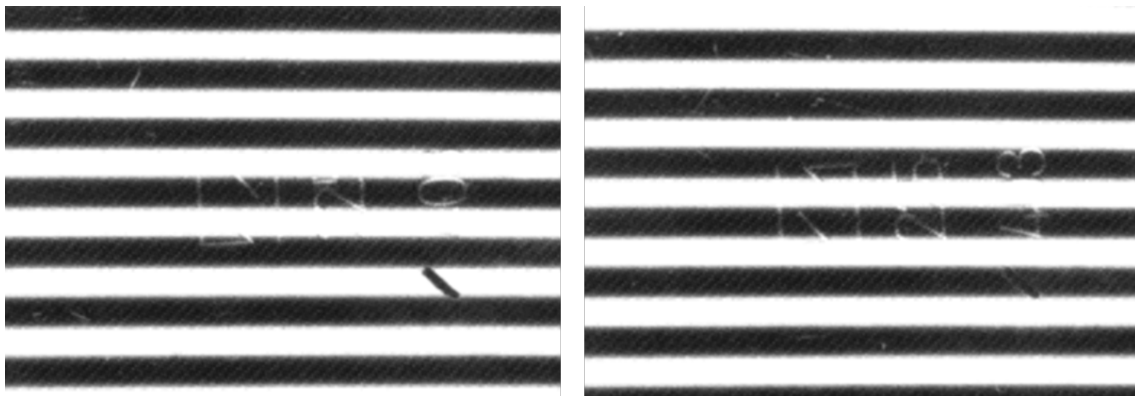


Abbildung 2.5: Kameraaufnahme eines Prüfobjekts unter Projektion von Streifenmustern mit einer Phasenverschiebung von  $\pi$  zueinander.

Wie man erkennt, sind die Streifen der beiden Bilder genau voneinander versetzt. Damit ist auch die erfasste Information möglichst versetzt, das heißt, dass die beiden Bilder sich in ihrer Oberflächeninformation ergänzen. Zur Verknüpfung der Information in einem Gesamtbild überlegt man sich, wie bestimmte Defekte in den beiden Bildern aussehen. Dabei fällt auf, dass sich Defekt- und Fehlstellen in zwei Fällen abzeichnen (vgl. Abbildung 2.5).

### Fall 1: z. B. Kratzer

*Muster 1*

*Muster 2*

Helle Fragmente in dunklen Streifen

↔

Helle Fragmente in hellen Streifen

## Fall 2: z. B. Partikel

*Muster 1*

*Muster 2*

Dunkle Fragmente in hellen Streifen  $\longleftrightarrow$  Dunkle Fragmente in dunklen Streifen

*Muster 1* und *Muster 2* sind die korrespondierenden Streifenmuster, die zueinander um  $\pi$  phasenverschoben sind. Für eine Verknüpfung von Bildern errechnet man ein neues Bild, indem man zwei Bilder punktweise zusammen verrechnet. Das bedeutet, um für das Ergebnisbild den Bildpunkt an der Stelle  $(x, y)$  zu berechnen, nimmt man sich zum Errechnen auch die beiden Bildpunkte der Eingangsbilder an derselben Stelle  $(x, y)$ . Daraus folgt auch, dass die zu verrechnenden Bilder dieselbe Größe haben müssen. Diese Bedingung ist hier durch dieselben Kameraeinstellungen gegeben.

Unter Berücksichtigung dieser beiden Fälle soll man nun eine Verknüpfung für diese Bilder aufstellen, sodass die Oberflächendefekte und Fehlstellen hervorgehoben werden. Um die Fehlstellen vom Typ *Fall 1* zu erkennen, reicht es aus, für alle Bildpunkte zu untersuchen, ob eines der beiden Bildpunkte dunkel ist. Ist das erfüllt, dann wird der Bildpunkt zum Hintergrund hinzugefügt. Dies kann man erreichen, indem man punktweise das Minimum der Bilder bestimmt. Dadurch würden nur Defekte von *Fall 1* hell sein und die restlichen Bildpunkte dunkel. Da *Fall 2* genau umgekehrt zu *Fall 1* ist, kann man analog vorgehen, um die Defekte von *Fall 2* zu erkennen. Das heißt, dass punktweise das Maximum der Bilder bestimmt wird. Alle Bildpunkte, die nicht in beiden Bildern dunkel sind, werden damit hell. Über diese beiden Möglichkeiten kann man die beiden Fälle isoliert voneinander analysieren.

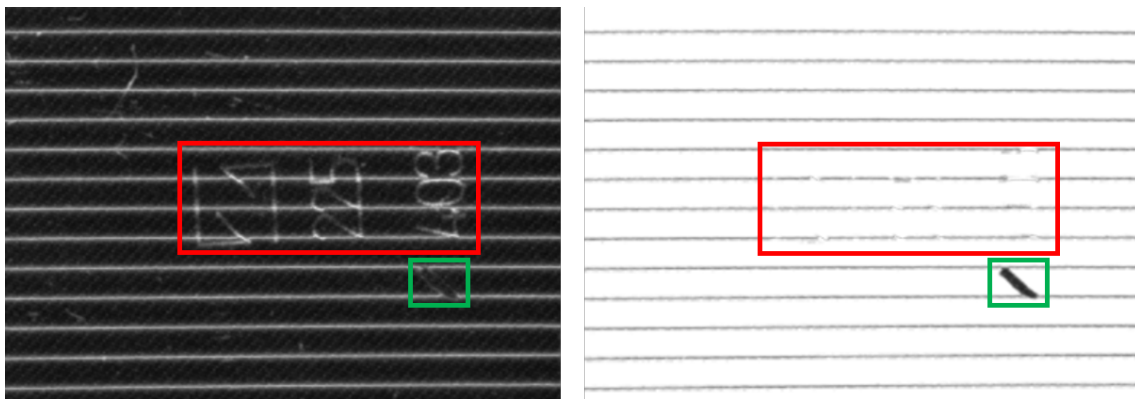


Abbildung 2.6: Verknüpfte Bilder um Defekte von *Fall 1* (rot umrahmt) und Defekte von *Fall 2* (grün umrahmt) isoliert voneinander zu betrachten. Links über Minimierung und rechts über Maximierung verknüpft.

In diesen Bildern sind noch horizontale Streifen zu erkennen. Diese sind keine Defekte, sondern entstehen aus Überlappungen der Streifenmuster in den Kamerabildern. Auf diese „Fehler“ und Möglichkeiten zur Beseitigung dieser wird im nächsten Abschnitt 2.4 eingegangen.

Als Nächstes kann man eine Möglichkeit aufstellen, um beide Fälle in einem Gesamtbild kenntlich zu machen. Hierfür macht man sich die Gemeinsamkeiten von *Fall 1* und *Fall*

2 zunutze. Man kann feststellen, dass die Helligkeit der Defekte in beiden Kamerabildern trotz Veränderung der Muster ungefähr gleich bleibt. Das bedeutet, bildet man zur Verknüpfung der Bilder die betragsmäßige Differenz werden Defekte aus den beiden Fällen dunkel. Die restliche, normal-spiegelnde Oberfläche wird hell, da jeder sonstige Bildpunkt in einem Muster dunkel und im anderen Muster hell erscheinen sollte, also eine hohe Differenz ergibt. Die Ausnahme bilden dabei auch hier die Überlappungen von Streifen.

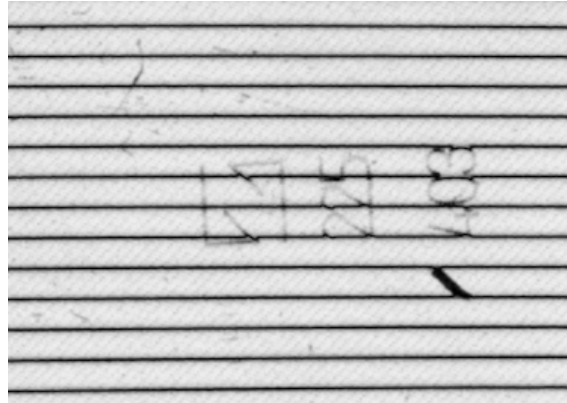


Abbildung 2.7: Über betragsmäßige Differenz verknüpfte Bilder.

## 2.4 Optimierungen

Nach dem Verknüpfen der Bilder verbleiben neben den Defekten noch schmale horizontale Streifen (vgl. Abbildung 2.6 und 2.7). Wenn man die beiden Kamerabilder mit phasenverschobenen Streifenmustern übereinanderlegt, bilden sich Überlappungen der Streifen. Diese können durch eine Reihe an Ungenauigkeiten im gesamten Prozess entstehen. Zum besseren Verständnis muss auf die Differenzen zwischen dem aufgenommenen Kamerabild und der tatsächlichen Szene eingegangen werden.

Das Kameraobjektiv hat bestimmte Einstellungsmöglichkeiten. Aufgrund der festen Brennweite des verwendeten Objektivs, wird der Einfluss der Brennweite nicht genauer betrachtet. Die entscheidenden Einstellungen für diesen Prozess sind also der Fokus und die Blende. Über die Fokussteuerung kann eine einzelne Tiefenebene im Bild scharf gestellt werden. Da das Prüfobjekt und das Streifenmuster in unterschiedlichen Tiefenebenen liegen, führt das bereits dazu, dass im Kamerabild nicht beides gleichzeitig fokussiert werden kann. Der Fokus liegt zur Prüfung auf der Oberfläche des Objekts. Dadurch wird das Streifenmuster unter Umständen unschärfer, wodurch die Breiten der hellen und dunklen Streifen verändert werden. Die zweite Einstellungsmöglichkeit ist die Blende. Öffnet man diese weiter, lässt man mehr Licht in den Kamerasensor. Durch mehr einfallendes Licht vergrößern sich die Breiten der hellen Streifen im Bild. Oberflächendefekte des Prüfobjekts werden gleichzeitig besser sichtbar. Die Belichtung lässt sich auch über eine Nachbearbeitung verstärken. Durch diese Beeinflussungen der Streifenbreiten müssen die Breiten der hellen und dunklen Streifen unter Berücksichtigung des Kamerabildes angepasst werden.



Beispielsweise sind die vertikalen Streifenbreiten der erzeugten Muster aus den Abbildungen 2.5 - 2.7, fünf Pixel für die hellen und neun Pixel für die dunklen Streifen.

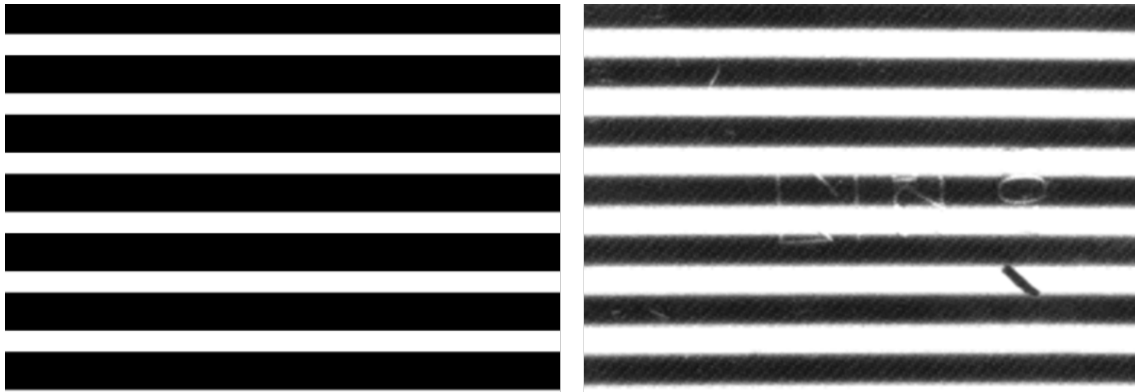


Abbildung 2.8: Unterschied zwischen Muster und Kameraaufnahme. Links erzeugtes Muster, Rechts Kameraaufnahme

Es kommt dazu, dass die hellen und dunklen Streifen im Kamerabild unter Umständen nicht exakt gleich breit sein können, da die Anpassung der Breiten der Streifen lediglich auf pixelgenauer Ebene durchgeführt werden kann. Außerdem gibt es auch bei der Phase der Streifenmuster die Beschränkung, dass die maximale Genauigkeit der Verschiebung auch ein Pixel beträgt. Das bedeutet, dass die Streifen selbst bei exakt gleicher Breite unter dem Kamerabild nicht genau versetzt voneinander liegen. Es kommt hinzu, dass diese Genauigkeit sich auf den projizierenden Bildschirm bezieht. Also ist der Phasenwinkel im Kamerabild durch die Messung auch mit Fehlern behaftet, weshalb sich die Fehler akkumulieren.

Da die Kameraeinstellungen auf die Prüfstation und Prüfbedingungen angepasst werden müssen, sind die Möglichkeiten zur Eliminierung der Streifen im Vorhinein begrenzt. Die Nachbearbeitung kann über verschiedene Ansätze erfolgen. Aufgrund der Periodizität und der festen Ausbreitungsrichtung der Streifen bietet es sich an, die Fourier-Analyse anzuwenden. Man untersucht die Frequenzkomponenten der Streifen und filtert speziell diese aus dem Bild heraus, um sie zu entfernen. Diese Methode kann allerdings nicht die fehlende Information an den dunklen Streifen wiederherstellen, sondern lediglich eine Bildverbesserung durchführen. Eine andere Möglichkeit ist das Hinzuziehen von weiteren Bildern. Da an den Stellen der horizontalen Streifen die Information fehlt, kann man wie auch schon zuvor zusätzliche Muster zur Hand nehmen, um die Information aufzufüllen. Man zieht zwei weitere Muster hinzu, deren Überlappungen genau in den Zwischenräumen des verknüpften Bildes sind. Daraus kann man die Informationen vereinen und eliminiert die horizontalen Streifen. Für dieses Verfahren sind damit vier Streifenmuster nötig, die je eine versetzte Phase zueinander haben. Aus den vier aufgenommenen Bildern verknüpft man je zwei Bilder, die eine Phasendifferenz von  $\pi$  zueinander haben, mit der betragsmäßigen Differenz. Die zwei resultierenden Bilder haben zueinander versetzte Streifen, die aus den Überlappungen entstehen. Zum Schluss kann man die beiden Bilder so verknüpfen, dass

man stets den Bildpunkt mit dem höheren Helligkeitswert nimmt. Das entspricht der Maximierung. Analog kann man auch die horizontalen Streifen aus Abbildung 2.6 eliminieren, in welcher die Typen von Fehlstellen isoliert voneinander betrachtet wurden. In Abbildung 2.9 werden die einzelnen Schritte dieses Verfahrens veranschaulicht.

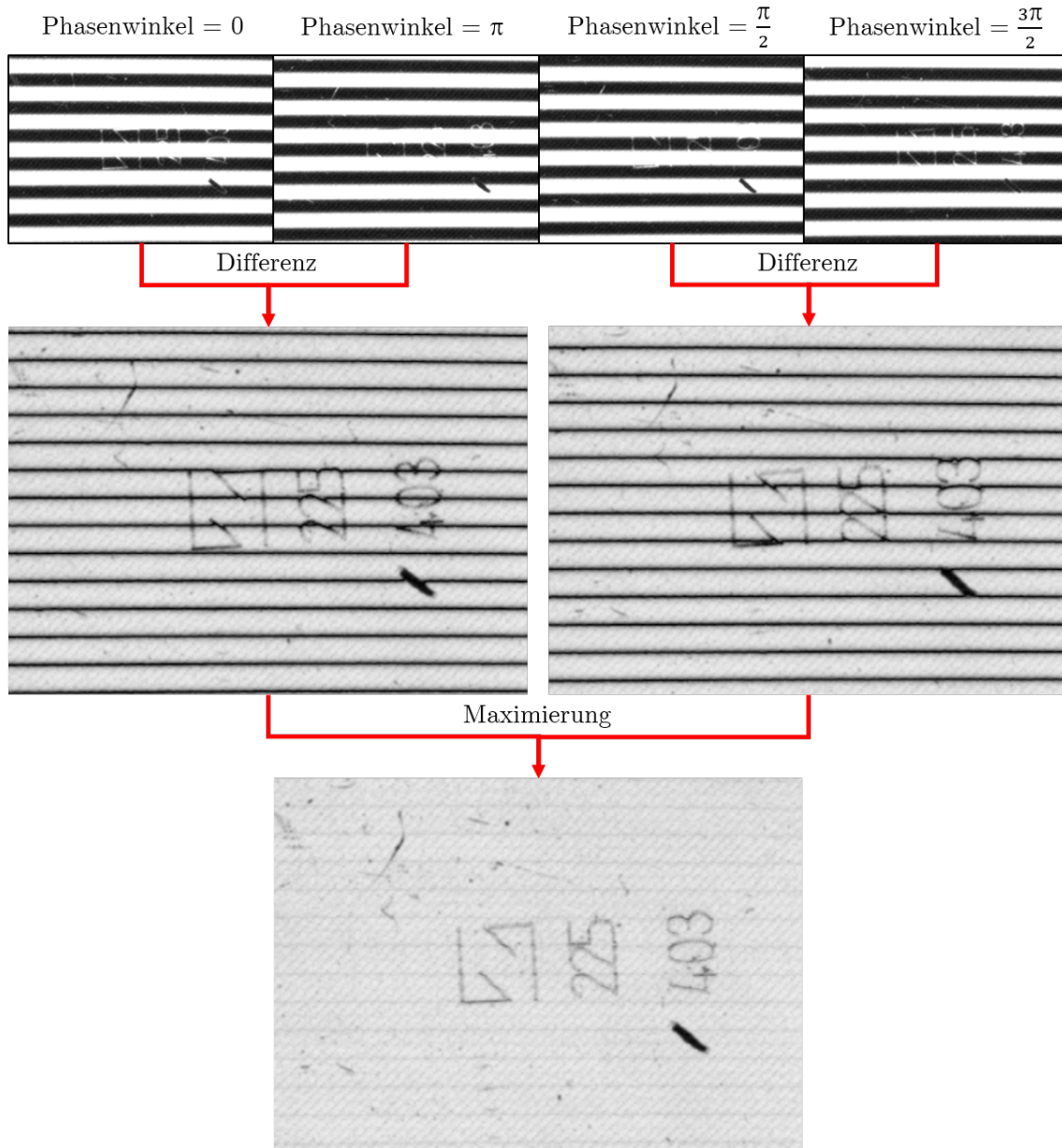


Abbildung 2.9: Prozess zur Hervorhebung von Oberflächendefekten.

Im praktischen Durchlauf verbleiben auch im letzten Bild noch sehr schwache horizontale Streifen. Das liegt an den oben genannten Ungenauigkeiten im Prüfprozess, wodurch die vier Streifenmuster nicht exakt den angegebenen Phasenwinkel haben. Deshalb kommt es dazu, dass die Überlappungen nicht exakt in den Zwischenräumen versetzt liegen und im Gesamtbild diese Struktur auftaucht. Zur Bildverbesserung hat man nun noch die Möglichkeit, die zuvor erwähnte Fourier-Analyse anzuwenden. Die noch verbliebenen Strukturen lassen sich im Amplitudenspektrum des Bildes durch die Ausbreitungsrich-

tung finden. Da diese Strukturen nur noch sehr schwach im Bild vorhanden ist, sind die jeweiligen Frequenzkomponenten auch dementsprechend gering gewichtet (siehe Abbildung 2.10).

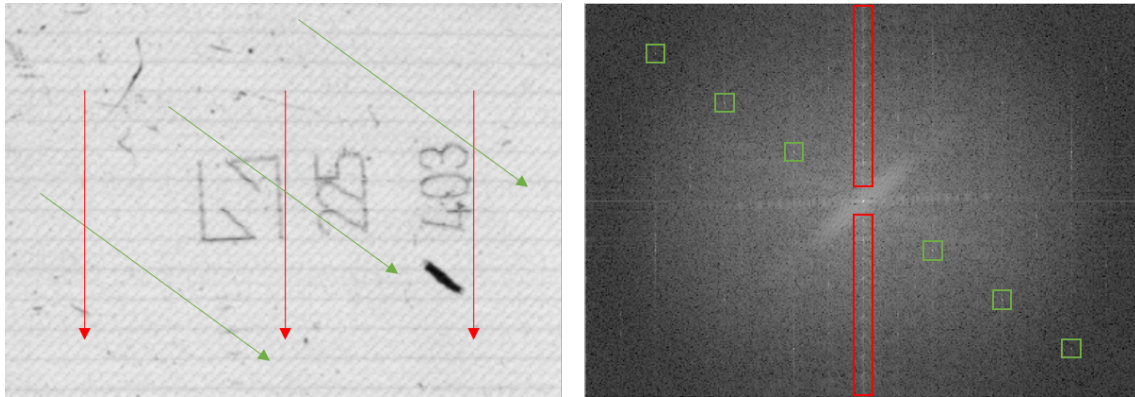


Abbildung 2.10: Amplitudenspektrum des Gesamtbildes. (mit Markierungen)

In Rot ist im Bild die Ausbreitungsrichtung der ersten Struktur markiert, die entsprechenden Gewichte der Frequenzkomponenten sind in derselben Farbe im Amplitudenspektrum gezeichnet. Analog sind in Grün die für die zweite Struktur relevante Ausbreitungsrichtung und Gewichte der Frequenzkomponenten markiert. Filtert man im Amplitudenspektrum die markierten Bereiche heraus und wendet die Inverse Fourier-Transformation an, erhält man ein Bild, indem die beiden störenden Strukturen nicht mehr vorhanden sind. Dies konnte derzeit nur durch ein geeignetes Online-Werkzeug [5] ausprobiert werden.

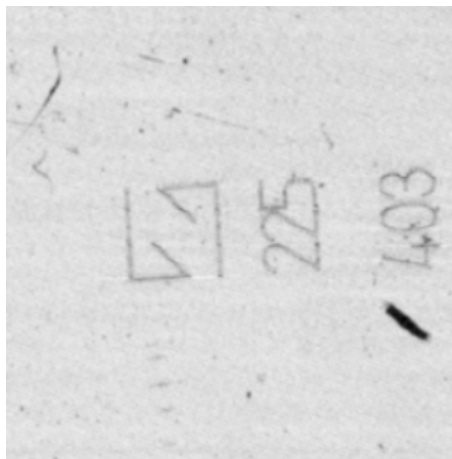


Abbildung 2.11: Angewandtes frequenzselektives Filter nach Abbildung 2.10. Erstellt mit dem Online-Werkzeug „Fourifier“ von © 2020 Ejectamenta.[5]<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Anmerkungen: Das Bild musste aufgrund der Anforderungen des verwendeten Online-Werkzeugs zugeschnitten werden. Außerdem wurden die Frequenzkomponenten „händisch“ entfernt, weshalb das Bild fehlerbehaftet ist. Das Bild konnte auch nicht auf Korrektheit geprüft werden und dient nur der Veranschaulichung. Die Nutzungsrechte unterliegen der Lizenz von © 2020 Ejectamenta. Für weitere Informationen zu Geschäfts- und Nutzungsbedingungen siehe: <https://ejectamenta.com/about/terms-of-service/>

Mit dem vorgestellten deflektometrischen Verfahren wurden Oberflächendefekte wie z. B. Kratzer, Eingravierungen oder Partikel auf transparenten und spiegelnden Prüfobjekten sichtbar gemacht. Das erzeugte Gesamtbild dieses Verfahrens kann nun durch anschließende Bildverarbeitung analysiert und geprüft werden. In diesem konkreten Fall würden sich z. B. Kratzer detektieren oder die eingravierten Zeichen auslesen lassen.

Geeignete Anpassungen der Parameter machen es möglich, diesen Prototyp für unterschiedliche Prüfobjekte, Aufbauten und Anforderungen anzuwenden. Daraus ergibt sich das Ziel, eine allgemeine Lösung zu entwickeln, die mit möglichst wenig Aufwand für verschiedene Anwendungen genutzt werden kann.

## Kapitel 3

# Deflektometrische Registrierung

### Definition 3.1: Deflektometrische Registrierung

Die *deflektometrische Registrierung*  $l_r$  beschreibt die Abbildung von Bildpunkten zu Schirmpunkten. [4]

$$l_r : A_{Cam} \rightarrow L \cup \emptyset, P_B \rightarrow P_L \quad (3.1)$$

$A_{Cam} \subset \mathbb{R}^2$  bezeichnet die Menge der Bildpunkte bzw. der Kamerapixel.  $L \subset \mathbb{R}^2$  bezeichnet die Menge der Schirmpunkte bzw. der Monitorpixel. In Koordinatenschreibweise lässt sich die Abbildung somit darstellen als:

$$l_r : \mathbb{R}^2 \supset A_{Cam} \rightarrow \mathbb{R}^2, (x_B, y_B) \mapsto (x_L, y_L) \quad (3.2)$$

Ferner kann die *deflektometrische Registrierung*  $l_r$  in zwei Abbildungen von Bildpunkten zu den Zeilen- und Spaltenpositionen der Schirmpunkte separiert werden:

$$l_{r,x} : \mathbb{R}^2 \supset A_{Cam} \rightarrow \mathbb{R}, (x_B, y_B) \mapsto x_L \quad (3.3)$$

$$l_{r,y} : \mathbb{R}^2 \supset A_{Cam} \rightarrow \mathbb{R}, (x_B, y_B) \mapsto y_L \quad (3.4)$$

Die deflektometrische Registrierung kann aus der Beobachtung des Monitors mithilfe der Kamera aufgestellt werden. Wird der Monitor indirekt über eine spiegelnde Oberfläche beobachtet, können aus der deflektometrischen Registrierung Krümmungsmerkmale über die spiegelnde Oberfläche bestimmt werden. Durch die Berücksichtigung der Positionen der Systemkomponenten können mittels der deflektometrischen Registrierung Höheninformationen über die Oberfläche gewonnen werden. Dieses Verfahren wurde im Abschnitt 1.1.1 bereits beschrieben.

### 3.1 Bestimmung der deflektometrischen Registrierung

Die Bestimmung der deflektometrischen Registrierung nach Definition 3.1 bedeutet eine Zuordnung von Kamerapixeln zu Monitorpixeln. Grundsätzlich soll jeder Lichtstrahl, der über das Prüfobjekt in die Kamera reflektiert wird im Kamerabild identifizierbar sein. Ei-

ne einfache Möglichkeit eine solche Zuordnung zu erreichen bekommt man, indem man die Pixel des Monitors einzeln einschaltet und dabei die Veränderung im Kamerabild betrachtet. Bei kleinen Bildern ist dies noch umsetzbar, allerdings wird die Anzahl von Pixeln mit zunehmender Auflösung schnell sehr groß und unübersichtlich, sodass dieser Ansatz nicht praktikabel ist. Aus dem Grund ist es effektiver Bilder auf dem Monitor anzuzeigen, die Positionen visuell codieren können. Durch die visuelle Erfassung des Spiegelbilds können somit die zugehörigen Positionen auf dem Monitor berechnet werden.

Ein herkömmliches Kodierverfahren für solche Prozesse ist das Phasenschiebungsverfahren. Der Ansatz bei dem Verfahren ist es die Zeilen- und Spaltenpositionen des Monitors durch periodische Muster zu kodieren. Die Grauwerte von periodischen Mustern nehmen dabei Werte an, die über die periodische Funktion bestimmt wurden. Die hier verwendeten Funktionen sind Kosinusfunktionen. Damit können die Pixel des Musters Phaseninformationen eines lokalen Orts übertragen. Durch die Periodizität der Funktionen kann aus der reinen Phaseninformation noch nicht die genaue Monitorposition bestimmt werden. Die Lösung dieses Problems wird als Phasentfaltung bezeichnet (siehe auch Definition 3.2). Hierzu stellt Werling in seiner Arbeit [4] ein mehrstufiges Phasenschiebungsverfahren vor, das Muster mit unterschiedlichen Perioden verwendet.

### Definition 3.2: Phasentfaltung

Die *Phasentfaltung* bezeichnet den Vorgang zur Auflösung der mehrdeutigen Zuordnung der Phaseninformation zu unterschiedlichen Perioden.

#### 3.1.1 Deflektometrische Registrierung ohne Phasentfaltung

Ohne eine Phasentfaltung bekommt man eventuell eine mehrdeutige Zuordnung aufgrund der Periodizität der Kosinusfunktion. Soll eine eindeutige Zuordnung über das Phasenschiebungsverfahren ohne Phasentfaltung erfolgen, darf es also nur eine einzige Musterperiode auf der Monitorbreite bzw. Monitorhöhe geben. Damit lässt sich die Kodierung der Monitorkoordinaten  $(x_L, y_L)$  durch die Phasen  $(\phi_x, \phi_y)$  folgendermaßen aufstellen:

$$x_L = \frac{L_{width}}{2\pi} \phi_x, \quad y_L = \frac{L_{height}}{2\pi} \phi_y \quad (3.5)$$

Die Monitorbreite wird dabei mit  $L_{width}$  und die Monitorhöhe mit  $L_{height}$  angegeben.

O.B.d.A. wird nachfolgend nur die deflektometrische Registrierung der Spaltenpositionen  $l_{r,x}$  ( $x$ -Richtung) betrachtet. Die deflektometrische Registrierung der Zeilenpositionen  $l_{r,y}$  ( $y$ -Richtung) kann analog bestimmt werden. Das  $k$ -te Muster  $m_k$  zur Kodierung der Monitorpunkte wird durch eine Kosinusfunktion aufgebaut und hat die Form:

$$m_k(x_L, y_L) = A_m \left( 1 + C_m \cos \left( \frac{2\pi}{L_{width}} x_L + \psi_k \right) \right), \quad (3.6)$$

$$k \in \{1, \dots, N_{shift}\}, \quad \psi_k = (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}}$$

$A_m$  bezeichnet die Amplitude,  $C_m$  den Kontrast,  $\psi_k$  die Phasenverschiebung des  $k$ -ten Musters und  $N_{shift}$  die Anzahl an Mustern für das Phasenschiebverfahren. Das Muster wird auf dem Monitor angezeigt und über eine spiegelnde Oberfläche durch die Kamera beobachtet. Über die Reflexion an der Oberfläche trifft der Sichtstrahl ausgehend vom Bildpunkt  $(x_B, y_B)^\top \in A_{Cam}$  den Monitor im Punkt  $(x_L, y_L)^\top \in L \cup \emptyset$  bestimmt durch die Abbildung aus der Gleichung 3.2:

$$\begin{pmatrix} x_L \\ y_L \end{pmatrix} = l_r(x_B, y_B) = \begin{pmatrix} l_{r,x}(x_B, y_B) \\ l_{r,y}(x_B, y_B) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Dementsprechend lässt sich das  $k$ -te Kamerabild  $g$  am Bildpunkt  $(x_B, y_B)^\top$  beschreiben durch das  $k$ -te Muster am Punkt  $l_{r,x}(x_B, y_B), l_{r,y}(x_B, y_B)^\top$ :

$$g_k(x_B, y_B) = m_k(l_{r,x}(x_B, y_B), l_{r,y}(x_B, y_B)) \quad (3.8)$$

Setzt man für  $m_k$  die Gleichung 3.6 unter Berücksichtigung der Veränderung durch die Oberfläche erhält man:

$$g_k(x_B, y_B) = A_g(x_B, y_B) \left( 1 + C_g(x_B, y_B) \cos \left( \frac{2\pi}{L_{width}} l_{r,x}(x_B, y_B) + \psi_k \right) \right) \quad (3.9)$$

Dabei sind die Amplitude  $A_g$  und der Kontrast  $C_g$  des Musters im Kamerabild unter Umständen unterschiedlich zu dem angezeigten Muster im Monitorbild. Der Unterschied ist abhängig von dem Oberflächenpunkt an dem der Sichtstrahl reflektiert wird. Aus dem Grund werden  $A_g$  und  $C_g$  in Abhängigkeit vom Kamerabildpunkt  $(x_B, y_B)^\top$  angegeben.

Durch Umstellung der Gleichung 3.5 nach der Phase und Einsetzen der deflektometrischen Registrierung  $l_r$ , erhält man die Phase  $\phi_x$  des  $k$ -ten Musters in Abhängigkeit von den Kamerabildpunkten:

$$\phi_x = \frac{2\pi}{L_{width}} l_{r,x}(x_B, y_B) \quad (3.10)$$

Durch Einsetzen der Phase aus Gleichung 3.10 in die Gleichung 3.9 des Kamerabilds erhält man den Zusammenhang zwischen der Phase  $\phi_x$  des  $k$ -ten Musters und dem Kamerabild  $g_k$ :

$$g_k(x_B, y_B) = A_g(x_B, y_B) (1 + C_g(x_B, y_B) \cos(\phi_x(x_B, y_B) + \psi_k)) \quad (3.11)$$

Unter Einbeziehung der  $N_{shift}$ -vielen phasenverschobenen Streifenmuster kann man die Phase  $\phi_x$  berechnen:

$$\tan(\phi_x) = - \frac{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k(x_B, y_B) \sin(\psi_k)}{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k(x_B, y_B) \cos(\psi_k)} \quad (3.12)$$

Aus den Gleichungen 3.5 und 3.12 folgt schließlich:

$$x_L = l_{r,x}(x_B, y_B) = \frac{L_{width}}{2\pi} \arctan \left( - \frac{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k(x_B, y_B) \sin \left( (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}} \right)}{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k(x_B, y_B) \cos \left( (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}} \right)} \right) \quad (3.13)$$

Mittels der Gleichung 3.13 ist somit die deflektometrische Registrierung in  $x$ -Richtung angegeben und die Monitorpositionen eindeutig bestimmt. Die deflektometrische Registrierung in  $y$ -Richtung lässt sich analog dazu bestimmen. Die Anzahl an Mustern bzw. Phasenverschiebungen  $N_{shift}$  ist noch als Parameter übrig geblieben. Um eine eindeutige Zuordnung zu erhalten, benötigt man aufgrund der drei unbekannten Größen Amplitude  $A_g$ , Kontrast  $C_g$  und Phase  $\phi_x$  in Gleichung 3.11 eine Mindestanzahl von drei Phasenverschiebungen.

Durch die Eindeutigkeit der Phase in dem verwendeten Muster spart man sich die Phasentfaltung. Dennoch ist das Phasenschiebungsverfahren nach diesem Ansatz nicht sehr präzise und daher eher ungeeignet für Praxisanwendungen. Der Grund liegt darin, dass Monitore lediglich eine vergleichsweise kleine Anzahl an Helligkeitsstufen darstellen können. Die Anzahl an zu kodierenden Pixelpositionen sind in der Regel deutlich größer. Eine ähnliche Beschränkung gibt es auch bei der Bildaufnahme, denn auch die Kamera nimmt eine Quantisierung vor und kann nicht sämtliche Helligkeitsstufen aufnehmen. Zusammengefasst ist die Auflösung der Monitorpunkte damit stark begrenzt. Eine höhere Ortsauflösung lässt sich erreichen indem man Muster mit mehreren Perioden über die Monitorbreite bzw. Monitorhöhe verwendet. Damit wird schließlich eine Phasentfaltung als zusätzliche Aufgabe erforderlich.

### 3.1.2 Deflektometrische Registrierung mit Phasentfaltung

Die hier beschriebene Methodik zur Bestimmung der deflektometrischen Registrierung ist ein mehrstufiges Phasenschiebungsverfahren. Ein solches Verfahren wird von Kammel in seiner Dissertation [6] vorgestellt. Das Verfahren von Kammel zeigt jedoch in der Praxis Kodierungsartefakte bzw. Phasensprünge insbesondere an den Periodengrenzen. Aus dem Grund stellt Werling darauf aufbauend in seiner Dissertation [4] einen neuen Ansatz eines mehrstufigen Phasenschiebverfahrens vor, der das Problem mit den Phasensprüngen minimiert. Die Idee hinter dem Ansatz ist dabei, dass man sich zunächst, analog zum Verfahren aus Kapitel 3.1.1, die  $x$ - bzw.  $y$ -Koordinaten in Relation zu den Perioden der Muster bestimmt. Durch mehrere Muster mit unterschiedlichen Perioden erhält man schließlich mehrere relative unterschiedliche  $x$ - bzw.  $y$ -Koordinaten. Diese müssen im finalen Ergebnis der richtigen Periode zugeordnet werden, indem ein Optimierungsproblem gelöst wird.

Analog zum Verfahren aus Kapitel 3.1.1 benötigt man  $N_{shift}$ -viele Muster um die Phase eines Bildpunkts  $(x_B, y_B)^\top$  zu bestimmen. Zusätzlich betrachtet man mehrere Stufen des Verfahrens. Das Muster auf der Stufe  $i$  hat  $N_\lambda^i$ -viele Perioden über die Monitorbreite  $L_{width}$  bzw. -höhe  $L_{height}$ . Dabei sollen sich für unterschiedliche Stufen auch die Perioden der verwendeten Muster unterscheiden. Die Phasen  $\phi_x^i$  und  $\phi_y^i$  der kodierten Monitorpunkte  $(x_L, y_L)^\top$  auf der  $i$ -ten Stufe sehen dann folgendermaßen aus:

$$\phi_x^i = \frac{2\pi N_\lambda^i}{L_{width}} x_L \quad \phi_y^i = \frac{2\pi N_\lambda^i}{L_{height}} y_L \quad (3.14)$$



O.B.d.A. wird nachfolgend nur die deflektometrische Registrierung der Spaltenpositionen  $l_{r,x}$  ( $x$ -Richtung) betrachtet. Die deflektometrische Registrierung der Zeilenpositionen  $l_{r,y}$  ( $y$ -Richtung) kann analog bestimmt werden. Auf der Stufe  $i$  hat das  $k$ -te Muster  $m_k^i$  zur Kodierung der Monitorpunkte  $(x_L, y_L)^\top$  somit die Form:

$$\begin{aligned} m_k^i(x_L, y_L) &= A_m^i \left( 1 + C_m^i \cos(\phi_x^i + \psi_k) \right), \\ k &\in \{1, \dots, N_{shift}\}, \quad \psi_k = (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Es bezeichnet  $A_m^i$  die Amplitude und  $C_m^i$  den Kontrast des Musters der  $i$ -ten Stufe. Wie auch in Kapitel 3.1.1 entspricht  $\psi_k$  der Phasenverschiebung des  $k$ -ten Musters der Stufen. Analog zu Kapitel 3.1.1 nimmt die Kamera das Signal  $g_k^i$  auf:

$$g_k^i(x_B, y_B) = A_g^i(x_B, y_B) \left( 1 + C_g^i(x_B, y_B) \cos\left(\frac{2\pi N_\lambda^i}{L_{width}} l_{r,x}(x_B, y_B) + \psi_k\right) \right) \quad (3.16)$$

Analog zu Kapitel 3.1.1 lässt sich aus den Bildern  $g_k^i$  die Phase der  $i$ -ten Stufe  $\phi_x^i$  berechnen. Vergleichbar zu Gleichung 3.13, kann man in diesem Verfahren aus der Phase die Monitorkoordinaten relativ zum Intervall  $[0, L_{width}/N_\lambda^i)$  bestimmen:

$$x_{L,relativ}^i = \frac{L_{width}}{2\pi N_\lambda^i} \arctan \left( - \frac{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k^i(x_B, y_B) \sin\left((k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}}\right)}{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k^i(x_B, y_B) \cos\left((k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}}\right)} \right) \quad (3.17)$$

Die absolute Monitorcoordinate  $x_L^i$  der  $i$ -ten Stufe lässt sich bestimmen indem man zur Phase  $\phi_x$  ein unbekanntes ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  addiert. In Abhängigkeit von  $x_{L,relativ}^i$  bedeutet das für  $x_L^i$ :

$$x_L^i = x_{L,relativ}^i + n^i \frac{L_{width}}{N_\lambda^i}, \quad (n^i \in \mathbb{N}_0) \quad (3.18)$$

Dabei ist  $n^i$  ein unbekannter ganzzahliger Faktor, der die absolute Auswertung bestimmt. Zur Bestimmung des Faktors  $n_i$  sollen zwei verschiedene Stufen des Verfahrens  $i, j$  mit  $i \neq j$  betrachtet werden. Zur eindeutigen Lösbarkeit des nachfolgenden Gleichungssystems müssen  $N_\lambda^i$  und  $N_\lambda^j$  teilerfremd sein. Das heißt es gilt:

$$ggT(N_\lambda^i, N_\lambda^j) = 1 \quad \forall i \neq j$$

Dadurch erhält man zwei unterschiedliche Muster  $m_k^i$  und  $m_k^j$  und das eindeutig lösbare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_L &= x_{L,relativ}^i + n^i \frac{L_{width}}{N_\lambda^i}, \\ x_L &= x_{L,relativ}^j + n^j \frac{L_{width}}{N_\lambda^j}, \quad i \neq j, \quad n^i, n^j \in \mathbb{N}_0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

In diesem Zusammenhang muss für die Monitorcoordinate  $x_L = x_L^i = x_L^j$  gelten. Die Gleichheit ist aufgrund von Ungenauigkeiten in der Kameraaufnahme nur schwierig zu

erreichen, weshalb man aus dem Gleichungssystem ein Optimierungsproblem bildet. Das heißt, gesucht ist folgende Näherungslösung  $(n^i, n^j)$ :

$$(n^i, n^j) = \arg \min_{\alpha, \beta \in \mathbb{N}_0} \left| \left( x_{L,relativ}^i + \alpha \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^i} \right) - \left( x_{L,relativ}^j + \beta \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^j} \right) \right|, \quad (3.20)$$

$$\alpha \in \{0, \dots, N_{\lambda}^i - 1\}, \quad \beta \in \{0, \dots, N_{\lambda}^j - 1\}$$

Durch weitere Stufen dieses Verfahrens erhöht sich zunehmend die Genauigkeit der Phasenentfaltung. Das zu betrachtende Optimierungsproblem ergibt schließlich das Tupel  $(n^1, \dots, n^{N_{step}})$  zur Bestimmung der deflektometrischen Registrierung in  $x$ -Richtung:

$$(n^1, \dots, n^{N_{step}}) = \arg \min_A \sum_{i=1}^{N_{step}} \sum_{j=i+1}^{N_{step}} \left| \left( x_{L,relativ}^i + \alpha^i \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^i} \right) - \left( x_{L,relativ}^j + \alpha^j \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^j} \right) \right|, \quad (3.21)$$

mit  $A = (\alpha^1, \dots, \alpha^{N_{step}})$  und  $\alpha^i = \{0, \dots, N_{\lambda}^i - 1\} \subset \mathbb{N}_0$

Mit dem Ergebnis aus Gleichung 3.21 lässt sich die absolute Monitorkoordinate in der Spalten  $x_L^i$  berechnen. Durch die Berechnung eines Mittelwerts der  $x_L^i$  erhält man die beste Annäherung an den tatsächlichen Wert.

$$\begin{aligned} x_L &= l_{r,x}(x_B, y_B) \\ &= \frac{1}{N_{step}} \sum_{i=1}^{N_{step}} x_{L,relativ}^i + n^i \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^i} \\ &= \frac{1}{N_{step}} \sum_{i=1}^{N_{step}} \frac{L_{width}}{2\pi N_{\lambda}^i} \arctan \left( - \frac{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k^i(x_B, y_B) \sin \left( (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}} \right)}{\sum_{k=1}^{N_{shift}} g_k^i(x_B, y_B) \cos \left( (k-1) \frac{2\pi}{N_{shift}} \right)} \right) + n^i \frac{L_{width}}{N_{\lambda}^i} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Durch Gleichung 3.22 ist somit die deflektometrische Registrierung der Spaltenpositionen  $l_{r,x}$  nach der Phasenentfaltung angegeben. Analog lässt sich dieses Verfahren auch für die deflektometrische Registrierung der Zeilenpositionen  $l_{r,y}$  anwenden.

Für die eindeutige Lösbarkeit des Gleichungssystems aus 3.19 ist die Wahl der Anzahl an Perioden im Muster  $N_{\lambda}^i$  entscheidend. Da der Zusammenhang

$$ggT(N_{\lambda}^i, N_{\lambda}^j) = 1 \quad \forall i \neq j$$

gelten soll, sind geeignete Wahlen für die  $N_{\lambda}^i$  die Elemente aus der Menge der Primzahlen  $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ . Die festzulegenden Parameter  $N_{shift}$  und  $N_{step}$  haben zunächst keine großen Auswirkungen auf die Lösbarkeit des Verfahrens, dennoch empfiehlt sich eine genügend hohe Anzahl an Phasenverschiebungen und Mustern mit unterschiedlichen Perioden zu wählen um die Genauigkeit des Verfahrens anzuheben.

## Kapitel 4

# Fourier-Streifen-Analyse

# Quellenverzeichnis

- [1] Statista GmbH. *Pkw-Produktion in Deutschland bis 2021*. 2022. URL: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/75210/umfrage/produktion-von-pkw-in-deutschland-seit-1990/> (besucht am 04.04.2022).
- [2] Prof. Dr. Michael Heizmann. *Deflektometrie zur Inspektion spiegelnder Oberflächen*. Fraunhofer-Institut für Optronik. URL: <https://www.vision.fraunhofer.de/de/technologien-anwendungen/technologien/oberflaecheninspektion/deflektometrie-spiegelnder-oberflaechen.html> (besucht am 01.03.2022).
- [3] Hyug-Gyo Rhee Manh The Nguyen Young-Sik Ghim. *Aufbau einer Deflektometrie-Prüfstation*. URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-019-39514-6/figures/1> (besucht am 25.02.2022).
- [4] Stefan Bruno Werling. *Deflektometrie zur automatischen Sichtprüfung und Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen*. 2011. ISBN: 9783866446878. DOI: 10.5445/IR/1000023290. URL: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000023290> (besucht am 02.03.2022).
- [5] Ejectamenta. *Ejectamenta Fourifier*. 2020. URL: <https://ejectamenta.com/imaging-experiments/fourifier/> (besucht am 14.03.2022).
- [6] Sören Kammel. *Deflektometrische Untersuchung spiegelnd reflektierender Freiformflächen*. 2005. ISBN: 3937300287. DOI: 10.5445/KSP/1000002980. URL: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000002980> (besucht am 28.04.2022).